รายการอ้างอิง

Balanis, C.A. Advanced Engineering electromagnetics.: John Wiley & Son, 1989.

Belytschko T, Lu YY, Gu L. Element-Free Galerkin methods. International Journal for Numerical Methods in Engineering 37(1994) : 119-256.

G.R. Liu. Mesh Free Method:Moving Beyond the Finite Element Method. Boca Raton : CRC Press, 2002.

Guan, J.M., and Su, C.C. Analysis of metallic waveguides with rectangular boundaries by using the finite-difference method and the simultaneous iteration with the Chebyshev acceleration. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques Vol.43, No.2 (February 1995) : 374-382.

Ho, S.L., Yang, S., Machado, J.M., Wong, H.C. Application of a Meshless Methods in Electromagnetics. IEEE Transactions on Magnetics 37, 5 (Sept. 2001) : 3198 - 3202

Hoole, S.R.H. Eigenvalue and eigenvector perturbation and adaptive mesh generation in the analysis of waveguides. IEEE Transactions on Magnetics Vol.26, No.2 (March 1990): 791-794 .

J.Dolbow and T.Belytschko. An introduction to Programming the Meshless Element Free Galerkin Methods. Arch.comput.Mech vol.5.,n03oo(1998) : 207-241.

Jin, J.M. The Finite Element Method in Electromagnetics.: John Wiley & Son, 1993.

J.R. Xiao,M.A. McCarthy. A local Heaviside weighted meshless method for two-dimensional solids using radial asic functions. Computational Mechanics 31 (2003) : 301-315.

Montgomery, J.P. On the complete eigenvalue solution of ridge waveguide. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques Vol.19, No.6, (June 1971) : 547-555.

Swaminathan, M., Arvas, E. Sarkar, T.K., and Djordjevic, A.R. Computation of cutoff wavenumbers of TE and TM modes in waveguides of arbitrary cross sections using a surface integral formulation. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques Vol.38, No.2 (February 1990) : 154-159.

S. N. Atluri, H.-G. Kim, J. Y. Cho. A critical assessment of the Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG),and Local Boundary Integral Equation (LBIE) methods. Computational Mechanics 24 (1999) : 348-372.

S. N. Atluri, T. Zhu. A new Meshless Local Petrov-Galerkin (MLPG) approach in computational mechnics. Computational Mechanics 22 (1998) : 117-127

T.Belytschko, Y.krongauz, D.Organ,M. Fleming, and P.Krysl. Mesh-less methods:an overview and recent developments. Comput. Methods. Appl. Mech. Eng vol139(1996) : 3-47.

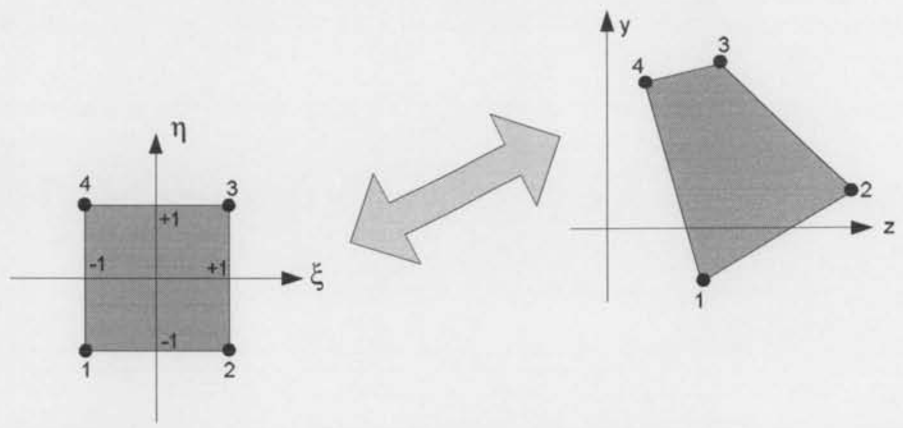
Y.L.Wu,G.R.Liu. A meshfree formulation of local radial point interpolation method(LRPIM) for incompressible flow simulation. comput.mech 30(2003) : 355-365.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

การแปลงพิกัดเรขาคณิต

ภาคผนวกนี้จะกล่าวถึงรูปแบบของการแปลงพิกัดเรขาคณิตจากอีลีเมนต์อ้างอิงใน 2 มิติ ไปสู่อีลีเมนต์จริงเพื่อใช้ในการประมาณการอินทิเกรตเชิงตัวเลข(numerical integration) ในพิกัด (ξ,η) ซึ่งจะสามารถทำได้ง่ายกว่าการอินทิเกรตในพิกัด (x, y)



รูปที่ ก.1 การแปลงพิกัดเรขาคณิต

กำหนดให้พิกัดที่ตำแหน่ง (x, y) ใดๆ ดังรูปดังนี้

$$x(\xi,\eta)=\sum_{i=1}^{4} N_i x_i = N_1(\xi,\eta)x_1 + N_2(\xi,\eta)x_2 + N_3(\xi,\eta)x_3 + N_4(\xi,\eta)x_4 \qquad (ก.1)$$

$$y(\xi,\eta)=\sum_{i=1}^{4} N_i y_i = N_1(\xi,\eta)y_1 + N_2(\xi,\eta)y_2 + N_3(\xi,\eta)y_3 + N_4(\xi,\eta)y_4 \qquad (ก.2)$$

ซึ่งค่า x_i, y_i คือค่าในพิกัด (x, y) และค่า N_i คือฟังก์ชันรูปร่างของโนดในพิกัดอ้างอิง (ξ,η) ที่มีคุณสมบัติตามเงื่อนไขที่ว่า $N_n(\xi,\eta)=1$ ที่โนด n และ $N_n(\xi,\eta)=0$ ที่โนดอื่นซึ่งฟังก์ชันรูปร่างที่แต่ละค่าเป็น

$$N_1(\xi,\eta)=\frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) \qquad (ก.3)$$

$$N_2(\xi,\eta)=\frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) \qquad (ก.4)$$

$$N_3(\xi,\eta)=\frac{1}{4}(\xi+1)(\eta-1) \qquad (ก.4)$$

$$N_4(\xi,\eta)=\frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta) \quad \text{(ก.4)}$$

ซึ่งในการแปลงพิกัดนี้สามารถหาจาโคเบียนได้โดยใช้ความสัมพันธ์คือ

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial\phi}{\partial\xi} \\ \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial\xi} & \frac{\partial y}{\partial\xi} \\ \frac{\partial x}{\partial\eta} & \frac{\partial y}{\partial\eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial\phi}{\partial x} \\ \frac{\partial\phi}{\partial y} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial\phi}{\partial x} \\ \frac{\partial\phi}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad \text{(ก.5)}$$

โดยที่ $[J]$ มีค่าเป็น

$$[J]=\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial\xi} & \frac{\partial y}{\partial\xi} \\ \frac{\partial x}{\partial\eta} & \frac{\partial y}{\partial\eta} \end{bmatrix} \quad \text{(ก.6)}$$

โดยที่ $[J]$ คือ เมตริกซ์จาคอเบียนของการแปลงพิกัดเรขาคณิต

และสามารถเปลี่ยนความสัมพันธ์ในเชิงอนุพันธ์ของอีลีเมนต์จริงไปยังอีลีเมนต์อ้างได้ดังสมการ

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial\phi}{\partial x} \\ \frac{\partial\phi}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial\xi}{\partial x} & \frac{\partial\eta}{\partial x} \\ \frac{\partial\xi}{\partial y} & \frac{\partial\eta}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial\phi}{\partial\xi} \\ \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial\phi}{\partial\xi} \\ \frac{\partial\phi}{\partial\eta} \end{Bmatrix} \quad \text{(ก.7)}$$

อนุพันธ์พิกัด (x,y) เทียบกับพิกัด (ξ,η) จะได้

$$\frac{\partial x}{\partial\xi}=\sum_{i=1}^{4}x_i\frac{\partial N_i}{\partial\xi}=\frac{1}{4}\left[-x_1(1-\eta)+x_2(1-\eta)+x_3(1+\eta)-x_4(1+\eta)\right] \quad \text{(ก.8)}$$

$$\frac{\partial x}{\partial\eta}=\sum_{i=1}^{4}x_i\frac{\partial N_i}{\partial\eta}=\frac{1}{4}\left[-x_1(1-\xi)-x_2(1+\xi)+x_3(1+\xi)+x_4(1-\xi)\right] \quad \text{(ก.9)}$$

$$\frac{\partial y}{\partial\xi}=\sum_{i=1}^{4}y_i\frac{\partial N_i}{\partial\xi}=\frac{1}{4}\left[-y_1(1-\eta)+y_2(1-\eta)+y_3(1+\eta)-y_4(1+\eta)\right] \quad \text{(ก.10)}$$

$$\frac{\partial y}{\partial\eta}=\sum_{i=1}^{4}y_i\frac{\partial N_i}{\partial\eta}=\frac{1}{4}\left[-y_1(1-\xi)-y_2(1+\xi)+y_3(1+\xi)+y_4(1-\xi)\right] \quad \text{(ก.11)}$$

ดังนั้นจะได้จาคอเบียนของการแปลงพิกัดเรขาคณิตดังสมการ (ก.12) โดยแทน (ก.8) ถึง

(ก.11) ลงไปในสมการ (ก.12)

$$J = \det[J] = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial x}{\partial \xi} & \dfrac{\partial y}{\partial \xi} \\ \dfrac{\partial x}{\partial \eta} & \dfrac{\partial y}{\partial \eta} \end{vmatrix} \quad (ก.12)$$

ดังนั้น

$$J = \frac{\partial x}{\partial \xi}\frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta}\frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (ก.13)$$

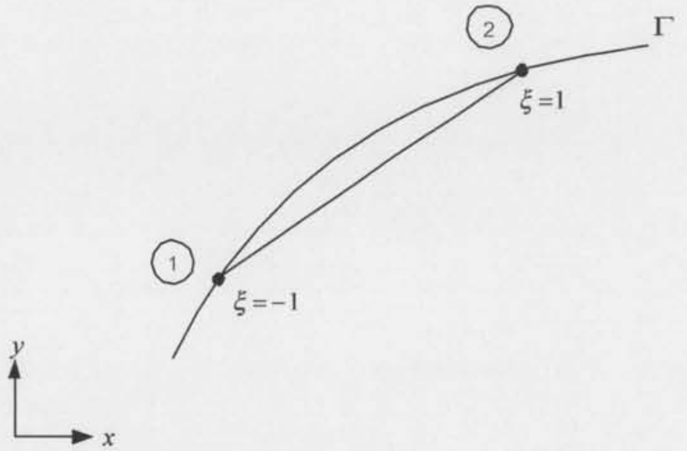
ซึ่งสามารถอินทิเกรตในพิกัดอ้างอิงโดยใช้ความสัมพันธ์

$$\iint_{\Omega} f(x,y)dxdy = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} f(\xi,\eta)Jd\xi d\eta \quad (ก.14)$$

ภาคผนวก ข

การอินทิเกรตเชิงเส้น

ภาคผนวกนี้จะกล่าวถึงรูปแบบของอีลีเมนต์เชิงเส้นในปริภูมิ 2 มิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าใน 2 มิติโดยการแปลงระบบพิกัดของอีลีเมนต์เชิงเส้นในระบบพิกัดฉากเป็นระบบพิกัดของอีลีเมนต์อ้างอิงใน 1 มิติ เนื่องจากเมื่อขอบเขตของวัตถุถูกแบ่งออกเป็นอีลีเมนต์เชิงเส้นแล้วในการอินทิเกรตเชิงเส้นในแต่ละอีลีเมนต์มักจะใช้การประมาณการอินทิเกรตเชิงตัวเลขโดยใช้ local intrinsic coordinate ξ มากกว่าที่จะใช้การอินทิเกรตเชิงเส้นโดยตรง



รูปที่ ข.1 อีลีเมนต์เชิงเส้นที่อยู่ในปริภูมิ 2 มิติ

กำหนดให้พิกัดที่ตำแหน่ง (x, y) ใดๆ ดังรูปที่ ข.1 เป็นดังนี้

$$x(\xi)=\sum_{c=1}^{2} N_c(\xi)x_c = N_1(\xi)x_1 + N_2(\xi)x_2 \tag{ข.1}$$

$$y(\xi)=\sum_{c=1}^{2} N_c(\xi)y_c = N_1(\xi)y_1 + N_2(\xi)y_2 \tag{ข.2}$$

โดยที่

$N_c(\xi)$ เป็นฟังก์ชันฐานเชิงเส้นซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขที่ว่า $N_c(\xi)=1$ ที่โนด c และ $N_c(\xi)=0$ ที่โนดอื่นๆ

ดังนั้นฟังก์ชันฐาน $N_1(\xi)$ และ $N_2(\xi)$ จะอยู่ในรูปของสมการเชิงเส้นดังนี้

$$N_1(\xi)=a_1\xi+a_2 \tag{ข.3}$$

$$N_2(\xi)=a_3\xi+a_4 \tag{ข.4}$$

โดยที่ a_1, a_2, a_3 และ a_4 เป็นค่าคงที่

เมื่อพิจารณาในเงื่อนไขในการสร้างฟังก์ชันฐาน $N_c(\xi)$ ดังที่กล่าวมาแล้วจะได้ว่า

ที่โนด 1 : $\xi=-1$

$$N_1(-1)=1 \tag{ข.5}$$

$$N_2(-1)=0 \tag{ข.6}$$

และที่โนดที่ 2 : $\xi=1$

$$N_1(1)=0 \tag{ข.7}$$

$$N_2(1)=1 \tag{ข.8}$$

และจากสมการที่ (ข.5) - (ข.8) เมื่อแทนสมการที่ (ข.3) และ (ข.4) ลงไปเพื่อหาค่าคงที่ a_1, a_2, a_3 และ a_4 ได้ผลดังนี้

$$a_1=-\frac{1}{2}\ ,\ a_2=\frac{1}{2}, a_3=\frac{1}{2} \text{ และ } a_4=\frac{1}{2} \tag{ข.9}$$

ดังนั้นฟังก์ชันฐาน $N_1(\xi)$ และ $N_2(\xi)$ จะเป็นดังนี้

$$N_1(\xi)=\frac{1}{2}(1-\xi) \tag{ข.10}$$

$$N_2(\xi)=\frac{1}{2}(1+\xi) \tag{ข.11}$$

และใช้การแปลงจาคอเบียน (Jacobian transformation) ในการแปลงตัวแปรจากตัวแปรของเส้นโค้ง Γ ในระบบพิกัดฉาก (x, y) ไปยังระบบพิกัดในอีกโดเมนหนึ่งที่ประกอบด้วย intrinsic coordinate ξ เพื่อให้ง่ายในการอ้างอิงถึงพจน์ที่อยู่ในเครื่องหมายอินทิกรัลและเพื่อใช้การแปลงตัวแปรจากเส้นโค้งของการอินทิเกรตจริงไปยังระบบที่ประกอบด้วย intrinsic coordinate ξ ซึ่งอยู่ในรูปแบบของอีลีเมนต์ใน 1 มิติ ดังรูปที่ ข.1

เมื่อพิจารณาส่วนย่อยของอีลีเมนต์เชิงเส้นจะได้ว่า

$$dl = J(\xi)d\xi = \sqrt{\left(\frac{dx(\xi)}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy(\xi)}{d\xi}\right)^2}\ d\xi \qquad \text{(ข.12)}$$

โดยที่

$$\frac{dx(\xi)}{d\xi} = \frac{(x_2 - x_1)}{2} \qquad \text{(ข.13)}$$

$$\frac{dy(\xi)}{d\xi} = \frac{(y_2 - y_1)}{2} \qquad \text{(ข.14)}$$

ดังนั้นจะได้การแปลงจาคอเบียนเป็นดังนี้

$$J(\xi) = \frac{1}{2}\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \frac{l}{2} \qquad \text{(ข.15)}$$

โดยที่

l เป็นความยาวของอีลีเมนต์เชิงเส้นซึ่งเท่ากับระยะทางจากโนดที่ 1 ไปยังโนดที่ 2 ในระบบพิกัดฉาก (x, y)

ซึ่งจะใช้การแปลงจาคอเบียนในการแปลงพจน์ของการอินทิเกรตจาก $\int[-]dl = \int[-]\,J(\xi)d\xi$

ภาคผนวก ค

ท่อนำคลื่น

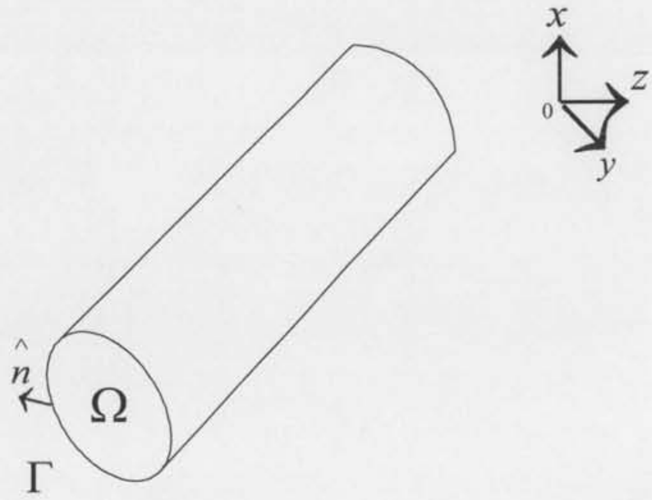
ท่อนำคลื่นแบบเอกพันธ์นั้น มีอยู่ 2 โมดดังนี้ ในโมด แรก สิ่งที่ไม่มีส่วนประกอบของสนามแม่เหล็กในทิศทางการแพร่กระจายซึ่งเรียกว่าโมดสนามแม่เหล็กตามขวาง(Transverse Magnetic Mode:TM_Mode) ในทางตรงกันข้ามในโมดที่ไม่มีสนามไฟฟ้าประกอบอยู่ด้วย ในทิศทางที่มีการแพร่กระจาย เรียกว่าโมดสนามไฟฟ้าตามขวาง(Transverse Electric Mode:TE-Mode) สมมติว่า

-ท่อนำคลื่นที่มีพื้นที่หน้าตัดรูปใดๆยาวสม่ำเสมอและแกนยาวทอดไปตามแกน z

-หน้าตัดของท่อนำคลื่นอยู่ในระนาบ x-y

- ขอบเขตตัวภายนอกเป็นตัวนำสมบูรณ์

-ท่อนำคลื่นที่บรรจุด้วยตัวกลางไอโซทรอปิก



รูปที่ ค.1 ภาคตัดขวางท่อนำคลื่น

การพิจารณาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่น สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 โหมด คือ โหมดของ TE และโหมดของ TM มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

- กรณีที่เป็น TE mode ซึ่งพิจารณาสนามไฟฟ้าตามแนวแกน x และ y (E_x , E_y) และสนามแม่เหล็กตามแนวแกน x ,y และ z (H_x, H_y , H_z) และสามารถเขียนอยู่ในรูปสมการ (ค. 2)

$$\phi = H_Z \qquad (ค.1)$$

$$\nabla^2\phi + k_c^2\phi = 0 \qquad (ค.2)$$

และมีเงื่อนไขขอบเขตเป็นไปตามรูปแบบของ Neumann boundary condition ดังสมการ (ค.3)

$$n \bullet \nabla\phi = 0 \qquad (ค.3)$$

- กรณีที่เป็น TM mode ซึ่งพิจารณาสนามไฟฟ้าตามแนวแกน x ,y และ z (E_x , E_y , E_z) และสนามแม่เหล็กตามแนวแกน x และ y (H_x, H_y , H_z) และสามารถเขียนอยู่ในรูปสมการดังสมการ (ค.5)

$$\phi = E_z \qquad (ค.4)$$

$$\nabla^2\phi + k_c^2\phi = 0 \qquad (ค.5)$$

และมีเงื่อนไขขอบเขตเป็นไปตามรูปแบบของ Dirichlet boundary condition ดังสมการ (ค.6)

$$\phi = 0 \qquad (ค.6)$$

ดังนี้ในการพิจารณาสนามแม่เหล็กไฟฟ้าภายในท่อนำคลื่น สามารถ พิจารณาจากสมการเฮมโฮลซ์ในรูปแบบสเกลาร์ ตามสมการ (ค.7) ดังนี้

$$\nabla^2\phi + k_c^2\phi = 0 \qquad (ค.7)$$

และมีเงื่อนไขขอบเขต ตามสมการคือ

$$\phi = 0 \quad \text{บนขอบเขตภายนอก} \qquad (ค.8)$$

$$\hat{n} \cdot \nabla\phi = 0 \quad \text{บนขอบเขตภายนอก} \qquad (ค.9)$$

กำหนดให้ $\hat{n}$ คือเวคเตอร์ที่ตั้งฉากกับเส้นขอบเขต

ϕ คือฟังก์ชันของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าใดๆ

k_c คือเลขคลื่นตัด(cut off wave number)

ใช้ระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง

$$\iint_{\Gamma}[T(\nabla^2\phi)+k_c^2 T\phi]ds=0 \qquad (ค.10)$$

จากพจน์แรกใน (ค.10) สามารถเขียนได้เป็น

$$\iint_{\Gamma}[T(\nabla^2\phi)]ds=\iint_{\Gamma}[T(\nabla\cdot\nabla\phi)]ds \qquad (ค.11)$$

โดยอาศัยความสัมพันธ์

$$\nabla\cdot[T(\nabla\phi)]=\nabla T\cdot\nabla\phi+T(\nabla\cdot\nabla\phi) \qquad (ค.12)$$

และ

$$\iint_{\Gamma}\nabla\nabla\psi ds=\int_{d\Gamma}\nabla\phi\cdot\hat{n}dl \qquad (ค.13)$$

สมการ (ค.10)สามารถเขียนได้เป็น

$$\iint_{\Gamma}\nabla T\cdot\nabla\phi ds-k_c^2\iint_{\Gamma}T\phi ds=\int_{d\Gamma}T\frac{\partial\phi}{\partial n}dl \qquad (ค.14)$$

โดยที่ $\partial\phi/\partial n$ คืออนุพันธ์เชิงตั้งฉากตามขอบ $d\Gamma$ ซึ่งพจน์ทางขวาหมดไปโดยที่ T เป็นศูนย์บนผนังตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์(perfect electric conductor:PEC) และ $\partial\phi/\partial n$ เป็นศูนย์บนผนังตัวนำแม่เหล็กสมบูรณ์(perfect magnetic conductor:PMC)

$$\iint_{\Gamma}\nabla T\cdot\nabla\phi ds=k_c^2\int_{\Gamma}T\phi ds \qquad (ค.15)$$

ในกรณีที่คำนวณ TM โมดซึ่งผนังเป็นตัวนำไฟฟ้าสมบูรณ์และฟังก์ชันรูปร่างเป็นแบบเคลื่อนที่กำลังสองน้อยที่สุดโดยใช้ระเบียบวิธี พีนอลตี้(penalty method) สมการ (ค.15) จะเป็น

$$\iint_{\Gamma} \nabla E_z \cdot \nabla E_z ds + \int_{\Gamma} E_z^{\ 2} d\Gamma = k_c^2 \int_{\Gamma} E_z^{\ 2} ds \qquad (ค.16)$$

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายพนัส สินสุนทรพงศ์ เกิดวันที่ 29 เมษายน 2522 ที่อำเภออากาศอำนวย จังหวัดสกลนคร สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ในปีการศึกษา 2544 และเข้าศึกษาต่อในระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิศกรรมศาสตร์ สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2546