



บทที่ ๒

บทบทวนงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Gray and Manning (2) ให้ความหมายของคำว่าบิณ (Bin), บังเกอร์ (Bunker) และไซโล (Silo) เป็นโครงสร้างที่ใช้เก็บวัสดุเมล็ด (Granular materials) ซึ่งถูกยกขึ้นเหนือพื้นดิน โครงสร้างเหล่านี้อาจจะมีรูปแปลนเป็นรูปสี่เหลี่ยมหรือวงกลมและอาจจะมีอันเดียวหรือหลายอันเรียงต่อกัน (ดูรูปที่ ๒.๑) โครงสร้างแบบนี้แบ่งออกเป็นสองแบบคือแบบตื้น (shallow) เรียกว่าบิณหรือบังเกอร์ และแบบลึก (deep) เรียกว่าไซโล การที่จะแยกว่าโครงสร้างนั้นเป็นแบบใดแบบหนึ่งก็โดยการใช้ระนาบที่เรียกว่า Plane of Rupture ซึ่งเป็นระนาบที่แยกมวลบรรจุออกเป็นลิ้ม (Wedge) ที่ทำให้เกิดหน่วยแรงดันด้านข้างมากที่สุด (Maximum Lateral Pressure) กระทำต่อผนังด้านหนึ่ง ถ้าระนาบนี้ตัดกับผิวบนของมวลบรรจุก็จะเรียกโครงสร้างนั้นว่าบังเกอร์หรือบิณ แต่ถ้าระนาบไปตัดกับผนังอีกด้านหนึ่งก็จะเรียกโครงสร้างนั้นว่าไซโล

การคำนวณหาหน่วยแรงดันด้านข้างของมวลบรรจุที่กระทำต่อผนังบังเกอร์หรือบิณ Gray ใช้วิธีของ Rankine ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้กันทั่วไปสำหรับการหาหน่วยแรงดันด้านข้างของดินที่กระทำต่อกำแพงกันดิน (Retaining Wall) สูตรของ Rankine ที่ใช้ก็คือ

$$p = \gamma h \cos \beta \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}} \quad (๒.๑)$$

เมื่อ  $\gamma$  = ความหนาแน่นของมวลบรรจุ

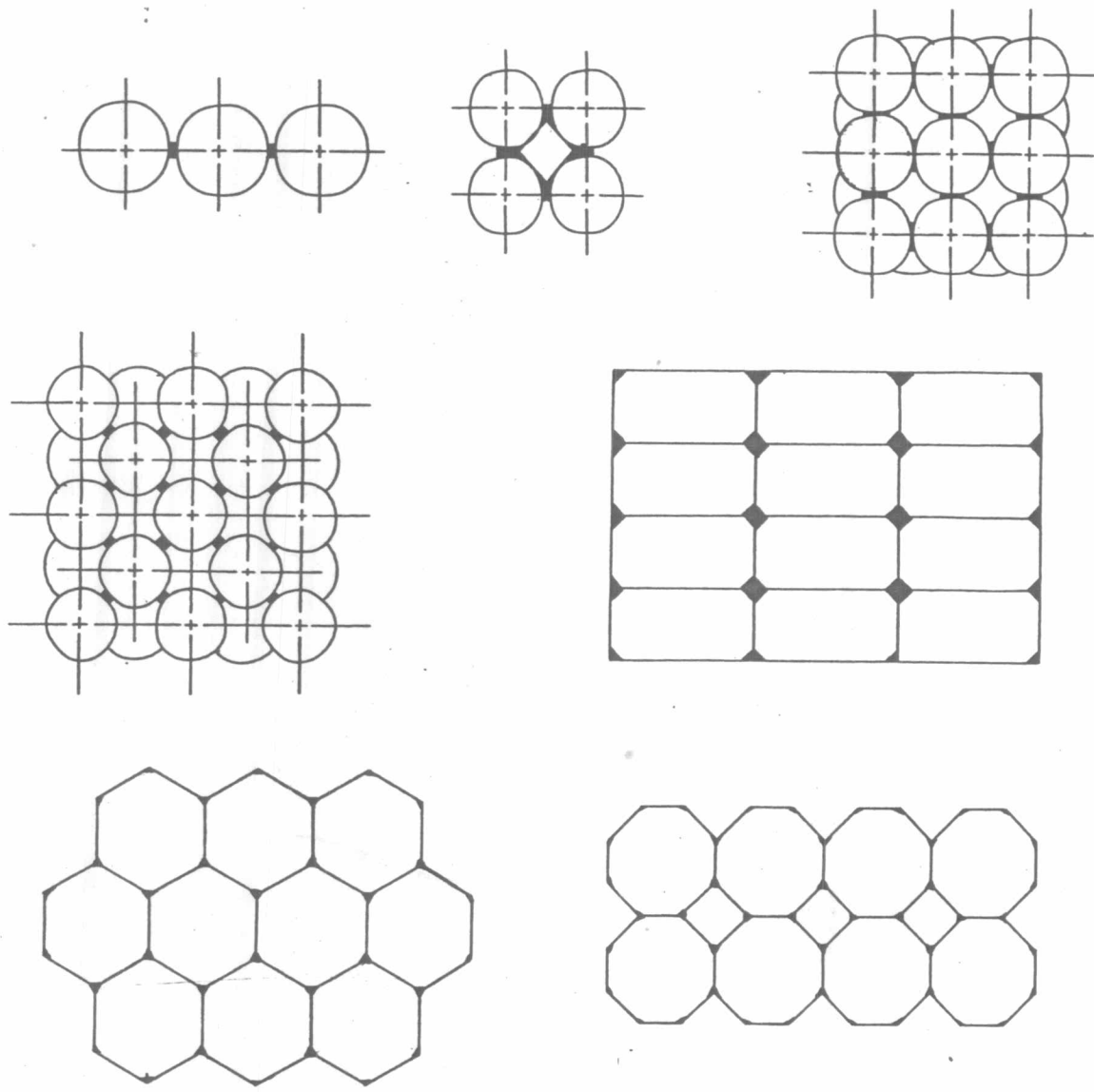
$h$  = ความลึกจากผิวบนของมวลบรรจุมายังจุดที่จะหาหน่วยแรงดันด้านข้าง

$\phi$  = มุมของความฝืดภายในของมวลบรรจุ

$\beta$  = มุมของผิวบนของมวลบรรจุที่กระทำกับแนวระดับในการเทมวลบรรจุ

$p$  = หน่วยแรงดันด้านข้างของมวลบรรจุที่กระทำต่อผนังบังเกอร์หรือบิณและทิศทางของหน่วยแรงจะขนานกับความลาดเอียงของผิวบนของมวลบรรจุ

ถ้าผิวบนของมวลบรรจุอยู่ในแนวราบก็อาจจะเขียนสมการ (๒.๑) ได้ดังนี้



รูปที่ ๒.๑ ตัวอย่างการจัดกลุ่มของไซโลและบั้ง เเกอร์

$$p = \gamma h \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} \tag{๒.๒}$$

และหน่วยแรงนี้จะมีทิศทางอยู่ในแนวราบด้วย

สำหรับไซโล, Gray ได้ใช้วิธีของ Janssen และ Airy สูตรของ Janssen ใช้หลักการสมดุลย์ของแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อมวลบรรจุซึ่งถูกแบ่งเป็นชั้นบาง ๆ แล้วใช้การอินทิเกรตผลลัพธ์ของแรงรวมในแต่ละชั้นตลอดความลึกของไซโล ในที่สุดก็จะได้หน่วยแรงดันแนวตั้งและด้านข้างตามลำดับ สูตรของ Janssen ที่ใช้กันก็คือ

$$p_v = \frac{\gamma R}{\mu' k} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\mu' k}{R} h\right) \right] \tag{๒.๓}$$

และ

$$p_h = k p_v = \frac{\gamma R}{\mu'} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\mu' k}{R} h\right) \right] \tag{๒.๔}$$

เมื่อ  $\gamma$  = ความหนาแน่นของมวลบรรจุ

$h$  = ความลึกจากผิวบนของมวลบรรจุมายังจุดที่จะหาหน่วยแรง

$R$  = Hydraulic radius, อัตราส่วนของพื้นที่หน้าตัดต่อเส้นรอบรูปหน้าตัดของไซโล

$\mu'$  = สัมประสิทธิ์ของความฝืดระหว่างมวลบรรจุกับผนังของไซโล

$p_h$  = หน่วยแรงดันด้านข้างที่กระทำต่อผนังไซโล

$p_v$  = หน่วยแรงดันแนวตั้ง

$k$  = อัตราส่วนของหน่วยแรงดันด้านข้างต่อหน่วยแรงดันแนวตั้ง =  $\frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi}$

$\phi$  = มุมลาดชันของมวลบรรจุ (Angle of Repose of Storage Materials)

ส่วนสูตรของ Airy ใช้หลักการสมดุลย์ของแรงต่าง ๆ ที่กระทำต่อมวลบรรจุซึ่งอยู่ในลักษณะเป็นลิ้ม (Sliding - Wedge) จะได้สมการที่มีตัวไม่ทราบค่าคือแรงดันด้านข้างและมุมของลิ้มที่ทำกับแนวราบ แล้วใช้การหาอนุพันธ์ของแรงดันเทียบกับมุมของลิ้ม ในที่สุดก็สามารถหาแรงดันด้านข้างที่มากที่สุดได้ สูตรของ Airy ได้แยกออกเป็นสองกรณีดังนี้

กรณีที่ ๑ สำหรับบิ้นตัน

$$P = \frac{\gamma h^2}{2} \left[ \frac{1}{\sqrt{\mu(\mu + \mu')} + \sqrt{1 + \mu^2}} \right]^2 \tag{๒.๕}$$

และกรณีที่ ๒ สำหรับบิ้นลิก

$$P = \frac{\gamma b^2}{2} \left[ \frac{\sqrt{\frac{2h}{b}(\mu + \mu') + (1 - \mu\mu')} - \sqrt{1 + \mu^2}}{\mu + \mu'} \right]^2 \quad (๒.๖)$$

เมื่อ  $\gamma$  = ความหนาแน่นของมวลบรรจุ

$h$  = ความลึกของมวลบรรจุ

$b$  = ความกว้างของบิน

$\mu$  = สัมประสิทธิ์ของความฝืดระหว่างมวลบรรจุและมวลบรรจุ

$\mu'$  = สัมประสิทธิ์ของความฝืดระหว่างมวลบรรจุและผนังของบิน

$P$  = แรงดันค้ำข้างของมวลบรรจุที่กระทำต่อผนังของบินต่อหนึ่งหน่วยความยาวของเส้นรอบรูปหน้าตัดของบิน

Safarian and Harris <sup>(1,3)</sup> เรียกโครงสร้างแบบนี้ว่าบิน โดยแบ่งเป็นไซโลหรือเรียกว่าบินลึก (Deep bin) และบั้งเกอร์หรือบินตื้น (Shallow bin) วิธีการแยกแบบทั้งสองนี้อาจจะทำได้สองวิธีดังนี้

๑. โดยการใช้ขนาดของบินอย่างประมาณ

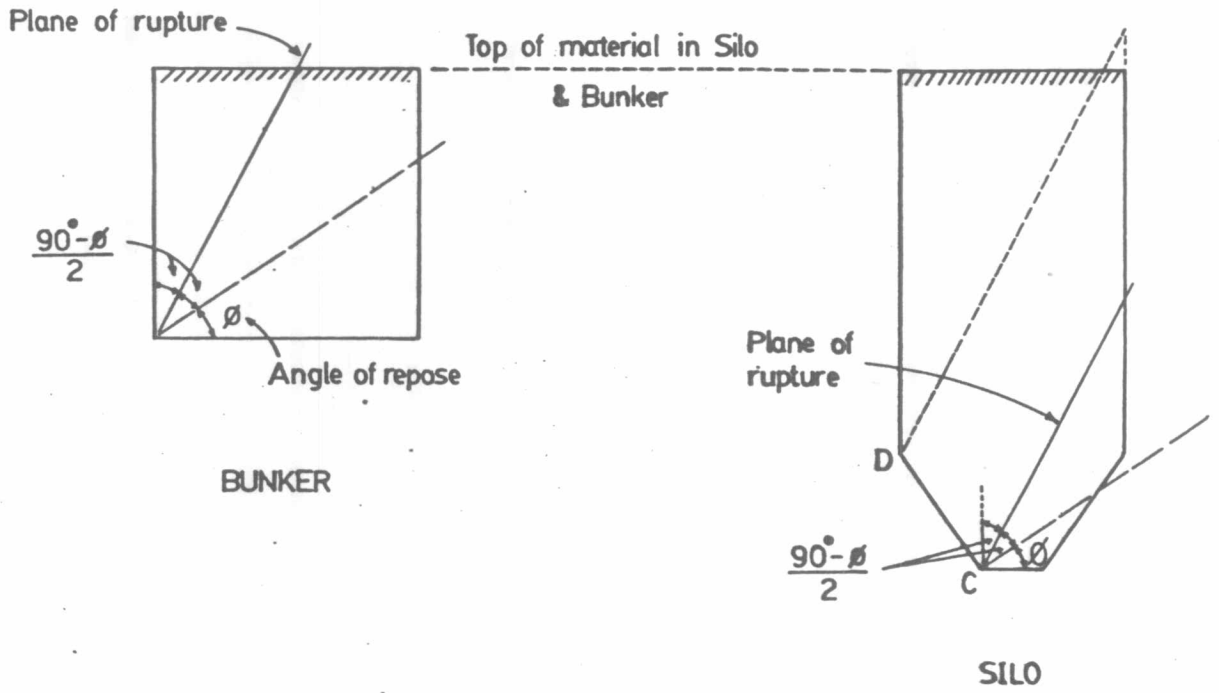
ก. โดย Dishinger, ไซโลจะมีความสูงมากกว่า ๑.๕ เท่าของกรณที่สองของพื้นที่หน้าตัดของไซโล

ข. โดย The Soviet Code, สำหรับไซโลกลมจะมีความสูงมากกว่า ๑.๕ เท่าของเส้นผ่าศูนย์กลาง และสำหรับไซโลสี่เหลี่ยมจะมีความสูงมากกว่า ๑.๕ เท่าของความยาวด้านสั้น

ถ้าขนาดของบินไม่เป็นไปตามข้อ ก. หรือ ข. ก็ให้พิจารณาเป็นบั้งเกอร์

๒. โดยการใช้ Plane of rupture (ตามวิธีของ Gray) แต่วิธีนี้ก็ยังมีปัญหาเกี่ยวกับการพิจารณาจุดเริ่มตำแหน่งของระนาบที่จุด C หรือ D (ดูรูปที่ ๒.๒) อย่างไรก็ตามวิธีนี้ก็ไม่ใช่ที่นิยมใช้กัน

การคำนวณหาแรงซึ่งมวลบรรจุกระทำต่อผนังอาจจะใช้สูตรของ Janssen หรือ Reimbert สำหรับไซโล ส่วนบั้งเกอร์อาจจะใช้วิธีของ Rankine หรือวิธีที่ใช้กับไซโลก็ได้วิธีของ Janssen ใช้กันอย่างแพร่หลายในสหรัฐอเมริกา แต่ก็มีบททดลองที่แสดงว่าค่าที่ได้จาก



รูปที่ ๒.๒ การแบ่งประเภทของดินโดยใช้ Plane of rupture

สูตรของ Janssen นั้นต่ำเกินไปสำหรับบางกรณี ในขณะที่สูตรของ Reimbert ให้ค่าที่ใกล้เคียงดีกว่า สูตรของ Reimbert ที่ใช้กันก็คือ

$$p_v = \gamma \left[ h \left( \frac{h}{C} + 1 \right)^{-1} + \frac{h_s}{3} \right] \tag{๒.๗}$$

$$p_h = p_{max} \left[ 1 - \left( \frac{h}{C} + 1 \right)^{-2} \right] \tag{๒.๘}$$

สำหรับไซโลกลม  $p_{max} = \frac{\gamma D}{4\mu'} \tag{๒.๙}$

$$C = \frac{D}{4\mu'k} - \frac{h_s}{3} \tag{๒.๑๐}$$

สำหรับไซโลสี่เหลี่ยม, บนคานสั้น (a)

$$p_{max} = \frac{\gamma a}{4\mu'} \tag{๒.๑๑}$$

$$C = \frac{a}{\pi\mu'k} - \frac{h_s}{3} \tag{๒.๑๒}$$

และบนคานยาว (b),

$$p_{max} = \frac{\gamma a'}{4\mu'} \tag{๒.๑๓}$$

$$C = \frac{a'}{\pi\mu'k} - \frac{h_s}{3} \tag{๒.๑๔}$$

สำหรับไซโลหลายเหลี่ยม,

$$p_{max} = \frac{\gamma R}{\mu'} \tag{๒.๑๕}$$

$$C = \frac{L}{\pi} \cdot \frac{1}{4\mu'k} - \frac{h_s}{3} \tag{๒.๑๖}$$

- เมื่อ  $h_s$  = ความสูงของส่วนลาดเอียงของผิวบนของมวลบรรจุ
- $D$  = เส้นผ่าศูนย์กลางภายในของไซโลกลม
- $a, b$  = ความยาวของคานสั้นและคานยาวของไซโลสี่เหลี่ยมตามลำดับ
- $a' = \frac{2ab}{a+b}$
- $L$  = ความยาวของเส้นรอบรูปภายในของหน้าตัดของไซโลหลายเหลี่ยม

ส่วน  $R, \gamma, h, \mu', k, p_v$  และ  $p_h$  มีความหมายเหมือนกันกับที่ใช้ในสูตรของ Janssen

จากประสบการณ์ในงานด้านนี้ Safarian ได้พบว่าไซโลเป็นจำนวนมากเกิดการวิบัติสาเหตุของการวิบัตินี้เป็นเพราะในสภาพจริงเกิดแรงกระทำดังกล่าวนั้นมากกว่าที่ใช้ในการออกแบบ ซึ่งเป็นผลเนื่องมาจากการไหลของมวลบรรจุในขณะที่ปล่อยออกจากไซโล ดังนั้น Safarian

จึงให้ค่าสัมประสิทธิ์ (Correction factors) เพื่อเพิ่มค่าแรงดันด้านข้างที่ได้จากการคำนวณเมื่อพิจารณาในระบบโครงสร้างนี้ในสภาพสมมูลย์นี้เพื่อใช้ในการออกแบบ ค่าสัมประสิทธิ์นี้คำนึงถึง เฉพาะผลเนื่องจากการไหลของมวลบรรจุเท่านั้น วิศวกรผู้ออกแบบควรจะคำนึงถึงผลเนื่องจากสิ่งอื่น ๆ ด้วยเช่น การปล่อยมวลบรรจุออกจากไซโลแบบเยื้องศูนย์, การเทมวลบรรจุลงในไซโลที่อยู่ติดกัน เป็นกลุ่ม และความแตกต่างของอุณหภูมิระหว่างผนังด้านในและด้านนอกของไซโล

Wood (4) ได้ทำการวิจัยศึกษาคุณสมบัติของผลิตผลสำหรับอาหารสัตว์ (Ensiled crops) โดยทำการทดลองและสำรวจหาข้อมูลจากไซโลที่สร้างขึ้นเพื่อการใช้งานจริง ๆ ในสหรัฐอเมริกาและยุโรป ผลของงานวิจัยได้แสดงให้เห็นว่ามวลบรรจุที่เก็บในไซโลนั้นมีคุณสมบัติที่ค่อนข้างซับซ้อนเช่นความหนาแน่นของมวลบรรจุ ( $\gamma$ ) เป็นฟังก์ชันของความชื้น ( $m$ ), ความหนาแน่นในขณะที่แห้ง ( $\gamma_d$ ) และเวลา ( $t$ ) Wood กล่าวไว้ว่าการหาหน่วยแรงดันด้านข้างโดยสูตรของ Janssen ซึ่งสมมุติให้ความหนาแน่นมวลบรรจุ ( $\gamma$ ), สัมประสิทธิ์ของความฝืดระหว่างมวลบรรจุ และผนังไซโล ( $\mu$ ) และอัตราส่วนของหน่วยแรงดันด้านข้างต่อหน่วยแรงดันแนวตั้ง ( $k = p_p/p_v$ ) ทั้งสามอย่างนี้มีค่าคงที่ สมมุติฐานนี้อาจจะใช้ได้กับมวลบรรจุที่แห้ง แต่ถ้ามวลบรรจุที่มีความชื้นเข้ามาเกี่ยวข้องกับค้ำแล้วสมมุติฐานที่ใช้ก็ผิดไปด้วย เช่นผลิตผลทางเกษตร (Silage) มีค่า  $\gamma$  อยู่ในช่วง ๕ - ๗๐ ปอนด์ต่อลูกบาศก์ฟุต, ค่า  $\mu'$  อยู่ในช่วง ๐.๔ - ๐.๘ และค่า  $k$  อยู่ในช่วง ๑.๓ - ๑.๐ สูตรของ Janssen ใช้การอินทิเกรตการเปลี่ยนแปลงของหน่วยแรงดันแนวตั้ง ( $dp_v$ ) ของมวลบรรจุที่มีความหนาน้อย ๆ ( $dh$ ) ซึ่งอยู่ในสภาพสมมูลย์นี้ แต่ถ้าค่า  $\gamma$ ,  $\mu'$  และ  $k$  เป็นฟังก์ชันที่ไม่ขึ้นกับความลึก ( $h$ ) การอินทิเกรตก็เป็นไปไม่ได้ อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์หน่วยแรงกระทำดังกล่าวก็ยังสามารถทำได้โดยการแบ่งมวลบรรจุออกเป็นชั้น ๆ แล้วใช้การสมมูลย์ของแรงที่กระทำต่อมวลบรรจุแต่ละชั้น ซึ่งในแต่ละชั้นก็ใช้คุณสมบัติของมวลบรรจุเหล่านั้นให้เหมาะสม

Bishara, Mahmond and Chandrangsu (5) ได้นำวิธีการของไฟไนท์เอลเมนต์ (Finite Element Method) มาใช้ในการวิเคราะห์หาแรงดันและการทรุดตัวของผลิตผลทางเกษตรที่เก็บในไซโลชนิดที่ใช้การลำเลียงออกด้านบน โดยให้สมมุติฐานว่าผลิตผลทางเกษตรนั้นเป็น Isotropic Axisymmetric Viscoelastic Continuum ซึ่งบรรจุอยู่ในภาชนะทรงกระบอกทำด้วยวัสดุอีลาสติก (Elastic Cylinder) มวลของผลิตผลทางเกษตรนี้ถูกแบ่งออกเป็น

ชั้น ๆ ในแต่ละชั้นยังแบ่งออกเป็น Isoparametric Ring Elements ส่วนภาชนะทรงกระบอกนั้นถูกแทนด้วย Spring Elements และสมมุติให้สัมประสิทธิ์ของความฝืดระหว่างผลิตผลทางเกษตรและผนังไซโลมีค่าคงที่ จากการทดลองพบว่าผลิตผลทางเกษตรเหล่านั้นมีคุณสมบัติเป็นวัสดุชนิด Nonlinear Viscoelastic Materials การวิเคราะห์ได้คำนึงถึงสภาพเป็นจริงของการบรรจุไซโลโดยแบ่งออกเป็นขั้นตอนตามลักษณะของการบรรจุผลิตผลทางเกษตรลงในไซโลที่ละชั้น ในแต่ละชั้นยังพิจารณาถึงช่วงเวลาที่ปล่อยทิ้งไว้ก่อนที่จะมีการบรรจุชั้นถัดไป นอกจากนี้ยังมีการปรับสภาพสมดุลย์ทุกขั้นตอนในการคำนวณเพื่อให้ผลที่ได้นั้นถูกต้องยิ่งขึ้น งานวิจัยนี้ให้ผลที่ใกล้เคียงกับข้อมูลที่ได้จาก Wood<sup>(4)</sup>