



2.1 ทฤษฎีความยืดหยุ่นของผลึกเหลว

(ELASTIC THEORY OF LIQUID CRYSTALS)

ผลึกเหลวยืดหยุ่นได้ เราสนใจเฉพาะทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลที่บ่ายเบนออกจากทิศทางเดิมเมื่ออยู่ในสภาวะสมดุลย์ ทฤษฎีตัวรับคุณสมบัติความยืดหยุ่นของผลึกเหลวนี้ ได้ถูกค้นคิดครั้งแรกโดยอาศัยวิชากลศาสตร์สภาวะสืบเนื่อง (CONTINUUM MECHANICS) ในปีค.ศ.1927 โดยเฮช. ซอคเกอร์¹ (H.ZOCHER) และซี.กัมปลิว. โอซีน² (C.W. OSEEN) ในปีค.ศ.1933 เรียกว่าทฤษฎีสภาวะสืบเนื่อง (CONTINUUM THEORY) ในปีค.ศ.1958 เอฟ.ซี. แฟรงค์³ (F.C. FRANK) ได้พัฒนาทฤษฎีนี้จนไขอธิบายปรากฏการณ์หลายอย่างของผลึกเหลวได้ ทฤษฎีจึงมีอีกชื่อหนึ่งคือทฤษฎีความโค้งของความยืดหยุ่นของแฟรงค์-โอซีน (FRANK-OSEEN CURVATURE OF ELASTICITY THEORY) เจ.แอล. อีริกเซน (J.L. ERICKSEN) ได้พัฒนาต่อมาตั้งแต่ปีค.ศ.1961 จนเป็นที่รู้จักกันแพร่หลายว่า ทฤษฎีความยืดหยุ่นของผลึกเหลว (ELASTIC THEORY OF LIQUID CRYSTALS)

สมมุติฐานมูลฐานของทฤษฎีคือ ที่ทุกๆจุดในผลึกเหลวที่ไม่ถูกรบกวนทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุล ซึ่งหมายถึงทิศทางการเรียงตัวของแกนตามยาวจะมีทิศแน่นอนทันทีใดทิศหนึ่ง ทิศทางการเรียงตัวนี้จะเปลี่ยนแปลงไปอย่างค่อเนื่องกับตำแหน่ง ดังนั้นผลึกเหลว

¹ H.Zocher, Zeitschrift für Physik 28 (1927), 790.

² C.W.Oseen, Transactions Faraday Society 29 (1933), 883.

³ F.C.Frank, Discussions Faraday Society 25 (1958), 19.

จึงมีโครงสร้างที่ยืดหยุ่นได้ การเพี้ยน (DISTORTION) จากสถานะที่มีระเบียบอย่างสมบูรณ์นี้ทำให้เกิดพลังงานอิสระ (FREE ENERGY) เมื่อพลังงานอิสระมีค่าน้อยที่สุดสำหรับเงื่อนไขขอบเขต (BOUNDARY CONDITION) ที่ยอมรับ จะหาทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลที่จุดต่างๆได้

ที่จุด o ใดๆในผลึกเหลวสร้างระบบมือขวาคาร์ทีเซียนโคออร์ดิเนต x, y, z (RIGHT-HANDED CARTESIAN COORDINATE SYSTEM x, y, z) ให้ \hat{L} ซึ่งเป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยแทนทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุล \hat{L} จะขนานกับแกน z ที่ออริจิน (ORIGIN) o และจะเปลี่ยนแปลงอย่างช้าๆไปกับตำแหน่งอยู่ภายในบริเวณจุด o การเปลี่ยนรูปร่าง (DEFORMATION) ของผลึกเหลวแสดงโดยเวกเตอร์ประกอบของความโค้ง (COMPONENTS OF CURVATURE) ที่จุด o ดังนี้คือ

$$\left. \begin{array}{l} \text{"สเปลย์"} \quad (\text{SPLAY}) : s_1 = \frac{\partial L_x}{\partial x} \quad , \quad s_2 = \frac{\partial L_y}{\partial y} \\ \text{"ทวิสต์"} \quad (\text{TWIST}) : t_1 = -\frac{\partial L_y}{\partial x} \quad , \quad t_2 = \frac{\partial L_x}{\partial y} \\ \text{"เบนด์"} \quad (\text{BEND}) : b_1 = \frac{\partial L_x}{\partial z} \quad , \quad b_2 = \frac{\partial L_y}{\partial z} \end{array} \right\} \quad (2-1)$$

องค์ประกอบของ \hat{L} ในเทอมขององค์ประกอบของความโค้ง คือ

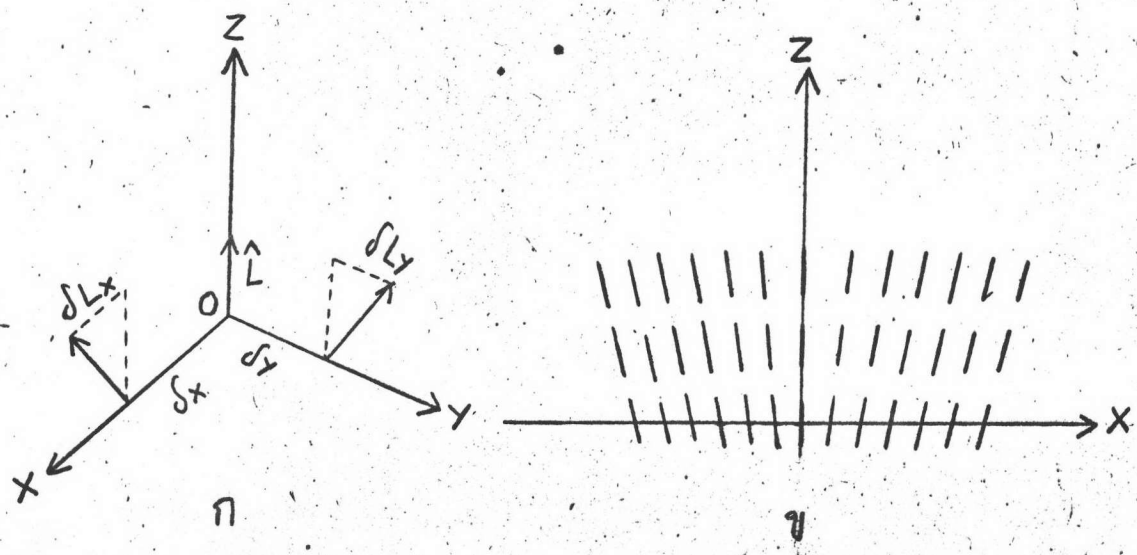
$$\left. \begin{array}{l} L_x = a_1 x + a_2 y + a_3 z \\ L_y = a_4 x + a_5 y + a_6 z \\ L_z = a_7 \end{array} \right\} \quad (2-2)$$

$$\text{จะเห็นได้ว่า } s_1 = a_1, t_1 = -a_4, b_1 = a_7, -t_2 = a_4, s_2 = a_2, b_2 = a_6 \quad (2-3)$$

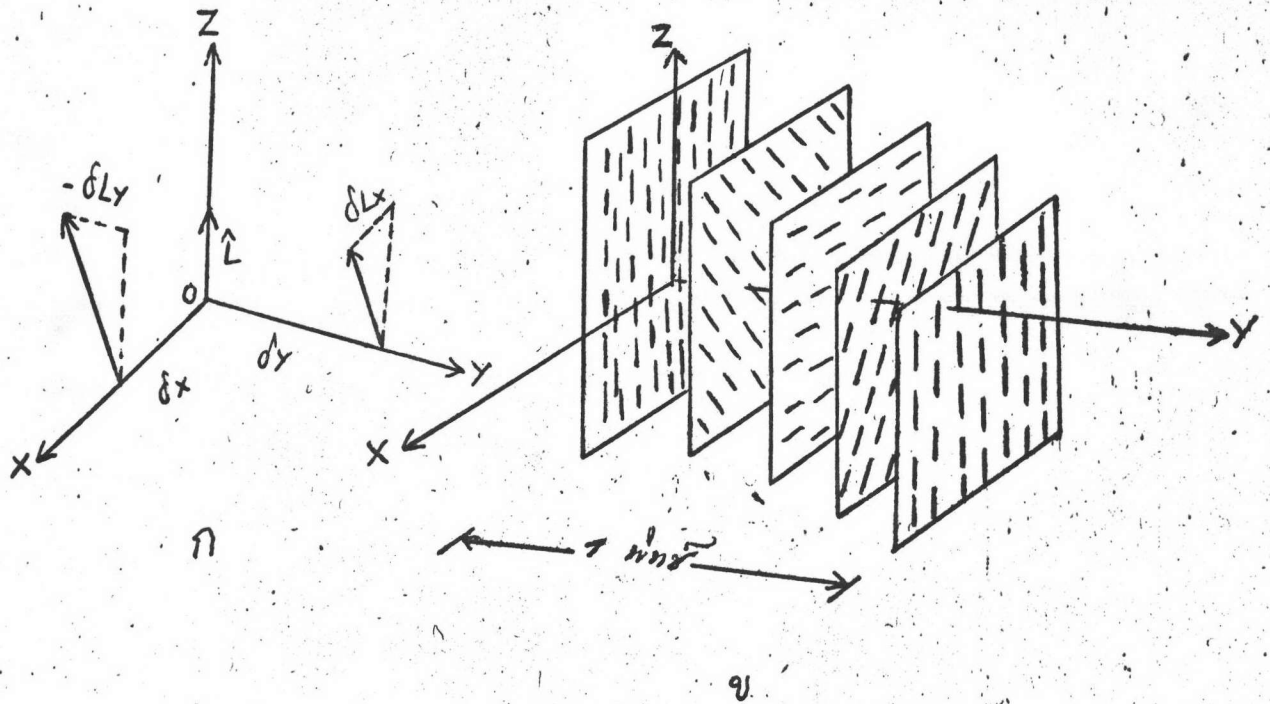
เพื่อที่จะให้เข้าใจความหมายของสเปลย์ สมมุติให้ค่า a ทั้งหมดเป็นศูนย์แต่ a_1 ไม่เป็นศูนย์เราจะได้ $L_x = a_1 x$ จะเห็นได้ว่าที่ออริจิน o L_x มีค่าเป็นศูนย์ทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลไปตามแกน z เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น L_x จะมีค่าเพิ่มขึ้นด้วย ทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลจะลู่ออก (DIVERGE) ดังแสดงในรูปที่ 2-1 ถ้า a_5 เท่านั้นที่ไม่เป็นศูนย์จะเกิดสเปลย์ในแนวแกน y ซึ่งมีลักษณะคล้ายๆกับที่แสดงในรูปที่ 2-1 นั้นเอง

สำหรับทวิศน์ถ้าให้ $L_x = a_y Y$ จะเห็นได้ว่าที่ $Y = 0$; $L_x = 0$ ดังนั้นที่จุดออริจิน 0 ทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลไปตามแกน z เมื่อ Y มีค่าเพิ่มขึ้น L_x จะมีค่าเพิ่มขึ้น ทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลซึ่งอยู่ในระนาบ xz จะบิดตัว (TWIST) จากแกน z เป็นมุมต่างๆรอบแกน Y จนกระทั่งกลับมาอยู่ตำแหน่งเดิมเมื่อมุมที่บิดไปเป็น 360 องศา รูปที่ 2-2 ในทำนองเดียวกันในกรณี $L_y = a_x X$ ทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลซึ่งอยู่ในระนาบ yz จะบิดจากแกน z รอบแกน x เป็นมุมต่างๆ เช่นเดียวกัน

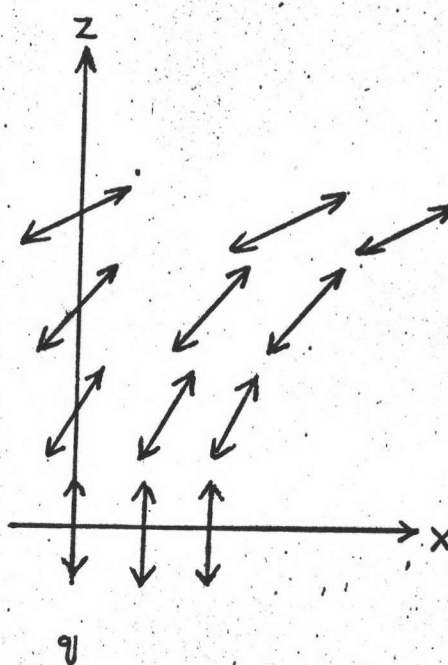
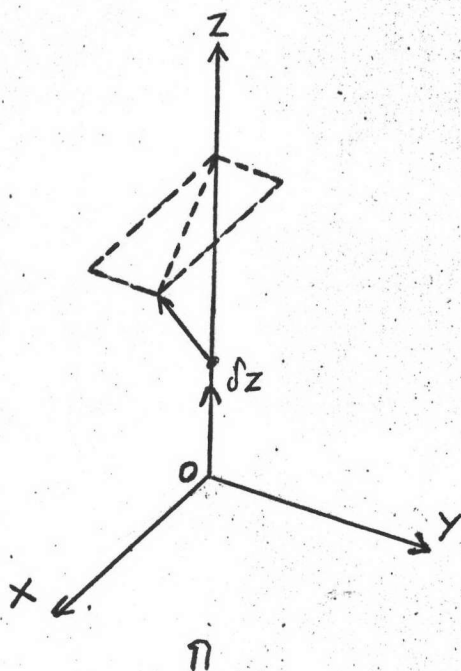
สำหรับเบนด์ถ้าให้ $L_x = a_z Z$ จะเห็นได้ว่าที่ $Z = 0$ $L_x = 0$ ดังนั้นที่จุดออริจิน 0 ทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลไปตามแกน z เมื่อ z เพิ่มขึ้น L_x มีค่าเพิ่มขึ้น ทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลจะโค้งเป็นไปตามรูปที่ 2-3 ในกรณี $L_y = a_z Z$ ก็แสดงได้แบบเดียวกัน



รูปที่ 2-1 แสดงองค์ประกอบของความโค้ง "สเปล์ย์" ก. ใ้ขนานกับแกน z ที่ออริจิน 0 เมื่อ x หรือ y มีค่าเพิ่มขึ้นทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลจะลู่ออก ข. แสดงทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลซึ่งลู่ออกในระนาบ xz



รูปที่ 2-2 แสดงองค์ประกอบของ ความโค้ง "ทวิสต์" ก. \hat{L} ชนากับแกน z ที่ออริจิน o เมื่อ x หรือ y มีค่าเพิ่มขึ้นทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลซึ่งอยู่ในระนาบ yz หรือระนาบ xz จะบิดจากตำแหน่งเดิมเป็นมุมต่างๆ
 ข. แสดงทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลซึ่งบิดรอบแกน y ในระนาบ xz



รูปที่ 2-3 แสดงองค์ประกอบของความโค้ง "เบนค์" ก. δz ขนานกับแกน z ที่อริจิน 0 เมื่อ z มีค่าเพิ่มขึ้นทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลจะโค้ง
 ข. แสดงทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลในระนาบ xz ซึ่งโค้ง

พลังงานอิสระของผลึกเหลว G ได้จากการรวบรวม (INTEGRATE) ความหนาแน่นของพลังงานอิสระ (FREE-ENERGY DENSITY) g

$$G = \int_V g dV \tag{2-4}$$

โดยที่ g อาจเขียนเป็นฟังก์ชันกำลังสอง (QUADRATIC FUNCTION) ขององค์ประกอบของความโค้ง

$$g = k_i a_i + \frac{1}{2} k_{ij} a_i a_j, \quad (i, j = 1 \dots 6, k_{ij} = k_{ji}) \tag{2-5}$$

ในกรณีนี้ k_i , k_{ij} คือความเครียดปมาณ (STRAIN MODULI) ซึ่งเป็นค่าคงที่สำหรับ

ผลิตภัณฑ์หนึ่งๆ เราอาจทราบข้อจำกัด (RESTRICTION) ของ k_i และ k_{ij} ต่างๆ ได้โดยอาศัยคุณสมบัติสมมาตร (SYMMETRY) ของโมเมนต์เฉื่อย ถ้าโมเมนต์เฉื่อยของผลิตภัณฑ์เป็นชนิดยูนิแอกเซียล (UNIAXIAL) กล่าวคือมีสมมาตรรอบแกนใดแกนหนึ่ง สำหรับโมเมนต์เฉื่อยที่ตั้งอยู่ที่อริจินแกนนั้นคือแกน z ในการสร้างทฤษฎีข้างบนเรามีสิทธิเลือกแกน x ในทิศทางใดก็ได้ที่ตัดกับแกน z ที่แกนนั้นตั้งฉากกับแกน z สำหรับการหมุนแกนรอบๆ แกน z แกนจะเปลี่ยนจาก x, y, z ไปเป็น $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ ในกรณีนี้ค่า a_i ที่เทียบกับแกนใหม่จะเปลี่ยนไปเป็น \bar{a}_i แต่ค่าพลังงานอิสระจะไม่เปลี่ยน แต่จากสมมาตรของโมเมนต์เฉื่อยค่า k_i และ k_{ij} ในแกนใหม่จะไม่เปลี่ยนด้วย ดังนั้นเราอาจเขียน g ในเทอมของแกนใหม่ได้เป็น

$$g = k_i \bar{a}_i + \frac{1}{2} k_{ij} \bar{a}_i \bar{a}_j \quad (2-6)$$

โดยอาศัยความจริงที่ว่า $g = \bar{g}$ จากการบิดแกนรอบแกน z ไป 90 และ 45 องศา เราอาจแสดงได้ว่าค่าบางค่าของ k_i และ k_{ij} เท่ากับศูนย์ จากความเกี่ยวข้องกับ k_i และ k_{ij} ต่างๆ เราอาจสรุปได้ว่า

$$F = \frac{1}{2} k_{11} (s_1 + s_2 - s_0)^2 + \frac{1}{2} k_{22} (t_1 + t_2 - q_0)^2 + \frac{1}{2} k_{33} (b_1^2 + b_2^2) + k_{12} (s_1 + s_2)(t_1 + t_2) - (k_{22} + k_{24})(s_1 s_2 + t_1 t_2), \quad (2-7)$$

$$\text{โดยที่ } F = g + \frac{1}{2} k_{11} s_0^2 + \frac{1}{2} k_{22} q_0^2 \quad (2-8)$$

$$\text{และ } s_0 = -\frac{k_1}{k_{11}}, \quad q_0 = -\frac{k_2}{k_{22}} \quad (2-9)$$

เนื่องจากว่า

$$\hat{L} \cdot \nabla \times \hat{L} = \frac{\partial L_y}{\partial x} - \frac{\partial L_x}{\partial y} = -(t_1 + t_2)$$

$$\nabla \cdot \hat{L} = \frac{\partial L_x}{\partial x} + \frac{\partial L_y}{\partial y} = (s_1 + s_2)$$

$$((\hat{L} \cdot \nabla) \hat{L})^2 = \left(\frac{\partial L_x}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial L_y}{\partial z} \right)^2 = (b_1^2 + b_2^2)$$

$$\nabla \hat{L} : \nabla \hat{L} = \left(\frac{\partial L_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial L_x}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial L_x}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial L_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial L_y}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial L_y}{\partial z} \right)^2 \\ + \left(\frac{\partial L_z}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial L_z}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial L_z}{\partial z} \right)^2$$

$$(\nabla \cdot \hat{L})^2 + (\nabla \times \hat{L})^2 - (\nabla \hat{L} : \nabla \hat{L}) = 2 \left(\frac{\partial L_x}{\partial x} \frac{\partial L_y}{\partial y} + \frac{\partial L_y}{\partial y} \frac{\partial L_z}{\partial z} + \frac{\partial L_z}{\partial z} \frac{\partial L_x}{\partial x} - \frac{\partial L_y}{\partial x} \frac{\partial L_x}{\partial y} \right. \\ \left. - \frac{\partial L_z}{\partial y} \frac{\partial L_y}{\partial z} - \frac{\partial L_x}{\partial z} \frac{\partial L_z}{\partial x} \right)$$

สมการที่(2-7) เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$F = \frac{1}{2} k_{11} (\nabla \cdot \hat{L} - s_0)^2 + \frac{1}{2} k_{22} (\hat{L} \cdot \nabla \times \hat{L} + q_0)^2 + \frac{1}{2} k_{33} ((\hat{L} \cdot \nabla) \hat{L})^2 - k_{12} (\nabla \cdot \hat{L}) (\hat{L} \cdot \nabla \times \hat{L}) \\ - \frac{1}{2} (k_{22} + k_{24}) ((\nabla \cdot \hat{L})^2 + (\nabla \times \hat{L})^2 - \nabla \hat{L} : \nabla \hat{L}) \quad (2-10)$$

นอกจากนี้ยังอาจพิสูจน์ได้ว่า ถ้าโมเลกุลไม่มีสภาพขั้วทางกายภาพ (PHYSICAL POLARITY) เราจะได้

$$k_1 = k_{12} = 0 \quad (2-11)$$

และถ้าโมเลกุลไม่มีอีนันติโอเมอร์ฟี (ENANTIOMORPHY) หมายความว่าโมเลกุลและภาพในกระจกเงา (MIRROR IMAGE) ของมันมีลักษณะแบบเดียวกันทุกประการ เราจะได้

$$k_2 = k_{12} = 0 \quad (2-12)$$

การจะนำสมการที่(2-10)มาใช้ต้องพิจารณาคำชนิดของผลึกเหลว โดยทั่วไปเราจะเก็บแต่ 3 เทอมแรกเนื่องจากเทอมหลังๆ มีค่าน้อยหรือไม่ค่อยสำคัญ ในบางกรณีอาจแสดงได้ว่า โดยทั่วไปสมการนี้อาจเขียนได้เป็น

$$F = \frac{1}{2} k_{11} (\nabla \cdot \hat{L} - s_0)^2 + \frac{1}{2} k_{22} (\hat{L} \cdot \nabla \times \hat{L} + q_0)^2 + \frac{1}{2} k_{33} (\hat{L} \cdot (\nabla \times \hat{L}))^2 \quad (2-13)$$

2.1.1 ผลึกเหลวชนิดสเมคติก (SMECTIC LIQUID CRYSTAL)

สำหรับผลึกเหลวชนิดนี้ความเครียดประมาณอื่นๆ น้อยมากเมื่อเทียบกับ k_{22} และ k_{33} ค่า F จากสมการที่(2-10) จะกลายเป็น

$$F = \frac{1}{2} k_{22} (\hat{L} \cdot \nabla \times \hat{L})^2 + \frac{1}{2} k_{33} ((\hat{L} \cdot \nabla) \hat{L})^2$$

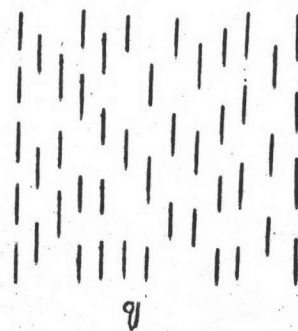
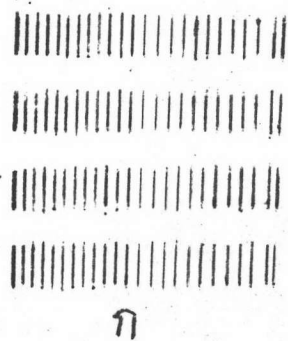
ในกรณีทั่วไปค่า F ที่น้อยที่สุดก็คือศูนย์ ดังนั้นเราจะได้ว่า

$$\hat{L} \cdot \nabla \times \hat{L} = 0 \quad (2-14ก)$$

$$(\hat{L} \cdot \nabla) \hat{L} = 0 \quad (2-14ข)$$

สมการที่ (2-14ข) แสดงว่าแกนของโมเลกุลพยายามที่จะต่อเรียงให้เป็นเส้นตรงอันเดียวกัน ส่วนสมการที่ (2-14ก) แสดงว่ากลุ่มของเส้นตรงเหล่านี้จะตั้งฉากกับกลุ่มของพื้นผิวซึ่งขนานกัน ควบเหตุนี้ ซี. คัมปลิว. โอซัน² จึงทำนายว่าโครงสร้างของผลึกเหลวแบบสเมคติกอาจประกอบด้วยโมเลกุลเรียงขนานกันเป็นชั้นๆ ดังแสดงในรูปที่ 2-4ก ซึ่งตรงกับที่ จี. ฟรีเกล⁴

(G. FRIEDEL) ได้จัดจำพวกของผลึกเหลวไว้



รูปที่ 2-4 แสดงทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุล ก. ของผลึกเหลวชนิดสเมคติก ข. ของผลึกเหลวชนิดนีมาติก

² C.W. Oseen, Transactions Faraday Society **29** (1933), 883.

⁴ G. Friedel, Annals of Physics (Paris) **18** (1922), 273.

2.1.2 ผลึกเหลวชนิดนีมาติก (NEMATIC LIQUID CRYSTAL)

สำหรับผลึกเหลวชนิดนีมาติกโมเลกุลไม่มีทั้งสภาพชี้ทางกายภาพและอีนานติโอมอร์ฟี

$s_0 = 0, q_0 = 0, k_{12} = 0$ ความเครียดขนาดที่ไม่เป็นศูนย์คือ k_{11}, k_{22}, k_{33} และ k_{24} k_{24} จะไม่มีบทบาทสำคัญในโครงสร้างพลาแนร์⁵ (PLANAR STRUCTURE) โครงสร้างของผลึกเหลวแบบนี้มาติคควรจะเป็นดังแสดงในรูปที่ 2-4 ข

2.1.3 ผลึกเหลวชนิดคอเลสเทอริก (CHOLESTERIC LIQUID CRYSTAL)

สำหรับผลึกเหลวชนิดนีมาติกโมเลกุลมีอีนานติโอมอร์ฟี k_2 จึงไม่เป็นศูนย์ ดังนั้น $q_0 = \frac{k_2}{k_{22}}$ จะไม่เป็นศูนย์เช่นกัน ในสถานะซึ่งมีพลังงานอิสระต่ำสุดจะมีการบิดตัว (TWIST)

ของโมเลกุล ในกรณีที่ไม่มีการรบกวนจากผิวขอบ (BOUNDARY) ของผลึกเหลว(หรือในกรณีที่ผลึกเหลวมีขนาดใหญ่มาก) มันจะมีแคทวิสต์อย่างเคียวโดยโมเลกุลจะเรียงตัวสม่ำเสมออยู่ในแต่ละระนาบซึ่งขนานกันและจะบิดตัวรอบแกนที่ตั้งฉากกับระนาบเหล่านั้น แกนนี้เรียกว่าแกนของการบิด (AXIS OF TWIST) หรือเรียกอีกชื่อว่าแกนของฮีลิค (HELICAL AXIS) เมื่อบิดไปได้คาบ (PERIOD) หนึ่งเรียกระยะนั้นว่า 1 พิตช์ (PITCH) ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{2\pi}{q_0}$ แต่เนื่องจาก \hat{L} และ $-\hat{L}$ ไม่มีความแตกต่างทางกายภาพ

ดังนั้นให้ระยะทาง 1 พิตช์ มีค่าเท่ากับ $\frac{\pi}{q_0}$ ได้จากรูปที่ 2-2 คำนี้นักได้โดยวิธีทางทัศนศาสตร์ (OPTICS)

004766

⁵ H. Zocher , Transactions Faraday Society 29 (1933), 945.

2.2 นีมาติกชลิเรนเทกซ์เจอร์

(NEMATIC SCHLIEREN TEXTURE)

ทฤษฎีความยืดหยุ่นของผลึกเหลวซึ่งกล่าวข้างต้น ได้รับความสำเร็จในการอธิบายปรากฏการณ์และคุณสมบัติหลายๆอย่างของผลึกเหลว ที่เห็นโคซิกก็คือการอธิบายโครงสร้างของนีมาติกชลิเรนเทกซ์เจอร์ ซึ่งจะกล่าวอย่างละเอียดข้างล่างนี้

2.2.1 ที่มาของนีมาติกชลิเรนเทกซ์เจอร์

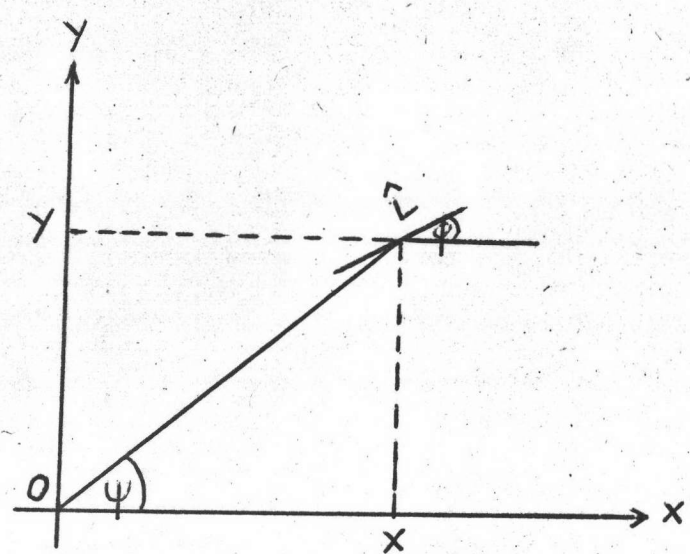
ชลิเรนเทกซ์เจอร์ซึ่งพบในผลึกเหลวชนิดนีมาติกและผลึกเหลวชนิดสเมคติก^{6,7} (SMECTIC C) เกิดขึ้นจากการเรียงตัวของโมเลกุลเป็นรูปแบบบางอย่าง บางบริเวณทิศทางการเรียงตัวจะเปลี่ยนซ้ำๆ แต่ในบางบริเวณทิศทางการเรียงตัวจะเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหันซึ่งทำให้เกิดแนวคิสอินไคลเนชัน (DISINCLINATION LINE) ลวดลายนี้จะพบเมื่อผลึกเหลวมีความหนาน้อยมากและเท่ากับตลอดกล่าวคือประมาณ 10 ไมครอน ในหัวข้อนี้จะกล่าวเฉพาะนีมาติกชลิเรนเทกซ์เจอร์ ทฤษฎีความยืดหยุ่นของผลึกเหลวนำมาอธิบายการเกิดนีมาติกชลิเรนเทกซ์เจอร์ได้ดังนี้

ถ้าเราให้แกน z เป็นแกนที่ตั้งฉากกับแนวราบของผลึกเหลว เราอาจอนุมานได้ว่าแกนของโมเลกุลของผลึกเหลวอยู่ในระนาบ xy ทั้งหมดยกเว้นบริเวณใกล้ๆแนวคิสอินไคลเนชัน สำหรับผลึกเหลวชนิดนีมาติก $s_0 = 0$, $q_0 = 0$ และ $k_{12} = 0$ ให้ $k_{11} = k_{33}$ และให้ ϕ เป็นมุมของ \hat{L} ซึ่งทำกับแกน x จะได้ว่า $L_x = \cos\phi(x,y)$, $L_y = \sin\phi(x,y)$ รูปที่ 2-5 แทนค่าลงในสมการที่ (2-13) เราจะได้

⁶ H.Sackmann and D.Demus, Molecular Crystals and Liquid Crystals **2** (1966), 81.

⁷ P.G.de Gennes, Molecular Crystals and Liquid Crystals **21** (1973), 49.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (2-15)$$



รูปที่ 2-5 \hat{z} อยู่ในระนาบ xy ทำมุม ϕ กับแกน x

โดยการเปลี่ยนสมการข้างบนจากเรขาคณิต (RECTANGULAR COORDINATE) (x, y, z) ไปเป็นไซลินดริคัล โคออร์ดิเนต (CYLINDRICAL COORDINATE) (ρ, ψ, z) คำตอบ (SOLUTION) ของสมการที่ (2-15) ซึ่งไม่ขึ้นกับ ρ เขียนได้เป็น

$$\phi = \frac{1}{2} n \psi + \phi_0 \quad \text{โดยที่} \quad \tan \psi = \frac{y}{x} \quad (2-16)$$

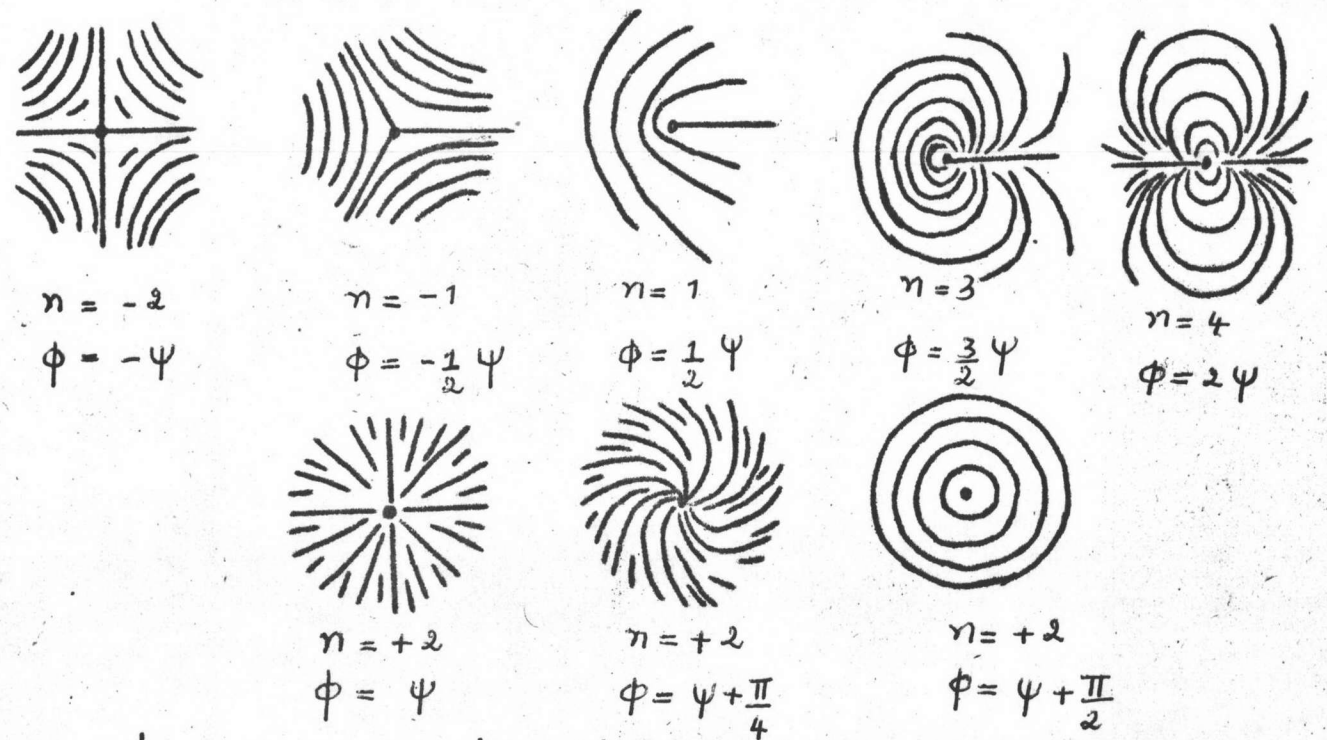
n เป็นเลขเต็มหน่วย (INTEGER) และ ϕ_0 เป็นค่าคงที่ จากค่า ϕ พบว่าโมเลกุลมีการเปลี่ยนแปลงทิศทางอย่างกระตั้นที่จุดกลาง หมายถึงมีซิงกูลาริตี (SINGULARITY) อยู่ที่จุดกลางของระบบโคออร์ดิเนต

คิสอนโคลเนชันสำหรับค่า n ต่างๆแสดงไว้ในรูปที่ 2-6 พบว่าสำหรับ $n = +2$ ϕ_0 มีค่าเปลี่ยนไปจะได้คิสอนโคลเนชันรูปร่างเปลี่ยนไม่เหมือนกันเลย โดยทั่วไปถ้า $k_{11} \neq k_{33}$ รูปร่างของคิสอนโคลเนชันจะเปลี่ยนไปเพียงเล็กน้อย เช่น สำหรับ $n = -2$ หรือ $n = -1$ ถ้า k_{33} มากกว่า k_{11} ความโค้งจะโค้งมากขึ้นตรงกันข้ามถ้า k_{33} น้อยกว่า k_{11} ความโค้งจะโค้งน้อยลง

จากสมการที่ (2-16) เราอาจแทนค่า $\frac{n}{2}$ ด้วย s สมการที่ (2-16) จะกลายเป็น

$$\phi = s\psi + \phi_0 \tag{2-17}$$

ในที่นี้ s จะมีค่าเป็นเลขเต็มหน่วยหรือครึ่งหนึ่งของเลขเต็มหน่วยเท่านั้น

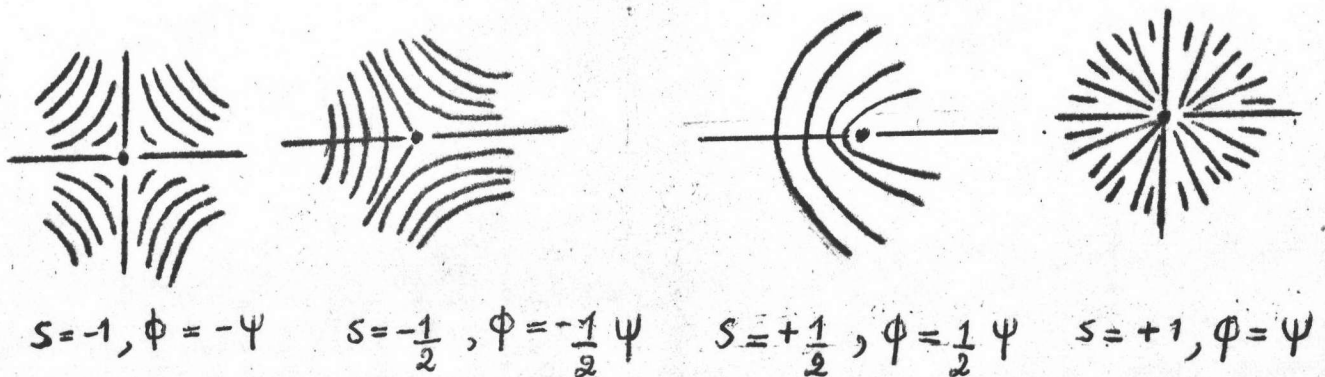


รูปที่ 2-6 แสดงคิสอนโคลเนชันสำหรับค่า n ต่างๆที่ไม่เท่ากับ $+2$ เมื่อ $\phi_0 = 0$ และสำหรับค่า n เท่ากับ $+2$ เมื่อ $\phi_0 = 0, \frac{\pi}{4}$ และ $\frac{\pi}{2}$

2.2.2 นิมิตกชลิเรนเทกซ์เจอร์ที่สังเกตพบโดยครอสโพลาไรซ์ (CROSS POLAROID)

เมื่อแสงโพลาไรซ์ผ่านผลึกเหลวชนิดนีมาติกและครอสโพลาไรซ์ ชลิเรนเทกซ์เจอร์ที่ปรากฏไม่ได้เป็นดังรูปที่ 2-6 แต่เห็นเป็นแถบมืดเรียกว่า แฉก (BRUSH) แฉกนี้เป็นบริเวณที่ทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลขนานหรือตั้งฉากกับระนาบของโพลาไรเซชัน (POLARIZATION) ของแสงที่มาจากโพลาไรเซอร์ เข้ามายังตัวอย่างของผลึกเหลวชนิดนีมาติก ในกรณีนี้โพลาไรเซชันของแสงซึ่งผ่านผลึกเหลวออกมาจะไม่เปลี่ยนทิศ แสงผ่านแอนนาไลเซอร์ (ANALYZER) ออกมาได้จึงเห็นเป็นแถบมืด ส่วนบริเวณอื่นที่สว่างแสดงว่าทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลไม่ขนานหรือไม่ตั้งฉากกับระนาบของโพลาไรเซชันของแสงเลย ดังนั้นแต่ละชั้นของคิสดินโคไลเนชันในรูปที่ 2-6 ชลิเรนเทกซ์เจอร์ที่พบจะมีแฉกจำนวนต่างๆ กันดังแสดงในรูปที่ 2-7

↑ ↓ ทิศของระนาบของโพลาไรเซชันของแสง



รูปที่ 2-7 แสดงชลิเรนเทกซ์เจอร์ของผลึกเหลวชนิดนีมาติกที่มี 2 และ 4 แฉก

แฉกจะเริ่มจากจุดๆหนึ่งซึ่งเป็นซิงกูลาริตีเส้น (LINE SINGULARITY) ตั้งฉากกับระนาบของผลึกเหลว เนื่องจากเราเห็นซิงกูลาริตีเส้นเป็นจุดจึงเรียกว่าจุดซิงกูลาริตี (POINT SINGULARITY) เมื่อโพลาริเซอร์และแอนนาไลเซอร์ที่ครอสกันอยู่หมุนไปด้วยกัน แฉกจะหมุนตามไปด้วยแสดงว่ามีการเปลี่ยนแปลงอย่างต่อเนื่องของทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลในระนาบ แต่จุดซิงกูลาริตีไม่เปลี่ยนตำแหน่งไปไหนเลย และจะยังแลเห็นเป็นจุดถึงแม้ว่าจะมองด้วยแสงธรรมชาติ ซึ่งเป็นลักษณะของบริเวณที่ทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลเปลี่ยนแปลงอย่างกระทันหัน ซิงกูลาริตีที่พบแบ่งออกเป็นซิงกูลาริตี 4 แฉก กับซิงกูลาริตี 2 แฉก แบบแรกแฉกจะหมุนด้วยความเร็วเท่ากับโพลาริเซอร์ แต่แบบหลังซิงกูลาริตีจะหมุนด้วยความเร็วเป็น 2 เท่าของโพลาริเซอร์⁸

ชนิดของซิงกูลาริตีเฉพาะเจาะจงลงไปอีกโดยแสดงด้วยค่าของ s โดยที่

$$|s| = \frac{\text{จำนวนของแฉก}}{4}$$

| | | | |
|-----------------------|-----------------------|---------------|---|
| อย่างเช่นในรูปที่ 2-7 | $s = \pm 1$ | จำนวนของแฉก = | 4 |
| | $s = \pm \frac{1}{2}$ | จำนวนของแฉก = | 2 |

เครื่องหมาย+ หมายถึงชนิดของซิงกูลาริตีซึ่งมีแฉกที่หมุนในทิศเกี่ยวกับการหมุนของโพลาริเซอร์ และเครื่องหมาย- หมายถึงชนิดของซิงกูลาริตีซึ่งมีแฉกที่หมุนในทิศตรงข้ามกับการหมุนของโพลาริเซอร์ ที่สังเกตพบคือ s มีค่าเท่ากับ $\pm \frac{1}{2}$ และ ± 1 ซิงกูลาริตีเครื่องหมายเหมือนกัน

จะผลึกกันถ้าเครื่องหมายต่างกันจะถูกกันและรวมกัน บางที่หายไปเลยถ้าผลรวมของ s เป็นศูนย์หรือกลายเป็นซิงกูลาริตีอันใหม่ซึ่ง s มีค่าเท่ากับผลรวมของ s เดิมของแต่ละซิงกูลาริตี ผลรวมของ s ของซิงกูลาริตีทั้งหมดในสารเป็นศูนย์

⁸ J. Nehring and A. Saupe, Journal of Chemical Society 56 (1972), 1.

2.3 เทกซ์เจอร์ของคอเลสเทอริก (CHOLESTERIC TEXTURE)

2.3.1 เทกซ์เจอร์ลายพิมพ์นิ้วมือ (FINGER-PRINT TEXTURE)

เมื่อระนาบของผลึกเหลวชนิดคอเลสเทอริกตั้งฉากกับแผ่นแก้วคู่ขนาน แกนของอีลิคจะมีทิศทางคงที่ขนานกับแผ่นแก้วคู่ขนาน ถ้าพิชมีค่ามากพอสมควรแค่น้อยกว่าความหนาของผลึกเหลว ที่อุณหภูมิใกล้จุดเปลี่ยนสถานะเมโซมอร์ฟิก-ไอโซโทรปิกจะได้เทกซ์เจอร์ลายพิมพ์นิ้วมือ ซึ่งเป็นอนุกรม (SERIES) ของเส้นมืดเส้นสว่างสังเกตเห็นเป็นริ้ว^{9,10} (STRIPE) ในการศึกษาเทกซ์เจอร์แบบนี้เราต้องผสมผลึกเหลวชนิดนี้มาติดกับอนุพันธ์ (DERIVATIVE) ของคอเลสเทอรอล (CHOLESTEROL) เช่น Cholesteryl propionate, Cholesteryl acetate และ Cholesteryl nonanoate เป็นต้น ร้อยละโดยน้ำหนักของอนุพันธ์ของคอเลสเทอรอลต่อน้อยมากมีค่าประมาณ 1 จึงจะทำให้พิชมีขนาดใหญ่พอทำให้เกิดเทกซ์เจอร์ลายพิมพ์นิ้วมือซึ่งแลเห็นได้ควยกล้องจุลทัศน์ที่มีกำลังขยาย 200 เท่า ถ้าใส่ตัวทำละลาย (SOLVENT) เล็กน้อยลงในของผสมนี้มาติด-คอเลสเทอริก ของผสมนี้จะกลายเป็นของเหลวแบบไอโซโทรปิก เทกซ์เจอร์ของผลึกเหลวชนิดคอเลสเทอริกที่ค่อยๆ เกิดขึ้นมาจากไอโซโทรปิกเมื่อตัวทำละลายระเหยไปเกือบหมด จะเป็นเทกซ์เจอร์ลายพิมพ์นิ้วมือเช่นกัน ลักษณะต่างๆ เหมือนกันกับแบบแรกต่างกันตรงที่ให้เทกซ์เจอร์ชัดเจนกว่าเมื่อไม่ได้ใส่ตัวทำละลาย

⁹ I. Rault and P.E. Cladis, Molecular Crystals and Liquid Crystals

15 (1971), 1.

¹⁰ P.E. Cladis and M. Kléman, Molecular Crystals and Liquid Crystals

16 (1972), 1.

2.3.2 แบบจำลองอย่างง่าย

เพื่ออธิบายการเกิดเทกซ์เจอร์ลายพิมพ์นิ้วมือ เราสมมุติให้ผลึกเหลวชนิดคอลเลสเตอริก ถูกบรรจุอยู่ระหว่างแผ่นแก้วขนาน ให้แกนของอิลิกมีทิศทางขนานกับแผ่นแก้วและสร้างเงื่อนไขขอบเขตโดยให้โมเลกุลติดแน่น (STRONG ANCHORING) ขนานกับผิวของแผ่นแก้ว จากสมการที่ (2-18) สมการของความหนาแน่นของพลังงานอิสระเขียนได้เป็น

$$F = \frac{1}{2} \left[k_{11} (\nabla \cdot \hat{L})^2 + k_{22} (\hat{L} \cdot \nabla \times \hat{L} + q_0)^2 + k_{33} (\hat{L} \times (\nabla \times \hat{L}))^2 \right] \quad (2-18)$$

ให้ $p(x, z)$ เป็นพิทซ์ที่เปลี่ยนแปลงได้และเป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง

$$p(x, z) = \frac{2\pi}{q(x, z)} \quad \text{และ} \quad \int_{-\frac{p_0}{2}}^{\frac{p_0}{2}} xq(x, z) dx = 2\pi \quad (2-19)$$

p_0 คือพิทซ์ที่ได้จากการวัดระยะระหว่างเส้นมืดเส้นสว่าง

θ เป็นมุมอยู่ระหว่าง \hat{L} และระนาบ xy จากรูปที่ 2-8

$$\left. \begin{aligned} \theta &= xq(x, z) \\ L_x &= 0 \\ L_y &= \cos xq(x, z) \\ L_z &= \sin xq(x, z) \end{aligned} \right\} \quad (2-20)$$

จากสมการที่ (2-20) จะได้ว่า

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \hat{L} &= x \frac{\partial q}{\partial z} \cos xq \\ \hat{L} \cdot \nabla \times \hat{L} &= -(q + x \frac{\partial q}{\partial x}) \\ \hat{L} \times (\nabla \times \hat{L}) &= \hat{j} \left(x \frac{\partial q}{\partial z} \sin^2 xq \right) - \hat{k} \left(x \frac{\partial q}{\partial z} \sin xq \cos xq \right) \end{aligned} \right\} \quad (2-21)$$

สมมุติให้ $k_{11} = k_{22} = k_{33} = k$ และแทน q_0 ในสมการ (2-18) ด้วย q_{00} โดยที่ $q_{00} = \frac{2\pi}{q_{00}}$ เป็นพิทช์เมื่อสมดุล (EQUILIBRIUM PITCH) สมการที่ (2-18) จะกลายเป็น

$$F = \frac{1}{2} k \left[(\nabla \cdot \hat{L})^2 + (\hat{L} \cdot \nabla \times \hat{L} + q_{00})^2 + (\hat{L} \times (\nabla \times \hat{L}))^2 \right] \quad (2-22)$$

แทนสมการที่ (2-21) ลงในสมการที่ (2-22) จะได้

$$F = \frac{1}{2} k \left[x^2 \left(\frac{\partial q}{\partial z} \right)^2 + \left(q_{00} - q - x \frac{\partial q}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (2-23)$$

k เรียกว่าค่าคงที่ความยืดหยุ่นของไอโซโทรปิก (ISOTROPIC ELASTIC CONSTANT) มิติโมดูลสมการที่ (2-23) เทียบกับ $q(x, z) - q_{00} = q'$

$$\therefore F = \frac{k}{2} \left[x^2 \left(\frac{\partial q'}{\partial z} \right)^2 + \left(q' + x \frac{\partial q'}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (2-24)$$

ให้ E เป็นพลังงานอิสระทั้งหมด

$$E = \iiint \frac{k}{2} \left[x^2 \left(\frac{\partial q'}{\partial z} \right)^2 + \left(q' + x \frac{\partial q'}{\partial x} \right)^2 \right] dx dy dz \quad (2-25)$$

เมื่อ q' เปลี่ยนไปเป็น $q' + \delta q'$ E จะเปลี่ยนไปเป็น $E + \delta E$ เราจะได้

$$\delta E = \iiint k \left\{ x^2 \left(\frac{\partial q'}{\partial z} \right) \frac{\partial}{\partial z} \delta q' + \left(q' + x \frac{\partial q'}{\partial x} \right) \left(\delta q' + x \frac{\partial \delta q'}{\partial x} \right) \right\} dx dy dz \quad (2-26)$$

ถ้าเราให้ $\delta q'$ มีค่าเป็นศูนย์ที่ขอบเขตของผลึกเหลวเราจะได้

$$\iiint x^2 \frac{\partial q'}{\partial z} \frac{\partial}{\partial z} \delta q' dx dy dz = - \iiint x^2 \frac{\partial^2 q'}{\partial z^2} \delta q' dx dy dz \quad (2-27)$$

$$\begin{aligned} \iiint \left(q' + x \frac{\partial q'}{\partial x} \right) \left(\delta q' + x \frac{\partial \delta q'}{\partial x} \right) dx dy dz \\ = - \iiint \delta q' x^2 \frac{\partial^2 q'}{\partial x^2} dx dy dz - 2 \iiint \delta q' x \frac{\partial q'}{\partial x} dx dy dz \end{aligned}$$

(2-27)

แทนสมการที่(2-27) ลงในสมการที่(2-26) จะได้

$$\begin{aligned} \delta E &= -K \iiint x^2 \frac{\partial^2 q'}{\partial x^2} \delta q' dx dy dz - 2K \iiint x \frac{\partial q'}{\partial x} \delta q' dx dy dz \\ &= 0 \iiint \left(x^2 \frac{\partial^2 q'}{\partial z^2} \delta q' \right) dx dy dz \end{aligned}$$

$$\therefore x^2 \frac{\partial^2 q'}{\partial z^2} + x^2 \frac{\partial^2 q'}{\partial x^2} + 2x \frac{\partial q'}{\partial x} = 0 \quad (2-28)$$

หาค่าตอบของสมการที่(2-28) โดยให้ $q' = P(x)Q(z)$ แทนค่า q' ลงในสมการที่(2-28) จะได้

$$\frac{1}{Q} \frac{\partial^2 Q}{\partial z^2} = -\frac{1}{P} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{2}{x} \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial x} = m^2, \quad m \text{ เป็นค่าคงที่}$$

$$\therefore Q(z) = c_1 \cosh mz$$

$$\text{และ } P(x) = c_2 \sin(mx + \nu)$$

โดยที่ ν เป็นค่าคงที่ที่เราอาจเขียนได้ว่า

$$q'_m = A \cosh mz \sin(mx + y) \quad (2-29)$$

ในสมการที่(2-29) m เป็นค่าคงที่ใดๆ อาจสังเกตได้ว่า q' คือค่า q ซึ่งแตกต่างออกมาจาก q_{∞} ความแตกต่างนี้จะต้องมีคาบ (PERIOD) คล้ายๆกับพิทช์ ดังนั้นเราสามารถแสดงได้ว่า m จะต้องเป็นเลขเต็มหน่วย และจากข้อแม้ที่ว่า $q' = 0$ ที่ $x = 0$ เราได้ $y = 0$ สุดท้ายเราสามารถเขียน q' โดยทั่วๆไปได้เป็น

$$q' = \frac{1}{x} \sum_m A_m \cosh mz \sin mx + c$$

เราอาจเขียน c เป็น $q_0 - q_{\infty}$ โดยที่ $\theta = qx$ เราได้

$$\theta = qx = q_0 x + \sum_m A_m \cosh mz \sin mx = \theta_0 + \delta\theta \quad (2-30)$$

หาค่าของ m ได้จากเงื่อนไขที่ว่า

$$\delta\theta(x, z) = \delta\theta\left(x + \frac{p_0}{2}, z\right) \quad (2-31)$$

จากสมการที่(2-30) ได้

$$\delta\theta(x, z) = \sum_m A_m \cosh mz \sin mx$$

$$\therefore \delta\theta\left(x + \frac{p_0}{2}, z\right) = \sum_m A_m \cosh mz \sin m\left(x + \frac{p_0}{2}\right)$$

จากสมการที่ (2-31) จะได้ว่า

$$\sum_m A_m \cosh mz \sin mx = \sum_m A_m \cosh mz \sin m(x + \frac{p_0}{2})$$

$$= \sum_m A_m \cosh mz \sin (mx + \frac{mp_0}{2})$$

$$\therefore \frac{mp_0}{2} = 2n\pi$$

$$m = \frac{4n\pi}{p_0}$$

$$\text{แต่ } q_0 = \frac{2\pi}{p_0}$$

$$\therefore m = 2nq_0 \quad (2-32)$$

แทนสมการที่ (2-32) ลงในสมการที่ (2-30) จะได้

$$\theta = q_0 x + \sum_n A_n \cosh 2nq_0 z \sin 2nq_0 x \quad ; (2-33)$$

$$-\frac{p_0}{4} < x < \frac{p_0}{4} \quad -\frac{d}{2} < z < \frac{d}{2}$$

A_n หาได้จากเงื่อนไขคั่นเจนต์ (TANGENTIAL CONDITION)

$$\theta(x, \pm \frac{d}{2}) = 0 \quad (2-34)$$

แทนสมการที่(2-34) ลงในสมการที่(2-33) จะได้

$$-q_0 x + \sum_n A_n \cosh 2nq_0 \frac{d}{2} \sin 2nq_0 x = 0$$

$$\sum_n A_n \cosh nq_0 d \sin 2nq_0 x = -q_0 x$$

ทำอนุกรมฟูริเยร์ ซาย (FOURIER SINE SERIES) ของ $-\frac{p_0}{4} < x < \frac{p_0}{4}$

$$\sum_n A_n \cosh nq_0 d \int_{-\frac{p_0}{4}}^{\frac{p_0}{4}} \sin 2nq_0 x \sin 2mq_0 x dx = -q_0 \int_{-\frac{p_0}{4}}^{\frac{p_0}{4}} x \sin 2mq_0 x dx \quad (2-35)$$

$$\therefore \int_{-\frac{p_0}{4}}^{\frac{p_0}{4}} \sin 2nq_0 x \sin 2mq_0 x dx = 0$$

$$\text{และ} \int_{-\frac{p_0}{4}}^{\frac{p_0}{4}} \sin^2 2nq_0 x dx = \frac{p_0}{4}$$

$$\therefore \int_{-\frac{p_0}{4}}^{\frac{p_0}{4}} \sin 2nq_0 x \sin 2mq_0 x dx = \frac{p_0}{4} \delta_{nm} \quad (2-36)$$

$$\text{และ} \therefore \int_{-\frac{p_0}{4}}^{\frac{p_0}{4}} x \sin 2mq_0 x dx = -\frac{p_0}{4mq_0} (-1)^m \quad (2-37)$$

แทนสมการที่(2-36) และสมการที่(2-37) ลงในสมการที่(2-35) จะได้

$$\sum_n A_n \cosh nq_0 d \frac{p_0}{4} \delta_{nm} = -q_0 \left(\frac{-p_0}{4mq_0} \right) (-1)^m$$

$$A_n \cosh nq_0 \frac{d p_0}{4} = \frac{p_0 (-1)^n}{4^n}$$

$$A_n = \frac{(-1)^n}{n \cosh nq_0 d} \quad (2-38)$$

แทนสมการที่(2-38) ลงในสมการที่(2-33) จะได้

$$\theta = q_0 x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cosh 2nq_0 z \sin 2nq_0 x}{n \cosh nq_0 d} \quad (2-39)$$

$$\text{ที่ } z=0, \theta = q_0 x + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin 2nq_0 x}{\cosh nq_0 d}$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin 2nq_0 x}{\cosh nq_0 d} = -\frac{\sin 2q_0 x}{\cosh q_0 d} + \frac{\sin 4q_0 x}{\cosh 2q_0 d} - \frac{\sin 6q_0 x}{\cosh 3q_0 d} + \dots$$

$$\text{และ } \therefore q_0 p_0 = 2\pi \text{ แต่ } d > p_0$$

$$\therefore q_0 d > 2\pi$$

$\therefore \cosh q_0 d$ มีค่ามาก

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin 2nq_0 x}{\cosh nq_0 d}$ มีค่าน้อยมากตัดทิ้งได้

\therefore ที่ $z=0, \theta = q_0 x$ หมายความว่าเมื่อ x เปลี่ยน θ จะเปลี่ยนตามอย่างเชิงเส้น

(LINEARLY) กับ x

สำหรับค่าต่างๆของ x และ z ยกเว้น $z = \pm \frac{d}{2}$ อนุกรมในสมการ(2-39) จะมีค่าไม่เกิน

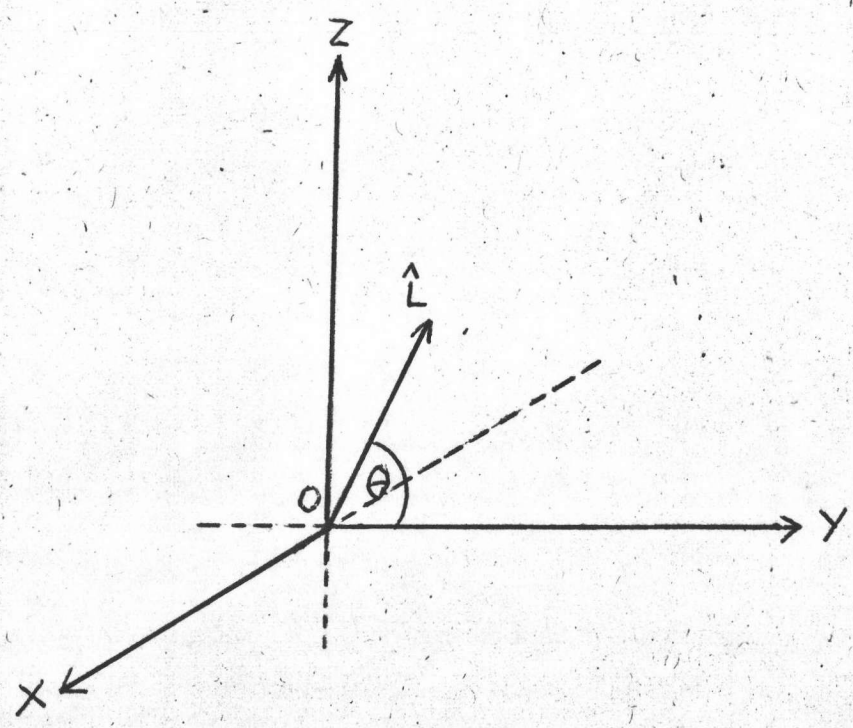
$\sum_n \left(\frac{1}{n}\right)^{\exp 2|q_0| \left(|z| - \frac{d}{2}\right) n}$ ซึ่งเป็นค่าที่รู้เข้ากล่าวคือไม่เป็นอนันต์

ที่ z ค่าต่างๆยกเว้น $z = \pm \frac{d}{2}$, θ จะเปลี่ยนตาม x แต่จะช้าและเร็วต่างกัน

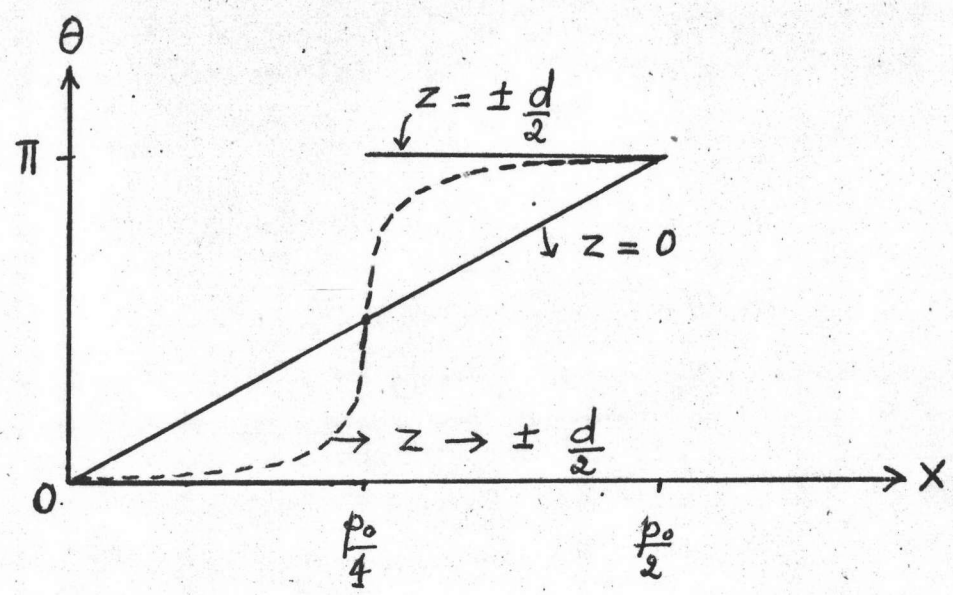
ที่ z ใกล้ขอบเขตของสาร θ จะเปลี่ยนตาม x อย่างช้าๆ แต่จะมีค่าเปลี่ยนแปลงไป π อย่างรวดเร็วที่ใกล้ๆจุด $x = \frac{d_0}{4}$ ที่จุดศูนย์กลางของสารคือ $z = 0$ θ จะเปลี่ยน

สม่ำเสมอตาม x ที่จุด $x = \frac{d_0}{4}$ โมเลกุลจะตั้งขึ้น(ตั้งฉากกับแผ่นแก้ว)สำหรับทุกค่าของ z

นอกจากที่ $z = \pm \frac{d}{2}$ การเปลี่ยนแปลงของ θ แสดงอยู่ในรูปที่ 2-9



รูปที่ 2-8 แสดงทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุล \hat{L} ซึ่งทำมุม θ กับระนาบ xy

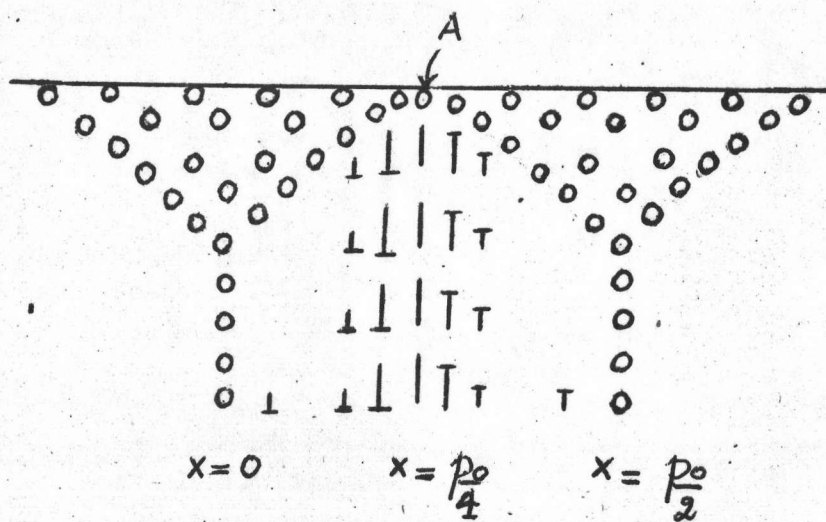


รูปที่ 2-9 แสดงการเปลี่ยนของ θ เมื่อ x เปลี่ยนสำหรับค่า $z = 0, z \rightarrow \pm \frac{d}{2}$,
 และ $z = \pm \frac{d}{2}$

รูปที่ 2-10 แสดงถึงทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลในแนวข้าง จะเห็นว่าที่
 $x = \frac{p_0}{4}$ โมเลกุลตั้งขึ้นทั้งหมดนอกจากที่ $z = \pm \frac{d}{2}$ ตั้งกล่าวแล้ว ที่ $|z| \approx \frac{d}{2}$

โมเลกุลจะเกือบนอนทั้งหมดแต่จะบิดตัวไป π อย่างรวดเร็วที่ $x = \frac{p_0}{4}$ การเรียงตัว
 ของโมเลกุลแบบนี้ทำให้เกิดคลื่นไซน์ขึ้นแบบ X^{11} ที่จุด A ซึ่งถ้ามองมาจากข้างบน
 โดยใช้กล้องจุลทรรศน์จะเห็นวรัวรอยเป็นทาง ดังจะกล่าวโดยละเอียดต่อไป

¹¹J.Friedel and M.Kleman, Fundamental Aspects of Dislocation Theory (National Bureau of Standard (U.S.), Special Publications No.317, 1970) 1 , pp. 607-636.



รูปที่ 2-10 แสดง χ คิสอินโคลเนชันอยู่ตรงบริเวณที่ทิศทางการเรียงตัวของโมเลกุลตั้งฉากกับระนาบของสาร