บทที่ 3

สรุปผลการวิเคราะห์และข้ออภิปราย

ในการคำนวณหาคำตอบที่เป็นตัวเลขในครั้งนี้เพื่อเป็นการประหยัดเวลาและเพื่อเป็นการแสดงให้เห็นถึงอัตราการบรรจบ (Rate of convergence) ของอนุกรมของคำตอบที่ได้จากการศึกษานี้ จึงได้ใช้เพียงสามเทอมของอนุกรม นั่นคือใช้ค่า A_1, A_2, A_3 เท่านั้น โดยได้คำนวณสำหรับแผ่นพื้นรูปสามเหลี่ยม สี่เหลี่ยม ห้าเหลี่ยม หกเหลี่ยมและแปดเหลี่ยมไว้ให้ดูเป็นตัวอย่าง ส่วนค่าของอัตราส่วนปัวซองนั้นกำหนดให้เท่ากับ 0.1, 0.2 และ 0.3 ซึ่งจะได้ค่าของ A_1, A_2 และ A_3 ดังแสดงในตารางข้างล่างนี้

k = 3

	$\nu = 0.1$	$\nu = 0.2$	$\nu = 0.3$
A_1	0.717	0.704	0.693
A_2	0.142	0.136	0.130
A_3	0.022	0.021	0.020

k = 4

	$\nu = 0.1$	$\nu = 0.2$	$\nu = 0.3$
A_1	1.010	0.986	0.960
A_2	0.178	0.169	0.160
A_3	0.003	0.003	0.002

k = 5

	$\nu = 0.1$	$\nu = 0.2$	$\nu = 0.3$
A_1	1.406	1.365	1.324
A_2	0.012	0.007	0.002
A_3	-2.49×10^{-4}	-2.33×10^{-4}	-2.26×10^{-4}

k = 6

	$\nu = 0.1$	$\nu = 0.2$	$\nu = 0.3$
A_1	1.644	1.592	1.539
A_2	-0.185	-0.183	-0.180
A_3	2.542×10^{-3}	2.510×10^{-3}	2.477×10^{-3}

k = 8

	$\nu = 0.1$	$\nu = 0.2$	$\nu = 0.3$
A_1	1.512	1.464	1.410
A_2	-2.059×10^{-3}	-1.988×10^{-3}	-1.941×10^{-3}
A_3	-3.36×10^{-7}	-3.26×10^{-7}	-3.547×10^{-7}

เมื่อแทนค่าที่ได้แสดงไว้ในตารางข้างบนลงในสมการของระยะโก่ง (10) และหน่วยแรงลัพธ์ต่าง ๆ สมการ (35) ถึง (70) ก็สามารถคำนวณค่าที่เป็นตัวเลขดังได้แสดงไว้ในรูปของกราฟในรูปที่ 3 ถึง 10 เฉพาะเมื่อค่า $\nu = 0.3$

ในรูปที่ 3 และที่ 4 จะเห็นได้ว่า ระยะโก่งจะมีค่าน้อยลงเมื่อ k มีค่ามากขึ้น นั่นคือแผ่นพื้นที่มีจำนวนด้านมากกว่าจะมีระยะโก่งน้อยกว่า และเมื่อค่า k เข้าใกล้อนันต์ ก็คือกรณีที่เป็น

แผ่นพื้นวงกลมมีฐานรองรับแบบธรรมดา (simply supported circular plate) นั่นเอง ซึ่งจะมีระยะโก่งน้อยที่สุดดังได้แสดงไว้ในรูปที่ (3) และ (4) แล้วด้วย สำหรับกรณีแผ่นพื้นรูปสามเหลี่ยมและหกเหลี่ยม ($k=3$ และ $k=6$) ได้นำค่าที่ได้จาก สุธรรม สุริยะมงคล และประณต สุริยะ[4] สุรศักดิ์ พูลชัยนาวาสกุล[5] และประสงค์ อิงสุวรรณ[7] มาเปรียบเทียบไว้ให้เห็นในรูปเดียวกัน ซึ่งจะเห็นได้ว่า สำหรับกรณีรูปสามเหลี่ยมทั้งการวิเคราะห์และการทดลองได้ค่าใกล้เคียงกันมีความคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 2 % แต่กรณีรูปหกเหลี่ยมนั้นมีความคลาดเคลื่อนในเกณฑ์ 20 % เมื่อคิดที่ศูนย์กลางของแผ่นพื้นที่ซึ่งระยะโก่งมีค่ามากที่สุด

ในรูปที่ 5 และรูปที่ 6 จะเห็นได้ว่า โมเมนต์ดัด M_ρ มีค่าเข้าใกล้อนันต์ที่จุดที่แรง P กระทำและมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ที่ขอบดังรูปที่ 6 ส่วนในรูปที่ 5 นั้นจะเห็นได้ว่า ค่าโมเมนต์ดัดต่อหน่วยความยาวไม่เป็นศูนย์ที่มุมของแผ่นพื้น แต่อย่างไรก็ตามที่จุดซึ่งเป็นมุมนั้นมีความยาวเป็นศูนย์ดังนั้น จึงไม่มีผลอะไร ในรูปที่ 5 และรูปที่ 6 จะเห็นได้ว่า คำตอบที่ได้จากเอกสารอ้างอิง (4) และ (7) ใกล้เคียงกับคำตอบของการศึกษาครั้งนี้

ในรูปที่ 7 และ 8 ซึ่งแสดงค่าโมเมนต์ดัด $M_{\bar{\theta}}$ จะเห็นได้ว่า คำตอบที่ได้ ใกล้เคียงเอกสารอ้างอิง (4) และ (7)

ส่วนในรูปที่ 9 และ 10 จะเห็นว่า แรงเฉือนเคียร์คอฟมีค่าใกล้อนันต์ที่จุดที่รับแรงกระทำและจุดที่เป็นฐานรองรับ ส่วนที่ขอบอิสระ ซึ่งตามทฤษฎีจะต้องมีค่าเป็นศูนย์นั้น เนื่องจากเราตัดอนุกรมเพียงแค่สามพจน์แรก จึงให้ค่าคลาดเคลื่อนจากศูนย์ไปบ้าง

ในรูปที่ 11 และ 12 ได้แสดงค่าของโมเมนต์ดัด M_ξ และแรงเฉือนเคียร์คอฟ V_ξ ซึ่งแปรผันตามขอบอิสระ จะเห็นได้ว่า คำตอบที่ได้จากอนุกรมเพียงสามพจน์ก็ให้ค่า V_ξ เกือบจะเป็นศูนย์ ส่วนค่า M_ξ ก็มีค่าน้อยเมื่อเทียบกับค่าที่จุดใกล้แรงกระทำ โดยผลรวมตลอดแนวขอบของ M_ξ และ V_ξ เป็นศูนย์เสมอ ซึ่งอาจพิสูจน์สภาพสมดุลย์ของคำตอบที่ได้โดยเมื่อคำนวณค่าแรงที่มุม (corner force) R หรือคือแรงปฏิกิริยาของฐานแต่ละต้น โดยใช้สมการ (51) ก็จะได้ $R = 2M_{\xi\eta}(1,0)$ มีค่าเป็น $\frac{P}{k}$ เสมอ

อย่างไรก็ตาม เมื่อคำนวณโดยใช้อนุกรม เพียงสามพจน์แรก แรงที่มุมสำหรับรูป เหลี่ยมต่างๆ อาจสรุปได้ดังนี้

k	$R=2M_{\S\eta}(1,0)$	R ที่ถูกต้อง	% คลาด เคลื่อน
3	0.322 P	0.33 P	3.3
4	0.248 P	0.25 P	0.8
5	0.199 P	0.20 P	0.5
6	0.166 P	0.167P	0.6