

การหาจุดคงที่โดยการเฉลียวซ้ำ



นาย สมใจ จิตพิทักษ์

005161

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
แผนกวิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2519

DETERMINATION OF FIXED POINTS BY MEAN VALUE ITERATIONS

Mr. Somjai Jitpituk

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1976

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science.



Yisid Prochnatamol
.....

Dean of the Graduate School

Thesis Committee

ศาสตราจารย์ ดร. สวัสดิ์ นวลতারanee
..... Chairman

Sawai Nualtaranee
.....

ดร. สวัสดิ์ นวลতারanee
.....

Thesis Supervisor Dr. Sawai Nualtaranee

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การหาจุดคงที่โดยการเฉลี่ยซ้ำ
ชื่อ	นาย สมใจ จิตพิทักษ์
แผนกวิชา	คณิตศาสตร์
ปีการศึกษา	2518

บทคัดย่อ

ให้ E เป็นเซตที่ closed, bounded และ convex ใน Banach space X , $T: E \rightarrow E$. เราจะพิจารณา iterative scheme ซึ่งนิยามดังนี้

$$(1) x_{n+1} = Tv_n, (2) v_n = \frac{1}{n}(x_1 + \dots + x_n), n = 1, 2, \dots, (3) v_1 = x_1 \in E$$

สำหรับกรณีเฉพาะเมื่อ X เป็น real axis และ E เป็น closed unit interval อาร์.แอล.แฟรงค์ส์ (R.L. Franks) และ อาร์.พี.มาร์เซ็ค (R.P. Marzec) ได้พิสูจน์แล้วว่า ถ้า T เป็นฟังก์ชันชนิด continuous จาก E ไปยัง E แล้ว iterative scheme (1)-(3) จะบรรจบ (converges) เข้าสู่จุดคงที่ของ T เสมอ.

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะขยายไปยังกรณีที่ E เป็น closed unit N -disk หรือ closed unit N -cell ของ \mathbb{R}^N . เราพิสูจน์ว่า continuity ของ T อย่างเดียวไม่เพียงพอที่จะประกันว่า iterative scheme (1)-(3) จะบรรจบเข้าสู่จุดคงที่ของ T . โดยจำกัดคุณสมบัติบางอย่างของ T เราพิสูจน์ได้ว่า iterative scheme (1)-(3) จะบรรจบเข้าสู่จุดคงที่ของ T เสมอ.

ในบทสุดท้ายเราจะกล่าวถึงฟังก์ชัน T ชนิด nonexpansive จากเซต E ที่ closed, bounded และ convex ใน uniformly convex Banach space X ไปยัง E . ถ้า T สอดคล้องกับเงื่อนไขข้อนี้เพียงอย่างเดียว เราจะหาจุดคงที่ของ T ได้โดยใช้ iterative scheme (1)-(3).

Thesis Title Determination of Fixed Points by Mean Value Iterations
 Name Mr. Somjai Jitpituk
 Department Mathematics
 Academic Year 1975

Abstract

Let E be a closed bounded convex subset of a Banach space X ,
 $T: E \rightarrow E$. We shall be concerned with the iterative scheme defined by
 (1) $x_{n+1} = Tv_n$, (2) $v_n = \frac{1}{n}(x_1 + \dots + x_n)$, $n=1,2,\dots$, (3) $v_1 = x_1 \in E$.

For a particular case where X is just the real axis and E is a closed unit interval; R.L. Franks and R.P. Marzec have proved that, for any mapping T which continuously maps E into itself, the iterative scheme (1)-(3) always converges to a fixed point of T .

In this thesis we establish a generalization to the case where E is a closed unit N -disk or a closed unit N -cell of \mathbb{R}^N . It will be shown that the continuity of T is not an adequate restriction to guarantee convergence of the iterative scheme (1)-(3) to a fixed point of T . With some restrictions on T , we prove that the iterative scheme (1)-(3) always converges to a fixed point of T on E .

Finally, we deal with a nonexpansive mapping T which maps a closed bounded convex subset E of a uniformly convex Banach space X into itself. If T satisfies one additional requirement, we may approximate one of its fixed points using the iterative scheme (1)-(3).

ACKNOWLEDGEMENT

I would like to express my thanks and deep appreciation to Dr. Sawai Nualtaranee, my thesis supervisor, for his guidance, encouragement, and supervision during the preparation and completion of this thesis. I would also like to thank all lecturers for their previous lectures in the graduate courses.

TABLE OF CONTENTS

	Page
ABSTRACT (IN THAI)	iv
ABSTRACT (IN ENGLISH)	v
ACKNOWLEDGEMENT	vi
CHAPTER I PRELIMINARIES	1
II A THEOREM ON MEAN VALUE ITERATIONS	18
III MEAN VALUE ITERATIONS ON THE CLOSED UNIT N-DISK(N-CELL)	28
IV MEAN VALUE ITERATIONS OF NONEXPANSIVE MAPPINGS IN A BANACH SPACE	51
REFERENCES	59
VITA	61