

การประชุมคณะกรรมการพัฒนาน้ำในทุกมีเงิน



นาง วิจิตร อุปการนิคิเมฆตรา

004667

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตร์บัณฑิต  
แผนกวิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. ๒๕๖๒

ON APPLICATION OF FUNCTIONAL ANALYSIS TO GAME THEORY

Mrs. Wichitra Upakarnitikaset

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Science  
Department of Mathematics  
Graduate School  
Chulalongkorn University  
1975

Accepted by the graduate school, Chulalongkorn  
University in partial fulfillment of the requirements for the  
Degree of Master of Science.

Kinid Prochmalom

Dean of the Graduate School

Thesis Committee

Virool Boonyaratpal..... Chairman

Prapya Rempe.....

Sawai Nualtaranee

Thesis Supervisor Dr. Sawai Nualtaranee

หัวข้อวิทยานิพนธ์ การประยุกต์การวิเคราะห์ฟังชันลินทฤษฎี เกม

ชื่อ นาง วิจิตรา อุปกรานติ เกษตร

แผนกวิชา คณิตศาสตร์

ปีการศึกษา ๒๕๙๔



### บทคัดย่อ

หนึ่งในขั้นตอนทาง ๆ ที่แสดงถึงการให้มาของค่าของ เกมสำหรับ finite discrete zero sum game ที่มีผู้เล่น 2 คน คือ ทฤษฎีของ Ville ซึ่งกล่าว ว่ากำหนดค่าทริกก์  $a_{ik}$   $i = 1, 2, \dots, m$   $k = 1, 2, \dots, n$  ตามระดับ  $q_k \geq 0$

$$\sum_{k=1}^n q_k = 1 \quad \text{มี } p_i \geq 0 \quad \sum_{i=1}^m p_i = 1 \quad \text{ซึ่งทำให้ } \sum_k \sum_i a_{ik} p_i q_k \geq 0 \quad \text{แล้ว}$$

จะได้ว่า จะมี  $p_i \geq 0$   $\sum_{i=1}^m p_i = 1$  ซึ่งทำให้  $\sum_k \sum_i a_{ik} p_i q_k \geq 0$  สำหรับ

ทุก ๆ  $q_k \geq 0$   $\sum_{k=1}^n q_k = 1$  จากวิทยานิพนธ์นี้ แสดงให้เห็นว่า ทฤษฎีของ Ville สามารถพิสูจน์ได้โดยการประยุกต์ทฤษฎีของ Hahn Banach และนอกจากนั้น ทฤษฎีของ Ville นี้ยังสามารถที่จะขยายออกไปสำหรับ finite discrete zero sum game ที่มีผู้เล่นมากกว่า 2 คน และ continuous zero sum game ที่มีผู้เล่น 2 คน

ได้ด้วย

Thesis Title : On Application of Functional Analysis to  
 Game Theory

Name : Mrs. Wichitra Upakarnitikaset

Department : Mathematics

Academic Year : 1975

#### ABSTRACT

One of the several procedures which leads to the existence of the value of a finite discrete two person, zero sum game is a theorem of Ville which deals with matrices  $a_{ik}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $k = 1, 2, \dots, n$  and states that if to each  $q_k \geq 0$ ,  $\sum_{k=1}^n q_k = 1$  there corresponds  $p_i \geq 0$ ,  $\sum_{i=1}^m p_i = 1$  such that the bilinear form  $\sum_k \sum_i a_{ik} p_i q_k$  is non-negative, then there exists fixed  $p_i \geq 0$ ,  $\sum_{i=1}^m p_i = 1$  such that for all  $q_k \geq 0$ ,  $\sum_{k=1}^n q_k = 1$  the bilinear form is non-negative. This thesis shows that this theorem can be proved by using the application of the Hahn Banach theorem and can be extended to a finite discrete more than two person, zero sum game and continuous two person, zero sum game.

## ACKNOWLEDGEMENT

I would like to express my thanks and sincere appreciation to Dr. Sawai Naultaranee, my thesis supervisor, for this helpful guidance and supervision during the preparation and completion of this thesis. I would also like to thank all lecturers for their previous lectures in the graduate courses.

## TABLE OF CONTENTS

	Page
ABSTRACT (IN THAI) .....	iv
ABSTRACT (IN ENGLISH) .....	v
ACKNOWLEDGEMENT .....	vi
CHAPTER I INTRODUCTION .....	1
CHAPTER II PRELIMINARIES .....	2
CHAPTER III THE HAHN BANACH THEOREM AND ITS APPLICATION .....	29
CHAPTER IV VILLE THEOREM ON DISCRETE GAME .....	47
CHAPTER V VILLE THEOREM ON CONTINUOUS GAME .....	59
REFERENCES .....	69
VITA .....	71