

การวิเคราะห์แผนผังรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่าที่มีฐานรองรับ
ที่มุมรับแรงกระทำ เป็นจุดที่จุดศูนย์กลาง



นายสมหมาย ชื้อลัดยศ

วิทยานิพนธ์นี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2525

ISBN 974-561-420-3

007535

1779125X

AN ANALYSIS OF CORNER SUPPORTED REGULAR POLYGONAL PLATES
SUBJECTED TO A CONCENTRATED LOAD AT THE CENTER



Mr. Sommai Suesataya

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering
Department of Civil Engineering
Graduate School

1982

หัวข้อวิทยานิพนธ์

การวิเคราะห์แผ่นบางรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่าที่มีฐานรองรับที่มุม
รับแรงกระทำเป็นจุดที่จุดศูนย์กลาง

โดย

นายสมหมาย ชื่อลัดดี


ภาควิชา

วิศวกรรมโยธา

อาจารย์ที่ปรึกษา


ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุธรรม สุริยะมงคล


บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้บัณฑิตวิทยาลัยนี้เป็นส่วนหนึ่งของการ
ศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต


..... คณบดี บัณฑิตวิทยาลัย
(รองศาสตราจารย์ ดร. สุประดิษฐ์ มุนนาค)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. ทักขิน เทพชาตรี)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร. การุณ จันทรางศู)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุธรรม สุริยะมงคล)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เอกสิทธิ์ ลิ้มสุวรรณ)

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การวิเคราะห์แผ่นบางรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่าที่มีฐานรองรับที่มุม รับแรงกระทำเป็นจุดที่จุดศูนย์กลาง
ชื่อนิสิต	นายสมหมาย ชื่อสัตย์
อาจารย์ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุธรรม สุริยะมงคล
ภาควิชา	วิศวกรรมโยธา
ปีการศึกษา	2524

บทคัดย่อ



วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มุ่งที่จะหาคำตอบของการตัดของแผ่นพื้นรูปหลายเหลี่ยมด้านเท่าที่มีฐานรองรับที่มุม เมื่อรับแรงกระทำเป็นจุดที่จุดศูนย์กลาง ในการวิเคราะห์ครั้งนี้ ได้เสนอคำตอบประกอบ (Complementary solution) ในระบบแกนโพลาร์ (Polar co-ordinates) ในรูปของอนุกรมของฟังก์ชันโคซายน์ ซึ่งเมื่อแทนลงในสมการของสภาพของขอบอิสระ (free edge) ที่กำหนดให้ค่าแรงเฉือนเคียร์คอฟเป็นศูนย์ และโดยใช้วิธี Gram-Schmidt ในการทำให้เป็นอนุกรมออร์โธโกนอล (Gram-Schmidt orthogonalization process) ก็จะสามารถหาค่าสัมประสิทธิ์ของแต่ละเทอมในอนุกรมของคำตอบประกอบได้ อนึ่ง สำหรับสภาพของขอบที่ว่า โมเมนต์คัตต้องเป็นศูนย์ที่ทุกจุดนั้น ได้แทนด้วยสภาพโดยประมาณที่ว่าผลรวมของโมเมนต์คัตเป็นศูนย์ ดังนั้น คำตอบที่ได้จึงเป็นคำตอบโดยประมาณ โดยมีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับโมเมนต์คัตที่บริเวณใกล้ ๆ ขอบอยู่บ้าง อย่างไรก็ตามคำตอบที่ได้จากการวิเคราะห์วิธีนี้ สามารถใช้กับแผ่นพื้นหลายเหลี่ยมด้านเท่าโดยไม่จำกัดว่าจะเป็นกี่เหลี่ยม

ผลที่ได้จากการวิเคราะห์ได้แสดงไว้เป็นตัวอย่างในรูปของกราฟและได้เปรียบเทียบกับผลการวิเคราะห์และการทดลองของผู้อื่นเท่าที่มีอยู่ในบางกรณี

กิติกรรมประกาศ

ผู้เขียนใคร่ขอกราบขอบพระคุณอย่างสูงต่อ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สุธรรม สุริยะมงคล อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่ท่านให้ความกรุณาอุทิศเวลาเพื่อชี้แนวทางและให้คำแนะนำตลอดจนถึงวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งมากด้วยคุณค่าและมีประโยชน์ต่อการวิจัยและงานเขียนจนกระทั่งสำเร็จลงได้ด้วยดี พร้อมกันนี้ผู้เขียนขอขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ซึ่งประกอบด้วย รองศาสตราจารย์ ดร. ทักษิณ เทพชาติรี รองศาสตราจารย์ ดร. การุญ จันทรางศุ และ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. เอกสิทธิ์ ลีมสุวรรณ ที่ได้กรุณาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

อนึ่ง ผู้เขียนขอขอบพระคุณต่ออาจารย์ สมพงษ์ ศิริโสภณศิลป์ คุณสมยศ ศิริโสภณศิลป์ และคุณสมบัติ กิจจาลักษณ์ ที่ได้กรุณาเสียสละเวลาอันมีค่าของตนมาให้ความช่วยเหลือในงานคำนวณจนกระทั่งเสร็จสิ้นการวิจัย

ผู้เขียนสำนึกในพระคุณของบิดา มารดา ญาติ ๆ นายช่างประสิทธิ์ อักษรวงศ์ วิศวกรโยธา 7 กองวิเคราะห์และวิจัย กรมทางหลวง ที่ให้การสนับสนุนและให้กำลังใจจนกระทั่งผู้เขียนศึกษาสำเร็จ

ท้ายที่สุด ผู้เขียนใคร่แสดงความสำนึกในพระคุณของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ซึ่งได้ให้โอกาสแก่ผู้เขียนในการศึกษาชั้นมหาบัณฑิตนี้

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
รายการรูปประกอบ	ช
สัญลักษณ์	ณ
บทที่	
1. บทนำ	1
2. การวิเคราะห์ทางทฤษฎี	3
3. สรุปผลการวิเคราะห์และข้ออภิปราย	17
เอกสารอ้างอิง	21
ภาคผนวก	23
ประวัติผู้เขียน	31

รายการรูปประกอบ

รูปที่	หน้า
1. แสดง Typical segment ของแผ่นพื้นรูป k เหลี่ยมด้านเท่า	24
2. แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง da กับ $d\eta$	24
3. กราฟของระยะโก่ง w เทียบกับ ρ เมื่อ $\bar{\theta} = 0, \nu = 0.3$	25
4. กราฟของระยะโก่ง w เทียบกับ $\bar{\rho}$ เมื่อ $\bar{\theta} = 1, \nu = 0.3$	26
5. กราฟแสดงค่าโมเมนต์ M_ρ/P เทียบกับ ρ เมื่อ $\bar{\theta} = 0, \nu = 0.3$	27
6. กราฟแสดงค่าโมเมนต์ M_ρ/P เทียบกับ $\bar{\rho}$ เมื่อ $\bar{\theta} = 1, \nu = 0.3$	27
7. กราฟแสดงค่าโมเมนต์ M_θ/P เทียบกับ ρ เมื่อ $\bar{\theta} = 0, \nu = 0.3$	28
8. กราฟแสดงค่าโมเมนต์ M_θ/P เทียบกับ $\bar{\rho}$ เมื่อ $\bar{\theta} = 1, \nu = 0.3$	28
9. กราฟแสดงค่าแรงเฉือนเคียร์คอฟ $V_\rho a/P$ เทียบกับ ρ เมื่อ $\bar{\theta} = 0, \nu = 0.3$..	29
10. กราฟแสดงค่าแรงเฉือนเคียร์คอฟ $V_\rho a/P$ เทียบกับ $\bar{\rho}$ เมื่อ $\bar{\theta} = 1, \nu = 0.3$..	29
11. กราฟแสดงค่าโมเมนต์ M_ξ/P ตามแนวขอบ เทียบกับ $\bar{\eta}$ เมื่อ $\nu = 0.3$..	30
12. กราฟแสดงค่าแรงเฉือน $V_\xi a/P$ ตามแนวขอบ เทียบกับ $\bar{\eta}$ เมื่อ $\nu = 0.3$..	30

สัญลักษณ์

a	=	ระยะจากจุดศูนย์กลางถึงมุมของแผ่นพื้น
A_n, B, c_{ni}	=	ตัวสัมประสิทธิ์
C	=	ตัวคงที่
D	=	ความเกร็งเชิงคด (flexural rigidity) ของแผ่นพื้น และมีค่าเท่ากับ $Eh^3 / 12(1-\nu^2)$
E	=	โมดูลัสยืดหยุ่น
h	=	ความหนาของแผ่นพื้น
k	=	จำนวนด้านของแผ่นพื้นรูปหลายเหลี่ยม
M_ρ	=	โมเมนต์คัตต่อความยาวของหน้าตัดของแผ่นพื้นที่ตั้งฉากกับ ρ
$M_{\bar{\theta}}$	=	โมเมนต์คัตต่อความยาวของหน้าตัดของแผ่นพื้นที่ตั้งฉากกับ $\bar{\theta}$
$M_{\rho\bar{\theta}}$	=	โมเมนต์บิดต่อความยาวของหน้าตัดของแผ่นพื้นที่ตั้งฉากกับ ρ
M_ξ	=	โมเมนต์คัตต่อความยาวของหน้าตัดของแผ่นพื้นที่ตั้งฉากกับแกน ξ
M_η	=	โมเมนต์คัตต่อความยาวของหน้าตัดของแผ่นพื้นที่ตั้งฉากกับแกน η
$M_{\xi\eta}$	=	โมเมนต์บิดต่อความยาวของหน้าตัดของแผ่นพื้นที่ตั้งฉากกับแกน ξ
P	=	แรงกระทำต่อแผ่นพื้น
Q_ρ	=	แรงเฉือนต่อความยาวของหน้าตัดของแผ่นพื้นที่ตั้งฉากกับ ρ
$Q_{\bar{\theta}}$	=	แรงเฉือนต่อความยาวของหน้าตัดของแผ่นพื้นที่ตั้งฉากกับ $\bar{\theta}$
r	=	รัศมีที่วัดจากจุดศูนย์กลางของแผ่นพื้น
R	=	แรงกระทำที่มุม
V_ρ	=	แรงเฉือนเคียร์คอฟต่อความยาวของหน้าตัดของแผ่นพื้นที่ตั้งฉากกับ ρ
$V_{\bar{\theta}}$	=	แรงเฉือนเคียร์คอฟต่อความยาวของหน้าตัดของแผ่นพื้นที่ตั้งฉากกับ $\bar{\theta}$
V_ξ	=	แรงเฉือนเคียร์คอฟต่อความยาวของหน้าตัดของแผ่นพื้นที่ตั้งฉากกับแกน ξ
V_η	=	แรงเฉือนเคียร์คอฟต่อความยาวของหน้าตัดของแผ่นพื้นที่ตั้งฉากกับแกน η

- w = พังกัชนีของระยะโคงของแผ่นพื้น
- ξ, η = Cartesian co-ordinates
- $\rho, \bar{\theta}$ = polar co-ordinates
- ρ = r/a
- ν = อัตราส่วนปัวซอง (Poisson's ratio)