สัญญากรณ์ในการวิเคราะห์ฮาร์โมนิคแบบคลาสสิค

นางสาว สุวรรณา พันธุรัตน์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต

แผนกวิชาคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2516

OPERATORS IN CLASSICAL HARMONIC ANALYSIS

Miss Suwanna Panturat

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science
Department of Mathematics
Graduate School
Chulalongkorn University
1973

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in partial fulfillment of the requirements for the degree of master of science.

B. Tamthai

....

Dean of the Graduate School

Thesis Committee ...Virool Boonyasombat... Chairman

...Calvin F.K. Jung...

...[illegible]...

Thesis Supervisor Dr. Calvin F.K. Jung

หัวข้อวิทยานิพนธ์ : สัญญากรณ์ในการวิเคราะห์ฮาร์โมนิคแบบคลาสสิค

ชื่อ : นางสาว สุวรรณา พันธุรัตน์ แผนกวิชาคณิตศาสตร์

ปีการศึกษา : 2515

บทคัดย่อ

ในการวิเคราะห์ฮาร์โมนิคบน $\mathbb{T}$ (ทำนองเดียวกันใน $\mathbb{R}$) ปัญหาที่เป็นศูนย์กลางก็คือดูว่าจะมีบ้างไหม และในกรณีใดบ้างที่อนุกรมฟูเรียร์ (Fourier series) (ทำนองเดียวกัน ฟูเรียร์อินทิกรัล) ของฟังก์ชั่น f ฟังก์ชั่นหนึ่งใน $L^1(\mathbb{T})$ (ทำนองเดียวกันใน $L^1(\mathbb{R})$) จะแทนตัวของมันเองได้ ในกรณีของ $\mathbb{R}$ คำตอบสำหรับปัญหานี้จะเป็น "เกือบทุกแห่ง" ซึ่งนำไปสู่ทฤษฎีบทอินเวอสชั่น ในกรณีของ $\mathbb{T}$ ถึงแม้ว่าเราสามารถหาคำตอบที่จะนำไปสู่ปัญหานี้ได้อย่างน่าพึงพอใจ เราก็จะไม่พิจารณาในที่นี้ แต่เราเลือกศึกษาสัญญากรณ์แบบสเตชั่นเนอรี่ (Stationary Operator) บนโฮโมจีเนียสเสปซ (Homogeneous space) โดยเฉพาะอย่างยิ่งเราได้แสดงให้เห็นว่ามีการสมนัยแบบหนึ่งต่อหนึ่ง (one-to-one correspondence) ระหว่างสัญญากรณ์เชิงเส้นแบบสเตชั่นเนอรี่ (linear) ที่ต่อเนื่อง (continuous) กับอนุบรรพ (sequences) ของจำนวนเชิงซ้อน (complex numbers) ที่มีขอบเขต (bounded) ตัวอย่างของสัญญากรณ์เชิงเส้นแบบสเตชั่นเนอรี่ ที่ต่อเนื่องบนโฮโมจีเนียสเสปซ ที่เราได้ก็คือสัญญากรณ์แบบคอนโวลูชั่น (convolution operator)

สุดท้ายนี้เราได้อธิบายให้เห็นถึงความง่ายของการวิเคราะห์ฮาร์โมนิคใน $\mathbb{Z}$ โดยการแสดงให้เห็นว่า เราอาจหาคำตอบสำหรับปัญหาที่คล้ายคลึงกับปัญหานี้ได้โดยง่าย และคำตอบก็เป็น "ทุก ๆ แห่ง" ด้วย

Thesis Title : Operators in Classical Harmonic Analysis

Name : Miss Suwanna Panturat

Department : Mathematics

Acadamic Year : 1972

ABSTRACT

In Harmonic Analysis on $\mathbb{T}$ (respectively $\mathbb{R}$), the Central Problem is to determine whether, and in what sense, the Fourier series (respectively, the Fourier integral) of a function f in $L^1(\mathbb{T})$ (respectively, $L^1(\mathbb{R})$) represents the function f itself. In case of $\mathbb{R}$, the answer to the Central Problem is "almost everywhere" via the so-called Inversion Theorem. In case of $\mathbb{T}$, although there are satisfactory answers to the Central Problem but instead of given these, we choose to deal with stationary operator on homogeneous spaces. In particular, we show that there is a one-to-one correspondence between the continuous linear stationary operators on $L^2(\mathbb{T})$ and the bounded sequences of complex numbers. As concrete examples of continuous linear stationary operators on other familiar homogeneous spaces, we offer the convolution operators.

Finally, we illustrate the simplicity of the Harmonic Analysis on $\mathbb{Z}$ by showing that the answer to the analogue of the Central Problem can be very simply obtained and the answer is "everywhere".

ACKNOWLEDGEMENT

The author feels extremely grateful to Dr. Calvin F.K. Jung, the author's supervisor, who has generously provided advice and assistance not only in mathematical ideas but also in English usage, which made this thesis possible.

In addition, the author wishes to express her gratitude to all lecturers of the Department of Mathematics at Chulalongkorn University for their previous lectures in the undergraduate and graduate courses.

TABLE OF CONTENTS