หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

# บทที่ 2

## ทฤษฎีว่าด้วยการวิเคราะห์คานคอนกรีตอัดแรง

จุดประสงค์ของการวิเคราะห์พฤติกรรมของคานคอนกรีตอัดแรงก็เพื่อที่จะสามารถเข้าใจถึงสภาพและลักษณะที่ปรากฏของคานเมื่อรับน้ำหนักบรรทุก ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีต่าง ๆ ที่ใช้ในการวิเคราะห์ โดยแบ่งออกเป็นหัวข้อ คือ การเสื่อมสูญของการอัดแรง การโก่งตัวของคาน หน่วยแรงในคอนกรีตและลวดอัดแรง โมเมนต์ดัดแตกร้าวและกำลังดัดประลัย โดยที่ในแต่ละหัวข้อจะกล่าวถึงพฤติกรรมโดยทั่วไป การวิจัยที่เกี่ยวข้องในอดีต รวมทั้งทฤษฎีและสมการที่ใช้ในการวิเคราะห์

### การเสื่อมสูญของการอัดแรง (Loss of Prestress)

ในงานคอนกรีตอัดแรง การเสื่อมสูญของการอัดแรงมีความสำคัญต่อกำลังของโครงสร้างอย่างมาก ซึ่งจะต้องพิจารณาในการออกแบบ โดยจะต้องสามารถคำนวณการเสื่อมสูญของการอัดแรงด้วยสาเหตุต่าง ๆ ให้ได้ค่าที่ใกล้เคียงความจริงมากที่สุด เพื่อจะทำให้ได้รับประโยชน์จากการอัดแรงสมตามความมุ่งหมาย

โดยทั่วไปการเสื่อมสูญของการอัดแรงมีสาเหตุเนื่องมาจากการหดตัวอีลาสติคของคอนกรีต การคืบตัวของคอนกรีต การหดตัวของคอนกรีต การล้าของเหล็กเสริมอัดแรง การเลื่อนไถลของเหล็กเสริมอัดแรงที่หัวยึดและความฝืดเพราะความโค้งของเหล็กเสริมอัดแรง สำหรับโครงสร้างแบบที่มีการอัดแรงก่อน (Pre-Tensioning) การเสื่อมสูญของการอัดแรงจะเกิดขึ้นจากสาเหตุแรก 4 ประการ ดังนั้น เนื่องจากคานที่จะทำการศึกษาเป็นแบบอัดแรงก่อนทั้งสิ้นจึงจะกล่าวถึงเฉพาะการเสื่อมสูญของการอัดแรงที่เกิดขึ้นในโครงสร้างแบบที่มีการอัดแรงก่อนเท่านั้น

ก. การหดตัวอีลาสติคของคอนกรีต (Elastic Shortening of Concrete)

เมื่อมีการถ่ายแรงจากเหล็กเสริมอัดแรง คอนกรีตจะมีการหดตัวเกิดขึ้นซึ่งสามารถคำนวณหน่วยการหดตัวได้จาก

$$\delta = \frac{F_o}{A_c E_c} \qquad \text{.....(1)}$$

โดยที่ $F_o$ = แรงอัดที่เกิดขึ้นขณะที่มีการถ่ายแรง

$A_c$ = พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนที่รับแรงอัด

$E_c$ = โมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต

ดังนั้น การสูญเสียแรงอัดเนื่องจากการหดตัวยืดหยุ่นของคอนกรีต จะได้ค่า

$$\Delta f_s = E_s \delta \qquad \text{.....(2)}$$

โดยที่ $E_s$ = โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมอัดแรง

เพื่อความละเอียดถูกต้องสามารถใช้หน้าตัดแปลง (Transformed Section) ในการคำนวณได้ดีกว่า ดังนั้น

$$\Delta f_s = E_s \cdot \frac{F_o}{A_t E_c}$$

$$= \frac{nF_o}{A_t} \qquad \text{.....(3)}$$

โดยที่ $A_t = A_c + nA_s$

และในทางปฏิบัติค่าแรงอัดที่เกิดขึ้นขณะที่มีการถ่ายแรงอาจวัดค่าได้ยาก จึงมักใช้ค่าแรงอัดเริ่มต้น (Initial Prestress) $F_i$ แทน $F_o$ ในสมการที่ (3)

ข. การคืบตัวของคอนกรีต (Creep of Concrete)

การคืบตัวของคอนกรีตเป็นการเปลี่ยนแปลงซึ่งมีสาเหตุจากหน่วยแรงที่กระทำต่อคอนกรีตโดยทำให้ความเครียดเพิ่มขึ้นตามเวลา โดยที่การเปลี่ยนแปลงจะสูงในระยะแรกและ

จะลดน้อยลงเรื่อย ๆ จากการทดลองของ Troxell, Raphael และ Davis[22] พบว่า คอนกรีตที่รับแรงอัด 56 กก./ซม.$^2$ เมื่ออายุ 28 วันจนถึง 20 ปีจะมีการล้าเกิดขึ้น 60-83 % ในช่วงปีแรก เมื่อเก็บไว้ในที่มีอุณหภูมิ 21$^\circ$ เซลเซียสและความชื้นสัมพัทธ 50 % จากรูปที่ 1 แสดงกราฟความสัมพันธ์ของการคืบตัวที่เกิดขึ้นเทียบกับเวลา จากการทดลองของ Davis, Davis และ Hamilton[23]

Neville[24] ได้สรุปผลไว้ว่า ความชื้นสัมพัทธ ขนาดของโครงสร้าง กำลังอัดของคอนกรีต อายุของคอนกรีตเมื่อได้รับแรงกระทำ ชนิดของซีเมนต์ ความละเอียดของซีเมนต์และอัตราส่วนน้ำต่อซีเมนต์ ทั้งหมดนี้มีผลต่อการคืบตัวของคอนกรีต

การคืบตัวของคอนกรีตอาจพิจารณาได้ว่าเป็นสัดส่วนกับการหดตัวอีลาสติคของคอนกรีต ซึ่งสามารถเขียนสมการได้ว่า

$$C_c = \frac{\delta_c}{\delta_i} \qquad \text{.....(4)}$$

โดยที่ $\delta_c$ = การหดตัวเนื่องจากการคืบตัวของคอนกรีต

$\delta_i$ = การหดตัวอีลาสติคของคอนกรีต

ดังนั้น การเสื่อมสูญของการอัดแรงเนื่องจากการคืบตัวของคอนกรีตจะเท่ากับ

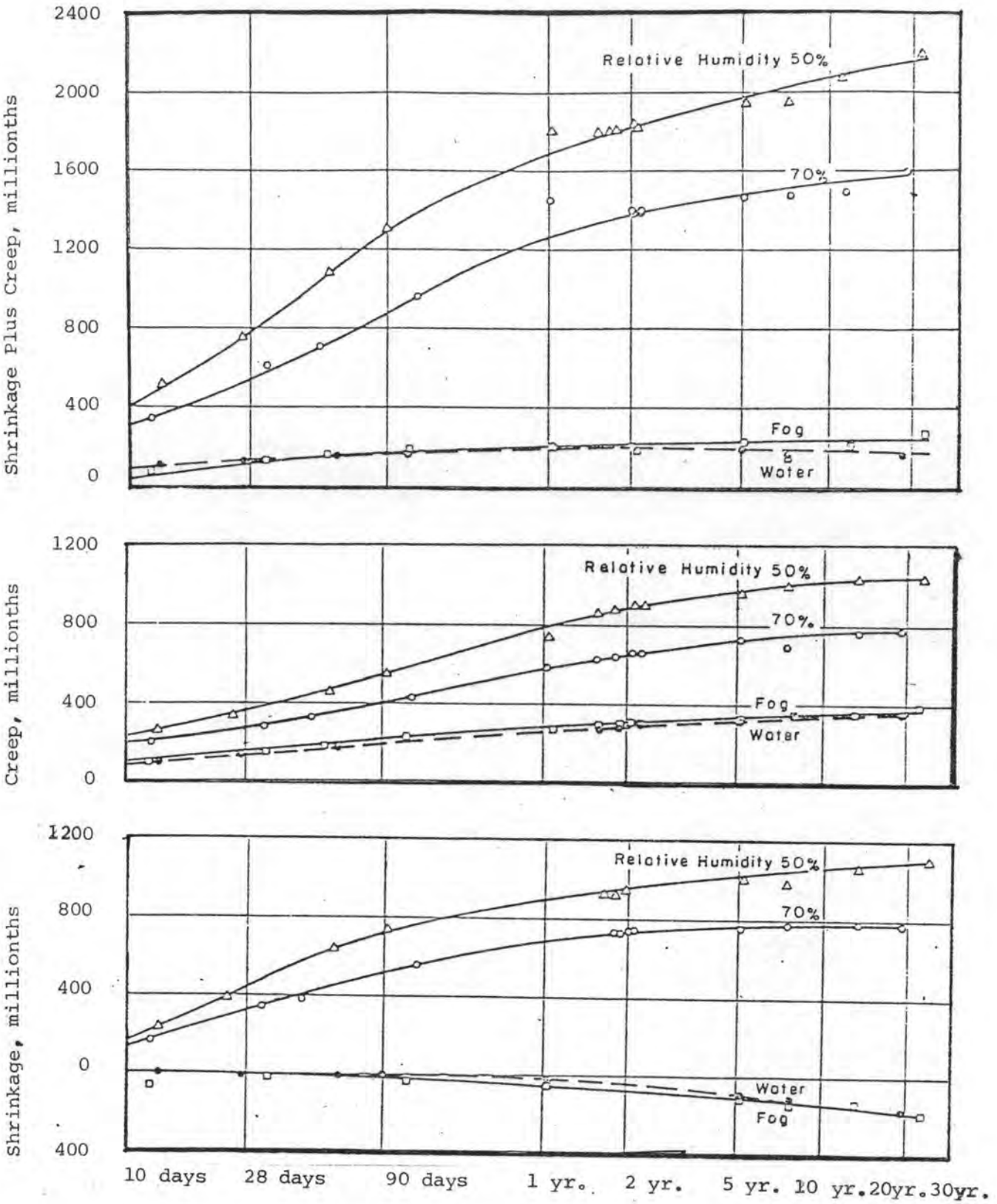
$$\Delta f_s = C_c n f_c \qquad \text{.....(5)}$$

โดยที่ $C_c$ = อัตราส่วนของการหดตัวเนื่องจากการคืบตัวต่อการหดตัวอีลาสติคของคอนกรีต

$n = E_s/E_c$

$f_c$ = หน่วยแรงอัด

การพิจารณาการคืบตัวของคอนกรีตในลักษณะนี้นิยมใช้กันมากในยุโรป[25] และในการออกแบบโครงสร้างคอนกรีตอัดแรง[26] ซึ่งมีค่า $C_c$ จะมีค่าประมาณ 1.5 ถึง 2.0 ส่วนใน




รูปที่ 1 แสดงกราฟความสัมพันธ์ของการคืบตัวและการหดตัวของคอนกรีตที่เกิดขึ้นเทียบกับเวลา จากการทดลองของ Davis, Davis และ Hamilton[23]

การออกแบบเมื่อใช้ค่า $C_c$ = 3.0 ก็จะให้ความปลอดภัยเพียงพอ

ค. <u>การหดตัวของคอนกรีต (Shrinkage of Concrete)</u>

การหดตัวของคอนกรีตเกิดเนื่องจากสาเหตุใหญ่ คือ การระเหยตัวของน้ำส่วนที่ไม่ได้ทำปฏิกริยาเคมี โดยไม่เกี่ยวข้องกับหน่วยแรงในคอนกรีต การหดตัวของคอนกรีตจะมีค่าเป็นศูนย์สำหรับคอนกรีตที่อยู่ใต้น้ำจนถึง 0.0010 สำหรับคอนกรีตที่อยู่ในสภาพที่แห้งมาก

Hatt[27] ได้สรุปผลจากการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการหดตัวของคอนกรีตว่า สามารถที่จะทำให้การหดตัวของคอนกรีตเกิดขึ้นน้อยที่สุด โดยการลดปริมาณน้ำที่ใช้ผสมคอนกรีตลงเหลือเพียงเท่าที่จำเป็น

Troxell[28] ได้สรุปผลการทดลองไว้ว่า อัตราส่วนวัสดุผสมต่อซีเมนต์ ส่วนประกอบและความละเอียดของซีเมนต์ ลักษณะและขนาดของวัสดุผสม การบ่ม ขนาดของโครงสร้างสร้างและอายุเมื่อใช้งาน ทั้งหมดนี้มีผลต่อการหดตัวของคอนกรีต

ในรูปที่ 2 แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างการคืบตัวและการหดตัวของคอนกรีตเทียบกับเวลา จากการทดลองของ Troxell, Raphael และ Davis[22] โดยแสดงการล้าและการหดตัวของคอนกรีตไว้ร่วมกันและแยกจากกันด้วย

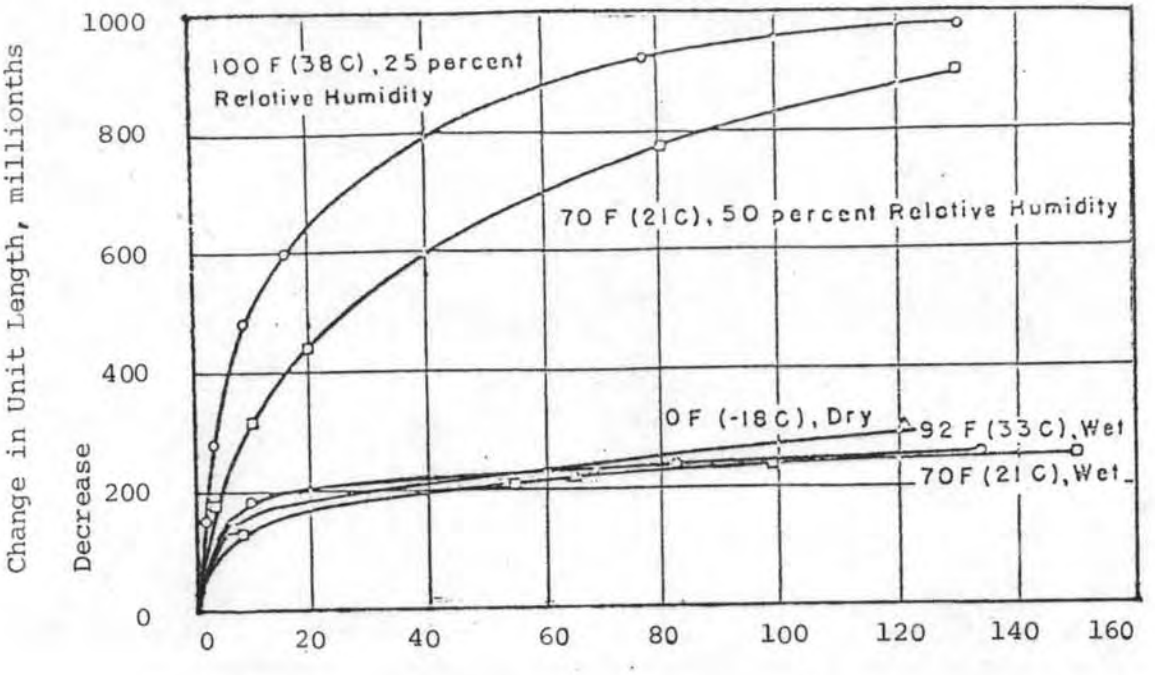
การเสื่อมสูญของการอัดแรงเนื่องจากการหดตัวของคอนกรีตสามารถคำนวณได้จาก

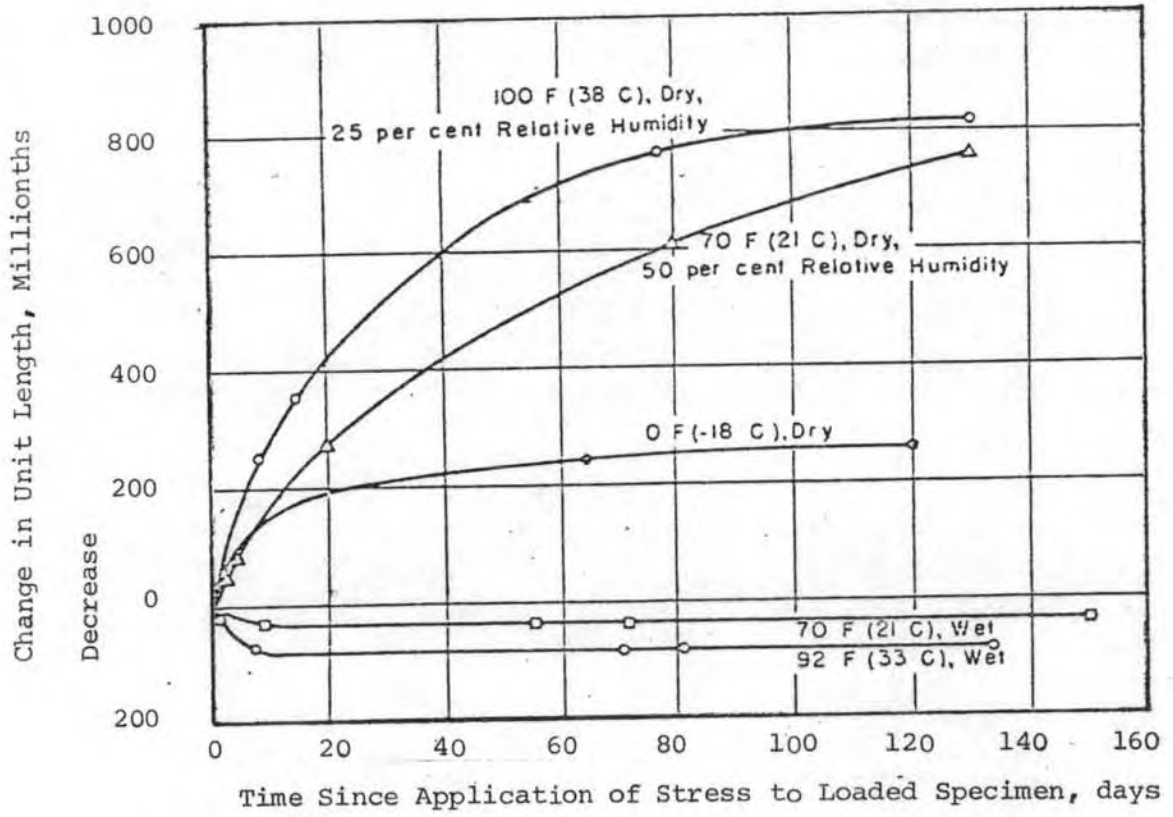
$$\Delta f_s = \delta_s E_s \qquad \text{.....(6)}$$

โดยที่ $\delta_s$ = การหดตัวของคอนกรีต

$E_s$ = โมดูลัสแห่งความยืดหยุ่นของลวดอัดแรง

โดยทั่วไปสำหรับโครงสร้างคอนกรีตอัดแรงแบบที่มีการอัดแรงก่อน ค่าการหดตัวของคอนกรีตที่เหมาะสมที่สุด คือ 0.0003[29]




รูปที่ 2 แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างการคืบตัวและการหดตัวของคอนกรีตเทียบกับเวลาจากการทดลองของ Troxell, Raphael และ Davis[22]

จากการศึกษาเกี่ยวกับคอนกรีตกำลังสูงมาก Freedman[15] ได้สรุปว่า การคืบตัวและการหดตัวของคอนกรีตกำลังสูงมากนั้นมีแนวโน้มที่จะมีค่าน้อยกว่าในคอนกรีตธรรมดา เนื่องจากในคอนกรีตกำลังสูงมากจะมีการใช้อัตราส่วนน้ำต่อซีเมนต์ในปริมาณต่ำและปริมาณวัสดุผสมหยาบสูงซึ่งเป็นการลดปริมาณของซีเมนต์เพส นอกจากนี้ ค่ากำลังอัดและความหนาแน่นที่สูงมากของคอนกรีตยังทำให้การล้าและการหดตัวของคอนกรีตกำลังสูงมากมีค่าต่ำกว่าในคอนกรีตธรรมดา

ง. การล้าของลวดอัดแรง (Stress Relaxation in Steel)

การล้าของลวดอัดแรงเป็นการเสื่อมสูญหน่วยแรงเมื่อลวดอัดแรงถูกยืดออกด้วยความเครียดคงที่เป็นเวลานาน การยืดตัวนี้มีลักษณะคล้าย ๆ กับการล้าของคอนกรีต แต่จะเกิดขึ้นทันทีหลังจากที่ลวดอัดแรงถูกดึงออก การล้านี้จะเกิดขึ้นประมาณ 50-80 % ของการล้าที่เกิดขึ้นทั้งหมด ในระยะเวลา 24 ชม. แรก ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับหน่วยแรงที่เกิดขึ้นจากการดึง ส่วนประกอบและชนิดของลวดอัดแรง[30]

การล้าของลวดอัดแรงจะเพิ่มสูงขึ้นมากเมื่อลวดอัดแรงมีหน่วยแรงดึง 70-80 % ของกำลังประลัยโดยลวดแบบ cold-drawn จะมีการล้า 12 % เมื่อถูกดึงจนถึง 90 % ของกำลังประลัยและลวดแบบ stress-relieved จะมีการล้าถึง 16 % เมื่อถูกดึงจนถึง 80 % ของกำลังประลัยและโดยทั่วไปลวดอัดแรงเมื่อถูกดึงไม่เกิน 70 % ของกำลังประลัยจะมีการล้าเกิดขึ้นเพียงประมาณ 3 % เท่านั้น ดังนั้น ในงานคอนกรีตอัดแรงจึงมักใช้ค่า 0.70 $f'_s$ เป็นเกณฑ์สูงสุดในการดึงลวดอัดแรง นอกจากนี้ ยังต้องพิจารณาถึงจุดคลากของลวดอัดแรงเนื่องจากเมื่อลวดอัดแรงถูกดึงจนถึงจุดนี้เมื่อปล่อยแรงลวดจะไม่กลับคืนสู่สภาพเดิมก่อนดึง ทำให้ไม่ได้รับประโยชน์จากการอัดแรง

การโก่งตัวของคาน

ก. พฤติกรรมการโก่งตัวของคาน

การโก่งตัวของคานคอนกรีตเมื่อรับน้ำหนักบรรทุกเป็นพฤติกรรมอย่างหนึ่งซึ่งแสดง

ออกอย่างเห็นได้ชัด สำหรับคานคอนกรีตโดยทั่วไปแล้วเมื่อนำค่าการโก่งตัวมาเขียนกราฟเปรียบเทียบกับน้ำหนักบรรทุกแล้ว กราฟความสัมพันธ์ของคานเหล่านี้จะสามารถแบ่งได้ออกเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงแรกความสัมพันธ์จะมีลักษณะเป็นเส้นตรงมีความลาดชันแตกต่างกันตามลักษณะหน้าตัด คุณสมบัติของวัสดุ การอัดแรงและชนิดของน้ำหนักบรรทุก ในช่วงกลางจะเป็นช่วงที่อัตราการโก่งของคานจะเปลี่ยนแปลงไปเรื่อย ๆ เมื่อเทียบกับน้ำหนักบรรทุก ซึ่งช่วงนี้จะเป็นช่วงที่คอนกรีตบริเวณผิวล่างของคานจะมีการแตกร้าว แต่เหล็กเสริมยังอยู่ในช่วงอีลาสติค ส่วนในช่วงสุดท้ายคานจะมีการโก่งเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ โดยที่น้ำหนักบรรทุกเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อย เนื่องจากเหล็กเสริมอัดแรงยืดตัวจนเลยจุดคลากโดยจะมีพฤติกรรมในช่วงอินอีลาสติค ลักษณะของกราฟจะมีความลาดชันน้อยมากเกือบจะขนานกับแกนนอน

คานคอนกรีตอัดแรงโดยทั่วไปจะมีพฤติกรรมการโก่งตัวเป็นไปตามช่วงต่าง ๆ ดังกล่าวนี้ สำหรับคานคอนกรีตที่มีปริมาณเหล็กเสริมอัดแรงน้อย จะมีพฤติกรรมการโก่งตัวครบทั้ง 3 ช่วง โดยช่วงหลังสุดจะมีการโก่งงอมาก ส่วนคานที่มีปริมาณเหล็กเสริมอัดแรงมาก ๆ อาจจะไม่แสดงพฤติกรรมในช่วงที่ 3 ให้เห็น เนื่องจากเหล็กเสริมอัดแรงยังคงอยู่ในช่วงอีลาสติค จึงทำให้คอนกรีตเกิดการวิบัติจากแรงอัดเสียก่อน

พฤติกรรมการโก่งตัวของคานคอนกรีตอัดแรงจะแตกต่างจากคานคอนกรีตธรรมดาไปเล็กน้อย โดยการอัดแรงจะมีผลต่อลักษณะของกราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับการโก่งตัวของคาน ถ้าแรงอัดมีค่ามากจะมีผลให้ลักษณะของกราฟการโก่งตัวในช่วงแรกยาวเพิ่มขึ้นกล่าวคือ มีพฤติกรรมในช่วงอีลาสติคก่อนที่คอนกรีตจะแตกร้าวมากขึ้นกว่าเดิม โดยคานคอนกรีตที่มีปริมาณเหล็กเสริมน้อย แต่มีการอัดแรงมาก จะแสดงพฤติกรรมการโก่งตัวในช่วงแรกเพิ่มขึ้นและลดลงในช่วงกลาง เนื่องจากเหล็กเสริมจะถูกหน่วยแรงกระทำจนเข้าสู่ช่วงอินอีลาสติค หลังจากคอนกรีตที่ผิวล่างของคานเกิดการแตกร้าวแล้วไม่นาน ซึ่งสืบเนื่องมาจากการดึงเหล็กเสริมอัดแรงและจะสามารถกล่าวได้ว่าไม่มีผลต่อการเพิ่มกำลังดัดประลัยของคานเลย แต่สำหรับคานคอนกรีตที่มีปริมาณเหล็กเสริมอัดแรงมาก ๆ ถ้าเพิ่มการอัดแรงเข้าไป จะมีผลทำให้ลักษณะการโก่งตัวของคานในช่วงกลางมีอัตราการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็ว และมีผลต่อการเพิ่มกำลังดัด

ประลัยของคานเล็กน้อย[31]

ข. การคำนวณการโก่งตัวของคาน

การโก่งตัวของคานก่อนที่คอนกรีตจะมีการแตกร้าวสามารถคำนวณได้โดยอาศัยเส้นโค้งอีลาสติคซึ่งเขียนความสัมพันธ์กับแรงดัดและสติฟเนสของคานได้ในรูปสมการดิฟเฟอเรนเชียล

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{EI} \qquad \text{.....(7)}$$

โดยที่ $y$ = ระยะตามแกนตั้งหรือระยะโก่ง

$x$ = ระยะตามแกนนอนหรือระยะความยาว

$M$ = โมเมนต์ดัด

$EI$ = สติฟเนสของคาน

การคำนวณหาระยะโก่งของคาน $y$ เป็นการแก้สมการที่ (7) ซึ่งสามารถทำได้หลายวิธีเช่น วิธี Moment-Area วิธี Conjugate-Beam ฯลฯ สำหรับคานคอนกรีตอัดแรงแบบอัดแรงก่อน เมื่อมีการตัดลวดอัดแรงคานจะมีการโก่งตัวขึ้นจากการอัดแรง (Camber Deflection) ซึ่งสามารถคำนวณได้โดยการแก้สมการที่ (7) ให้อยู่ในรูป

$$\Delta_1 = \frac{P.e.L^2}{8EI} \qquad \text{.....(8)}$$

โดยที่ $\Delta_1$ = ระยะโก่งตัวที่จุดกึ่งกลางคานเนื่องจากการอัดแรง

$P$ = แรงอัด

$e$ = ระยะเยื้องศูนย์ของแรงอัดจากแกนสะเทิน

$L$ = ความยาวคาน

และเมื่อคานรับน้ำหนักบรรทุกจะมีการโก่งตัวลง ซึ่งสามารถคำนวณโดยอาศัยสมการที่ (7) และ Boundary Conditions สำหรับรับน้ำหนักบรรทุกแบบกดสองจุด (Two-point Loading)

จะทำให้คานมีสมการการโก่งตัวจากน้ำหนักบรรทุกแบบนี้อยู่ในรูป

$$\Delta_2 = \frac{Wa(3L^2 - 4a^2)}{24EI} \quad \text{.....(9)}$$

โดยที่ $\Delta_2$ = ระยะโก่งตัวที่จุดกึ่งกลางคานเนื่องจากน้ำหนักบรรทุก

W = น้ำหนักบรรทุกที่กระทำลงบนคานเพียงจุดเดียว

a = ระยะจากปลายคานถึงจุดกดจุดแรก

ดังนั้น การโก่งตัวของคานคอนกรีตอัดแรงที่รับน้ำหนักบรรทุกแบบกด 2 จุดจะเป็น

$$\Delta = \Delta_2 - \Delta_1$$

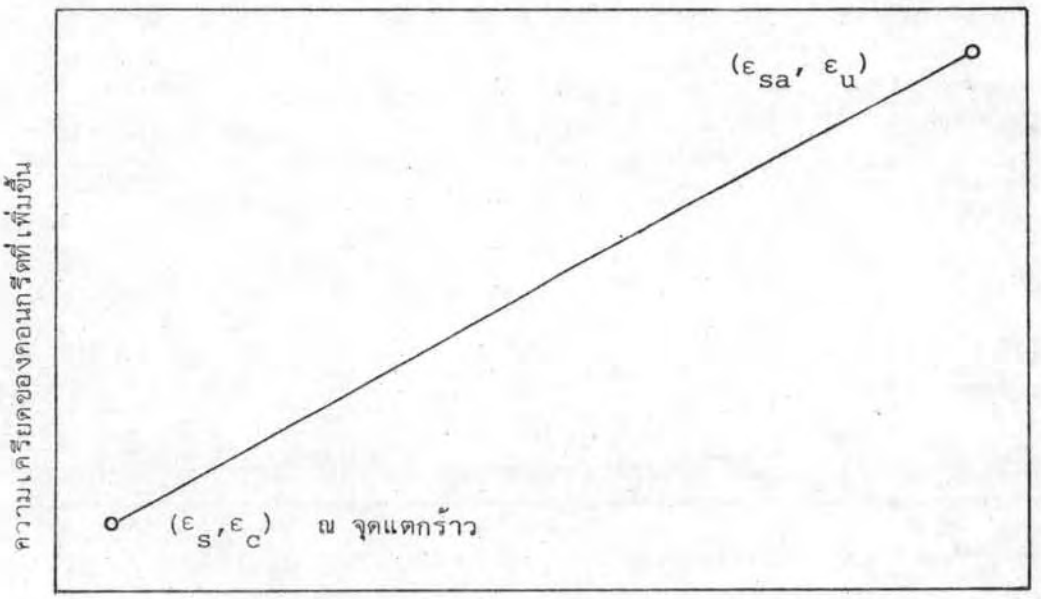
007501

$$= \frac{Wa(3L^2 - 4a^2)}{24EI} - \frac{P.eL^2}{8EI} \quad \text{.....(10)}$$

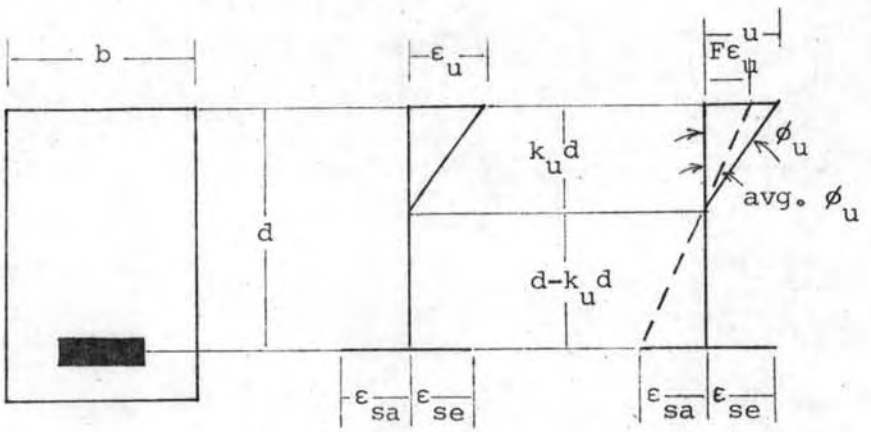
สมการที่ (10) นี้ใช้คำนวณการโก่งตัวของคานคอนกรีตอัดแรงที่รับน้ำหนักบรรทุกแบบกด 2 จุด ในช่วงแรกของการโก่งตัว แต่หลังจากคอนกรีตที่ผิวล่างของคานเริ่มมีการแตกร้าวจะทำให้ค่าสติฟเนสของคานเปลี่ยนแปลงไปไม่คงที่ จึงทำให้ไม่สามารถใช้สมการที่ (10) คำนวณการโก่งตัวระหว่างช่วงกลางและช่วงสุดท้ายของคานได้

Warwaruk, Sozen และ Seiss[32] ได้ศึกษาการโก่งตัวของคานคอนกรีตอัดแรงและได้คาดคะเนการโก่งตัวของคานหลังจากการแตกร้าวโดยการสมมุติความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนแปลงความเครียดในคอนกรีตกับในลวดอัดแรงหลังจากการแตกร้าวจนกระทั่งถึงจุดประลัยในสภาพเส้นตรง ตามรูปที่ 3 ดังนั้น ลักษณะการกระจายความเครียดตลอดหน้าตัดของคานที่จุดประลัยจะสามารถแสดงได้ตามรูปที่ 4 ซึ่งการกระจายความเครียดอัดเหนือแกนสะเทินและการกระจายความเครียดดึงอาจจะต่อเนื่องเป็นเส้นเดียวกันหรือแยกจากกันเป็น 2 เส้น ซึ่งค่าความเครียดที่เกิดขึ้นที่ผิวบนของคานจะมีค่าเท่ากับ $F.\varepsilon_u$ ซึ่ง F จะมีค่าเท่ากับ 1.0 ในคานคอนกรีตอัดแรงแบบ Bonded และจะมีค่าต่ำกว่า 1.0 แตกต่างกันไปในคานแบบ Unbonded จากการกระจายความเครียดนี้จะทำให้สามารถคำนวณหาการโก่งตัวของคานที่จุดประลัยได้ดังต่อไปนี้

I 17564566




รูปที่ 3 แสดงความสัมพันธ์อุดมคติของความเครียดในคอนกรีต กับเหล็กเสริมอัดแรง




รูปที่ 4 แสดงสภาพความเครียดของคานแบบ bonded ที่จุดประลัย

1. กำหนดค่าความเครียดของคอนกรีตที่ผิวบนของคาน
2. ใช้ค่าความเครียดที่กำหนดในข้อ 1 หาความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดของคอนกรีตกับความเครียดของลวดอัดแรง
3. บวกค่าความเครียดของลวดอัดแรงเนื่องจากการอัดแรงกับความเครียดที่หาได้ในข้อ 2
4. นำค่าความเครียดจากข้อ 3 หาหน่วยแรงในลวดอัดแรงจากกราฟความสัมพันธ์ของหน่วยแรงกับความเครียดของลวดอัดแรง
5. คำนวณหาแรงดึงในลวดอัดแรง
6. เปรียบเทียบค่าแรงดึงกับแรงอัดในทฤษฎีการกระจายหน่วยแรงอัดทฤษฎีใดทฤษฎีหนึ่งที่นำมาใช้ ถ้าไม่เท่ากันให้ย้อนกลับไปข้อ 2 ใหม่
7. เมื่อได้ค่าแรงดึงเท่ากับแรงอัดแล้ว นำระยะจากผิวบนของคานถึงแกนสะเทินไปคำนวณหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัดแตกร้าวของคาน
8. นำค่าโมเมนต์ความเฉื่อยที่ได้ไปคำนวณหาการโก่งตัวที่จุดประลัยของคานโดยเปลี่ยนแปลงสมการที่ (10) อยู่ในรูป

$$\Delta = \frac{M_u(3L^2 - 4a^2)}{24E_{cr}I} - \frac{P.eL^2}{8EI} \quad \text{.....(11)}$$

โดยที่ $M_u$ = กำลังดัดประลัยของคานคำนวณจากทฤษฎี

$E_{cr}$ = โมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัดแตกร้าว

ค. <u>ความเหนียวของคาน (Ductility)</u>

ความเหนียวของคานเป็นค่าที่แสดงอัตราส่วนระหว่างมุมเปลี่ยน (Curvature) ที่จุดประลัยของคานต่อมุมเปลี่ยนที่จุดแตกร้าว ซึ่งจะทำให้ทราบว่าคานจะแสดงพฤติกรรมในช่วงหลังการแตกร้าวให้เห็นได้มากเพียงไรก่อนที่จะถึงจุดวิบัติ ทั้งนี้เพื่อความปลอดภัย

Furlong[33] ได้เสนอแนะว่า ความเหนียวของคานควรจะมีค่า

$$u = 1 + 0.235\ell/d \qquad \text{.....(12)}$$

โดยที่ u เรียกว่า ductility index $= \frac{\phi_u}{\phi_{cr}}$

$\ell$ = ช่วงคาน

d = ความลึกของคาน

ปกติคานทั่วไปจะมีค่า $\ell/d$ อยู่ระหว่าง 15 ถึง 20 ดังนั้น ค่าความเหนียวของคานควรมีค่าตั้งแต่ 4.5 ถึง 5.7

หน่วยแรงในคอนกรีตและเหล็กเสริมอัดแรง

ก. หน่วยแรงในคอนกรีต (Stresses in Concrete)

การคำนวณหน่วยแรงที่เกิดขึ้นที่หน้าตัดใด ๆ ของคานคอนกรีตอัดแรง สามารถทำได้โดยการคำนวณหน่วยแรงที่เกิดขึ้นโดยอาศัยทฤษฎีอีลาสติค[34] ด้วยการแยกพิจารณาหน่วยแรงที่เกิดขึ้นจากสาเหตุต่าง ๆ กัน

หน่วยแรงซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากแรงอัด สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$f = \frac{P}{A} \qquad \text{.....(13)}$$

โดยที่ f = หน่วยแรงที่เกิดขึ้น ณ จุดใด ๆ บนหน้าตัด

P = แรงอัดซึ่งกระทำต่อคาน

A = พื้นที่หน้าตัดของคาน

หน่วยแรงที่เกิดขึ้นนี้จะมีค่าสม่ำเสมอตลอดหน้าตัด โดยที่ค่าแรงอัดที่กระทำต่อคานสำหรับคานคอนกรีตแบบอัดแรงก่อน คำนวณได้จากค่าแรงอัดเริ่มต้น ส่วนแรงอัดที่สูญเสียระหว่างการถ่ายแรง คิดจากการหดตัวยืดหยุ่นของคอนกรีต สำหรับพื้นที่หน้าตัดของคานเพื่อความละเอียดมักจะใช้ค่าหน้าตัดแปลงในการคำนวณ สำหรับในคานแรงอัดจะกระทำเยื้องศูนย์จากศูนย์ถ่วงของหน้าตัด

จึงทำให้เกิดหน่วยแรงขึ้นจากแรงกระทำเยื้องศูนย์ ซึ่งมีค่า

$$f = \frac{P.ey}{I} \qquad \text{.....(14)}$$

โดยที่ e = ระยะเยื้องศูนย์ของเหล็กเสริมอัดแรง

y = ระยะจากศูนย์ถ่วงของหน้าตัด

I = โมเมนต์ความเฉื่อยของหน้าตัด

ดังนั้น หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคานคอนกรีตอัดแรงหลังจากที่มีการถ่ายแรง จะมีค่า

$$f = \frac{P}{A} \pm \frac{Pey}{I} \qquad \text{.....(15)}$$

เมื่อคานคอนกรีตอัดแรงรับน้ำหนักตัวคานเองและน้ำหนักบรรทุกจะเกิดหน่วยแรงจากโมเมนต์ดัดของน้ำหนักคานและน้ำหนักบรรทุก ซึ่งสามารถคำนวณได้จาก

$$f = \frac{M.y}{I} \qquad \text{.....(16)}$$

โดยที่ M = โมเมนต์ดัดภายนอกที่เกิดขึ้นที่หน้าตัดใด ๆ สำหรับคานคอนกรีตอัดแรงแบบอัดแรงก่อน ค่าของ y และ I จะต้องคำนวณจากหน้าตัดแปลง เนื่องจากเหล็กเสริมอัดแรงจะมีการยึดเกาะกับคอนกรีตเกือบจะเป็นส่วนหนึ่งส่วนเดียวกัน ดังนั้น เมื่อคานคอนกรีตอัดแรงรับน้ำหนักภายนอก ค่าหน่วยแรงที่หน้าตัดจะมีค่ารวม

$$f = \frac{P}{A} \pm \frac{P.ey}{I} \pm \frac{My}{I} \qquad \text{.....(17)}$$

ข. <u>หน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรง (Stresses in Steel)</u>

หน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรง จะเริ่มเกิดขึ้นเมื่อมีการดึงเหล็กเสริมด้วยแรงที่ต้องการใช้ในการอัดแรง หน่วยแรงนี้จะมีการสูญเสียไปเนื่องจากสาเหตุต่าง ๆ หลายประการดังได้กล่าวไว้แล้วในหัวข้อการเสื่อมสูญของการอัดแรง ดังนั้น จะมีการเปลี่ยนแปลงหน่วยแรงในเหล็กเสริมเล็กน้อย ซึ่งแตกต่างไปจากในคานคอนกรีตธรรมดา ซึ่งจะมีการเปลี่ยนแปลงหน่วยแรง

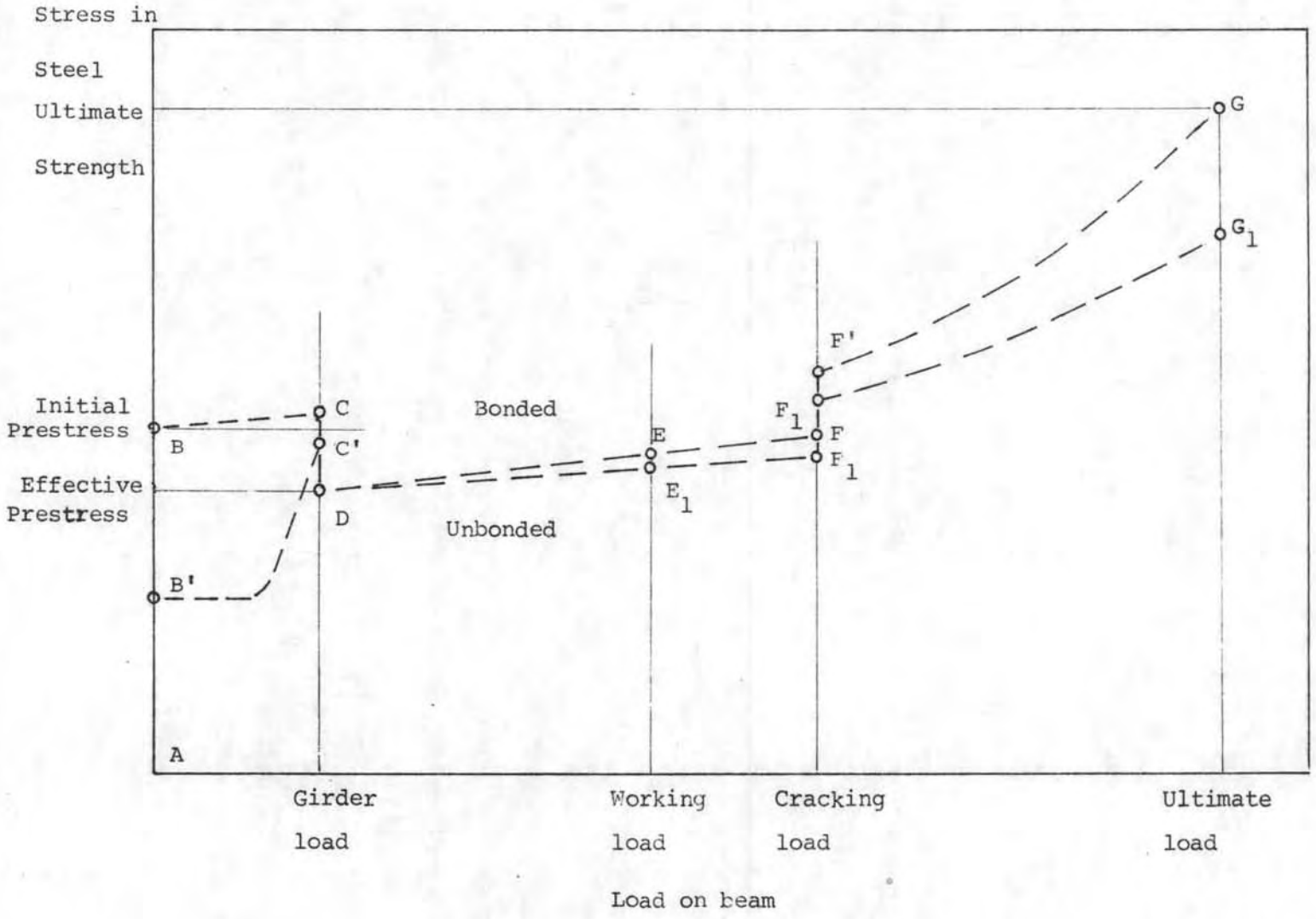
ในเหล็กเสริมตามโมเมนต์ดัดที่เกิดขึ้น แต่ในคานคอนกรีตอัดแรงจะมีการเปลี่ยนแปลงระยะระหว่างแรงอัดรวมกับแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรง เนื่องจาก โมเมนต์ดัดที่เพิ่มขึ้นโดยที่แรงอัดและแรงดึงจะมีการเปลี่ยนแปลงไปเพียงเล็กน้อย

การเปลี่ยนแปลงของหน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรงสามารถแสดงให้เห็นได้จากรูปที่ 5 ในลักษณะความสัมพันธ์ของหน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรงกับน้ำหนักบรรทุกที่เปลี่ยนแปลงไป โดยที่สำหรับเหล็กเสริมอัดแรงที่มีการยึดเกาะกับคอนกรีต (Bonded) จะเกิดหน่วยแรงขึ้นแตกต่างจากหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมอัดแรงแบบไม่มีการยึดเกาะกับคอนกรีต (Unbonded) ตามรูปการเปลี่ยนแปลงของหน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรงจะเห็นได้ชัดว่า เมื่อรับน้ำหนักบรรทุกอยู่ในช่วงใช้งานจะมีการเปลี่ยนแปลงไปเพียงเล็กน้อย และคำนวณได้จากทฤษฎีอีลาสติค แต่เมื่อคานมีการแตกร้าว การเพิ่มขึ้นของหน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรงจะเกิดขึ้นอย่างรวดเร็ว และเมื่อน้ำหนักบรรทุกเพิ่มขึ้น หน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรงจะเพิ่มมากขึ้นเรื่อย ๆ จนถึงจุดที่ระยะระหว่างแรงอัดกับแรงดึงในคานไม่สามารถเพิ่มขึ้นตามน้ำหนักบรรทุกเพื่อรับโมเมนต์ดัดที่เพิ่มขึ้นได้ หน่วยแรงของเหล็กเสริมอัดแรงจะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วที่จุดประลัยของคาน หน่วยแรงในเหล็กเสริมจะสูงขึ้นจนเกือบจะถึงหน่วยแรงดึงสูงสุด ประมาณไว้ว่าเท่ากับ $0.85\ f'_s$ สำหรับคานที่มีปริมาณเหล็กเสริมสมดุล[35]

โมเมนต์ดัดแตกร้าว (Cracking Moment)

โมเมนต์ดัดแตกร้าว คือโมเมนต์ดัดที่ทำให้เกิดรอยแตกร้อยร้าวขึ้นที่ผิวที่รับแรงดึงของคานคอนกรีต ซึ่งจะทำให้พฤติกรรมของคานเปลี่ยนแปลงไปจากช่วงแรกก่อนการแตกร้าว โมเมนต์ดัดแตกร้าวนี้สามารถวิเคราะห์ได้โดยทฤษฎีอีลาสติค โดยใช้ค่าโมดูลัสแตกร้าว (Modulus of rupture) ของคอนกรีตเป็นตัวกำหนดพิกัด ส่วนการคำนวณโดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงในคอนกรีตกับความเครียดของเหล็กเสริมทั้งในสภาพรับแรงดึงและแรงอัดสามารถทำได้และให้ผลที่ละเอียดกว่า แต่ก็ยุ่งยากและไม่เป็นที่นิยม[32]

ลักษณะการกระจายหน่วยแรงตลอดความลึกของหน้าตัดคานที่จุดแตกร้าวสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 6 โดยรูป (ก.) แสดงถึงส่วนของคานที่รับแรงอัดมีค่า P และรับโมเมนต์ดัดจากน้ำ




รูปที่ 5 แสดงความสัมพันธ์ของหน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรงกับน้ำหนักบรรทุกของคาน

หนักบรรทุกเท่ากับ $M_{cr}$ รูป (ข.) แสดงหน่วยแรงอัดที่เกิดขึ้นเมื่อคานรับแรงอัด P และรูป (ค.) แสดงหน่วยแรงที่เกิดขึ้นจากน้ำหนักบรรทุก ซึ่งเมื่อรวมหน่วยแรงตามรูป (ข.) และ (ค.) แล้วจะให้ผลลัพธ์ดังรูป (ง.) โดยที่ผิวล่างของคานจะเกิดหน่วยแรงดึงซึ่งทำให้เกิดการแตกร้าวขึ้นในคานคอนกรีต ซึ่งเรียกว่า โมดูลัสแตกร้าวของคอนกรีต และสามารถคำนวณได้จากสมการที่ (17) โดยนำค่าโมเมนต์ดัดที่จุดแตกร้าวที่ได้จากการทดลองมาใช้ ดังสมการ

$$f_r = -\frac{P}{A} - \frac{Pec}{I} + \frac{M_{cr}c}{I} \qquad \text{.....(18)}$$

สมการที่ (18) สามารถเขียนได้ใหม่ในรูป

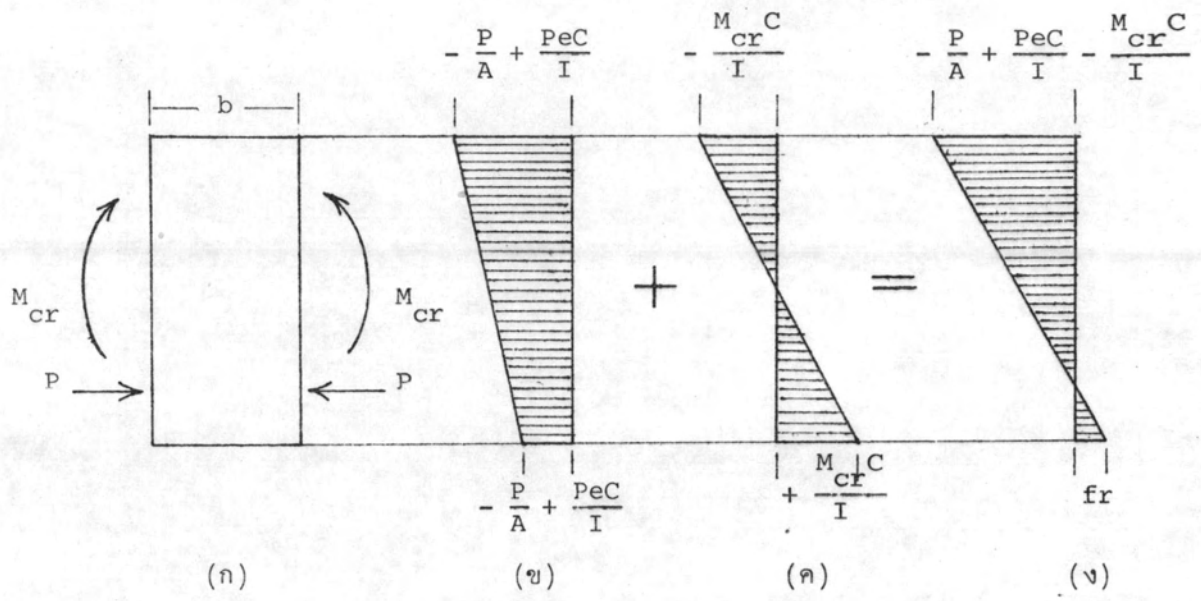
$$M_{cr} = Pe + \frac{PI}{AC} + \frac{f_r I}{c} \qquad \text{.....(19)}$$

ซึ่งจากสมการนี้เมื่อทราบค่าโมดูลัสแตกร้าวของคอนกรีตก็จะทำให้สามารถคาดคะเนโมเมนต์ดัดแตกร้าวของคานได้ โดย ACI Building Code[36] ได้กำหนดให้ใช้ค่าโมดูลัสแตกร้าวของคอนกรีตเท่ากับ $1.99\sqrt{f'_c}$ กก./ซม$^2$.

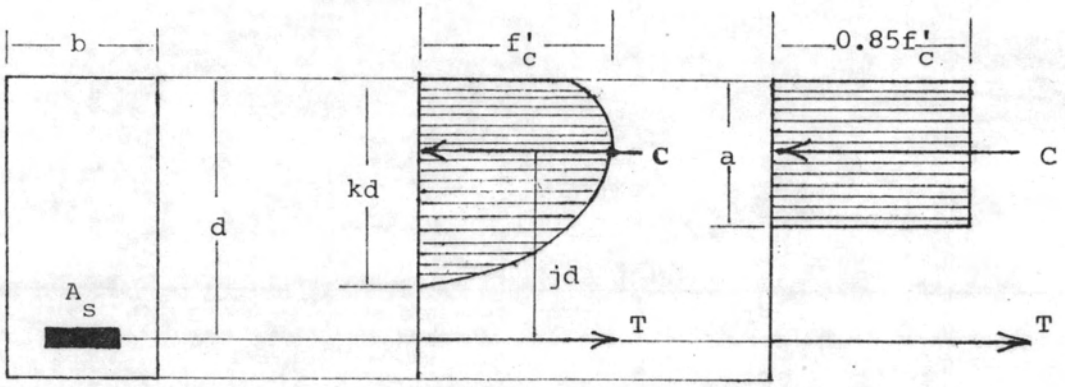
<u>กำลังดัดประลัยของคาน (Ultimate Strength)</u>

กำลังดัดประลัยของคานเป็นค่าสูงสุดของแรงดัดที่คานคอนกรีตสามารถรับได้ ดังนั้นค่ากำลังดัดประลัยของคานจึงมีความสำคัญเพราะเป็นค่าที่สามารถแสดงให้ทราบถึงจุดสิ้นสุดอายุการใช้งานของคาน เหตุนี้ การวิจัยเกี่ยวกับพฤติกรรมการดัดของคานคอนกรีตในช่วงอินอีลาสติคจึงจำกัดอยู่เพียงกำลังดัดประลัยของคานเป็นส่วนใหญ่ สำหรับวิธีต่าง ๆ ที่ใช้ในการหากำลังดัดประลัยของคานนั้นแตกต่างกันไป ซึ่งแต่ละวิธีการ ผู้ทำการวิจัยก็พยายามดัดแปลงให้ผลใกล้เคียงกับกำลังดัดประลัยของคานมากที่สุด

การศึกษาเกี่ยวกับพฤติกรรมการดัดของคานในช่วงอินอีลาสติค เริ่มต้นขึ้นตั้งแต่ปีคริสตศักราช 1930[37] โดยสืบเนื่องมาจากทฤษฎีอีลาสติคที่ใช้กันอยู่ ไม่สามารถใช้ได้หลังการแตกร้าวของคาน เพราะคุณสมบัติที่เปลี่ยนไปของคานหลายประการ เช่น พื้นที่หน้าตัด โมเมนต์ความเฉื่อยและพฤติกรรมของคอนกรีตและเหล็กเสริมเมื่อหน่วยแรงที่เกิดขึ้นมีค่าสูง จึงได้มีการนำ




รูปที่ 6 แสดงการกระจายหน่วยแรงอัดตลอดความลึกของหน้าตัดคานที่จุดแตกร้าว




รูปที่ 7 แสดงการสมมุติการกระจายหน่วยแรงอัดในคานที่จุดประลัยด้วยรูปสี่เหลี่ยมฝืนผ้าของ Whitney[37]

Elastic Theory ซึ่งยอมรับกันว่าเป็นทฤษฎีที่ตรงกับพฤติกรรมที่แท้จริงของวัสดุมาประยุกต์ใช้กับคานคอนกรีต โดยการแทนพื้นที่การกระจายหน่วยแรงอัดที่แท้จริงด้วยรูปต่าง ๆ เช่น สามเหลี่ยม สี่เหลี่ยมผืนผ้า สี่เหลี่ยมคางหมู รูปพาราโบลา ซึ่งรูปเหล่านี้สามารถหาพื้นที่และจุดศูนย์ถ่วงได้ง่าย ๆ ทำให้สามารถเขียนสมการในการคำนวณหากำลังดัดประลัยของคานได้สะดวก ดูตารางที่ 1 เปรียบเทียบวิธีการต่าง ๆ ที่นำมาใช้ในการคาดคะเน ที่เป็นที่นิยมมากที่สุดก็คือการใช้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เนื่องจากง่ายและให้ผลในการคาดคะเนได้ใกล้เคียงมาก วิธีการนี้ Charles S. Whitney[37] ได้เป็นผู้เริ่มนำมาใช้และได้มีผู้ทำการวิจัยเพิ่มเติมเพื่อนำไปใช้กับคานคอนกรีตในรูปแบบต่าง ๆ กันมากมาย[38 39 40 41] แต่การวิจัยต่าง ๆ ก็มักจำกัดขอบเขตการทดลองที่คอนกรีตมีกำลังอัดต่ำกว่า 550 กก./ซม$^2$. ดังนั้นจึงไม่อาจให้ผลการคาดคะเนกำลังดัดประลัยของคานทำด้วยคอนกรีตกำลังสูงได้ถูกต้องใกล้เคียงเช่นเดียวกับที่ใช้ในการวิเคราะห์คานคอนกรีตธรรมดา

(ACI 318-77) ได้กำหนดวิธีการหาค่ากำลังดัดประลัยของคานคอนกรีตอัดแรงไว้ โดยนำวิธีการของ Whitney[37] มาใช้ด้วยการสมมุติการกระจายหน่วยแรงอัดในส่วนเหนือแกนสะเทินของคานคอนกรีตเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยมีความกว้างเท่ากับความกว้างของปีกคาน มีความลึก a และมีหน่วยแรงเท่ากับ 0.85 $f'_c$ ตามรูปที่ 7 นอกจากนี้ยังได้ให้ข้อกำหนดโดยให้ความลึก a มีความสัมพันธ์ขึ้นอยู่กับกำลังอัดของคอนกรีต $f'_c$ เพื่อลดค่าแรงอัดประลัยลง โดยกำหนดเอาไว้ว่า $a = \beta_1 c$ โดยที่ $\beta_1$ จะมีค่าเท่ากับ 0.85 เมื่อคอนกรีตมีค่า $f'_c$ = 4000 psi (≈280 ksc) และ $\beta_1$ จะต้องถูกลดค่าลงในอัตรา 0.05 ต่อ 1000 psi (≈70 ksc) ที่เพิ่มขึ้นของ $f'_c$ ซึ่งจะเห็นได้ว่าสำหรับคานคอนกรีตที่มีค่า $f'_c$ สูง 21000 psi (≈1480 ksc) จะไม่สามารถคำนวณค่ากำลังดัดประลัยได้ เนื่องจาก $\beta_1 = 0$ ดังนั้น จึงได้กำหนดเพิ่มเติมค่า $\beta_1$ นี้เมื่อลดลงถึง 0.65 แล้วต่อไปเมื่อกำลังอัดของคอนกรีตเพิ่มขึ้น ก็ไม่ต้องลดค่าลงอีก[42] ซึ่งก่อนหน้านี้ไม่ได้กำหนดเอาไว้

สำหรับการศึกษาเกี่ยวกับการกระจายหน่วยแรงอัดที่จุดประลัยของคอนกรีตกำลังสูงมาก Nedderman[20] ได้ทำการทดลองหาการกระจายหน่วยแรงด้วยวิธีของ The Portland Cement

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบวิธีการคาดคะเนกำลังดัดประลัย

| รูปร่างของการกระจายหน่วยแรง | แหล่งที่มา | ตัวแปร | $\varepsilon_u$ |
|---|---|---|---|
| Rectangular | C.S. Whitney[37] | $k_2/k_1k_3 = 0.59$ | 0.003 |
| | Hognestad[38] | $k_2/k_1k_3 = 0.55$ | 0.0038 |
| | Billet & Appleton | $k_2 = 0.42$<br>$k_1l_3 = \frac{300+0.5f'_c}{1500+f'_c}$ | 0.0034 |
| | Janney,Hognestad & McHenry[39] | $k_2/k_1k_3 = 0.52$ | 0.0025-0.0040 |
| | Hognestad, Hanson & McHenry[40] | $k_2/k_1k_3 = \frac{1600+0.46f'_c-\frac{f'_c}{80000}}{3900+0.35f'_c}$ | $0.004-\frac{f'_c}{6.5\times10^6}$ |
| Trapezoidal | V.P. Jensen[43] | $k_1k_3 = (1+\beta)/2$<br>$\beta = \frac{1}{1+(\frac{f'_c}{4000})^2}$ | |
| Parabolic | Hognestad, Hanson & McHenry[40] | $k_{2p} = 0.375$<br>$k_{3p} = 0.85$ | 0.003 |
| Triangular | V.P. Jensen[43] | $k_{2t} = 0.333$<br>$k_{3t} = 1.0$ | 0.002 |

Association โดยนำผลการทดลองมาวิเคราะห์เปรียบเทียบกับการกระจายหน่วยแรงแบบต่าง ๆ แล้วได้สรุปผลไว้ว่า ค่าอัตราส่วนระหว่างระยะจากผิวบนของคานถึงแรงอัดรวมต่อระยะจากผิวบนของคานถึงแกนสะเทิน ($k_2$) ควรมีค่าเท่ากับ 0.37 ซึ่งเท่ากับในคอนกรีตที่มีต่อกำลังอัดต่ำ และไม่เปลี่ยนแปลงไปตามที่กำหนดไว้ ในข้อกำหนดของ ACI สำหรับค่าอัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงอัดเฉลี่ยต่อหน่วยแรงอัดสูงสุดของแท่งคอนกรีตทดสอบ ($k_1k_3$) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.58 สำหรับการสมมุติการกระจายหน่วยแรงเป็นแบบสี่เหลี่ยมผืนผ้า (Equivalent Rectanglar Stress Distribution) สมควรใช้ค่าเฉลี่ยของหน่วยแรงอัดเท่ากับ 0.77 $f'_c$ แทน 0.85 $f'_c$

Keith E Leslie, K.S. Rajagopalan และ Noel J. Everade[21] ได้ทำการทดลองคาน 12 ตัว ซึ่งมีกำลังอัดของคอนกรีตระหว่าง 640-810 กก./ตร.ซม. และได้นำมาวิเคราะห์กำลังดัดประลัยด้วยวิธีการวิธีของ ACI และโดยการสมมุติการกระจายหน่วยแรงอัดเป็นรูปสามเหลี่ยม โดยได้สรุปผลไว้ว่าสำหรับคานที่ทำด้วยคอนกรีตกำลังสูงมากนั้น การวิเคราะห์โดยการสมมุติการกระจายหน่วยแรงอัดเป็นรูปสามเหลี่ยมมีแนวโน้มที่จะให้ผลที่ปลอดภัยกว่าวิธีการวิเคราะห์แบบอื่น และสำหรับข้อจำกัดสำหรับความเหนียวของคานสมควรที่จะต้องมีการศึกษาเพิ่มเพื่อจะนำมาใช้กับคานซึ่งทำด้วยคอนกรีตที่มีกำลังสูงกว่า 550 กก./ซม.$^2$.

<u>คานคอนกรีตอัดแรงที่มีปริมาณเหล็กเสริมอัดแรงต่ำกว่าสมดุลย์</u>

ในการคิดกำลังดัดประลัยของคาน จะพิจารณาว่าที่จุดประลัยเหล็กเสริมอัดแรงจะถูกดึงถึงจุดวิบัติ ก่อนคอนกรีตและคานจะถึงจุดประลัยด้วยกรณีแรงดึง ดังนั้น แรงดึงที่จุดประลัยจะมีค่า

$$T = A_s f_{pu} \qquad \text{.....(20)}$$

สำหรับคานหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสามารถคำนวณแรงอัดได้ดังสมการ

$$C = 0.85 f'_c ab \qquad \text{.....(21)}$$

จากการสมดุลย์ของแรง

$$C = T$$

$$0.85 f'_c ab = A_s f_{pu}$$

$$a = \frac{A_s f_{pu}}{0.85 f'_c b} \qquad \text{.....(22)}$$

กำลังดัดประลัยของคานสามารถคำนวณได้จากสมการ

$$M_u = A_s f_{pu}(d - \frac{a}{2})$$

$$= A_s f_{pu}(d - \frac{A_s f_{pu}}{2x0.85 f'_c b}) \qquad \text{.....(23)}$$

ซึ่ง ACI ได้จัดสมการที่ (23) อยู่ในรูป

$$M_u = A_s f_{pu} d(1 - \frac{0.59 p f_{pu}}{f'_c}) \qquad \text{.....(24)}$$

ส่วน PCI ได้กำหนดแตกต่างออกไปเล็กน้อย โดยกำหนดสมการในรูป

$$M_u = A_s f_{pu} d(1 - \frac{0.6 p f_{pu}}{f'_c}) \qquad \text{.....(25)}$$

ซึ่งได้มาด้วยวิธีการเดียวกัน นอกจากนี้ทั้ง ACI และ PCI ยังได้ให้สมการประมาณค่าหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมอัดแรงจริงที่จุดประลัยของคานไว้ด้วย

สำหรับคานแบบที่มีการยึดเกาะระหว่างเหล็กเสริมอัดแรงกับคอนกรีต

$$f_{ps} = f_{pu}(1 - 0.5 \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c}) \qquad \text{.....(26)}$$

โดยที่ $f_{ps}$ = หน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรงที่จุดประลัยของคาน

$f_{pu}$ = หน่วยแรงดึงประลัยของเหล็กเสริมอัดแรง

$\rho_p = \frac{A_{pc}}{bd}$

ซึ่งจะนำค่า $f_{ps}$ ไปใช้ในการคำนวณแทน $f_{pu}$ ในสมการที่ (25)

สมการที่ (25) และ (26) จะสามารถใช้กับคานซึ่งมีปีกคานและแกนสะเทินอยู่ในปีกคานเช่นเดียวกับคานหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ส่วนคานที่มีปีกคานแต่แกนสะเทินอยู่นอกปีกคาน จะสามารถคำนวณกำลังดัดประลัยของคานได้จากสมการ

$$M_u = A_{sv} f_{pu} d\left(1 - 0.59 \frac{A_{sv} f_{pu}}{b' d f'_c}\right) + 0.85 f'_c (b - b')t(d - 0.5\, t) \quad \ldots\ldots (27)$$

เมื่อ $A_{sv} = A_s - A_{sf}$

$$A_{sf} = 0.85 f'_c \frac{(b - b')t}{f_{su}}$$

โดยที่ $A_s$ = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมอัดแรง

$A_{sv}$ = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมอัดแรงเพียงพอที่จะทำให้เกิดแรงอัดประลัยในปีกคานส่วนยื่น

$A_{sf}$ = พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมอัดแรงเพียงพอที่จะทำให้เกิดแรงอัดประลัยในตัวคาน

$b$ = ความกว้างของปีกคาน

$b'$ = ความกว้างของตัวคาน

$t$ = ความหนาของปีกคาน

<u>คานคอนกรีตอัดแรงที่มีปริมาณเหล็กเสริมอัดแรงสูงกว่าสมดุลย์</u>

ในคานที่มีปริมาณเหล็กเสริมอัดแรงสูง คานจะถึงจุดประลัยด้วยการวิบัติของคอนกรีตก่อนโดยที่หน่วยแรงในเหล็กเสริมยังมีค่าต่ำ การหากำลังดัดประลัยของคานจำเป็นต้องอาศัยความสัมพันธ์ของความเครียดที่เกิดขึ้นที่จุดประลัยระหว่างคอนกรีตกับเหล็กเสริมอัดแรง โดยสามารถ

เขียนความสัมพันธ์ได้ในรูป

$$\varepsilon_{s2} = \varepsilon_u \frac{d - C_b}{C_b} \qquad \text{.....(28)}$$

โดยที่ $\varepsilon_{s2}$ = ความเครียดที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมอัดแรงเนื่องจากแรงภายนอก

$\varepsilon_u$ = ความเครียดสูงสุดของคอนกรีตที่ผิวบนของคาน

= 0.003

$C_b$ = ระยะจากผิวบนของคานถึงแกนสะเทิน

$d$ = ความลึกประสิทธิผล

ส่วนความเครียดของเหล็กเสริมที่จุดประลัยจะมีค่าเท่ากับ

$$\varepsilon_{su} = \varepsilon_{s1} + \varepsilon_{s2} \qquad \text{.....(29)}$$

โดยที่ $\varepsilon_{s1}$ = ความเครียดที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมอัดแรงเนื่องจากการอัดแรง

สมการการสมดุลย์ของแรง

$$T = C$$

$$A_s f_{pu} = 0.85 f'_c ab \qquad \text{.....(30)}$$

โดยการสมมุติค่าหน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรงที่จุดประลัย จะทำให้ทราบค่าความเครียดที่เกิดขึ้นจากกราฟความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงกับความเครียด และโดยการอาศัยสมการที่ (28) และ (29) ทำให้สามารถหาค่า $C_b$ ซึ่งทำให้ทราบค่า a จากความสัมพันธ์ $a = \beta_1 C_b$ จึงสามารถคำนวณค่าแรงอัดได้นำมาเปรียบเทียบกับค่าแรงดึง ทดลองทำจนได้ค่าเท่ากัน ทำให้สามารถคำนวณค่ากำลังดัดประลัยของคานจากสมการ

$$M_u = A_s f_{pu} (d - \frac{a}{2}) \qquad \text{.....(31)}$$

สำหรับ PCI ได้ให้ค่าของกำลังดัดประลัยของคานที่มีปริมาณเหล็กเสริมอัดแรง $\rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} > 0.3$ ไว้ดังสมการ

$$M_u = 0.25 f'_c bd^2 \qquad \text{.....(32)}$$