

การวิเคราะห์ฟังก์ชันนัลบนควอเทอเนียน



นาย วาทีศย์ ชุมดีโชติ

003764

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาคณะหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2524

I17347075

FUNCTIONAL ANALYSIS OVER THE QUATERNIONS

MR. WATIT CHUMANEECHOT

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1981

Thesis Title Functional Analysis over the Quaternions
By Mr. Watit Chumaneechot
Department Mathematics
Thesis Advisor Dr. Sidney S. Mitchell

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University
in partial fulfillment of the requirements for the Master's degree.

.....*S. Bunnag*.....Dean of Graduate School
(Associate Professor Supradit Bunnang Ph.D.)

Thesis Committee

.....*Sawai Nualtaranee*.....Chairman
(Associate Professor Sawai Nualtaranee Ph.D.)

.....*Sidney S. Mitchell*.....Member
(Dr. Sidney S. Mitchell Ph.D.)

.....*Somporn Sengsri*.....Member
(Assistant Professor Somporn Sengsri M.A.)

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การวิเคราะห์ฟังก์ชันนัลบนควอเทอเนียน
ชื่อนิสิต	นายวาทิตย์ ชุมณีโชติ
อาจารย์ที่ปรึกษา	ดร.ชิตินีย์ เอส มิตเชลล์
ภาควิชา	คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา	2524



บทคัดย่อ

ในวิทยานิพนธ์นี้ เราขยายพื้นฐานทฤษฎีของการวิเคราะห์ฟังก์ชันนัลซึ่งพิสูจน์สำหรับ vector space ของจำนวนจริงและจำนวนเชิงซ้อนไปยัง vector space ของควอเทอเนียน เพราะว่าควอเทอเนียนไม่มีคุณสมบัติการสลับที่ เราจะให้นิยามนอยลง แล้วจะพิจารณา vector space ทางซ้าย ทางขวา และทั้งสองทาง

บทที่ 2 ศึกษา normed linear space แล้วพิสูจน์ ทฤษฎีบท Hahn-Banach, ทฤษฎีบท Open Mapping, ทฤษฎีบท Closed Graph และทฤษฎีบท Banach Sticnhaus บนควอเทอเนียน

บทที่ 3 ศึกษา Symplectic product spaces แล้วพิสูจน์ ทฤษฎีบท Riesz Representasion, ทฤษฎีบท Gram Schmidt Orthogonalization, Bessell's Inequality. และเราจัดพวกทั้งหมดของ Hilbert Spaces บนควอเทอเนียน

บทที่ 4 ศึกษาทฤษฎีบท Linear Operator ของ norm linear space บนควอเทอเนียน และ completely continuous operators, Fredholm operators และ duals ของมัน และศึกษา weak convergence และ index ของ Fredholm

operator. เรานิยาม ทฤษฎีบท Bolzano Weierstrass แล้วจบบทนี้โดยนิยาม
 ทฤษฎีบท Hilbert-Schmidt สำหรับ completely continuous self adjoint
 operators ใน Separable Hilbert Space

Thesis Title Functional Analysis over the Quaternions
Name Mr. Watit Chumaneechot
Thesis Advisor Dr. Sidney S. Mitchell
Department Mathematics
Academic Year 1981



ABSTRACT

In this thesis we extend the basis theorems of Functional Analysis which are proven for real and complex vector spaces to quaternionic vector spaces. Since the quaternions \mathbb{H} are noncommutative we must modify a few definitions and be careful as to whether we are considering left, right and two sides vector spaces.

Chapter 2 studies normed linear spaces. Here we prove the Hahn-Banach Theorem, the Open Mapping Theorem, the closed Graph Theorem and Banach Stienhaus Theorem over \mathbb{H} .

Chapter 3 studies Symplectic product spaces. We prove the Riesz Representasion Theorem, the Gram Schmidt Orthogonalization Theorem, Bessell's Inequality and we classify all Hilbert Spaces over \mathbb{H} .

Chapter 4 studies Linear Operator theory over quaternionic normed linear Spaces. In chapter three we study completely continuous operators, Fredholm operators and their duals and concentrate on the spectrum of these operators. We also study

weak convergence and the index of a Fredholm operator. We prove the Bolzano-Weierstrass theorem and we finish this chapter by proving the Hilbert-Schmidt Theorem for complete continuous self adjoint operators on a Separable Hilbert Space.

ACKNOWLEDGEMENT



I would like to express my sincere gratitude to Dr. Sidney S. Mitchell, my thesis supervisor, for his helpful supervision during the preparation and completion of this thesis. Also, I would like to thank all of lecturers for their previous valuable lectures while studying.

CONTENTS

	page
ABSTRACT IN THAI	iv
ABSTRACT IN ENGLISH	vi
ACKNOWLEDGEMENT	viii
CHAPTER	
I INTRODUCTION	1
II BANACH SPACE OVER THE QUATERNIONS	13
III HILBERT SPACE OVER THE QUATERNIONS	46
IV LINEAR OPERATOR THEORY OVER THE QUATERNIONS	78
REFERENCES	121
VITA	122

