บทที่ 2

ทฤษฎีและระบบวิธีการ

2.1 ความน่าจะเป็น (Probability)

ในการตัดสินใจปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน เรามักจะตัดสินใจจากการเปรียบเทียบหรือคาดคะเนถึงโอกาสหรือความเป็นไปได้ว่ามีมากหรือน้อยเพียงใด แม้จะออกมาในลักษณะคร่าว ๆ แต่แสดงให้เห็นถึงบทบาทของการนำเอาความน่าจะเป็นเข้าไปเกี่ยวข้องกับการตัดสินใจในปัญหาที่เกิดขึ้น ซึ่งอย่างน้อยที่สุดก็ทำให้การตัดสินใจมีมาตรการหรือมีความถูกต้องใกล้เคียงความเป็นจริงมากยิ่งขึ้นกว่าการตัดสินใจในลักษณะเดาสุ่ม มิใช่แต่ในชีวิตประจำวันเท่านั้น หากแต่ความน่าจะเป็นได้เข้ามามีบทบาทต่อทฤษฎีบทหรือหลักและวิธีการในการวิเคราะห์ต่าง ๆ อย่างมากมาย

2.1.1 นิยาม[1] ในการกระทำอย่างใดอย่างหนึ่ง ถ้าผลจากการกระทำนั้นสามารถรู้ล่วงหน้าว่าจะเกิดเหตุการณ์อย่างใดอย่างหนึ่งขึ้นก็ไม่จำเป็นต้องใช้ความน่าจะเป็น เพราะความน่าจะเป็นของเหตุการณ์อย่างหนึ่งจะมีความหมายก็ต่อเมื่อยังไม่ทราบว่าเหตุการณ์จะเกิดขึ้นหรือไม่เท่านั้น การทดลองหรือการกระทำซึ่งผลจากการทดลองหรือการกระทำนั้น ๆ ไม่สามารถทำนายได้ล่วงหน้าจะเรียกว่า การทดลองสุ่ม

---

[1] อำพล ธรรมเจริญ, ทฤษฎีความน่าจะเป็นและสถิติ, (กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์รุ่งเรืองธรรม, 2520), หน้า 55

ในการหาค่าความน่าจะเป็นจะต้องพิจารณาถึง ผล หรือ กรณี ทั้งหมดที่จะเกิดขึ้นได้ (All posible outcomes)จากการทดลองสุ่ม ผล ดังกล่าวนี้อาจจะพิจารณาแยกเป็นกรณีย่อย ๆ ได้ชัดเจน โดยที่กรณีย่อย ๆ นี้มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากัน(Equally likely) หรือไม่อาจแยกเป็นกรณีย่อยได้แต่สามารถดูได้จากการทดลองซ้ำ ๆ หลายครั้งได้ ฉะนั้น การหาค่าความน่าจะเป็นจึงมี 2 วิธีดังนิยามดังต่อไปนี้

2.1.2 นิยาม จากการทดลองถ้าปรากฏว่ามี ผลที่ต้องการ (Success) s กรณี และ ผลที่ไม่ต้องการ (Failure) f กรณี และเหตุการณ์ทั้งสองอย่างมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่ากันแล้ว ค่าของความน่าจะเป็นของผลที่ต้องการคือ

$$P(s) = \frac{s}{s + f}$$

และความน่าจะเป็นของผลที่ไม่ต้องการคือ

$$Q(f) = \frac{f}{s + f}$$

2.1.3 นิยาม จากการทดลอง n ครั้ง เกิดผลที่ต้องการ s ครั้ง ค่าของความน่าจะเป็น คือ

$$P(s) = \frac{s}{n}$$

จากนิยาม 2.1.2 และ 2.1.3 จะได้คุณสมบัติของค่าความน่าจะเป็นดังนี้

1) ค่าความน่าจะเป็นจะอยู่ในช่วง 0 ถึง 1 นั่นคือ $0 \leq P \leq 1$

2) ผลบวกค่าความน่าจะเป็นของผลที่ต้องการ กับ ค่าความน่าจะเป็นของผลที่ไม่ต้องการจะมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ นั่นคือ $P + Q = 1$

2.1.4 นิยาม[2] ตัวแปรใด ๆ ที่มีค่าแทนได้ด้วย ผล (Outcome) จากการทดลองสุ่ม จะเรียกว่า ตัวแปรสุ่ม (Random variable)

2.1.5 นิยาม[2] ให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม ถ้าจำนวนค่าของ X ที่เป็นไปได้มีจำนวนจำกัด(Finite) หรือไม่จำกัดจำนวนแต่แจงนับได้ (Countably infinite) ดังนั้น X จะเป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง (Discrete random variable)

ตัวอย่างเช่น การทอดลูกเต๋า 1 ลูก ผลที่จะเป็นไปได้ คือ ขึ้นหน้าที่เป็น 1 หรือ 2 หรือ 3 หรือ 4 หรือ 5 หรือ 6 เพียง 6 กรณีเท่านั้น X จะมีค่าหนึ่งในหกกรณีดังกล่าว X จึงเป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องหรือ X เป็นค่าของจำนวนรถที่ขายได้ใน 1 ปีหรือ 1 เดือน ค่าของ X ก็จะเป็นค่าใดค่าหนึ่งในเซท 0, 1, 2, ... X จะเป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องเช่นกัน

2.1.6 นิยาม[3] ให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม ถ้า X มีค่าที่เป็นไปได้ในรูปที่เป็น ช่วง หรือ กลุ่มรวมของช่วง (Interval or Collection of intervals) ดังนั้น X จะเป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง (Continuous random variable)

ตัวอย่างเช่น อายุการใช้งานของหลอดไฟฟ้าซึ่งจะอยู่ในระหว่างช่วง 1 ถึง 2 ปี หรือจำนวนร้อยละของแอลกอฮอลในส่วนผสมชนิดหนึ่ง เป็นต้น

---

2 Henrick J.Malik and Kenneth Mullen,A First Course in Probability and Statistics, (Addison-Wesley Publishing Company),P.40

3 Ibid., P.42

2.1.7 นิยาม[4] ฟังก์ชั่น f (x) จะเป็นฟังก์ชั่นหรือการแจกแจงของความน่าจะเป็น (Probability function or Probability distribution) ของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง X ก็ต่อเมื่อ

1) $f(x) \geq 0$

2) $\sum_{x} f(x) = 1$

3) $P(X=x) = f(x)$

สำหรับทุก ๆ ค่า x ที่ได้

2.1.8 นิยาม[4] ฟังก์ชั่น f (x) จะเป็นฟังก์ชั่นหรือการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่อง X ซึ่งมีค่าในช่วง (a,b) ก็ต่อเมื่อ

1) $f(x) \geq 0$ สำหรับทุก **x** ที่เป็นจริงใน **(a,b)**

2) $\int_a^b f(x)dx = 1$

3) $P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx$

2.1.9 นิยาม[5] ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องหรือไม่ต่อเนื่อง ฟังก์ชั่น F(x) จะเป็นฟังก์ชั่นการแจกแจงสะสม (Cumulative distribution function) ของ X เมื่อ

$$F(x) = P(X \leq x)$$

2.1.10 ทฤษฎี[5] 1) ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง จะได้

$$F(x) = \sum_{x_i \leq x} f(x_i)$$

---

4 Ronald E.Walpole & Raymond H.Myers,Probability and Statistics for Engineers and Scientists,(The Macmillan Company),P.34

5 อำพล ธรรมเจริญ, ทฤษฎี ความน่าจะเป็นและสถิติ,(กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์รุ่งเรืองธรรม,2520), หน้า 120

2) ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องในช่วง $(-\infty, \infty)$ กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใด จะได้

$$F(a) = \int_{-\infty}^{a} f(x)dx$$

2.1.11 นิยาม[6] ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่อง และมีฟังก์ชั่นความน่าจะเป็นดังต่อไปนี้

$X = x$	x_1	x_2	....	x_n
$f(x) = P(X=x)$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	....	$f(x_n)$

ดังนั้น ค่าคาดหมาย (Expected Value) ของ X : E (X) จะเป็นดังนี้

$$E(X) = x_1 f(x_1) + x_2 f(x_2) + ... + x_n f(x_n) = \sum_{i=1}^{n} x_i f(x_i)$$

ค่าคาดหมาย E(X) นี้ จะเป็นค่ามัชฌิม (MEAN) ของตัวแปรสุ่ม X ด้วย ในกรณีที่ X มีจำนวนค่าไม่จำกัด แต่แจงนับได้ ค่าคาดหมายจะเป็น

$$E(X) = x_1 f(x_1) + x_2 f(x_2) + ... = \sum_{i=1}^{\infty} x_i f(x_i)$$

นั่นคือ

$$E(X) = \sum_{\text{all } x} xf(x)$$

---

[6] Henrick J.Malik & Kenneth Mullen, A First Course in Probability and Statistics, (Addison-Wesley Publishing Company), P.55

2.1.12 นิยาม[7] ให้ X เป็นตัวแปรสุ่มชนิดต่อเนื่องในช่วง $(-\infty,\infty)$ และมีฟังก์ชัน $f(x)$ เป็นฟังก์ชันความน่าจะเป็น ค่าคาดหมาย (Expected value) ของ X : E (x) จะเป็น

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

ค่า E(x) จะมีค่าเกิดขึ้น (Exist) ก็ต่อเมื่อ $\int_{-\infty}^{\infty} |x| f(x)dx$ หาค่าได้ และมีค่าจำกัด

2.1.13 นิยาม[7] ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่ม ค่าความแปรปรวน (Variance) ของ X:V(x) จะมีค่าดังนี้

$$V(x) = E\left[(x - E(x))^2 \right]$$

และ $\sqrt{V(x)}$ จะเป็นความเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard devistion) ของ X

2.2 การแจกแจงปัวซอง (Poisson distribution)

การแจกแจงปัวซอง เป็นการแจกแจงของตัวแปรสุ่มชนิดไม่ต่อเนื่องที่สำคัญอันหนึ่ง การแจกแจงนี้ค้นพบโดยนักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศสชื่อ S.D.POISSION (1781-1840) ในปี ค.ศ. 1837 ในทางวิจัยเชิงปฏิบัติ (Operation Research) การแจกแจงปัวซองนี้มีบทบาท-

---

[7] อำพล ธรรมเจริญ, ทฤษฎีความน่าจะเป็นและสถิติ, (กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์-รุ่งเรืองธรรม, 2520), หน้า 150

สำคัญในการพิจารณาลักษณะการเข้ามาของลูกค้าหรือผู้มาใช้บริการที่เข้าคิวหรือแถวรอคอย (Queueing or Waiting line) เพื่อรอรับบริการ นอกจากนี้การแจกแจงปัวซองยังใช้ประมาณค่าของการแจกแจงทวินามได้ด้วย

2.2.1 นิยาม[8] ถ้าตัวแปรสุ่ม X เป็นจำนวนผลที่ต้องการ(Number of success) ในช่วงเวลาหรือขอบเขตที่กำหนดให้ ดังนั้น X จะเป็นตัวแปรสุ่มปัวซอง (Poisson random variate) เมื่อ

1) จำนวนผลที่ต้องการในช่วงเวลาหรือขอบเขตที่ไม่ซ้อนกันจะเป็นอิสระต่อกัน

2) ความน่าจะเป็นของผลที่ต้องการสำหรับช่วงเวลาหรือขอบเขตที่เล็ก จะเป็นสัดส่วนกับความยาวของช่วงเวลาหรือขอบเขตนั้น

3) ความน่าจะเป็นของผลที่ต้องการ 2 จำนวน หรือ มากกว่า ภายในช่วงเวลาหรือขอบเขตที่เล็กพอ จะเข้าใกล้ศูนย์หรือตัดทิ้งได้

2.2.2 นิยาม[9] ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มปัวซองที่มีค่าเป็น 0,1,2,....แล้วฟังก์ชั่นความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X นี้เรียกว่า การแจกแจงปัวซอง โดยมีสมการดังนี้

$$f(x) = P(X=x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x}}{x!}$$

เมื่อ λ เป็นพารามิเตอร์ที่มีค่าเป็นบวกเสมอ และ $e = 2.71828$

---

8 Henrick J.Malik & Kenneth Mullen, A First Course in Probability and Statistics, (Addison - Wesley Publishing Company), P.95

9 Ibid., P.95

2.2.3 ค่าคาดหมายหรือมัชฌิมของการแจกแจงปัวซอง

เมื่อตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงปัวซองโดยพารามิเตอร์ λ ดังนั้น

ค่าคาดหมาย[10] $E(X) = \lambda$

2.2.4 ค่าแปรปรวนของการแจกแจงปัวซอง

เมื่อตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงปัวซองโดยพารามิเตอร์ λ ดังนั้น

ค่าแปรปรวน[11] $V(X) = \lambda$

ในชีวิตประจำวัน ตัวแปรสุ่มปัวซองมีอยู่หลายชนิดด้วยกัน เช่น จำนวนอุบัติเหตุที่เกิดขึ้นในคาบเวลาหนึ่ง หรือ จำนวนลูกค้าที่เข้ามาติดต่อกับบริษัทในคาบเวลาหนึ่ง หรือ จำนวนยานพาหนะที่เข้าเทียบท่าเรือ ท่ารถ ท่าอากาศยาน เป็นต้น เหตุการณ์ใด ๆ ที่มีตัวแปรสุ่มเป็นปัวซอง มักจะเรียกเหตุการณ์นั้นว่า กระบวนการปัวซอง (Poisson process) รูป 2.1 แสดงกราฟของการแจกแจงปัวซองที่พารามิเตอร์ λ มีค่าต่าง ๆ กัน

2.3 การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียล[12] (Exponential distribution)

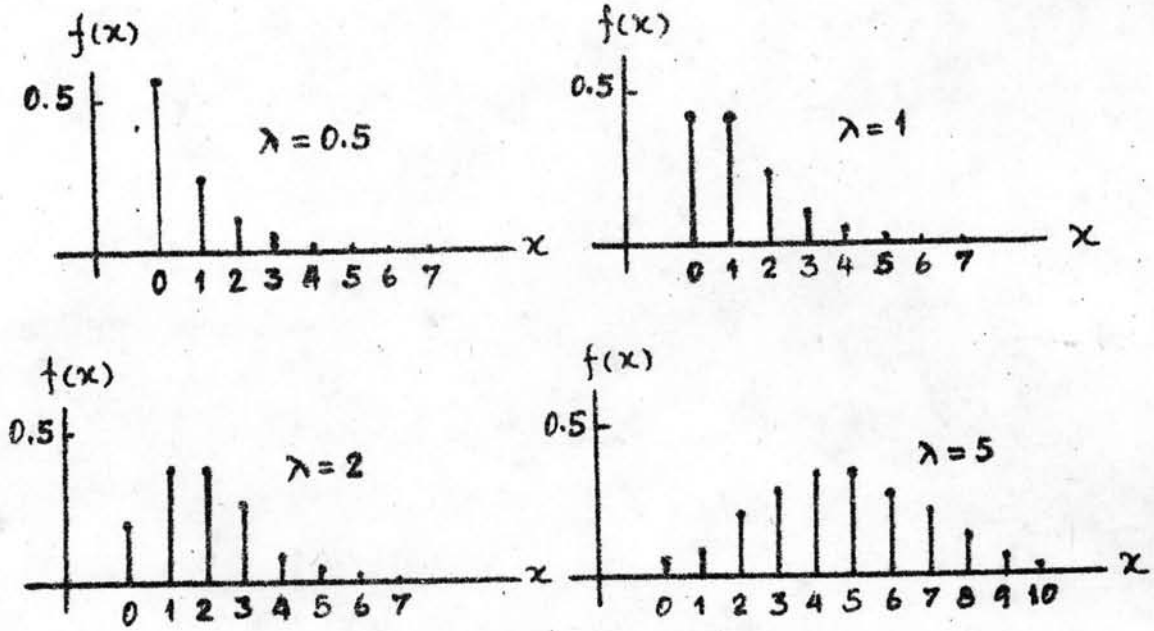
การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียล เป็นการแจกแจงชนิดต่อเนื่องที่มีบทบาทสำคัญอันหนึ่ง โดยเฉพาะในทฤษฎีแห่งความเชื่อมั่น (Reliability theory) และ ทฤษฎีการเข้าคิวหรือแถวรอคอย (Queueing or Waiting line theory) จะนำการแจกแจงนี้มาใช้พิจารณาเกี่ยวกับเหตุการณ์ต่าง ๆ การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลนี้มีความสัมพันธ์กับการแจกแจงปัวซองอย่างใกล้ชิด กล่าวคือ ถ้าให้ Y เป็นตัวแปรสุ่มปัวซองซึ่งเป็นจำนวนครั้งของการเกิดเหตุการณ์หนึ่งในคาบเวลาหรือขอบเขตที่กำหนด แล้ว X จะเป็นตัวแปรสุ่มเอกซ์โพเนนเชียลที่เป็นคาบเวลาของการรอคอยของการเกิดเหตุการณ์ครั้งแรก หรือสองครั้งที่ติดต่อกัน

---

[10] Ronald E.Walpole & Raymond H.Myers, Probability and Statistics for Engineers and Scientists, (The Macmillan Company, 1972) , P.97

[11] Ibid., P.97

[12] ทวี รื่นจินดา, สถิติเศรษฐศาสตร์, (กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยรามคำแหง, 2520), หน้า 133



รูป 2.1 แสดงกราฟของการแจกแจงปัวซองที่พารามิเตอร์ λ มีค่าต่าง ๆ กัน

2.3.1 นิยาม[13] ในกระบวนการปัวซองอันหนึ่งที่มีพารามิเตอร์ λ ถ้ากำหนดให้เวลาที่เริ่มต้นของกระบวนการนี้เป็นศูนย์ และให้ X เป็นเวลาที่นับตั้งแต่เริ่มต้นของกระบวนการจนถึงเวลาที่เหตุการณ์อันแรกเกิดขึ้น X จะเป็นตัวแปรสุ่มเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential random variable) ด้วย พารามิเตอร์ λ

2.3.2 นิยาม ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มเอกซ์โพเนนเชียลแล้ว ฟังก์ชั่นความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม X นี้จะเรียกว่า การแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียล (Exponential - distribution) โดยมีสมการ ดังนี้

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad \text{สำหรับค่า } x > 0$$
$$= 0 \quad " \quad x \leq 0$$

เมื่อ λ เป็นพารามิเตอร์ที่มีค่าบวก และ $e = 2.71828$

2.3.3 ค่าคาดหมายหรือมัชฌิมของการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียล

เมื่อตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลตามข้อ 2.3.2 ดังนั้น

ค่าคาดหมาย[14] $E(X) = \frac{1}{\lambda}$

2.3.4 ค่าแปรปรวนของการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียล

เมื่อตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลตามข้อ 2.3.2 ดังนั้น

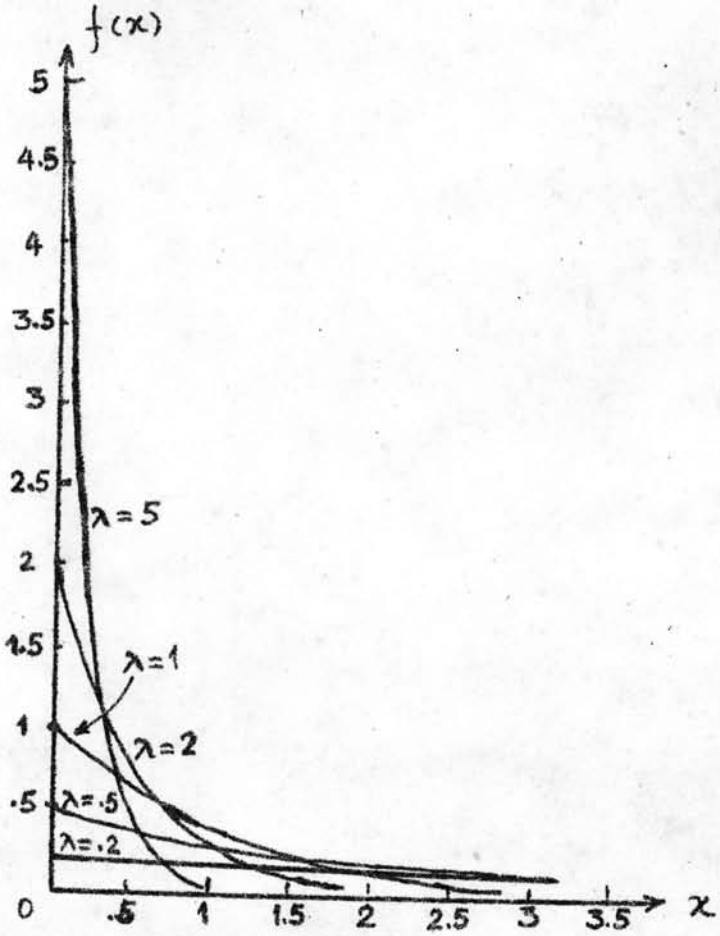
ค่าแปรปรวน[15] $V(X) = 1/\lambda^2$

---

13 Harold J.Larson,Introduction to Probability theory and Statistical Inference,(John Wiley & Sons,Inc.,1969) ,P.132

14 Ronald E.Walpole & Raymond H.Myers,Probability and Statistics for Engineers and Scientists,(The Macmillan Company 1972) p.127

15 Ibid.,P.127



รูป 2.2 แสดงกราฟของการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลที่พารามิเตอร์ λ มีค่าต่าง ๆ กัน

รูป 2.2 แสดง

2.4 การเข้าคิวหรือแถวรอคอย (Queueing or Waiting line)

การเข้าคิวหรือแถวรอคอยเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นโดยทั่วไปในชีวิตประจำวัน ลูกค้าหรือ ผู้มาถึง (Customer or Arrival) มารับบริการจาก สถานีบริการ (Service station) ซึ่งอาจจะได้รับบริการทันทีหรืออาจจะต้องรอคอยถ้ามีลูกค้าที่มาก่อนกำลังรับบริการอยู่ แถวรอคอยอาจจะมี 1 แถวโดยมีสถานีบริการ 1 สถานี เช่น คลินิคแพทย์ หรืออาจจะมีแถวรอคอย 1 แถว แต่มีสถานีบริการหลายสถานี เช่น ร้านตัดผม หรืออาจจะมีแถวรอคอยหลายแถวและมีหลายสถานีบริการ เช่น โต๊ะคิดเงินในศูนย์การค้า[16]

การให้บริการอาจจะมีหลายแบบอย่าง อาทิเช่น

- มาก่อน รับบริการก่อน (First-come First-served)
- มาหลัง รับบริการก่อน (Last-come First-served)
- บริการโดยไม่เลือกลำดับ
- บริการทั่วไปโดยไม่จำเพาะเจาะจง
- ฯลฯ

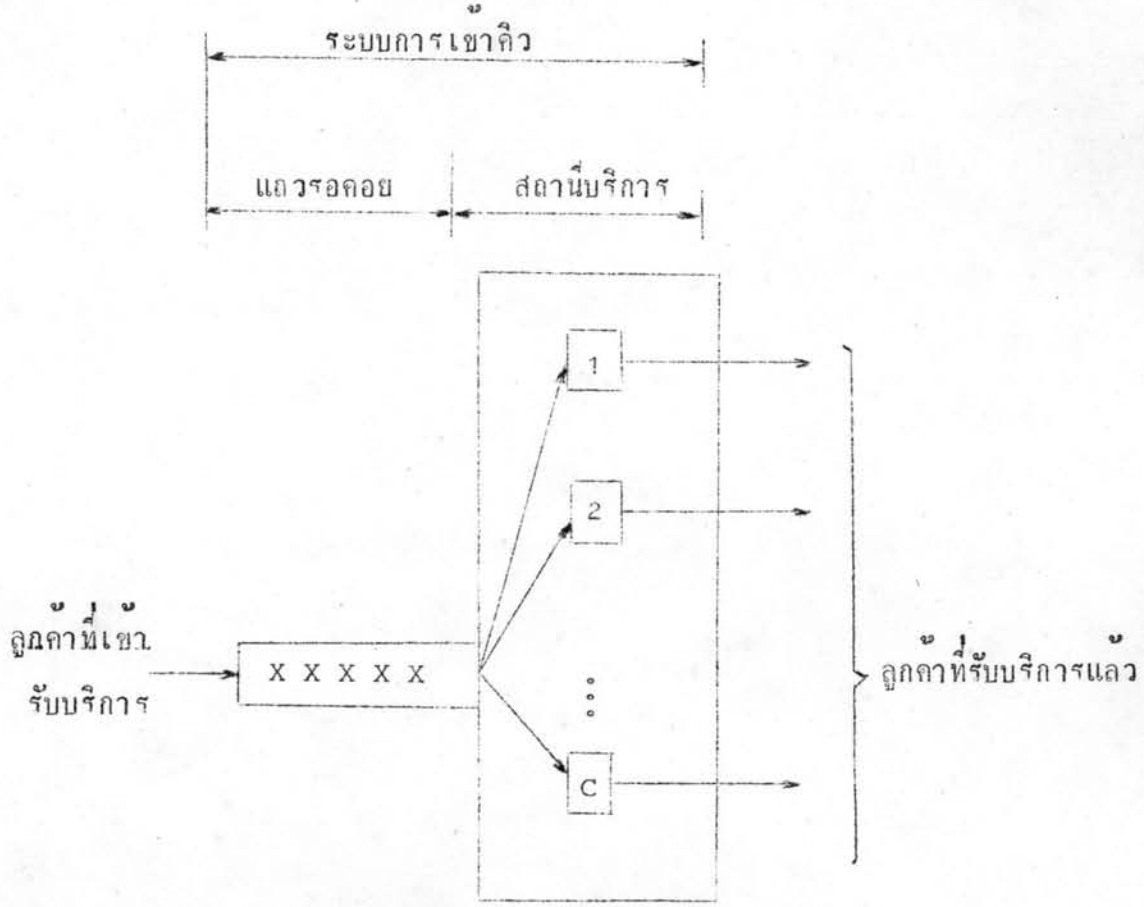
การจัดแถวรอคอยและสถานีบริการเพื่อให้การให้บริการมีประสิทธิภาพสูงนั้น มีความยากลำบากมาก ทั้งนี้เนื่องจากแบบแผน (Pattern) ของลูกค้าและสถานีบริการมีแบบแตกต่างกันไป อย่างไรก็ดี ถ้าหากทราบแบบแผนของลูกค้าการจัดลำดับของลูกค้า เวลาที่ให้บริการ-ลูกค้าแต่ละคน แล้วก็จะสามารถใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์สภาวะการณ์เช่นนี้ได้ ทฤษฎีของการเข้าคิวจึงเป็นวิธีการในการศึกษาวิเคราะห์โดยอาศัยแบบแผนของลูกค้าและ/หรือการบริการต่าง ๆ ซึ่งแทนได้ด้วยฟังก์ชั่นความน่าจะเป็นที่สอดคล้องกัน

005884

---

16 Hamdy A.Taha, Operations Research an Introduction, 2d ed. (New York, Macmillan Publishing Co., Inc., 1976) P.450-451

2.4.1 นิยามและสัญญลักษณ์[17] ระบบการเข้าคิว (Queueing System)จะหมายรวมถึงแถวรอคอย(Waiting line) และช่องหรือสถานีบริการ (Service channel) จำนวนลูกค้าในระบบ ณ. เวลาใดเวลาหนึ่ง คือ จำนวนลูกค้าที่รออยู่ในแถวและที่กำลังรับบริการอยู่ดังรูป 2.3



รูป 2.3 แสดงถึงระบบการเข้าคิวที่มีสถานีบริการ c สถานี

---

17 Hamdy A. Taha,Operations Research an Introduction,2d ed. (New York,Macmillan Publishing Co.,Inc.,1976) P.451

2.4.1.1 คุณลักษณะของแบบจำลองการเข้าคิว ระบบการเข้าคิวจะมีองค์ประกอบที่สำคัญ 6 ประการคือ

1) การแจกแจงของลูกค้า (Arrival distribution)

2) การแจกแจงของการให้บริการ (Service distribution)

3) สถานีบริการ (Service station or channel)

4) แบบของวิธีการให้บริการ (Service discipline)

5) จำนวนลูกค้าที่มากที่สุดที่จะมีได้ในระบบ

6) แหล่งที่มาของลูกค้า (Calling Source)

การแจกแจงของลูกค้าและการให้บริการ วัดได้จากจำนวนลูกค้าที่เข้ามาในระบบ และที่ออกจากระบบไป นอกจากนี้การแจกแจงของลูกค้ายังสามารถวัดจากคาบเวลาห่างกันระหว่างลูกค้าสองรายที่เข้ามาในทำนองเดียวกัน การแจกแจงของการให้บริการก็สามารถวัดได้จากคาบเวลาที่ห่างกันระหว่างลูกค้าที่ออกจากระบบสองราย

สถานีบริการ อาจจะจัดให้เป็นแบบขนานหรือแบบอนุกรมขึ้นอยู่กับลักษณะของระบบการให้บริการแต่ละชนิด การจัดแบบขนานลูกค้าสามารถเข้ารับบริการได้พร้อมกันหลาย ๆ คน ในขณะที่การจัดแบบอนุกรมลูกค้าจะ เข้ารับบริการได้ที่ละคนและต้องผ่านสถานีต่าง ๆ จนครบจึงจะออกจากระบบได้

แบบของวิธีการให้บริการ ลักษณะนี้เป็นการบอกลำดับของลูกค้าที่จะได้รับบริการเมื่อลูกค้านั้นเข้ามาในระบบ ซึ่งมีอยู่หลายแบบด้วยกัน

1) มาก่อน-รับบริการก่อน (First come-first served) ลูกค้าจะเข้ารับบริการตามลำดับการมาถึงระบบ เช่น การเข้าแถวเพื่อรอซื้อตั๋วชมภาพยนตร์

2) มาทีหลัง-รับบริการก่อน (Last come-first served) ลูกค้าจะเข้ารับบริการย้อนลำดับของการมาถึงระบบ เช่น สินค้าที่เก็บไว้ในคลังสินค้าเพื่อรอนำไปจำหน่าย สินค้าที่มาที่เก็บทีหลัง (ที่อยู่ข้างนอก) จะถูกนำไปจำหน่ายก่อน

3) ด้วยวิธีสุ่ม (Random) ลูกค้าจะได้รับบริการโดยไม่ขึ้นอยู่กับลำดับการมา เช่น การจับสลากจากกองชิ้นส่วนส่งไปซ่อมรางวัล

4) ตามลำดับความสำคัญ (Priority) การบริการนี้จะพิจารณาจากความจำเป็นหรือความสำคัญของลูกค้า เช่น ในการบริการบางชนิด จะบริการลูกค้าที่เป็นเด็กก่อนไม่ว่าเด็กนั้นจะมาก่อนหรือทีหลังก็ตาม

จำนวนลูกค้าที่มากที่สุดที่จะมีได้ในระบบ จำนวนลูกค้าที่เข้าไปในระบบจะมีจำนวนจำกัดหรือไม่จำกัดขึ้นอยู่กับกำหนดการบริการนั้น การบริการบางระบบอาจจะจำกัดจำนวนลูกค้าที่จะเข้าคิวเพื่อรับบริการ ในบางระบบก็อาจจะไม่จำกัดจำนวน

แหล่งที่มาของลูกค้า ลักษณะนี้มีความสำคัญต่อทฤษฎีการเข้าคิวเพราะว่าลักษณะของแหล่งที่มาจะมีผลต่ออัตราการมาของลูกค้า ตัวอย่างเช่น มีเครื่องจักรทำงานอยู่ M เครื่อง แต่ละเครื่องพร้อมที่จะเป็นลูกค้าเพื่อรับการซ่อมเมื่อเครื่องเกิดขัดข้องขึ้น แต่ถ้ามีเครื่องใดเครื่องหนึ่งเสียแล้ว เครื่องนั้นก็จะไม่นับเป็นแหล่งที่มาของลูกค้าจนกว่าจะรับการซ่อมเสร็จ ลักษณะเช่นนี้แหล่งที่มาของลูกค้าจะเป็นประเภทจำกัดจำนวนในบางกรณีเช่น การส่งงานให้พนักงานพิมพ์ดีดพิมพ์ คนที่ส่งงานไปพิมพ์ไม่จำเป็นต้องรองานที่ส่งก่อนหน้าให้เสร็จถึงจะส่งงานชุดต่อไปได้ ลักษณะเช่นนี้แหล่งที่มาของลูกค้าจะเป็นประเภทไม่จำกัดจำนวน เป็นต้น

2.4.1.2 สัญญลักษณ์ที่ใช้แทนแบบการเข้าคิว เนื่องจากรูปแบบการเข้าคิวมีคุณลักษณะต่าง ๆ กันตามข้อ 2.4.1.1 ดังนั้น เพื่อการบอกลักษณะของการเข้าคิวเป็นไปโดยสะดวก D.G. Kendall (1953) จึงได้กำหนดสัญญลักษณ์เพื่อบอกลักษณะการเข้าคิวตามประเภทของลูกค้าที่เข้ามา (Arrival), ลูกค้าที่ออกไป (Departure), และจำนวนช่องบริการ(Service Channels) ส่วน A.Lee (1966) ได้กำหนดสัญญลักษณ์ในการบอกวิธีการให้บริการและจำนวนลูกค้าที่มากที่สุดที่จะมีได้ในระบบการเข้าคิว และในที่นี้จะมีสัญญลักษณ์อีกบอกจำนวนลูกค้าจากแหล่งที่มาไว้ด้วย สัญญลักษณ์ดังกล่าวจะมีรูปร่างดังนี้

(a/b/c) : (d/e/f)

โดยที่ a = การแจกแจงของลูกค้า

b = การแจกแจงของการให้บริการ

c = จำนวนช่องหรือสถานีบริการ

d = วิธีการให้บริการ

e = จำนวนลูกค้าที่มากที่สุดที่จะมีได้ในระบบ

f = แหล่งที่มาของลูกค้า

ทั้งนี้ a และ b จะมีสัญญลักษณ์ดังต่อไปนี้

M = Markovian คือ การแจกแจงของลูกค้าเป็นปัวซอง หรือการแจกแจงการให้บริการเป็นเอกซ์โพเนนเชียล

D = deterministic interarrival or service time

E = การแจกแจงของลูกค้าหรือการบริการเป็นแบบ Erlang

GI= การแจกแจงของลูกค้าหรือการบริการเป็นแจกแจงโดยอิสระทั่วไป

G = การแจกแจงของลูกค้าหรือการบริการเป็นแบบทั่วไป

d จะมีสัญญลักษณ์ได้ดังนี้

FCFS = มาก่อน-รับบริการก่อน

LCFS = มาที่หลัง-บริการก่อน

SIRO = บริการโดยวิธีสุ่ม

GD = บริการโดยแบบทั่ว ๆ ไป

c,e และ f เป็นตัวเลขบอกจำนวนในกรณีไม่จำกัดจำนวนให้ใช้สัญญลักษณ์ ∞ (อนันต์) แทน

ตัวอย่าง เช่น (M/M/1) : (FCFS/∞/∞) หมายถึง จำนวนลูกค้าที่มาเป็นแบบปัวซอง เวลาที่ให้บริการเป็นแบบเอกซ์โพเนนเชียล มีสถานีบริการ 1 สถานี ให้บริการแบบมาก่อน-รับบริการก่อน จำนวนลูกค้าในระบบและจำนวนลูกค้าจากแหล่งที่มาไม่จำกัด

2.4.2 แถวรอคอยปัวซอง[18] (Poisson Queues)

2.4.2.1 การแจกแจงของลูกค้าที่มา (Distribution of Arrivals) สมมุติว่าลูกค้าเข้ามาในระบบด้วยอัตรา λ คนต่อ 1 หน่วยเวลา และสมมุติว่าไม่มีลูกค้าในระบบเลย เมื่อเวลาเริ่มต้น (t = o) ดังนั้นฟังก์ชันความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้า n คนในระบบ ณ. เวลา t ใด ๆ จะเป็น

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!} \qquad n = 0,1,2,\ldots$$

ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบปัวซองโดยมีพารามิเตอร์เป็น λt

2.4.2.2 การแจกแจงของเวลาระหว่างลูกค้าที่มา (Distribution of Interarrival time) เวลาระหว่างลูกค้าที่มา (Interarrival time) คือ ช่วงเวลาที่ห่างกันระหว่างลูกค้าที่มาถึงในระบบกับลูกค้าที่มาถึงระบบก่อนหน้านี้ สมมุติว่าลูกค้าเข้ามาในระบบด้วยอัตรา λ คนต่อ 1 หน่วยเวลา ดังนั้น ฟังก์ชั่นความน่าจะเป็นที่จะมีเวลาระหว่างลูกค้าที่มาเป็น t หน่วยเวลา จะเป็น

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t} \qquad t > o$$

ซึ่งเป็นการแจกแจงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลโดยมีพารามิเตอร์เป็น λ

---

[18] Hamdy A.Taha,Operations Research an Introduction,ed ed. (New York,Macmillan Publishing Co.,Inc.,1976) P.457-463

2.4.2.3 <u>การแจกแจงของลูกค้าที่ออกไป</u> (Distribution of departure) สมมุติว่ามีลูกค้า N คนในระบบเมื่อเวลา t = o และไม่มีลูกค้าเข้ามาในระบบเลย ลูกค้าที่ออกจากระบบไปด้วยอัตรา μ คนต่อ 1 หน่วยเวลา ดังนั้น ฟังก์ชั่นความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้า n คน ณ. เวลา t จะเป็น

$$P_n(t) = \frac{(\mu t)^{N-n} e^{-\mu t}}{(N-n)!} \qquad n=1,2,\ldots,N$$

ซึ่งเป็นการแจกแจงปัวซองในรูปส่วนตัด (Truncated Poisson distribution) นั่นคือ การแจกแจงของลูกค้าที่ออกไปจะเป็นการแจกแจงปัวซอง

2.4.2.4 <u>การแจกแจงของเวลาในการให้บริการ</u> (Distribution of service time) สมมุติว่าให้บริการลูกค้าด้วยอัตรา μ คนต่อ 1 หน่วยเวลา ดังนั้น ฟังก์ชั่นความน่าจะเป็นที่จะให้บริการลูกค้าเป็นเวลา t หน่วยเวลา จะเป็น

$$f(t) = \mu e^{-\mu t} \qquad t > o$$

ซึ่งเป็นการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียลด้วยพารามิเตอร์ μ

2.4.3 <u>แถวรอคอยแบบ (M/M/1) : (FCFS/∞/∞)</u>[19] แถวรอคอยแบบนี้จะมีการแจกแจงของลูกค้าที่มาเป็นปัวซอง การแจกแจงเวลาให้บริการเป็นเอกซ์โพเนนเชียล มีสถานีบริการ 1 สถานี ลูกค้าที่มาก่อนจะได้รับบริการก่อน และจำนวนลูกค้าในระบบและแหล่งที่มาลูกค้าไม่จำกัด ดังนั้น

---

[19] Hamdy A.Taha, <u>Operations Research an Introduction</u>, 2d ed., (New York, Macmillan Publishing Co., Inc., 1976) P.463-465

1. ความน่าจะเป็นที่จะไม่มีลูกค้าในระบบ $P_o = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$

2. ความน่าจะเป็นที่จะมีลูกค้า n คนในระบบ $P_n = (1-\frac{\lambda}{\mu})(\frac{\lambda}{\mu})^n$

3. เวลาคาดหมายที่ลูกค้าต้องรอในระบบ $W_s = \frac{1}{\mu-\lambda}$

4. เวลาคาดหมายที่ลูกค้าต้องรอในแถว $W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)}$

5. จำนวนลูกค้าคาดหมายว่าจะมีในระบบ $L_s = \frac{\lambda}{\mu-\lambda}$

6. จำนวนลูกค้าคาดหมายว่าจะมีในแถว $L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$

โดยที่ลูกค้าเข้ามาในระบบด้วยอัตรา λ คนต่อ 1 หน่วยเวลา และการให้บริการด้วยอัตรา μ คนต่อ 1 หน่วยเวลา

2.5 <u>การผลิตเลขสุ่ม</u> (Random number generation)

ในขบวนการของการจำลองผล (Simulation) มีปัญหาอย่างหนึ่ง ก็คือ การกำหนดเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่จะเกิดขึ้นเข้ามาในระบบ (System) ซึ่งการเกิดเหตุการณ์ดังกล่าวนี้จะต้องใกล้เคียงความเป็นจริงให้มากที่สุด และปัญหาของการกำหนดเหตุการณ์นี้เองจึงได้นำเอาระบบเลขสุ่มเข้ามาใช้ ดังนั้น เลขสุ่มจึงมีความสำคัญมากในการจำลองผล ความสำเร็จของการจำลองผลขึ้นอยู่กับคุณภาพของเลขสุ่ม ซึ่งเป็นค่าของตัวแปรต่าง ๆ ฉะนั้น จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องศึกษาวิธีการผลิตเลขสุ่มเพื่อให้เหมาะสมกับระบบการจำลองผลที่สร้างขึ้น ตัวเลขสุ่มที่ผลิตขึ้นมีการแจกแจงหลายแบบ แต่จะเลือกพิจารณาเฉพาะแบบที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอ (Uniformly distribu'ed random number) เนื่องจากเลขสุ่มที่มีการแจกแจงในลักษณะอื่นสามารถผลิตได้จากเลขสุ่มที่มีการแจกแจงสม่ำเสมอ การผลิตเลขสุ่มแจกแจงสม่ำเสมออาจจะกระทำได้ 2 วิธี คือ [20]

---

[20] ดร.วิชิต หล่อจิระชุณห์กุล, "การผลิตเลขสุ่ม", <u>คอมพิวเตอร์สาร 13</u> (ตุลาคม 2520) : 45-48

1) การผลิตเลขสุ่มโดยโปรแกรม วิธีนี้เป็นการผลิตเลขสุ่มจากความสัมพันธ์ที่ซ้ำซาก (Recurrence relation) กล่าวคือ เลขตัวถัดไปเกิดจากการดำเนินการทางคณิตศาสตร์และตรรกศาสตร์ด้วยตัวเลขตัวปัจจุบันหรือกลุ่มของตัวเลขในอดีตเลขที่ผลิตในลักษณะนี้จึงเป็นเลขสุ่มในความหมายที่แท้จริงไม่ได้ และเลขสุ่มเหล่านี้จะมีคาบ คือ เมื่อผลิตเลขสุ่มไปเรื่อย ๆ แล้วจะมีเลขซ้ำกันเกิดขึ้นไม่สิ้นสุด อย่างไรก็ตาม เลขที่ผลิตออกมานี้อาจจะผ่านการทดสอบความเป็นสุ่มเชิงสถิติหลายอย่างได้ จึงเรียกเลขเหล่านี้ว่า เลขคล้ายสุ่ม (Pseudo-random number) ซึ่งจะทำหน้าที่เป็นเลขสุ่มได้ การผลิตเลขสุ่มโดยโปรแกรมมีข้อดีหลายประการที่สำคัญ คือ สามารถผลิตเลขสุ่มให้ซ้ำชุดเดิมได้ ซึ่งเป็นสิ่งจำเป็นอย่างยิ่งในกรณีของการจำลองผล และมีความประสงค์ที่จะทบทวนการคำนวณ โปรแกรมที่เขียนขึ้นเพื่อการผลิตเลขสุ่มนั้นง่ายและสั้นมาก

2) การผลิตเลขสุ่มโดย Random number device วิธีนี้เป็นการแปลงผลที่ได้จากกระบวนการกายภาคที่เป็นสุ่ม (Random physical process) เช่น จำนวนอนุภาพที่หลุดจากสารกัมมันตภาพรังสี ณ. ขณะใดขณะหนึ่ง เป็นต้น

2.5.1 การผลิตเลขสุ่มโดยโปรแกรม[21] การผลิตเลขสุ่มโดยโปรแกรมมีวิธีการหลายวิธีด้วยกัน แต่วิธีที่จะให้เลขสุ่มที่ดี จะต้องมีคุณสมบัติดังนี้

1) เลขสุ่มที่ผลิตออกมาจะต้องมีการแจกแจงสม่ำเสมอ
2) เลขสุ่มที่ผลิตออกมาจะต้องเป็นอิสระต่อกันในเชิงสถิติ (Statistical independent)
3) สามารถผลิตเลขสุ่มที่ซ้ำชุดกันได้ (Reproducible)
4) เลขสุ่มที่ผลิตออกมาจะไม่ซ้ำกันในช่วงที่กำหนด (Non-repeating for any desired-length)
5) การผลิตเลขสุ่มด้วยอัตราความเร็วสูง (Generating random number at high rates of speed)

---

21 Thomas H.Naylor,Computer Simulation Techniques,(New York: John Wiley & Sons,Inc.,1966), P.46-57

ดร.วิชิต หล่อจิระชุณห์กุล,"การผลิตเลขสุ่ม",คอมพิวเตอร์สาร 13 (ตุลาคม 2520) : 45-53

6) ต้องการใช้หน่วยความจำในคอมพิวเตอร์น้อย (Requiring a minimum amount of computer memory capacity)

2.5.1.1 <u>การผลิตเลขสุ่มด้วยวิธีตัวกลางกำลังสอง</u> (Mid-square method) วิธีนี้ Von Neumann และ Metropolis เป็นผู้คิดขึ้นในปี ค.ศ. 1946 ซึ่งนับว่าเป็นวิธีแรกที่ใช้วิธีการทางเลขคณิตในการผลิตเลขสุ่มด้วยคอมพิวเตอร์ เลขสุ่มที่ผลิตโดยวิธีนี้จะได้จากตัวกลางของกำลังสองของเลขที่อยู่ข้างหน้า เช่น ถ้ากำหนดให้เลขตัวแรกเป็น 2345 เลขถัดไปจะเป็น 4990 เลขถัดไปจะเป็น 9001 เป็นต้น ซึ่งเลขดังกล่าวหาได้ดังนี้

2345^2	05499025	ตัวกลาง	4990
4990^2	24900100	ตัวกลาง	9001

การผลิตเลขสุ่มด้วยวิธีนี้จะมี <u>คาบ</u>สั้นหรือยาวขึ้นอยู่กับตัวเลขเริ่มต้น (ดูรูป 2.4) นั่นคือ การผลิตเลขสุ่มด้วยวิธีนี้จะได้เลขสุ่มที่ไม่ซ้ำได้กี่ตัวขึ้นอยู่กับเลขเริ่มต้นที่นำมาใช้ ในปัจจุบันไม่นิยมผลิตเลขสุ่มด้วยวิธีนี้เนื่องจากมีข้อบกพร่องหลายประการ

5678	6406	1030	6100 *
2396	0368	0609	2100 *
7408	1354	3708	4100 *
8784	8333	7492	8100 *
1586	4388	1300	6100 *
5153	2545	6900	2100 *
5534	4770	6100	4100 *
6251	7529	2100	8100 *
0750	6858	4100	6100 *
5625	0321	8100	2100 *

* เลขสุ่มที่ซ้ำกัน ∴จำนวนเลขที่ไม่ซ้ำกัน = 30 เมื่อเลขเริ่มต้น = 5678

4500

2500

2500 *

2500 *

....

* เลขสุ่มที่ซ้ำกัน ∴ จำนวนเลขที่ไม่ซ้ำกัน = 2 เมื่อเลขเริ่มต้น = 4500

รูปที่ 2.4 ตัวเลขสุ่มที่ผลิตโดยวิธีตัวกลางกำลังสอง (mid-square)

2.5.1.2 การผลิตเลขสุ่มด้วยการใช้เศษของผลหาร (Conqruential method) วิธีการนี้ถึงแม้ว่าจะไม่เป็นสุ่มที่แท้จริงแต่ก็สามารถทดสอบได้ว่ามีคุณสมบัติ 6 ประการดังที่กล่าวไว้ในข้อ 2.5.1 การผลิตเลขสุ่มด้วยการใช้เศษของผลหารนี้ยังแบ่งได้เป็น 3 วิธีด้วยกัน คือ

1) การใช้เศษของผลคูณจากการหาร (Multiplicative Conqruential method)

2) การใช้เศษของผลบวกจากการหาร (Additive conqruential method)

3) การใช้เศษของผลบวกระหว่างผลคูณกับส่วนลดตัวจากการหาร (Mixed conqruential method)

ในที่นี้จะเลือกพิจารณาเฉพาะวิธีการที่ 1) เท่านั้น เนื่องจากเป็นวิธีง่ายและใช้กันแพร่หลายในคอมพิวเตอร์ในปัจจุบัน ตัวเลขที่ผลิตโดยวิธีนี้มักจะมีคุณสมบัติเชิงสถิติที่ดีและเป็นที่ยอมรับในเชิงสถิติว่าเป็นเลขสุ่ม การใช้เศษของผลคูณจากการหารในการผลิตเลขสุ่มจะต้องอาศัยวิธีการของระบบเลขจำนวน (Number system) มาประยุกต์ นิยามและทฤษฎีต่างของระบบเลขจำนวนที่เกี่ยวข้องจะอยู่ในภาคผนวก 1

การผลิตเลขสุ่มโดยใช้เศษของผลคูณจากการหาร modulo $m = p^e$ จะเป็นขนาดของหน่วยความจำ (WORD) ในคอมพิวเตอร์ โดยที่ p จะเป็นเลขใดขึ้นอยู่กับระบบเลขจำนวนในคอมพิวเตอร์นั้นใช้เลขฐานอะไร เช่น คอมพิวเตอร์ที่ใช้เลขฐาน 2 p จะเท่ากับ 2 คอมพิวเตอร์

ที่ใช้เลขฐานสิบ p จะเท่ากับ 10 ส่วน e จะเป็นจำนวนหลักของเลขใน 1 หน่วยความจำ สำหรับคอมพิวเตอร์ที่เป็นชนิด variable length นั้น e จะมีค่าเป็นเท่าใดนั้น ผู้เขียนโปรแกรมจะกำหนดขึ้นเอง เหตุผลที่เลือกให้ $m = p^e$ เพราะว่า

1) เมื่อต้องการลดค่า m ก็เพียงแต่ตัดเลขหลักทางขวามือ (low order digit) ของเลข e หลักนั้นเท่านั้น

2) เมื่อต้องการให้เลขที่ผลิตอยู่ในช่วงที่กำหนด ก็เพียงแต่ใช้วิธีการเลื่อนจุดทศนิยมหรือทวินิยมเท่านั้น

การผลิตเลขสุ่มโดยวิธีการนี้อาศัยความสัมพันธ์ของ conqruence relation ดังนี้

$$n_{i+1} \equiv an_i \pmod{p^e}$$

ซึ่งเป็นสูตรในการผลิต power residues (จากนิยาม 10, ทฤษฎี 5 ภาคผนวก 1) จากความสัมพันธ์นี้ สิ่งที่จะต้องพิจารณา คือ ค่า a และค่าเริ่มต้น n_0

1) <u>กรณีคอมพิวเตอร์ใช้เลขฐาน 2</u> (Binary computers) จะเลือกให้ $m=2^b$ โดยที่ b เป็นจำนวน binary digits (bits) ใน 1 word โดยทฤษฎี 6 (ภาคผนวก 1) เมื่อ $b > 2$ แล้ว คาบที่ยาวที่สุดที่เป็นไปได้ คือ $h = 2^{b-2}$ อันดับต่อไป คือ หาค่าตัวคูณ ดงที่ (a) ที่มีอันดับ $h = 2^{b-2}$ จากนิยาม 14 และทฤษฎี 5 (ภาคผนวก 1) a จะต้องเป็น relatively prime กับ m เมื่อ a เป็น relatively prime กับ m ซึ่งเท่ากับ 2^b แล้ว a จะต้องเป็นเลขคี่ (odd) ดังนั้น a สามารถเขียนเป็น conqruence relation ได้ดังนี้

$$a \equiv \pm 3 \pmod 8$$

ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้รูปของ

$$a = 8t \pm 3$$

เมื่อ t เป็นเลขจำนวนเต็มบวก (จากนิยาม 1, 2 และ 7 ภาคผนวก 1) โดยสูตรของ Greenberger ค่า a ที่ใกล้ $2^{b/2}$ จะทำให้มีสหสัมพันธ์อันดับแรกในระหว่างเลขสุ่มน้อย (minimize first-order serial correlation) เนื่องจากเลขสุ่มต้องการให้มีสหสัมพันธ์น้อย ดังนั้น จึงเป็นกฎที่ว่าจะต้องเลือกตัวคูณที่ดีมาใช้ เมื่อสามารถเลือกตัวคูณได้แล้ว จะต้องพิจารณาตัวเลขเริ่มต้น n_o โดยทฤษฎี 5 (ภาคผนวก 1) n_o จะต้องเป็น relatively prime กับ 2^b ฉะนั้น จึงเลือกค่าคี่ (odd number) มาเป็นค่าเริ่มต้น โดยสรุปแล้ว การผลิตเลขสุ่มด้วยวิธีนี้ในคอมพิวเตอร์ที่ใช้เลขฐาน 2 สามารถลำดับวิธีการได้ดังนี้

1) เลือกเลขคี่ใดเพื่อเป็นค่าเริ่มต้น n_o

2) เลือกเลขจำนวนเต็ม $a = 8t \pm 3$ โดยที่ t เป็นเลขจำนวนเต็ม บวกใด ๆ ค่า a ที่ใกล้ $2^{b/2}$ จะเป็นค่าที่ดีที่สุด (ตัวอย่าง เช่น $b = 35$, $a = 2^{17} + 3$ จะเป็นค่าที่ดีที่สุด)

3) คำนวนค่า an_o โดยใช้ fixed point integer arithmetic จะได้ผลคูณประกอบด้วย 2b bits b bits ทางขวามือจะเป็นค่า n_1 และ b bit ทางซ้ายมือตัดทิ้งไป (การคูณในภาษา FORTRAN จะตัด b bit ทางซ้ายทิ้งไปโดยอัตโนมัติ)

4) คำนวณ $r_i = n_i/2^b$ ซึ่งเป็นตัวแปรแจกแจงสม่ำเสมอในช่วงกำหนด (0, 1)

5) เลขสุ่ม n_{i+1} ได้จาก b bits ขวามือที่เกิดจากการคูณ an_i

<u>ตัวอย่าง</u> สมมุติว่า $b = 4$ วิธีนี้จะให้เลขสุ่ม 4 ตัว ($h = 2^{4-2} = 4$)

1) สมมุติว่าเลือก $n_o = 7 = 0111$

2) เลือก a ที่ใกล้ $2^{4/2} = 4$ จากสมการ $a = 8t \pm 3$

ถ้า $t = 1$, a จะเท่ากับ 11 หรือ 5 ∴ เลือก $a = 5 = 0101$

3) $an_o = (0101)(0111) = 00100011$ ดังนั้น $n_1 = 0011$ และ $r_1 = 3/16 = 0.1875$

4) $an_1 = (0101)(0011) = 00001111$ ดังนั้น $n_2 = 1111$ และ $r_2 = 15/16 = 0.9375$

5) $an_2 = (0101)(1111) = 01001011$ ดังนั้น $n_3 = 1011$ และ $r_3 = 11/16 = 0.6875$

6) $an_3 = (0101)(1011) = 00110111$ ดังนั้น $n_4 = 0111 = n_o$ และ $r_4 = 7/16 = 0.4375$

2) <u>กรณีคอมพิวเตอร์ใช้เลขฐาน 10</u> (Decimal computer) จะเลือก $m = 10^d = 2^d 5^d$ เมื่อ d เป็นจำนวนหลักเลขใน 1 word โดยทฤษฎี 6 และ 7 (ภาคผนวก 1) a จะต้องเป็น relatively prime กับ 10 แต่ 10 เป็นเลขประกอบ (แยกตัวประกอบได้) ดังนั้น อันดับ h ของ a ใน modulo 10^d จะเป็นได้ดังนี้

$$h = \text{ค.ร.น.}\left[2^{d-2}, 4 \cdot 5^{d-1}\right] = 5 \times 10^{d-2}$$

สำหรับค่า $d > 3$ a ที่มีคาบสูงสุด 2^d จะต้องเป็น $a \equiv \pm 3 \pmod 8$ และในเวลาเดียวกันจะต้องมีอันดับ 5^{d-1} หรือ $2 \times 5^{d-1}$ หรือ $4 \times 5^{d-1} \pmod{5^d}$ ดังนั้น a ทำให้มีคาบ $h = 5 \times 10^{d-2}$ จะมี 32 กรณีดังนี้

$$a \equiv \pm (3,11,13,19,21,27,29,37,53,59,61,67,69,77,83,91) \pmod{200}$$

$$\therefore \quad a = 200t + p$$

เมื่อ t เป็นเลขจำนวนเต็มบวกใด และ p เป็นเลขใดเลขหนึ่งใน 32 จำนวนข้างต้น โดยทฤษฎี 5 (ภาคผนวก 1) n_o จะต้องเป็น relatively prime กับ 10^d ดังนั้น n_o จะเป็นเลขคี่ใด ๆ ที่หารด้วย 5 ไม่ลงตัว จึงสามารถเลือกมาเป็นค่าเริ่มต้น โดยสรุปแล้วขั้นตอนการผลิตเลขสุ่มด้วยวิธีนี้จะเป็น

1) เลือกเลขคี่ที่หารด้วย 5 ไม่ลงตัวมาเป็นค่าเริ่มต้น (n_o)

2) เลือก $a = 200t \pm p$ เป็นตัวคูณ โดย t เป็นเลขจำนวนเต็มบวกใด p เป็นค่าใดค่าหนึ่งของเลขชุด 3, 11, 13, 19, 21, 27, 29, 37, 53, 59, 61, 67, 69, 77, 83, 91 ค่า a ที่ใกล้ $10^{d/2}$ จะเป็นค่าที่เหมาะสมที่สุด (เช่น $d = 10$, $a = 100000 \pm 3$ เป็นดีที่สุด)

3) คำนวณ an_o โดยใช้ fixed prime integer arithmetic

ผลคูณจะประกอบด้วยเลข 2d หลัก เลข d หลักทางซ้ายมือ (high-order digits) ตัดทิ้งไป เลข d หลักทางขวามือ (low-order digits) จะเป็นค่า n_1

4) เลื่อนจุดทศนิยม d ตำแหน่งเพื่อหาค่าตัวแปรแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0, 1) ($r_i = n_i/10^d$)

5) เลขสุ่ม n_{i+1} ได้จากการคูณของ an_i

<u>ตัวอย่าง</u> สมมุติให้ d = 4 จะผลิตเลขสุ่มได้ 500 ตัว (≈ $5 \times 10^{4-2} = 500$) ก่อนที่จะมีเลขซ้ำ

1) เลือก $n_o = 5379$

2) เลือก a ที่ใกล้ $10^{4/2} = 100$ จาก $a = 200 \pm p$ ดังนั้น a = (200)(0)+91=91 หรือ a = (200)(1)-91 = 109 เป็นค่าที่เหมาะสม ในที่นี้จะเลือก a = 91

3) an_o = (91)(5379) = 00489489 ดังนั้น n_1 = 9489 และ r_1 = 0.9489

4) an_1 = (91)(9489) = 00863499 ดังนั้น n_2 = 3499 และ r_2 = 0.3499

5) an_2 = (91)(3499) = 00318409 ดังนั้น n_3 = 8409 และ r_3 = 0.8409

6) an_3 = (91)(8409) = 00765219 ดังนั้น n_4 = 5219 และ r_4 = 0.5219

จากตัวอย่างข้างต้นจะเห็นว่าเลขทางขวามือมีความสุ่มน้อย และด้วยวิธีการผลิตนี้เลขหลักทางซ้ายมือจะมีคาบเต็มตามกำหนด และทางขวามือจะมีคาบลดลง ดังนั้นถ้าต้องการเลขสุ่มที่มีหลักน้อยกว่าจำนวนหลักใน 1 word จึงควรใช้เลขทางซ้ายมือเป็นเลขสุ่มแทน

<u>ตัวอย่าง</u> โปรแกรมในรูป 2.5 เป็นภาษา FORTRAN ในรูปของ Subroutine เพื่อผลิตเลขสุ่มที่แจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0, 1) ซึ่งออกมาเป็นเลขทศนิยม ถ้าต้องการเป็นเลขจำนวนเต็มก็เพียงแต่คูณ 10 ยกกำลังที่ต้องการกันเท่านั้น ในตัวอย่างนี้สมมุติว่าคอมพิวเตอร์เป็นชนิด Binary มี 32 bit ต่อ 1 word ฉะนั้น $m = 2^{32}$ และตัวคูณที่ดีที่สุดคือ $a = 2^{16} + 3 = 65539$

เนื่องจากค่า n_{i+1} ได้จาก b bit ทางขวามือ (low-order bits) ของ an_i โดยตัด b bits ทางซ้ายมือ (high - order bits)ทิ้งไป ซึ่งอาจจะทำให้ค่าที่ได้เป็นลบ ดังนั้น เพื่อป้องกันปัญหาดังกล่าวจึงเอาเลขที่ใหญ่ที่สุดที่บรรจุได้ใน 1 word คือ $2^{b-1} - 1 =$ 2147483647 บวกเข้าไปพร้อมกับบวกอีก 1 เพื่อป้องกันมิให้เป็นศูนย์ ดังปรากฏในคำสั่งที่ 3

```
      SUBROUTINE RANDOM (NI,NI1,RN)
1 NI1 = NI * 65539                          NI = n_i, NI1 = n_i+1
2 IF (NI1) 3,4,4
3 NI1 = NI1 + 2147483647 + 1
4 RN = NI1
5 RN = RN * 0.4656613 E-9                   0.4656613 E-9 = 1/m = 2^-32
6 RETURN
7 END
```

รูปที่ 2.5 การผลิตเลขสุ่มแจกแจงสม่ำเสมอในช่วง (0,1) ด้วย Subroutine FORTRAN ด้วยคอมพิวเตอร์ที่ 1 WORD มี 32 bits

2.5.2 <u>การผลิตตัวแปรสุ่มปัวซอง</u>[22] (Generation of Poisson random variates) จากข้อ 2.2 การแจกแจงปัวซองจะมีสมการ $f(x) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$ โดยมี λ เป็นพารามิเตอร์ที่มากกว่า 0 และ λ นี้จะเป็นค่ามัชฌิม (mean) และค่าความแปรปรวนของตัวแปรสุ่มปัวซอง X และจากข้อ 2.3 การแจกแจงปัวซองจะมีความสัมพันธ์กับการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียล

[22] Robert E.Shannon, <u>System Simulation the Art and Science,</u> (Prentice-Hall,Inc.,1975),P.358-360

คือ ถ้าจำนวนผู้มาถึงในคาบเวลาหนึ่ง คาบเวลาที่อยู่ระหว่างผู้มาถึงจะแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล ฉะนั้น การผลิตตัวแปรป้วนจะใช้การผลิตคาบเวลาระหว่างผู้มาถึงที่แจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล ด้วยค่าคาดหมายเท่ากับ 1 และบวกสะสมเรื่อย ๆ จนผลลัพธ์รวมจะมากกว่า λ Tocher ได้เสนอวิธีที่ง่ายและเร็ว โดยอาศัยการผลิตเลขสุ่มแจกแจงสม่ำเสมอ (r_i) ในช่อง (0, 1) ขึ้นเรื่อย ๆ จนกว่าความสัมพันธ์ต่อไปนี้จะเกิดขึ้น

$$\prod_{i=0}^{x} r_i \geq e^{-\lambda} > \prod_{i=0}^{x+1} r_i$$

ซึ่งเขียน Subroutine เป็นภาษา FORTRAN ดังในรูป 2.6

2.5.3 <u>การผลิตตัวแปรสุ่มเอกซ์โพเนนเชียล</u> (Generation of Exponential random variates) จากข้อ 2.3 สมการแจกแจงเอกซ์โพเนนเชียล คือ $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ เมื่อ λ เป็นพารามิเตอร์ที่มากกว่า 0 โดยมีค่ามัชฌิม = $1/\lambda = \theta$ การผลิตตัวแปรสุ่มเอกซ์โพเนนเชียลจะใช้สมการ

$$X = -\theta \ln RN$$

โดย X = ตัวแปรสุ่มเอกซ์โพเนนเชียล

θ = $1/\lambda$

RN = ตัวแปรสุ่มที่ได้จาก Subroutine RANDOM

Subroutine FORTRAN ที่ใช้ในการผลิตตัวแปรสุ่มเอกซ์โพเนนเชียลจะปรากฏในรูปที่ 2.7

```
      SUBROUTINE POISSN (LAMBDA,PRN)
1.    PRN = 0.0
2.    A = EXP(- LAMBDA)
3.    S =1.0
4.    CALL RANDOM (NI,NI1 ,RN)
5.    S = S * RN
6.    IF (S-A) 7,7,9
7.    PRN = PRN + 1.0
8.    GO TO 4
9.    RETURN
10.   END
```

รูปที่ 2.6 Subroutine FORTRAN ผลิตตัวแปรสุ่มปัวซอง

```
      SUBROUTINE EXPONT (THETA,ERN)
1.    CALL RANDOM (NI,NI1 ,RN)
2.    ERN = - THETA * ALOG (RN)
3.    RETURN
4.    END
```

รูปที่ 2.7 Subroutine FORTRAN ผลิตตัวแปรสุ่มเอกซ์โพเนนเชียล

2.5.4 <u>การทดสอบความสุ่ม</u> (Testing of randomness)[23] โดยที่ได้กล่าวไว้แล้วว่า การผลิตเลขสุ่มด้วยโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์จะได้เพียงเลขคล้ายสุ่ม (Pseudo-random) หาใช่เป็นเลขสุ่มจริง ฉะนั้น เพื่อให้เกิดความแน่ใจว่าเลขที่ผลิตออกมามีความเป็นสุ่มเพียงพอที่จะนำไปใช้เป็นเลขสุ่มได้ จึงต้องนำเลขที่ผลิตออกมาไปทดสอบความเป็นสุ่มเชิงสถิติก่อนการทดสอบความเป็นสุ่มเชิงสถิติมีหลายวิธีด้วยกัน เช่น

1) การทดสอบความถี่ (Frequency tests)

2) การทดสอบอนุกรม (Series tests)

3) การทดสอบโปกเกอร์ (Poker tests)

4) การทดสอบช่องว่าง (Gap tests)

การทดสอบจะนำเลขทั้งจำนวนหรือเลขแต่ละหลักในเลขที่ผลิตออกมาก็ได้ แต่มีความหมายแตกต่างกัน การเอาเลขทั้งจำนวนไปทดสอบเป็นการเน้นความสำคัญของตัวเลขหลักแรก ๆ ส่วนตัวเลขหลักท้าย ๆ แทบจะไม่มีความหมายในการทดสอบ ทั้งนี้ เนื่องจากต้องจัดเป็นกลุ่มในการทดสอบเชิงสถิติ ดังนั้น เลขที่ผ่านการทดสอบในลักษณะนี้อาจจะมีเลขหลักท้าย ๆ ไม่เป็นสุ่มเลยก็ได้ ส่วนการทดสอบโดยเอาตัวเลขหลักจะให้ความสำคัญแก่ตัวเลขแต่ละหลักนั้นเท่ากันหมด การที่จะทดสอบด้วยลักษณะใดหรือด้วยวิธีใดขึ้นอยู่กับความต้องการที่จะนำเลขที่ผลิตไปใช้งานอย่างไร เลขที่ผ่านการทดสอบด้วยวิธีใดวิธีเดียวมิได้หมายความว่าเลขที่ผ่านการทดสอบนั้นจะเป็นสุ่มโดยแท้จริง แต่การที่จะทดสอบด้วยทุกวิธีก็จะทำให้เสียเวลามาก แต่ Von Neumann เห็นว่าการทดสอบเชิงสถิติด้วยวิธีที่ 1) และ 2) เป็นการเพียงพอสำหรับงานส่วนใหญ่

---

[23] ดร.วิชิต หล่อจิระชุณหกุล, "การผลิตเลขสุ่ม", <u>คอมพิวเตอร์สาร 13</u> (ตุลาคม 2520) : 53-54

Thomas H.Naylor,<u>Computer Simulation Techniques,</u>(New york : John Wiley & Sons,Inc.,1966),P.57-59

การทดสอบความถี่ (Frequency tests)

เป็นการทดสอบว่าเลขที่ผลิตออกมามีการแจกแจงสม่ำเสมอหรือไม่ โดยใช้วิธีทดสอบไค-กำลังสอง (Chi-Square test) ซึ่งเป็นการเปรียบความถี่ที่ได้จากการปฏิบัติจริงกับความถี่ตามทฤษฎี ผลที่ได้จะเป็นระดับนัยสำคัญ (Level of Significance) เพื่อใช้ในการพิจารณา ข้อมูลที่จะนำมาทดสอบนั้นจะใช้เลขทั้งตัวที่ผลิตออกมาหรือจะเป็นเลขแต่ละหลักของเลขที่ผลิตออกมาก็ได้ การทดสอบก็จะกระทำในทำนองเดียวกัน

สมมุติว่าเลขที่ผลิตออกมาในช่วง (0, 1) มีจำนวนอยู่ N ตัว ถ้าแบ่งช่วง (0, 1) ออกเป็น x ช่วงย่อยเท่ากัน เพราะฉะนั้นแต่ละช่วงย่อยควรจะมีเลขอยู่จำนวน N/x ตัว การทดสอบไค-กำลังสอง จะมีสูตรดังนี้

$$\chi^2 = \left(\frac{x}{N}\right) \sum_{i=1}^{x} \left(f_i - \frac{N}{x}\right)^2$$

f_i = ความถี่ (จำนวนตัวเลข) ที่ปรากฏจริงในช่วงย่อย i

$(i = 1,2,\ldots,x)$

เนื่องจากการทดสอบในที่นี้ใช้ข้อมูลที่เรียงกันในแนวเดี่ยว (1 มิติ) ดังนั้นองศาแห่งเสรีภาพ (Degree of freedom)จะเป็น x-1

การทดสอบอนุกรม (Series tests)

การทดสอบด้วยวิธีนี้จะบอกให้เห็นว่าเลขที่ผลิตออกมานั้นขึ้นอยู่กับค่าของเลขก่อนหน้ามากน้อยเพียงใด กล่าวคือ ความถี่ของตัวเลขตัวหนึ่งติดตามด้วยตัวเลขอีกหนึ่งบ่อยครั้งเพียงใด สมมติว่าเลขที่ผลิตอยู่ในช่วง (0,1) มีอยู่ N ตัว ถ้าแบ่งช่วง (0,1) ออกเป็น x ช่วงย่อยที่เท่า ๆ กัน แต่เนื่องจากการทดสอบด้วยอนุกรมนี้เลขที่นำมาทดสอบจะพิจารณาเป็นคู่ในลักษณะโคออร์ดิเนต (Coordinates) ของจุดในของพื้นที่สี่เหลี่ยม ดังนั้น ความถี่ที่ควรจะเป็นคือ $(N-1)/x^2$ สูตรของการทดสอบไค-กำลังสองจะเป็นดังนี้

$$\chi^2 = \frac{x^2}{N-1} \sum_{i=1}^{x} \sum_{j=1}^{x} \left(f_{ij} - \frac{N-1}{x^2}\right)^2$$

f_{ij} = ความถี่ที่เลขในช่องย่อย i ติดตามด้วยเลขในช่องย่อย j ในที่นี้องศาแห่งเสรีภาพ (Degree of freedom) เท่ากับ $x^2 - x$

จากการทดลองผลิตเลขสุ่มด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ IBM.SYSTEM/370 ซึ่งมีหน่วยความจำ 1 word เท่ากับ 32 bits ค่าเริ่มต้น n_o ควรจะเป็น 100000013 และค่าของตัวคูณ a เท่ากับ 65539

2.6 <u>ทฤษฎีและวิธีการจำลองผล</u>

ในปัจจุบัน สภาวะของการตัดสินใจต่อปัญหาหรือการกระทำต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นมักจะประกอบด้วยปัจจัยต่าง ๆ ที่สัมพันธ์กัน บางลักษณะอาจอยู่ในแบบของความสัมพันธ์กันอย่างง่าย ๆ และบางลักษณะมีความสัมพันธ์ในลักษณะที่ค่อนข้างยุ่งยาก ฉะนั้น การหาข้อมูลมาเพื่อใช้ในการตัดสินใจต่อปัญหาหรือการกระทำอันหนึ่งอันใด จึงมีการจัดทำเป็นขบวนการขึ้น การวิจัยเชิง-ปฏิบัติ (Operation Research) ก็เป็นขบวนการส่วนหนึ่งของขบวนการนำมาซึ่งการตัดสินใจเพื่อการวินิจฉัยสั่งการ นอกจากนั้นแล้วยังมีขบวนการอื่น ๆ ที่ถูกนำมาใช้อีกหลาย ๆ อย่าง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมและตัวปัญหาที่ต้องการตัดสินใจ แต่แน่นอนที่สุดไม่ว่าวิธีการใดก็ตามที่จะให้การตัดสินใจเป็นไปด้วยความถูกต้อง เสี่ยงเสียหายน้อยและค่อนข้างประหยัด สามารถกระทำได้โดยไม่ยาก มักจะเป็นที่นิยมกัน

ในขบวนการนำมาเพื่อการตัดสินใจต่าง ๆ เหล่านี้สามารถที่จะจำแนกออกเป็นประเภทใหญ่ ๆ เมื่อกำหนดปัญหาแล้วผู้วิจัยอาจจะทำการพิจารณาเลือกขบวนการที่เหมาะสมกับปัญหาและสภาพการณ์ที่เป็นอยู่มาใช้ ทั้งนี้ เพราะแต่ละขบวนการจะมีลักษณะจำเพาะของตัวเองและขึ้นอยู่กับว่าการตัดสินใจนั้นต้องการความถูกต้องละเอียดมากน้อยแค่ไหน ระยะเวลาและงบประมาณเท่าใดอีกด้วย

i 18004593

1) ขบวนการวิจัยเชิงปฏิบัติ

เมื่อกำหนดปัญหาขึ้น การพิจารณาในเบื้องต้น ก็คือ ตรวจดูว่ามีแบบจำลองของการวิจัยเชิงปฏิบัติที่เป็นมาตรฐานที่เข้ากับปัญหานี้ได้หรือไม่ ถ้าหากมีการวินิจฉัยสั่งการก็จะง่าย ทั้งนี้เพราะวิธีการต่าง ๆ ในการแก้ไขปัญหานั้นเป็นที่ทราบกันโดยทั่วไป ในกรณีนี้จะกระทำตามขั้นตอนต่าง ๆ ด้านขวามือของรูปที่ 2.8 กล่าวคือ จัดตั้งปัญหานั้นให้อยู่ในรูปของแบบจำลอง แก้ไขปัญหาจากแบบจำลอง สอบยันคำตอบจากการทดสอบภาคสนาม (Field tests)

2) ขบวนการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

วิธีการนี้อาจจำเป็นต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งพอในส่วนใหญ่แล้ว การวิจัยด้านพฤติกรรม (Behavioral Research) จะมีความเสี่ยงสูง แต่มักจะกระทำไม่ได้ในช่วงเวลาอันสั้นที่จะต้องตัดสินใจ อย่างไรก็ดี ถ้าสามารถสร้างแบบจำลองนี้ได้ ขั้นตอนต่าง ๆ ด้านขวามือของรูป 2.8 ก็จะกระทำตามลำดับมา

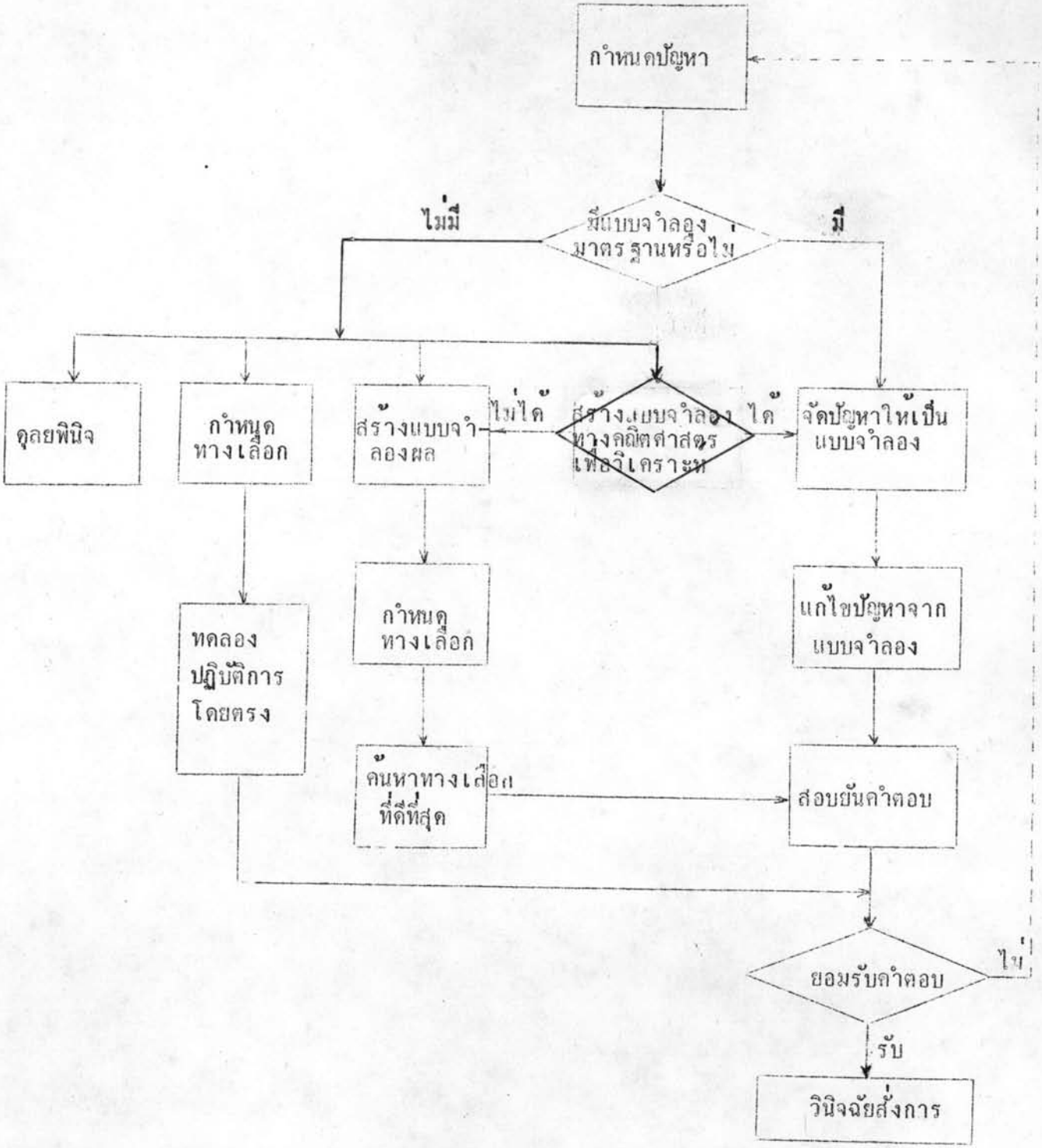
3) ขบวนการจำลองผล (Simulation)

ถ้าไม่สามารถสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อการวิเคราะห์ได้ ก็อาจจะเลือกใช้วิธีการของการจำลองผล ซึ่งรายละเอียดของการจำลองผล จะกล่าวในหัวข้อต่อไปในภายหลัง ตามรูปที่ 2.8 วิธีการนี้ ก็คือ ออกแบบแบบจำลองผล กำหนดทางเลือก (Alternatives) ต่าง ๆ และใช้แบบจำลองผลนี้ในการค้นหา (Search) ทางเลือกที่ดีที่สุด ซึ่งผลที่ได้ควรจะสอบยัน (Confirm) กับผลที่ได้จากการทดลองภาคสนาม

4) ขบวนการทดลองปฏิบัติการโดยตรง

ถ้าไม่สามารถเลือกใช้วิธีการจำลองผล ก็อาจจะใช้วิธีการทดลองวิธีปฏิบัติการโดยตรง (Direct Experiment) จะกำหนดทางเลือกต่าง ๆ ขึ้นแล้วทดลองกับทางเลือกต่าง ๆ เพื่อเลือกทางที่ดีที่สุด

ในกรณีที่ไม่มีวิธการใด ๆ ดังกล่าวข้างต้นที่เหมาะสมจะนำมาใช้ผู้วินิจฉัยสั่งการจำเป็นต้องใช้วิธีการของดุลยพินิจแทน นั่นคือ จะไม่ใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติในการแก้ไขปัญหาดังกล่าว



รูป 2.8 แสดงขบวนการเลือกวิธีวินิจฉัยสั่งการ

2.6.1 การจำลองผล

นิยาม[24] การจำลองผลคือวิธีการออกแบบ แบบจำลอง โดยมีจุดประสงค์เพื่อทำความเข้าใจในพฤติกรรมของระบบ หรือ เพื่อประเมินค่าของ กโลบาย (Strategies) ต่าง ๆ ที่จะปฏิบัติการในระบบ นั่นคือ การจำลองผลคือการค้นหา (Search) คำตอบจากแบบจำลอง (Model) ที่สร้างขึ้นเลียนแบบจากระบบที่เป็นจริง (Real System)

การออกแบบแบบจำลองเพื่อการจำลองผลนั้น ก็ด้วยความประสงค์ ดังต่อไปนี้

1) อธิบายพฤติกรรมของระบบ

2) สร้างทฤษฎีหรือข้อสมมุติฐานที่จะอธิบายพฤติกรรมต่างระบบ

3) ใช้ทฤษฎีเหล่านี้ในการทำนาย (Predict) พฤติกรรมในอนาคตนั่นคือ ทำนายผลการกระทบกระเทือนที่เกิดขึ้นเมื่อการเปลี่ยนแปลงภายในระบบ หรือ เปลี่ยนแปลงวิธีปฏิบัติการในระบบ

ก่อนที่จะพิจารณาถึงรายละเอียดของการจำลองผล เพื่อความเข้าใจและสะดวกในการอ้างอิงภายหลัง จะได้พิจารณาความหมายและลักษณะของระบบ (System) และแบบจำลอง (Model)

2.6.1.1 ความหมายและลักษณะของระบบ (System)

นิยาม[25] ระบบ คือ เซทของสมาชิก (Elements) ซึ่งปฏิบัติการร่วมกันให้บรรลุผลตามวัตถุประสงค์ ตัวอย่างเช่น ระบบบริการเงินฝากธนาคาร จะมีพนักงานธนาคาร เอกสารการรับฝากเงิน เครื่องลงบัญชี ฯลฯ เป็นสมาชิกของระบบ

---

24 Robert E.Shannon, System Simulation the Art and Science, (New Jersey : Prentice-Hall,Inc.,1975) , P.2

25 Gordon B.Daris, Management Information Systems, (Tokyo : Mc Graw-hill Kogakusha,Ltd.,1974), P.81

ส่วนประกอบของระบบ โดยทั่วไปแล้วจะประกอบด้วย

1) ส่วนทำการ (Entity) คือ ส่วนที่จะทำการต่าง ๆ ในระบบ

2) ลักษณะทำการ (Attribute) คือ คุณลักษณะของส่วนทำการนั้น ๆ ทำ

3) กิจกรรม (Activity) คือ กรรมวิธีต่าง ๆ ที่จะกระทำในระบบ

4) สถานะภาพระบบ (State of System) คือ ลักษณะหรือสถานะของส่วนทำการ ลักษณะทำการ และกิจกรรมในช่วงเวลาหนึ่ง ๆ ในรูป 2.9 จะแสดงส่วนต่าง ๆ ของระบบ เช่น ระบบเงินฝาก ลูกค้าของธนาคาร ก็คือ ส่วนทำการภาวะการสมดุลย์ของบัญชีและสภาพของเครดิตจะเป็นลักษณะทำการ และการนำเงินมาฝาก ก็คือ กิจกรรมของระบบ เป็นต้น

สิ่งแวดล้อมระบบ (System environment) การเปลี่ยนแปลงใดที่เกิดขึ้นภายนอกระบบและมีผลต่อระบบ จะเรียกว่า สิ่งแวดล้อมระบบ ซึ่งมีผลต่อการสร้างแบบจำลองระบบในการกำหนดขอบเขต (Boundary) ของระบบ

ลักษณะของระบบ (Classification of System) ระบบอาจจะแบ่งเป็นชนิดต่าง ๆ ตามลักษณะของระบบดังนี้

1) ระบบชนิดแน่นอน (Deterministic System) เป็นระบบที่ผลลัพธ์ของกิจกรรมขึ้นอยู่กับข้อมูลที่นำเข้าไป

2) ระบบชนิดคาดคะเน (Stochastic System) เป็นระบบที่ผลลัพธ์จะขึ้นอยู่กับกิจกรรมที่อยู่ในลักษณะสุ่ม

3) ระบบชนิดต่อเนื่อง (Continuous System) เป็นระบบที่มีการเปลี่ยนแปลงที่ต่อเนื่องกันและมีลักษณะทำการเปลี่ยนไปตลอดเวลา

4) ระบบชนิดไม่ต่อเนื่อง (Discrete System) เป็นระบบที่มีการเปลี่ยนแปลงที่ไม่ต่อเนื่องกันแต่จะเป็นช่วง ๆ

ระบบ	ส่วนทำการ	ลักษณะทำการ	กิจกรรม
จราจร	รถยนต์	ความเร็ว, ระยะทาง	การขับเคลื่อน
เงินฝาก	ลูกค้าธนาคาร	ภาวะสมดุลย์ของบัญชี สภาพเครดิต	การฝากเงิน
สื่อสาร	ข่าวสาร	ความยาว ลำดับความสำคัญ	การส่งข้อมูล
ศูนย์การค้า	ลูกค้า	รายชื่อสินค้าที่ต้องการซื้อ	การคิดราคาเมื่อลูกค้า-จะออก

รูป 2.9 ส่วนประกอบของระบบ

2.6.1.2 แบบจำลอง (Model)

นิยาม แบบจำลอง คือ ตัวข้อมูลที่เกี่ยวกับระบบ ซึ่งรวบรวมขึ้นโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาหรือทำความเข้าใจในระบบดังนั้น จึงพอสรุปได้ว่าแบบจำลองมีหน้าที่ (Functions) ต่าง ๆ ได้ ดังนี้ [26]

1) เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการคิด ตัวอย่างเช่น ในเรื่อง แบบจำลองเพิร์ต (PERT) จะทำให้คิดได้ว่าควรจะทำขั้นตอนไหนและมีลำดับอย่างไร

2) เป็นเครื่องมือที่ช่วยในการสื่อความหมาย การสร้างแบบจำลองจะช่วยให้เข้าใจในระบบดีกว่าคำบรรยาย ดังคำพูดที่ว่า "รูปภาพรูปหนึ่งมีค่าเท่ากับคำพูดพัน ๆ คำ" หรือที่ว่า "สิบปากว่าไม่เท่าตาเห็น"

3) ใช้ในการสอนหรือฝึกอบรม ตัวอย่างเช่น แบบจำลองสภาพอากาศที่สร้างขึ้นให้นักบินอวกาศได้ทดลองปฏิบัติ เป็นต้น

4) เป็นเครื่องมือในการทำนาย (Predict) พฤติกรรมของระบบซึ่งเป็นส่วนสำคัญของการจำลองผล (Simulation)

5) เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง การทดลองจากของจริงนั้นในบางครั้งอาจจะกระทำไม่ได้เนื่องจากไม่สามารถควบคุมได้หรืออาจจะเสียค่าใช้จ่ายหรือเวลามาก จึงใช้การทดลองจากแบบจำลองแทน

การจำแนกแบบจำลอง (Classification of Model)[27] เนื่องจากการสร้างแบบจำลองมีส่วนสำคัญต่อการนำไปสู่การวิจัยเชิงปฏิบัติ ดังนั้นการแบ่งแบบจำลองเป็นชนิดต่าง ๆ จึงมีประโยชน์ต่อการนำไปวิเคราะห์ รูป 2.10 จะแสดงประเภทและลักษณะต่าง ๆ ของแบบจำลอง

1) แบบจำลองในลักษณะพรรณา (Descriptive Model) เป็นแบบจำลองที่พรรณาด้วยคำพูดหรือหนังสือ ซึ่งมีวิธีการทำนายด้วยวิธีพินิจพิจารณา (Judgment) สำหรับการหาค่า

---

[26] Robert E.Shannon, System Simulation the Art and Science, (New Jersey : Prentice-Hall,Inc.,1975), P.5-7

[27] James R.Emshoff & Roger L.Sisson, Design and Use of Computer Simulation methods, (New York : Macmillan Publishing Co.,Inc.,1970),P.5-8

แบบจำลอง	วิธีทำนาย	วิธีหาคำตอบที่ดีที่สุด	ค่าใช้จ่าย	การสื่อความหมาย		ข้อจำกัด
				ผู้มีความรู้	ผู้ไม่มีความรู้	
แบบพรรณนา	พินิจพิจารณา	?	ต่ำ	ไม่ดี	ไม่ดี	ทำนายซ้ำวิธีการเดิมไม่ได้
กายภาพ	ปฏิบัติการทางกายภาพ	ค้นหา	สูง	ดี	ดี	ทำซ้ำข้อมูลเดิมไม่ได้
สัญญลักษณ์	วิธีคณิตศาสตร์ วิธีเลขจำนวน	วิธีคณิตศาสตร์	ต่ำ ปานกลาง	ดี	ไม่ดี	ต้องใช้โครงสร้างคณิตศาสตร์ที่เคยพัฒนาแล้ว
ขั้นตอนวิธีการ	การจำลองผล	ค้นหา	สูง	ปานกลาง	ดี	กำหนดเจาะจงคุณสมบัติทั่วไปยาก

รูป 2.10 การจำแนกแบบจำลอง

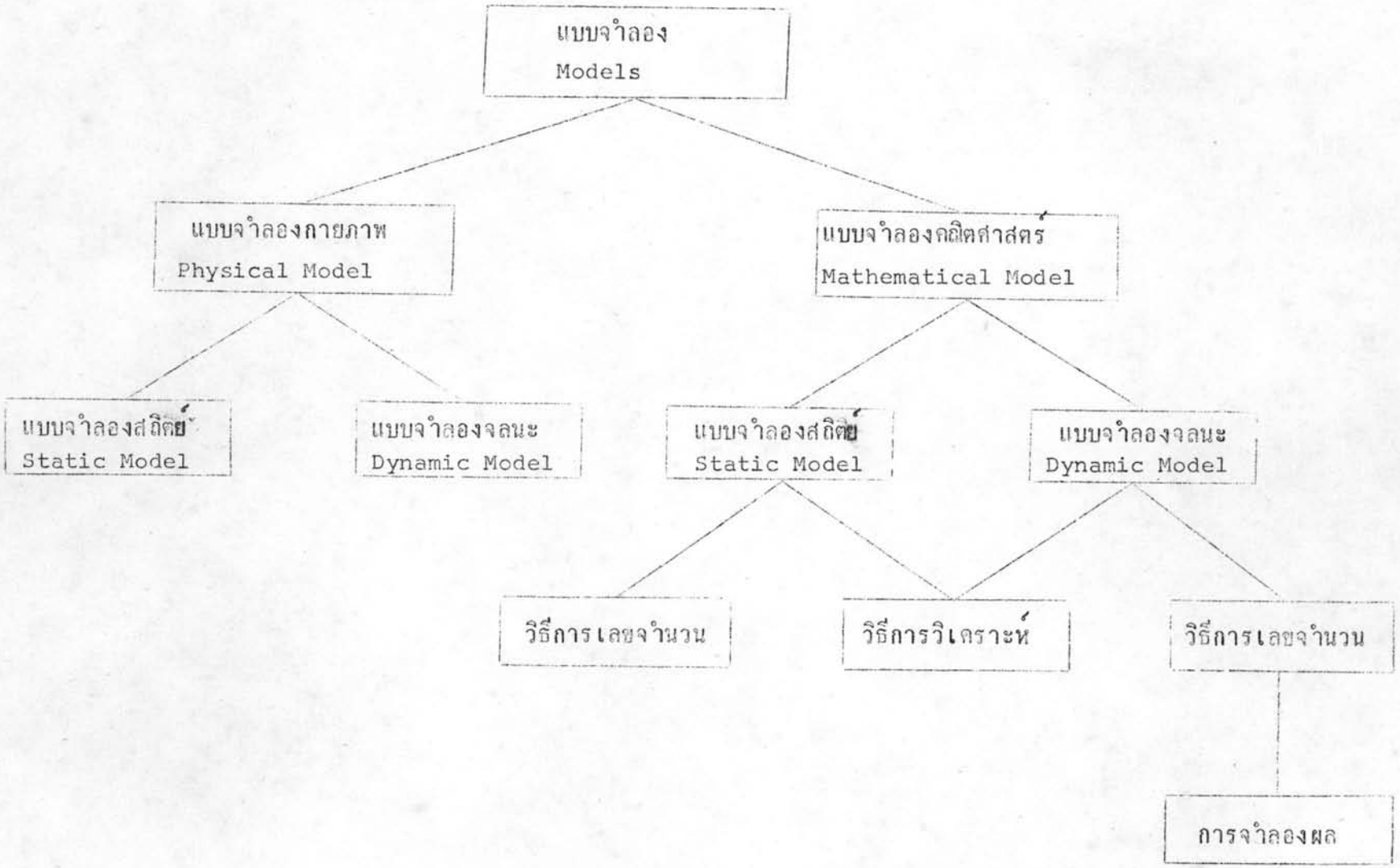
หรือคำตอบที่ดีที่สุดนั้นไม่แน่นอนขึ้นอยู่กับความชำนาญของผู้วิเคราะห์ปัญหา ส่วนค่าใช้จ่ายในการสร้างแบบจำลองนั้นต่ำมาก การสื่อความหมายกับบุคคลที่มีความรู้ทางเทคนิคและไม่มีความรู้ทางเทคนิคไม่ดี และข้อสำคัญของแบบจำลองนี้ คือ ไม่สามารถกระทำการทำนายซ้ำแบบได้

2) แบบจำลองกายภาพ (Physical Model) วิธีการทำนายอาศัยการปฏิบัติการทางกายภาพ การหาคำตอบที่ดีที่สุดก็ด้วยการค้นหาจากทางเลือก (Alternative) ต่าง ๆ ค่าใช้จ่ายในการสร้างแบบจำลองสูง การสื่อความหมายได้ดีทั้งบุคคลที่มีและไม่มีความรู้ทางเทคนิค ข้อจำกัด คือ ไม่สามารถทำซ้ำได้

3) แบบจำลองที่เป็นสัญญลักษณ์ (Symbolic Model) แบบจำลองนี้จะประกอบด้วยสัญญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ วิธีการทำนายและวิธีการหาคำตอบที่ดีที่สุดก็ใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์หรือวิธีการเลขจำนวน (Numerical) ค่าใช้จ่ายในการสร้างแบบจำลองจะต่ำหรือปานกลาง การสื่อความหมายจะง่ายเฉพาะบุคคลที่มีความรู้ทางด้านนี้เท่านั้น ข้อจำกัดต้องใช้โครงสร้างคณิตศาสตร์ที่ได้พัฒนาแล้ว

4) แบบจำลองในลักษณะขั้นตอนวิธีการ (Procedural Model) เป็นแบบจำลองที่แสดงความสัมพันธ์จลนะ (Dynamic relationships) ที่เป็นข้อสมมุติฐานที่ได้จากสภาวะจริง การทำนายก็ใช้วิธีการจำลองผล ซึ่งโดยทั่วไปจะใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการปฏิบัติการ วิธีหาคำตอบที่ดีที่สุดใช้วิธีการค้นหา (Search) ค่าใช้จ่ายในการสร้างแบบจำลองจะสูง แต่การสื่อความหมายใช้ได้ดี ส่วนข้อจำกัดก็คือ การกำหนดเจาะจงคุณสมบัติทั่วไปของแบบจำลองทำได้ไม่ง่ายนัก

การแบ่งประเภทของแบบจำลองอาจจะแบ่งตามประเภทของระบบ กล่าวคือ เป็นแบบจำลองชนิดแน่นอน หรือ ดาดกะเน หรือเป็นแบบจำลองชนิดต่อเนื่อง หรือไม่ต่อเนื่อง หรืออาจจะแบ่งเป็น 2 ประเภทตามรูป 2.11 คือ แบบจำลองกายภาพ และแบบ-



รูป 2.11 ประเภทของแบบจำลอง

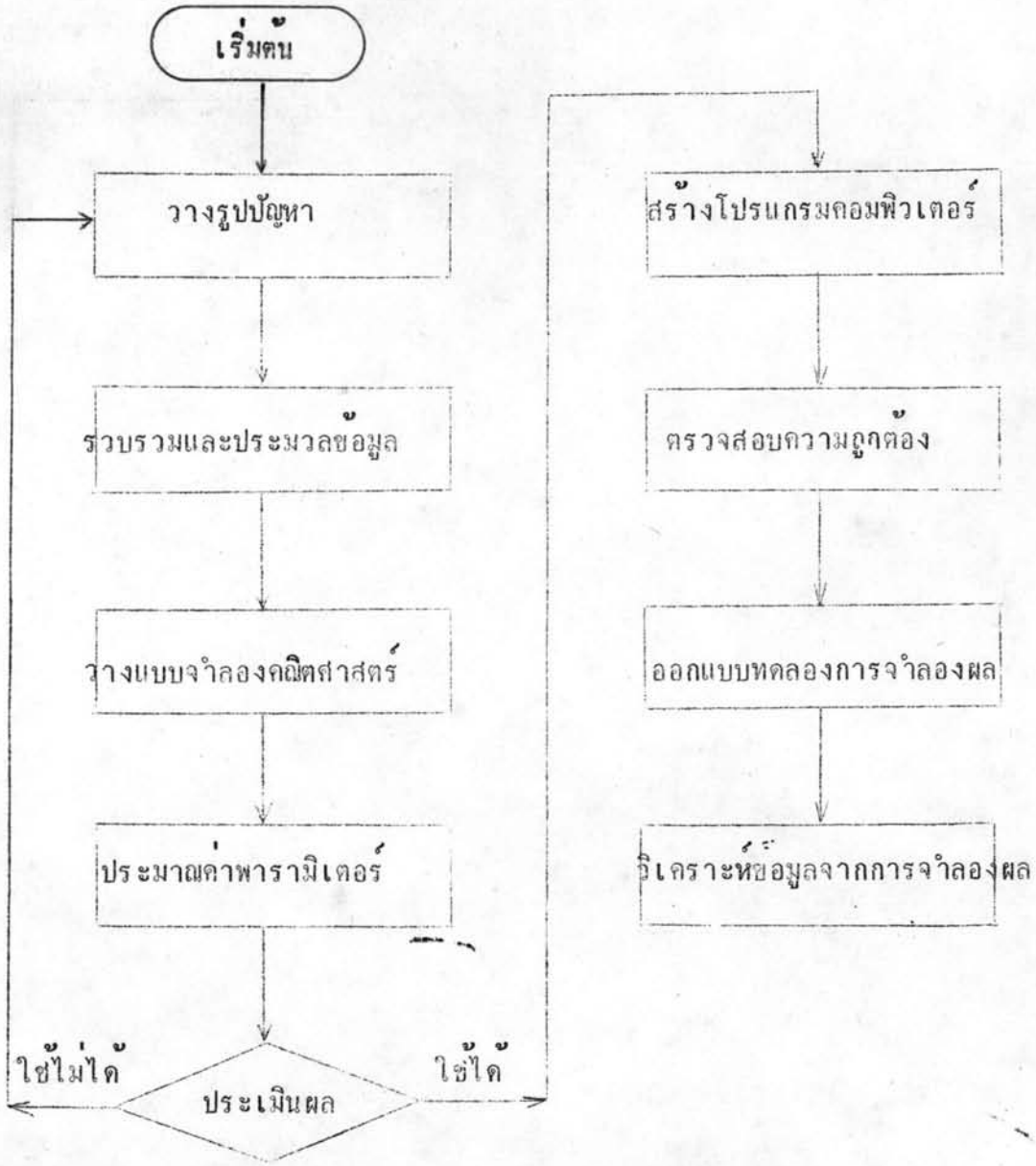
จำลองคณิต ในแบบจำลองกายภาพนั้น ส่วนทำการ (Entity) และลักษณะทำการ (Attribute) จะแทนได้ด้วยการวัดทางกายภาพ เช่น โวลเตจ หรือตำแหน่งของลูกศรในเครื่องวัด เป็นต้น ส่วนในแบบจำลองคณิตศาสตร์ ส่วนทำการและลักษณะทำการจะแทนได้ด้วยตัวแปรทางคณิตศาสตร์ ส่วนกิจกรรมแทนได้ด้วยฟังก์ชั่นทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวโยงกับตัวแปรเหล่านั้น จากรูป 2.11 จะเห็นว่าการจำลองผล คือ เทคนิคของเลขจำนวนโดยใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ชนิดจลนะ (Dynamic Mathematical Model) นั่นเอง

ส่วนประกอบของแบบจำลองเพื่อการจำลองผล โดยทั่วไปแล้วจะประกอบด้วย

1) <u>พารามิเตอร์</u> คือ ที่กำหนดไว้ลักษณะที่คงที่ในแบบจำลอง ตัวอย่างเช่น แบบจำลองของกระบวนการบัวซ่องจะมี λ เป็นพารามิเตอร์ เป็นต้น

2) <u>ตัวแปร</u> โดยทั่วไปจะแบ่งออกเป็น 3 ชนิด คือ <u>ตัวแปรภายนอก</u> (Exogenous variable) หรือตัวแปรนำเข้า (Input variable) ซึ่งเป็นที่เกิดขึ้นจากข้างนอกระบบและนำมาใช้ในการปฏิบัติการจำลองผล <u>ตัวแปรภายใน</u> (Endogenous variable) หรือ ตัวแปรนำออก (Output variable) จะเป็นค่าเกิดขึ้นภายในระบบหรือหลังจากการปฏิบัติการจำลองผล <u>ตัวแปรแสดงสถานะ</u> (Status variable) ในบางครั้งอาจจะถือว่าเป็นตัวแปรภายใน เป็นตัวแปรแสดงสถานะของระบบ ตัวอย่างในแบบจำลองการเข้าแถวรอคอย จำนวนลูกค้าที่จะเข้ามาในคิว ก็คือ ตัวแปรภายนอก ระยะเวลาที่รอคอยในแถว ก็คือ ตัวแปรแสดงสถานะ และระยะเวลาที่ลูกค้าคนหนึ่งต้องเสียไปในการรอจนกว่าการรับบริการเสร็จ ก็จะเป็นตัวแปรภายใน เป็นต้น นอกจากนี้ตัวแปรยังแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ ตัวแปรที่ควบคุมได้ (Controllable Variable) และตัวแปรที่ควบคุมไม่ได้ (Uncontrollable variable) ซึ่งตัวแปรชนิดนี้เวลาทำการจำลองผลมักจะใช้ตัวแปรสุ่มแทน

3) <u>ฟังก์ชั่นความสัมพันธ์</u> คือ ฟังก์ชั่นของความสัมพันธ์ของพารามิเตอร์และตัวแปรต่าง ๆ ในระบบซึ่งจะบอกถึงพฤติกรรมของระบบนั้น ๆ เช่น ในกระบวนการบัวซ่อง ฟังก์ชั่นความสัมพันธ์ ก็คือ ฟังก์ชั่นการแจกแจงบัวซ่องนั่นเอง



รูป 2.12 การวางแผนการจำลองผลทางคอมพิวเตอร์

2.6.2 การวางแผนการจำลองผลทางคอมพิวเตอร์[28] (Computer Simulation Planning)

เมื่อต้องการใช้จำลองผลในการวินิจฉัยสั่งการ การวางแผนการจำลองผลจะประกอบด้วยขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้ (ดูรูป 2.12)

1) การจัดวางรูปปัญหา (Formulation of Problem) เป็นการกำหนดจุดมุ่งหมายของการวิจัย ซึ่งโดยปกติของการวิจัยทางด้านธุรกิจ จุดมุ่งหมายของการวิจัยจะประกอบด้วย

1. คำถามที่จะต้องตอบ เช่น การจำลองระบบบริการเงินฝากธนาคาร คำถาม ก็คือ มีขั้นตอนการบริการเป็นอย่างไร มีเจ้าหน้าที่ให้บริการกี่คน อัตราความสามารถในการให้บริการเป็นเท่าใด มีจำนวนบัญชีอยู่เท่าไร เป็นต้น ในบางครั้งคำตอบอาจจะมีหลายคำตอบซึ่งจะต้องเลือกเอาคำตอบที่ดีที่สุดมาใช้ และในบางกรณีอาจจะต้องปรับปรุงคำถามเพื่อให้ได้คำตอบที่เหมาะสมตามต้องการ

2. ข้อสมมุติฐานที่จะต้องทดสอบ จุดมุ่งหมายของการวิจัยจะต้องมีการทดสอบข้อสมมุติฐานต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับพฤติกรรมของระบบ เช่น การเข้ามารับบริการมีลักษณะการแจกแจงปัวซองหรือไม่ เป็นต้น

3. ผลกระทบกระเทือนที่ต้องคาดคะเน จะต้องมีการคาดคะเนผลกระทบกระเทือนที่จะเกิดขึ้นถ้าหากมีการเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์และตัวแปรต่าง ๆ ของระบบ เช่น ถ้าเปลี่ยนแปลงค่าคาดหมายเวลาที่ลูกค้ามาถึงแล้วจะต้องคาดคะเนค่าคาดหมายของเวลาที่จะรอคอยในแถวรอคอย เป็นต้น

2) การรวบรวมและประมวลข้อมูล (Collection and Processing of Data) โดยปกติจะต้องมีการรวบรวมและประมวลข้อมูลก่อนจึงจะกำหนดปัญหาหรือจุดมุ่งหมายของการวิจัยได้ แต่ในที่นี้ การรวบรวมและประมวลข้อมูลจะหมายถึงการคัดเลือกและลดทอนข้อมูลต่าง ๆ ให้อยู่ในรูปที่เหมาะสมในการทดลองปฏิบัติการจำลองผล มีเหตุผล 5 ประการด้วยกันที่จำเป็นต้องมีการรวบรวมและประมวลข้อมูล คือ

---

28 Thomas H. Naylor, Computer Simulation Techniques, (New York : John Wiley & Sons, Inc., 1966) P.23-41

(1) ถ้าไม่มีการรวบรวมข้อมูลก่อนก็ไม่สามารถที่จะกำหนดปัญหาขึ้นได้

(2) ข้อมูลที่ผ่านการลดทอนหรือดัดแปลงให้อยู่ที่มีความหมายเฉพาะอาจจะนำไปเป็นข้อสมมุติฐานของแบบจำลองที่สร้างขึ้นตามพฤติกรรมของระบบได้

(3) ข้อมูลที่ได้มาอาจจะนำไปปรับปรุงแบบจำลองให้เหมาะสมในการจำลองผล

(4) ข้อมูลที่ได้อาจจะใช้เป็นค่าประมาณของพารามิเตอร์หรือตัวแปรต่าง ๆ ของระบบได้

(5) ถ้าปราศจากข้อมูลแล้วการทดสอบความถูกต้อง (Validity) ของแบบจำลองจะกระทำมิได้

3) <u>การวางรูปแบบจำลองคณิตศาสตร์</u> (Formulation of Mathematical Model) การที่จะวางรูปแบบจำลองคณิตศาสตร์ได้นั้น จำเป็นต้องทราบว่าจะมีตัวแปรและพารามิเตอร์อะไรบ้าง มีจำนวนเท่าไร ตัวแปรและพารามิเตอร์เหล่านี้มีความสัมพันธ์อย่างไรบ้าง ความสัมพันธ์ต่าง ๆ ของตัวแปรและพารามิเตอร์ซึ่งบอกถึงพฤติกรรมของระบบ มีความซับซ้อนมากน้อยแค่ไหน ถ้าสามารถดัดแปลงให้อยู่ในรูปที่ง่ายขึ้นก็จะทำงานเสียเวลาคอมพิวเตอร์น้อยลงได้ การลดการผลิตค่าของตัวแปรที่ไม่จำเป็นจากคอมพิวเตอร์ก็จะสามารถลดเวลาได้เช่นกัน สิ่งสำคัญอีกอันหนึ่งก็คือ จะตรวจสอบว่าแบบจำลองที่สร้างขึ้นมีความถูกต้องแค่ไหน หลักการออกแบบแบบจำลองอาจแบ่งแยกเป็นกรณีด้วยกัน คือ (1) แบบคลุมทั่วไป (Generalized Design) และ (2) แบบหน่วยหรือบล็อก (Modular or Block Design) การจะเลือกใช้แบบไหนขึ้นอยู่กับขนาดของระบบที่จะจำลอง กล่าวคือ ถ้าเป็นระบบที่ใหญ่และซับซ้อนการออกแบบเป็นหน่วย ๆ จะสะดวก การแก้ไขเพิ่มเติมจะกระทำได้ง่ายขึ้น แต่ถ้าเป็นระบบเล็กและไม่ซับซ้อน การออกแบบเป็นหน่วยจะทำให้เสียเวลาโดยไม่จำเป็น

4) <u>การประมาณค่าพารามิเตอร์</u> (Estimation of Parameters) เมื่อได้รวบรวมข้อมูลต่าง ๆ แล้ว และได้สร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อบอกพฤติกรรมของระบบ จะต้องมีการประมาณค่าของพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ใช้ในแบบจำลอง ค่าที่ประมาณได้จะต้องผ่านการทดสอบทางสถิติก่อน ซึ่งมีหลายวิธีด้วยกัน การจะใช้วิธีใดในการทดสอบก็ขึ้นอยู่กับลักษณะของข้อมูลและระบบนั้น ๆ

5) การประเมินผลของแบบจำลองและค่าประมาณพารามิเตอร์ (Evaluation of the Model and Parameter Estimates) เมื่อประมาณค่าพารามิเตอร์และสร้างแบบจำลองได้แล้ว ขั้นต่อไปจะต้องมีการประเมินผลว่าแบบจำลองนั้นและพารามิเตอร์ดังกล่าวถูกต้องสมบูรณ์หรือไม่ การประเมินก็ลงใช้วิธีการทดสอบทางสถิติเช่นกัน เมื่อแน่ใจว่าใช้ได้ จึงดำเนินการขั้นต่อไป

6) การสร้างโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ (Formulation of a Computer Program) การสร้างโปรแกรมก็เพื่อสั่งให้คอมพิวเตอร์ทำงานในการจำลองผลกับแบบจำลองที่สร้างขึ้น ขั้นตอนในการสร้างโปรแกรมจะมีดังนี้ คือ

(1) ข้อมูลรายงาน (Output Reports) จะต้องกำหนดว่ามีข้อมูลอะไรบ้างที่จะพิมพ์ออกเป็นรายงาน และมีรูปร่างอย่างไร

(2) ข้อมูลที่ผลิต (Data Generation) จะต้องทราบว่าจะผลิตข้อมูลขึ้นในโปรแกรมอะไรบ้าง และในช่วงใดบ้างของโปรแกรม ข้อมูลที่ผลิตใช้เนื้อที่เท่าไรในหน่วยความจำของคอมพิวเตอร์ เป็นต้น

(3) ข้อมูลนำเข้า (Data Input) จะต้องวางรูปแบบ (Format) ของข้อมูลนำเข้า และมีข้อมูลอะไรบ้างที่จะนำเข้าไปในโปรแกรม

(4) กำหนดทางเดินของโปรแกรม (Program Flow Chart) เป็นการกำหนดขั้นตอนและลำดับการทำงานของโปรแกรม

(5) เขียนโปรแกรมด้วยภาษาทางคอมพิวเตอร์ ซึ่งอาจจะเป็น FORTRAN หรือ PL/I หรือ ALGOL หรือ COBOL เป็นต้น

(6) ตรวจสอบแก้ไขข้อผิดพลาดของโปรแกรม (Debugging) โปรแกรมที่เขียนขึ้นอาจจะมีที่ผิดพลาดเกิดขึ้นได้ อันจากการเจาะบัตรผิดหรืออาจไม่ถูกต้องตามหลัก Logic จะต้องแก้ไขให้เรียบร้อยก่อนนำไปใช้งานจริง

7) การตรวจสอบความถูกต้อง (Validation) เมื่อจัดเขียนโปรแกรมเรียบร้อยแล้ว จะต้องมีการทดสอบการจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ ก่อนที่จะนำไปใช้งานจริง การตรวจสอบความถูกต้องซึ่งโดยทั่วไปแล้วจะตรวจสอบใน 2 กรณีดังนี้

(1) ตรวจสอบว่าค่าหรือข้อมูลที่ได้จากการจำลองผลนี้ถูกต้องใกล้เคียงกับข้อมูลตามจริงในอดีตเพียงใด

(2) ความแม่นยำในการทำนายพฤติกรรมของระบบในอนาคตมีมากน้อยเพียงใด

8) การออกแบบทดลองการจำลองผล (Design of Simulation Experiments) เมื่อสร้างระบบการจำลองผลและผ่านการตรวจสอบความถูกต้องแล้ว จะต้องมีการออกแบบวิธีการที่มีประสิทธิภาพสูงในการนำการจำลองผลนี้ไปใช้ทำงานจริง การทดลองการจำลองผลก็เพื่อศึกษาถึงลักษณะต่าง ๆ ของตัวแปรว่าจะเป็นเช่นไร มีผลกระทบกระเทือนต่อผลที่ออกมาในกรณีใดบ้าง เป็นต้น

9) การวิเคราะห์ข้อมูลจากการจำลองผล (Analysis of Simulation Data) ขั้นตอนสุดท้ายของการจำลองผลคือการวิเคราะห์ข้อมูลหรือรายงานจากการจำลองผล แปลความหมาย (Interpretation) ของข้อมูลดังกล่าวว่ามีความหมายอย่างไรบ้าง

2.6.3 การใช้เลขสุ่มสำหรับการจำลองผล[29] (Use of Random Number for - Simulation) ในการจำลองผลจะใช้เลขสุ่มแทนตัวแปรที่ควบคุมไม่ได้ (Uncontrollable-variable) ซึ่งเลขสุ่มที่ใช้นี้ควรจะได้จากเครื่องผลิตเลขสุ่มที่มีความสุ่มจริง แต่ในการจำลองผลด้วยคอมพิวเตอร์ อาจใช้เลขคล้ายสุ่ม (Pseudo-random number) ซึ่งผลิตโดยคอมพิวเตอร์แทนได้

---

29 James R.Emshoff & Roger L. Sisson, Design and Use of Computer Simulation Models, (New York : Macmillan Publishing Co.,Inc., 1970), P.172-173

2.6.4 เหตุผลที่นำการจำลองผลมาใช้[30]

1) สูตรสำเร็จทางคณิตศาสตร์ที่ใช้วิธีวิเคราะห์ปัญหาไม่มีหรือยังมิได้พัฒนาขึ้น

2) มีวิธีวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์แล้ว แต่กรรมวิธีวิเคราะห์มีความสลับซับซ้อนยุ่งยาก ซึ่งถ้าใช้การจำลองผลจะง่ายกว่า

3) มีวิธีวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ แต่ขาดผู้ชำนาญการทางนี้ ฉะนั้น ถ้าค่าใช้จ่ายในการสร้างระบบจำลองผลถูกกว่าการจ้างผู้เชี่ยวชาญมาช่วยวิเคราะห์ ก็ควรจะใช้การจำลองผลแทน

4) ในกรณีที่ต้องการสังเกตการทำงานของระบบด้วยค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ กันในช่วงเวลาหนึ่ง การจำลองผลจะช่วยได้ในกรณีเช่นนี้

5) เมื่อไม่มีวิธีอื่นหรือไม่อาจจะทำด้วยวิธีอื่นเนื่องจากความยุ่งยาก เช่น การศึกษาสภาพอากาศ การจำลองผลสภาพอากาศจะง่ายกว่าสภาพจริง

6) เมื่อต้องการลดทอนเวลาของกระบวนการของระบบ การจำลองผลอาจย่อเวลาที่เป็นจริงจากปีหรือเดือน เป็นนาทีหรือวินาทีของคอมพิวเตอร์ได้

2.6.5 ประโยชน์ของการจำลองผล[31] จากเหตุผลในข้อ 2.6.4 พอสรุปเป็นประโยชน์ของการจำลองผลได้ดังนี้

1) เมื่อสร้างระบบการจำลองผลแล้ว สามารถที่จะใช้วิเคราะห์ได้ทุก ๆ สภาวะที่แตกต่างกัน

2) การจำลองผลใช้แบบจำลองของระบบซึ่งคำตอบหรือผลลัพธ์ของระบบที่ไม่สามารถอธิบายได้ด้วยความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์

3) การจำลองผลต้องการความชำนาญทางคณิตศาสตร์น้อยกว่าวิธีการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์

4) การจำลองผลโดยปกติจะถูกกว่าการสร้างระบบที่เป็นจริงในการทดลองและปฏิบัติการ

---

[30] Robert E.Shannon, System Simulation the Art and Science, (New Jersey : Prentice-Hall,Inc.,1975) , P.11

[31] Robert G.Murdick & Joel E.Ross, Information Systems for Modern Management , (New Delhi : Prentice-Hall India,1977),P.390-392