ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3

นางสาวเกษณีย์ ยอดไฟอินทร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2556
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING PHASES–METHODS COMBINATIONS MODEL AND STRATEGIES FOR ADVANCING MATHEMATICAL THINKING ON MATHEMATICAL REASONING AND VISUALIZATION ABILITIES OF NINTH GRADE STUDENTS

Miss Kesanee Yodfai-in

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum and Instruction
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2013

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3
โดย	นางสาวเกษณีย์ ยอดไฟอินทร์
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.ชนิตา รักษ์พลเมือง)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(ดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

เกษณีย์ ยอดไฟอินทร์ : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING PHASES–METHODS COMBINATIONS MODEL AND STRATEGIES FOR ADVANCING MATHEMATICAL THINKING ON MATHEMATICAL REASONING AND VISUALIZATION ABILITIES OF NINTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: รศ. ดร.อัมพร ม้าคนอง, 182 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ

1) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 3) เปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน 4) เปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ และ 5) ศึกษาพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพุทไธสง ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 กลุ่มทดลอง 40 คน และกลุ่มควบคุม 33 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที

ผลการวิจัยพบว่า

1) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 5) ความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์มีพัฒนาการที่ดีขึ้น

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก .....

ปีการศึกษา 2556

5583304327 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORDS: PHASES - METHODS COMBINATIONS MODEL / STRATEGIES FOR ADVANCING MATHEMATICAL THINKING / MATHEMATICAL REASONING ABILITY / MATHEMATICAL VISUALIZATION ABILITY

KESANEE YODFAI-IN: EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING PHASES–METHODS COMBINATIONS MODEL AND STRATEGIES FOR ADVANCING MATHEMATICAL THINKING ON MATHEMATICAL REASONING AND VISUALIZATION ABILITIES OF NINTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: ASSOC. PROF. AUMPORN MAKANONG, Ph.D., 182 pp.

The purposes of the research were:

1) to compare the mathematical reasoning ability of students before and after being taught by learning activities using phases–methods combinations model and strategies for advancing mathematical thinking., 2) to compare the mathematical reasoning ability of students between group being taught by learning activities using phases–methods combinations model and strategies for advancing mathematical thinking and that being taught by using a conventional approach., 3) to compare the mathematical visualization ability of students before and after being taught by learning activities using phases–methods combinations model and strategies for advancing mathematical thinking., 4) to compare the mathematical visualization ability of students between group being taught by learning activities using phases–methods combinations model and strategies for advancing mathematical thinking and that being taught by using a conventional approach., and 5) to study the mathematical reasoning and visualization abilities of students being taught by learning activities using phases–methods combinations model and strategies for advancing mathematical thinking.

The subjects were ninth grade students of Phutthaisong School, in the second semester of the academic year 2013. There were 40 students in the experimental group and other 33 in the control group. The instruments for data collection were mathematics reasoning ability tests and mathematics visualization ability tests. The experimental instruments constructed by the researcher were lesson plans using phases–methods combinations model and strategies for advancing mathematical thinking, and conventional lesson plans. The data was analyzed by means of arithmetic mean, standard deviation and t-test.

The results of the study revealed that:

1) the mathematical reasoning ability of students being taught by learning activities using phases–methods combinations model and strategies for advancing mathematical thinking were statistically higher than those before learning at the .05 level of significance., 2) the mathematical reasoning ability of students being taught by learning activities using phases–methods combinations model and strategies for advancing mathematical thinking were higher than those being taught by using a conventional approach at the .05 level of significance., 3) the mathematical visualization ability of students being taught by learning activities using phases–methods combinations model and strategies for advancing mathematical thinking were statistically higher than those before learning at the .05 level of significance., 4) the mathematical visualization ability of students being taught by learning activities using phases–methods combinations model and strategies for advancing mathematical thinking were higher than those being taught by using a conventional approach at the .05 level of significance., and 5) the mathematical reasoning and visualization abilities of students being taught by learning activities using phases–methods combinations model and strategies for advancing mathematical thinking were developed in positive direction.

Department: Curriculum and Instruction Student's Signature .....

Field of Study: Mathematics Education Advisor's Signature .....

Academic Year: 2013

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยความเมตตากรุณาอย่างสูงจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ที่สละเวลาให้คำปรึกษา คำแนะนำที่มีคุณค่ายิ่ง และตรวจสอบปรับปรุงวิทยานิพนธ์ด้วยความเอาใจใส่ จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสร็จสมบูรณ์ รวมทั้งให้แนวคิดในการทำงานให้กับผู้วิจัย ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้เป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ สมยศ ชิดมงคล ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และคณาจารย์ในสาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ที่ให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิ ที่ได้สละเวลาให้คำแนะนำในการปรับปรุงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ขอขอบพระคุณผู้บริหาร คณะครูอาจารย์ และนักเรียน โรงเรียนพุทไธสงที่ได้ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือและเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดียิ่ง และขอขอบพระคุณเจ้าหน้าที่บุคลากรของคณะครุศาสตร์ สำนักงานวิทยทรัพยากรและบัณฑิตวิทยาลัยที่ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกให้กับผู้วิจัย

ขอขอบคุณเพื่อนๆ พี่ๆ และน้องๆ จากมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์และสาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่คอยให้กำลังใจและเป็นกัลยาณมิตรเสมอมา

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณคุณแม่ พี่ชาย พี่สาว ครอบครัวยอดไฟอินทร์และครอบครัวจันทรนิกร ที่คอยสนับสนุน เป็นกำลังใจในการทำงาน และทุกท่านที่คอยสนับสนุนให้กำลังใจคำปรึกษาและมีส่วนช่วยให้วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี คุณประโยชน์ทั้งที่อันเกิดจากการทำวิจัยครั้งนี้ขอมอบเป็นเครื่องบูชาคุณบิดา มารดา และคุณครูบาอาจารย์ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้ให้กับผู้วิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ช

สารบัญภาพ 1

สารบัญตาราง ..... ฎ

บทที่ 1 บทนำ 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

คำถามการวิจัย 5

วัตถุประสงค์ของการวิจัย 6

สมมติฐานของการวิจัย 6

ขอบเขตของการวิจัย 9

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย 9

ประโยชน์ที่ได้รับ 14

บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 16

1. โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน 17

1.1 ความเป็นมาของโมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน 17

1.2 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน 20

1.3 เอกสารประกอบการจัดกิจกรรมและเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ 22

2. กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ 26

2.1 ความหมายของความคิดและความคิดทางคณิตศาสตร์ 26

2.2 กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ 28

2.3 ความสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์ 30

2.4 แนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ 31

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 32

3.1 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 32

หน้า

3.2 ความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 34
3.3 ประเภทของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 35
3.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 39
3.5 การวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 41
4. ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ 43
4.1 ความหมายของความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ 43
4.2 ความสำคัญของความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ 49
4.3 ประเภทของความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ 49
4.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ 52
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 52
5.1 งานวิจัยต่างประเทศ 52
5.2 งานวิจัยในประเทศ 54
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย 56
การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 56
การออกแบบการวิจัย 57
การกำหนดกลุ่มประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 57
การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 58
การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล 77
การวิเคราะห์ข้อมูล 79
สถิติที่ใช้ในการวิจัย 80
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 83
ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ 84
ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ 88
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 100
สรุปผลการวิจัย 104
อภิปรายผลการวิจัย 105
ข้อเสนอแนะ 109

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

หน้า

รายการอ้างอิง 111
ภาคผนวก 116
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย 117
ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ หนังสือขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัย หนังสือขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย 119
ภาคผนวก ค ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนเรียน 128
ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 131
ภาคผนวก จ โครงสร้างของเครื่องมือที่ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผลการการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือที่ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ตัวอย่างเครื่องมือที่ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 155
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 182

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญภาพ

ภาพที่ 1 แสดงขั้นในการจัดกิจกรรมของโมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน (Nikoloudakis, 2009)..... 20
ภาพที่ 2 เมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) (Nikoloudakis, 2009)..... 23
ภาพที่ 3 แสดงทิศทางการเติมข้อความลงไปในส่วนที่ 5 ของ RECOMPP (Nikoloudakis, 2009).. 24
ภาพที่ 4 แสดงแนวทางการเลือกเติมข้อความลงไปในส่วนที่ 5 ของ RECOMPP (Dimakos et al., 2007)..... 25
ภาพที่ 5 ระดับความคิดทางคณิตศาสตร์ของครูลิคและรุดนิค (Krulik ,Rudnick, 1993)..... 27
ภาพที่ 6 กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลวิธีการสอนและความสัมพันธ์ระหว่างแต่ละองค์ประกอบ (Fraivillig, 1999) 30
ภาพที่ 7 แสดงการเขียนข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีรายละเอียดไม่ครบถ้วน 90
ภาพที่ 8 แสดงตัวอย่างการหาคำตอบได้ถูกต้องแต่ไม่สามารถแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ 90
ภาพที่ 9 แสดงการเขียน RECOMPP ของนักเรียนที่ไม่สามารถแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ 91
ภาพที่ 10 แสดงการเขียนเหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เขียนได้ถูกต้องบางส่วนและคำตอบถูกต้อง 92
ภาพที่ 11 แสดงการเขียนแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน..... 93
ภาพที่ 12 แสดงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ครบถ้วน 94
ภาพที่ 13 แสดงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องครบถ้วนและหาคำตอบได้ถูกต้อง 94
ภาพที่ 14 แสดงรูปที่นักเรียนวาดมุมในครึ่งวงกลมได้ถูกต้องบางส่วน..... 96
ภาพที่ 15 แสดงรูปที่นักเรียนวาดมุมในส่วนโค้งของวงกลมแทนมุมในครึ่งวงกลม..... 96
ภาพที่ 16 แสดงรูปที่นักเรียนวาดมุมที่จุดศูนย์กลางแทนมุมในครึ่งวงกลม..... 97
ภาพที่ 17 แสดงรูปที่นักเรียนวาดวงกลมที่มีมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งยาวเท่ากัน 98
ภาพที่ 18 แสดงรูปที่นักเรียนวาดวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งยาวเท่ากัน 98
ภาพที่ 19 แสดงรูปที่นักเรียนวาดวงกลมที่แนบในรูปสามเหลี่ยม..... 99

สารบัญตาราง

ตาราง 1 นิยามการนึกภาพจาก Merriam-Webster Online Dictionary, 2007 (Phillips et al., 2010)..... 43
ตาราง 2 การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนึกภาพ (Visualization) ตั้งแต่ 1974 เป็นต้นมา (Phillips et al., 2010)..... 44
ตาราง 3 แบบแผนการวิจัย..... 57
ตาราง 4 แสดงสาระการเรียนรู้และจำนวนคาบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม..... 60
ตาราง 5 แสดงสาระการเรียนรู้ เนื้อหา/ทฤษฎีบทของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม..... 61
ตาราง 6 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม..... 64
ตาราง 7 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์..... 69
ตาราง 8 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์..... 73
ตาราง 9 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน (คะแนนเต็ม 45 คะแนน)..... 84
ตาราง 10 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 45 คะแนน)..... 85
ตาราง 11 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)..... 86
ตาราง 12 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)..... 87

CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตาราง 13 แสดงระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นักเรียนแต่ละช่วงเวลา 89
ตาราง 14 แสดงระดับคะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ในแต่ละช่วงเวลา 95
ตาราง 15 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 45 คะแนน)..... 129
ตาราง 16 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)..... 130
ตาราง 17 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน 156
ตาราง 18 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน..... 157
ตาราง 19 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน 158
ตาราง 20 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน..... 160
ตาราง 21 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความเที่ยงของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน จำนวน 15 ข้อ..... 161
ตาราง 22 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความเที่ยงของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จำนวน 15 ข้อ 162
ตาราง 23 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความเที่ยงของแบบทดสอบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน จำนวน 10 ข้อ..... 163
ตาราง 24 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความเที่ยงของแบบทดสอบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จำนวน 10 ข้อ 164

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีบทบาทต่อการพัฒนาความคิดและความเจริญก้าวหน้าของโลก มนุษย์ใช้คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการศึกษาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ รวมทั้งเป็นเครื่องมือในการพัฒนาการคิดที่หลากหลาย ทั้งการคิดวิเคราะห์สังเคราะห์ คิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล คิดอย่างมีวิจารณญาณและคิดอย่างมีระบบและมีระเบียบแบบแผน ซึ่งกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้บุคคลสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555ก) สอดคล้องกับ กระทรวงศึกษาธิการ (2551) ที่กล่าวว่า คณิตศาสตร์มีบทบาทที่สำคัญยิ่งต่อการพัฒนาการคิดของมนุษย์ การคิดทางคณิตศาสตร์ ทำให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหา หรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ที่กล่าวข้างต้น หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จึงได้กำหนดให้คณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในแปดกลุ่มสาระการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วยองค์ความรู้ ทักษะหรือกระบวนการเรียนรู้และคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ซึ่งกำหนดให้ผู้เรียนทุกคนจำเป็นต้องเรียนรู้ มุ่งเน้นให้เรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลัก ดังนี้ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551) สอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ข) ที่กล่าวว่าทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มีความจำเป็นในการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีอยู่ในทุกระดับชั้น

ในปัจจุบันการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ยังไม่ประสบผลสำเร็จเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากผลประเมินจากโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA) พบว่า ผลการประเมินผลการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยยังแสดงว่ามีความอ่อนด้อยเมื่อเทียบกับนานาชาติ ใน PISA 2000 ถึง PISA 2012 พบว่าประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าค่าเฉลี่ยองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (OECD) (สุนีย์ คล้ายนิล et al., 2549, 2550, 2551) สรุปแนวโน้มจากการประเมินพบว่าคณิตศาสตร์ยังคงมีแนวโน้มลงต่ำลงกว่าใน PISA 2000 การเพิ่มขึ้นของคณิตศาสตร์มีขึ้นเฉพาะช่วง PISA 2009 ถึง PISA 2012 เท่านั้นและที่สำคัญคณิตศาสตร์มีคะแนนต่ำที่สุดในบรรดาสามด้านที่ประเมิน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554, 2556) ซึ่งสอดคล้องกับผลการประเมินความรู้และทักษะในระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน จากการประเมินผลนานาชาติ (TIMSS) ซึ่งมีการประเมินไว้สองด้านคือ การประเมินเชิงสาระเนื้อหา คือ จำนวน พีชคณิต เรขาคณิต ข้อมูลและ

โอกาส และด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ คือ ความรู้/ความเข้าใจ การประยุกต์ใช้ความรู้และการใช้เหตุผล ทำให้ยืนยันความอ่อนด้อยของคุณภาพการเรียนรู้ของนักเรียนไทย ผลการประเมินใน TIMSS 2007 และ TIMSS 2011 พบว่าไทยได้คะแนนต่ำกว่าค่ามัธยฐาน (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ, 2556) นอกจากนี้จากการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ระดับประเทศ (O-NET) ในปี พ.ศ. 2555 พบว่า คะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เท่ากับ 26.95 ซึ่งต่ำกว่าร้อยละ 50 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2556)

จากรายงานดังกล่าวการที่นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ สาเหตุอาจมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของครูที่ไม่ส่งเสริมกระบวนการคิด ซึ่งจากการติดตามผลการประเมินการสอนของครูในหลายหน่วยงาน พบว่า ครูคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ มุ่งเน้นที่การสอนเนื้อหาและทักษะการคิดคำนวณ โดยการบอกวิธีทำ ให้ตัวอย่างและมุ่งให้นักเรียนทำได้ตามตัวอย่าง ไม่ให้โอกาสนักเรียนในการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยการฝึกให้คิดวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาอย่างหลากหลายและสร้างสรรค์ นับเป็นวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ไม่ส่งเสริมกระบวนการคิด ซึ่งการจัดการเรียนการสอนดังกล่าวเป็นการทำลายศักยภาพในการคิดของนักเรียน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555ข) ซึ่งสอดคล้องกับมุมมองของนักการศึกษาที่มองว่า ผลการประเมินจาก PISA สามารถสะท้อนคุณภาพการศึกษาของเด็กไทยถึงกระบวนการเรียนการสอนในห้องเรียนที่ยังล้าหลัง จึงไม่สร้างการเรียนรู้ให้เด็กเกิดกระบวนการคิด และที่ผ่านมาวิธีการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของครูไทยไม่ได้สร้างให้เด็กเกิดความคิดในการแก้ปัญหา ขาดการบูรณาการระหว่างศาสตร์การสอน (กรุงเทพธุรกิจออนไลน์, 2555) ชี้ให้เห็นว่านักเรียนจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำ เสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่างๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวันและในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555ค)

จากปัญหาและความสำคัญของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้นจึงควรส่งเสริมและพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการพัฒนาความสามารถในการคิด และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพราะคณิตศาสตร์มีความเกี่ยวข้องกับการพัฒนาการคิดของมนุษย์ การคำนวณ การให้เหตุผลและการแก้ปัญหา และทักษะที่เป็นเครื่องมือสำคัญสำหรับการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คือ ทักษะการคิด (อัมพร ม้าคนอง, 2554) และเป็นปัจจัยภายในที่สำคัญและมีอิทธิพลอย่างมากต่อการพัฒนาคุณภาพคน และเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาที่หลากหลายทำให้สามารถเผชิญกับปัญหาได้อย่างเข้มแข็ง (ฆนัท ธาตุทอง, 2554; ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ, 2553) การให้เหตุผลนั้นเป็นความสามารถที่ต้องใช้การคิดวิเคราะห์และใช้เหตุผลในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่กำหนด โดยเหตุผลที่ใช้อาจแสดงถึงแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการข้อความคาดการณ์ หรือ

ข้อสนับสนุนของข้อสรุปที่ได้ในสถานการณ์นั้นๆ(สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555ก)

เรขาคณิตได้ถูกกำหนดเป็นสาระหลักในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตมีส่วนเกี่ยวข้องสัมพันธ์กับชีวิตประจำวันของมนุษย์เราอย่างมาก เราใช้เรขาคณิตในชีวิตจริงเพื่อทำความเข้าใจหรืออธิบายสิ่งต่างๆ รอบตัว ซึ่งเรขาคณิตเป็นศาสตร์สาขาหนึ่งที่เน้นเรื่องการคิดและการให้เหตุผล ซึ่งทั้งการคิดและการให้เหตุผลเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ความรู้อื่นๆ ดังนั้นในการพัฒนาการเรียนรู้เรื่องเรขาคณิตจำต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับการคิดและการให้เหตุผล ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิต จึงควรมุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถนำความรู้เรขาคณิตไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาต่างๆ ในชีวิติประจำวันให้ได้ นอกจากนี้เรขาคณิตช่วยพัฒนาความคิดและความสามารถในการให้เหตุผล อันจะนำไปสู่ความสามารถในการเขียนพิสูจน์ ซึ่งเป็นการพัฒนาความเข้าใจทางเรขาคณิตขั้นสูงต่อไป การพัฒนาผู้เรียนให้มีความสามารถดังกล่าวจำเป็นที่ผู้สอนจะต้องเข้าใจถึงการพัฒนาการคิดและการให้เหตุผลตลอดจนแนวทางการพัฒนา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2545)

ในการพัฒนาการเรียนรู้เรื่องเรขาคณิตจำเป็นต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับการคิดและการให้เหตุผล ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนที่เน้นให้นักเรียนได้พัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และเน้นการให้เหตุผลจากการเรียนเนื้อหาเรขาคณิต จึงมีความสอดคล้องกัน ซึ่งจะช่วยพัฒนาการให้เหตุผลของนักเรียน โดยควรเริ่มจากการส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล จากกิจกรรมที่ผสมผสานการคิดและการให้เหตุผลควบคู่ไปกันไป โดยใช้การคิดวิเคราะห์ หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและสรุปแนวคิดจากสถานการณ์ที่กำหนด (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2545) ซึ่ง National Council of Teacher of Mathematics (1989) ได้เสนอแนะเกี่ยวกับการเรียนเรขาคณิตว่านักเรียนจะต้องเริ่มเรียนจากการรับรู้และระลึกถึงรูปลักษณะหรือรูปทรงภายนอก จากนั้นวิเคราะห์สมบัติของรูปเรขาคณิตนั้นๆ ต่อจากนั้นก็หาความสัมพันธ์ระหว่างเรขาคณิตลักษณะต่างๆเพื่อหาข้อสรุปแล้วนำสมบัตินั้นไปใช้ในการเหตุผลแบบนิรนัยต่อไป ในการพัฒนาความคิดและเหตุผลทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาเรขาคณิต ได้มีนักการศึกษาเสนอการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความคิดการเขียนพิสูจน์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ Nikoloudakis (2009) ที่เป็นโมเดลสอนเรขาคณิตที่เน้นให้ผู้เรียนได้เขียนพิสูจน์แสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ ประกอบกับเอกสารการจัดกิจกรรม ชื่อว่า โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน (Phases – Methods Combinations Model) มีการใช้เอกสารประกอบการจัดกิจกรรม (Structured Form Worksheet: SFW) โดยมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรม 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม (The Reminder Note)

ขั้นที่ 2 กระบวนการ (Process) จะมีเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (Reasoning Control Matrix for the Proving Process: RECOMPP) เป็นเครื่องมือที่ให้นักเรียนได้ฝึกการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ทางเรขาคณิต โดยแบ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็น 5 ระยะ คือ

ระยะที่ 1 เรียนรู้เกี่ยวกับรูปธรรมภายนอกของรูปเรขาคณิต

ระยะที่ 2 เรียนรู้สมบัติและทฤษฎีบททางเรขาคณิตโดยยังไม่มีการพิสูจน์

ระยะที่ 3 เรียนรู้การจำแนกรูปเรขาคณิต

ระยะที่ 4 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่ไม่ซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP

ระยะที่ 5 พิสูจน์ประพจน์ที่มีความซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP

ขั้นที่ 3 การประเมิน (Assessment)

Nikoloudakis (2009) พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เนื้อหาเรขาคณิตโดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันจะมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์ที่เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งการเขียนพิสูจน์และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความเกี่ยวข้องกัน สอดคล้องกับแนวคิดของ National Council of Teachers of Mathematics (2000) ที่กล่าวว่า การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นวิธีโดยเฉพาะที่แสดงออกถึงการให้เหตุผลและการโต้แย้ง สอดคล้องกับ เยาวเรศ สิงหนันท์ (อ้างถึงใน จำเริญ อนันตธรรมรส, 2553) ที่กล่าวว่า สิ่งที่เป็นหัวใจของการเรียนเรขาคณิตก็คือการพิสูจน์เพราะการพิสูจน์นั้นจะทำให้นักเรียนฝึกรู้จักการใช้เหตุผล รู้จักวิเคราะห์แก้ไขปัญหาอย่างมีระบบ

Dimakos, and Nikoloudakis (2009) ได้วิเคราะห์บทบาทของรูปร่างในกระบวนการเขียนในโมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันว่ารูปภาพที่นักเรียนวาดเมื่อพยายามจะเขียนพิสูจน์ไม่ได้แสดงถึงรูปร่างเพียงอย่างเดียวแต่รูปร่างนั้นจะเป็นตัวแทนความคิดมากมาย สอดคล้อง Macnab et al. (2012) ที่กล่าวว่าในการเรียนคณิตศาสตร์จะมีส่วนประกอบคือ ภาพ ไดอะแกรมและกราฟ ที่เกี่ยวข้องกับการแสดงภาพ ดังนั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ก็มีส่วนที่เกี่ยวข้องภาพอยู่เสมอ และในการจัดการศึกษาเพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจเรขาคณิต ผู้เรียนจะต้องทำการสืบค้น ทดลองและสำรวจสิ่งต่างๆรอบตัว เช่น ฝึกการมองภาพ วาดภาพ และเปรียบเทียบรูปร่างในตำแหน่งต่าง ๆ กัน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2545) เนื่องจากการนึกภาพทางคณิตศาสตร์เป็นการบรรยายการสร้างภาพภายในที่ทำให้เกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย (Presmeg, 2006) และควรมีการพัฒนาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ว่าควรใช้ในวิชาคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง (Guzmán, 2002)

กลยุทธ์หนึ่งที่จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาเรขาคณิตได้ คือ Fraivillig (2001) ที่ได้เสนอกลยุทธ์สำหรับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง ซึ่งมีลักษณะที่ให้โอกาสผู้เรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนส่งเสริมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และช่วยให้เกิดความท้าทายในความคิดของนักเรียน โดยได้เสนอกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่อเป็นแนวทางให้ครูออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีความหมายสำหรับนักเรียน โดยมีองค์ประกอบ 3 ประการดังนี้

– ล้วงความคิด (Elciting) ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงวิธีคิดอธิบายวิธีแก้ปัญหาและวิเคราะห์วิธีการหาคำตอบด้วยตัวของนักเรียนเอง ดังนั้นจึงเน้นที่การเอาคำตอบที่หลากหลายจากปัญหาหนึ่ง ๆ

– สนับสนุนความคิด (Supporting) ครูส่งเสริมสนับสนุนความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนทั้งของคนที่ออกมารายงานแสดงความคิดเห็น คนที่ไม่ได้ออกมารายงานแสดงความคิดเห็น และนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเป็นพิเศษ

– ขยายความคิด (Extending) ครูขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนและรักษามาตรฐานสิ่งที่คาดหวังสำหรับนักเรียนทุกคนโดยการขยาย/ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา

ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจนำโมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในเนื้อหาเรขาคณิต ซึ่งในแต่ละขั้นนักเรียนจะได้แสดงความรู้ การคิดและเหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาอ้างอิง อธิบายปัญหาหรือสถานการณ์เรขาคณิตและหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล และในกระบวนการเขียนพิสูจน์นักเรียนจะได้วาดรูป ต่อหรือเติมรูปทางเรขาคณิตและอธิบายแสดงแนวคิดเกี่ยวกับรูปที่เกี่ยวข้องทำให้ได้เกิดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังกล่าวจึงเป็นการส่งเสริมและสนับสนุนการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น จากที่ได้กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ในเนื้อหาทางเรขาคณิต เรื่องวงกลม ซึ่งผู้วิจัยคาดว่าการวิจัยในครั้งนี้จะเป็นแนวทางสำหรับจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในเรื่องเรขาคณิตเพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ต่อไป

คำถามการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ สามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หรือไม่ อย่างไร

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

5. เพื่อศึกษาพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

สมมติฐานของการวิจัย

ในการตั้งสมมติฐานของการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีที่มาจากการศึกษาและประมวลงานวิจัยต่อไปนี้

Dimakos et al. (2007) ได้ศึกษาเพื่อพัฒนาเครื่องมือที่ช่วยในการเขียนพิสูจน์สำหรับนักเรียนที่เริ่มต้นเรียนเรขาคณิต โดยทดลองสอนเรขาคณิตให้นักเรียนในกลุ่มทดลองใช้ RECOMPP ประกอบการเรียนการพิสูจน์ และกลุ่มควบคุมเรียนโดยวิธีปกติเป็นระยะเวลา 3 เดือน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์ที่เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Nikoloudakis (2009) ได้ทดลองจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน แก่นักเรียนระดับมัธยมที่เริ่มต้นเรียนเกี่ยวกับทฤษฎีบททางเรขาคณิต ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนจะมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์ที่เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จำเริญ อนันตธรรมรส (2553) ได้ศึกษาผลของการใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อความคิดเรขาคณิตและความสามารถในการเขียนพิสูจน์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 2 ระดับเป็นจำนวนมากที่สุด นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันมีระดับความคิดทางเรขาคณิตระดับ 3 กับ ระดับ 4 มากกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Fraivillig (2001) ได้เสนอกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์โดยเสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียนโดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเองซึ่งมีลักษณะที่ให้โอกาสผู้เรียนได้พัฒนาความคิดสนับสนุนส่งเสริมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และช่วยให้เกิดความท้าทายในความคิดของนักเรียนโดยได้เสนอกลยุทธ์เพื่อพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Strategies for Advancing Children’ s Mathematical Thinking) ซึ่งมีองค์ประกอบของการจัดกิจกรรมดังนี้ ล้วงความคิด (Eliciting) ครูกระตุ้นให้นักเรียนแสดงวิธีคิด วิธีแก้ปัญหา สนับสนุนความคิด (Supporting) ครูส่งเสริมสนับสนุนความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียน และขยายความคิด (Extending) ครูขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดร้อยละ 50 นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ชูรายา สัสดีวงศ์ (2555) ได้ศึกษาการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยสรุปได้ ดังนี้ ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทาง

สถิติที่ระดับ .05 ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการคิดวิเคราะห์ในทางที่ดีขึ้น สามารถวิเคราะห์และนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆได้

จากผลของงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงคาดว่ามีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ จะช่วยส่งเสริมและเพิ่มพูนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .05

2. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .05

ในการตั้งสมมติฐานของการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับโมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ มีที่มาจากการศึกษาและประมวลงานวิจัยต่อไปนี้

Dimakos, and Nikoloudakis (2009) ได้วิเคราะห์บทบาทของรูปร่างในกระบวนการเขียนในโมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันว่ารูปภาพที่นักเรียนวาดเมื่อพยายามจะเขียนพิสูจน์ไม่ได้แสดงถึงรูปร่างเพียงอย่างเดียวแต่รูปร่างนั้นจะเป็นตัวแทนความคิดมากมาย การศึกษานี้ได้วิเคราะห์บทบาทของรูปในกระบวนการการเขียนพิสูจน์ในโมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน ซึ่งจะช่วยนักเรียนแสดงถึงความคิดทางเรขาคณิต

Zarzycki (2004) ได้ทำการศึกษาจากการนึกภาพสู่การพิสูจน์ โดยใช้บนพื้นฐานของตัวอย่างที่จะแสดงเทคนิคการนึกภาพที่ช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง /ชัดเจน และทำให้สนับสนุนการค้นหารูปแบบการพิสูจน์สำหรับการพิจารณาปัญหา โดยผู้วิจัยได้นำเสนอที่ง่ายสำหรับนักเรียนเพื่อให้เชื่อมโยงระหว่างการนึกภาพและรูปแบบวิธีได้

จากผลของงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงคาดว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ จะช่วยส่งเสริมและเพิ่มพูนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

3. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .05

4. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .05

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 32 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดบุรีรัมย์

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ เรื่อง วงกลม ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3. ตัวแปรที่ศึกษามีดังนี้

1.1. ตัวแปรต้น ได้แก่

3.1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

3.1.2 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

1.2. ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.2.2 ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

4. การวิจัยครั้งนี้ศึกษาในเนื้อหา เรื่อง วงกลม ดังนั้นตัวแปรตามทั้งสองตัวแปร คือ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ จึงมีการศึกษาในประเด็นที่สอดคล้องกับเนื้อหาทางเรขาคณิต

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน หมายถึง โมเดลที่ใช้ในการสอนเรขาคณิตที่เน้นให้ผู้เรียนได้เขียนพิสูจน์แสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ ประกอบกับเอกสารประกอบการจัดกิจกรรม ซึ่งคิดค้นและพัฒนาโดย Nikoloudakis (2009) โดยเกิดจากการผสมผสานระหว่างกระบวนการของทฤษฎีแวนฮีลี่และวิธีการฝึกหัดทางปัญญา โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันเน้นให้นักเรียนเขียนพิสูจน์แสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเอกสารการจัดกิจกรรม (Structured Form Worksheet: SFW) โดยจะ

มีเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (Reasoning Control Matrix for the Proving Process: RECOMPP) ประกอบไปด้วย 3 ขั้นตอน คือ การทบทวนความรู้เดิม กระบวนการ และการประเมิน (Nikoloudakis, 2009) มีรายละเอียด ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม (The Reminder Notes)

การทบทวนทฤษฎีบทที่จำเป็นบนพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน เพื่อช่วยให้เกิดเข้าใจเรื่องที่จะเรียนมากยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 กระบวนการ (The Process) จะแบ่งกิจกรรมการเรียนรู้ออกเป็น 5 ระยะ คือ

ระยะที่ 1 เรียนรู้รูปธรรมภายนอกของรูปเรขาคณิต

การบอกและลักษณะทั้งหมดของรูปเรขาคณิตซึ่งจะทำให้นักเรียนได้รู้จักรูปร่างและส่วนประกอบอย่างครบถ้วน

ระยะที่ 2 เรียนรู้สมบัติและทฤษฎีบทโดยยังไม่มีการพิสูจน์

การเรียนรู้สมบัติและทฤษฎีบททางเรขาคณิตด้วยวิธีการต่างๆ ผ่านการทดลองด้วยอุปกรณ์ต่างๆ หรือการใช้คอมพิวเตอร์ด้วยตนนักเรียนเอง

ระยะที่ 3 เรียนรู้การจำแนกรูปเรขาคณิต

การนำสมบัติและทฤษฎีบททางเรขาคณิตที่เรียนรู้มาแล้วมาใช้ในการจำแนกรูปเรขาคณิต และขยายขอบเขตของสมบัติ นักเรียนจะต้องใช้คำศัพท์อย่างถูกต้องเหมาะสมในการเปรียบเทียบรูปเรขาคณิตต่างๆ

ระยะที่ 4 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่ไม่ซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP

นักเรียนนำสมบัติ ทฤษฎีบท สัจพจน์ และนิยาม ต่างๆ มาใช้ในการพิสูจน์ประพจน์ที่ไม่ซับซ้อนโดยใช้เมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP)

ระยะที่ 5 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่มีความซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP

นักเรียนเขียนพิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่มีความซับซ้อนและทฤษฎีบทต่างๆ ที่เกี่ยวข้องทั้งหมดโดยใช้เมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP)

ขั้นที่ 3 การประเมิน (The Assessment)

นักเรียนได้มีโอกาสพูดคุยและแลกเปลี่ยนกับคนอื่นๆ ถึงกิจกรรมที่ได้เรียนรู้ เช่น อธิบายได้ว่าคิดอย่างไร ทำไมจึงคิดวิธีนั้น

2. กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดโดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง ทำให้นักเรียนได้พัฒนาความคิด สนับสนุนส่งเสริมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และช่วยให้เกิดความท้าทายในความคิด ตามแนวคิด

ของ Fraivillig (2001) ที่มีองค์ประกอบ 3 ประการ คือ การล้วงความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิดของนักเรียนซึ่งจะเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนแสดงกระบวนการคิดและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ล้วงความคิด (Eliciting) ครูกระตุ้นให้นักเรียนแสดงวิธีคิด วิธีแก้ปัญหา

- ล้วงวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายจากปัญหาหนึ่งๆ
- รอและฟังคำอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน
- กระตุ้นให้นักเรียนอธิบายและขยายความ
- ใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นเนื้อหาในบทเรียน
- มีทัศนคติที่จะยอมรับคำอธิบาย แนวคิดทั้งที่ถูกและผิดของนักเรียน
- ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันในการแก้ปัญหา
- พิจารณาตัดสินใจเลือกว่านักเรียนคนใดควรมีโอกาสฝึกรายงาน

สนับสนุนความคิด (Supporting) ครูส่งเสริมสนับสนุนความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียน

- กระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกับปัญหาเริ่มต้น
- ให้ความรู้หรือข้อมูลพื้นฐานที่เป็นประโยชน์ต่อนักเรียน
- ให้ความรู้ผ่านการอธิบายตัวอย่างที่ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญหา
- เขียนสัญลักษณ์แทนแต่ละวิธีการแก้ปัญหาบนกระดาน
- ให้ความช่วยเหลือนักเรียนเมื่อต้องการความช่วยเหลือ

ขยายความคิด (Extending) ครูขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน

- คาดหวังให้นักเรียนได้พัฒนาอย่างมีคุณภาพและมีมาตรฐานระดับสูง
- กระตุ้นให้นักเรียนสรุปและอ้างอิงสิ่งที่ค้นพบไปใช้
- สรุปวิธีการแก้ปัญหาบนกระดานเพื่อให้นักเรียนสะท้อนความคิดเกี่ยวกับวิธีแก้ปัญหา
- ส่งเสริมให้นักเรียนแต่ละคนลองใช้วิธีแก้ปัญหาที่เป็นทางเลือกใหม่ ๆ
- ส่งเสริมการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ
- ปลูกฝังให้นักเรียนรักความท้าทายและมีความพยายาม

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผสมผสานระหว่างการเน้นให้ผู้เรียนได้เขียนพิสูจน์แสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเครื่องมือที่เรียกว่า เอกสารการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ร่วมกับการล้วงความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิดซึ่งเป็นกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อเน้นกระบวนการคิดพัฒนาสนับสนุนส่งเสริมการแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์และเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตให้กับนักเรียน

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะมี 3 ขั้นตอน ในแต่ละขั้นตอนจะนำกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ คือ การล้วงความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิดของนักเรียนเข้าไปร่วมด้วยโดยไม่จำเป็นต้องเรียงลำดับและทำครบองค์ประกอบทั้ง 3 ประการ รายละเอียดมีดังนี้

ขั้นที่ 1 ทบทวนความรู้เดิม (The Reminder Note)

เป็นขั้นที่ครู*ล้วงความคิด*เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายสมบัติทางคณิตศาสตร์ กฎ บทนิยาม ทฤษฎีบทเดิมที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้ว ครู*สนับสนุนความคิด*เพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้อง และครู*ขยายความคิด*ของนักเรียนโดยให้สะท้อนความคิดให้ความรู้และข้อมูลพื้นฐานเพิ่มเติมเพื่อให้เกิดความรู้พื้นฐานที่เพียงพอ และเกิดการเชื่อมโยงระหว่างความรู้เดิมกับความรู้ใหม่

ขั้นที่ 2 กระบวนการ (Process)

เป็นขั้นที่ครูจัดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้มีการคาดเดา ค้นพบ การคาดคะเน การสังเกตสมบัติของรูปเรขาคณิต การอภิปรายและอ้างเหตุผล แสดงความคิดเห็นเพื่อแก้ปัญหาและการพิสูจน์ ในขั้นนี้จะแบ่งกิจกรรมการเรียนรู้ออกเป็น 5 ระยะ คือ

<u>ระยะที่ 1 เรียนรู้รูปธรรมภายนอกของรูปเรขาคณิต</u>

เป็นระยะที่ครูจัดกิจกรรม*ล้วงความคิด*เกี่ยวกับรูปธรรมภายนอกของรูปเรขาคณิต เพื่อดึงความรู้ โดยให้นักเรียนวาดรูป บอกชื่อและส่วนประกอบของรูปเรขาคณิต ครู*สนับสนุนความคิด*เพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้องผ่านการใช้คำถาม การให้ความช่วยเหลือ ครู*ขยายความคิด*โดยกระตุ้นให้สะท้อนความคิด จากการให้เห็นถึงรูปเรขาคณิตที่ค่อยๆ เพิ่มความซับซ้อนมากขึ้นทำให้รู้จักรูปร่างและส่วนประกอบครบถ้วน

<u>ระยะที่ 2 เรียนรู้สมบัติและทฤษฎีบทโดยยังไม่มีการพิสูจน์</u>

เป็นระยะที่ครู*ล้วงความคิด*โดยจัดกิจกรรมเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเรียนรู้สมบัติและทฤษฎีบททางเรขาคณิตด้วยวิธีการต่างๆ ผ่านการทดลองด้วยตนเองจากอุปกรณ์ต่างๆ หรือการใช้คอมพิวเตอร์ เพื่อให้เกิดการคาดเดา เกิดข้อค้นพบและสรุปเป็นข้อคาดการณ์ ครู*สนับสนุนความคิด*เพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้องผ่านการใช้คำถาม การให้ความช่วยเหลือและครู*ขยายความคิด*โดยกระตุ้นให้สะท้อนความคิด เพื่อให้มีความรู้และความเข้าใจที่เพียงพอ

<u>ระยะที่ 3 เรียนรู้การจำแนกรูปเรขาคณิต</u>

เป็นระยะที่ครู*ล้วงความคิด*โดยจัดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้จำแนกรูปเรขาคณิตโดยใช้สมบัติและทฤษฎีบททางเรขาคณิตที่เรียนรู้มาแล้ว และให้นักเรียนได้เรียนรู้การใช้คำศัพท์อย่างถูกต้องเหมาะสม ครู*สนับสนุนความคิด*เพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียน

ให้ถูกต้องโดยให้ระลึกถึงปัญหาที่มีที่คล้ายคลึงกัน และให้ความช่วยเหลือ ครู*ขยายความคิด* โดยกระตุ้นให้สะท้อนความคิด สรุปและอ้างอิงสิ่งที่ค้นพบ นำข้อคาดการณ์มาใช้

ระยะที่ 4 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่ไม่ซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP

เป็นระยะที่ครู*ล้วงความคิด*โดยการกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายและแสดงเหตุผลในการพิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่ไม่ซับซ้อนอย่างเป็นแบบแผน โดยนำสมบัติ ทฤษฎีบท สัจพจน์ และนิยามต่างๆ มาใช้ในการพิสูจน์ โดยใช้ RECOMPP ครู*สนับสนุนความคิด*เพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้องผ่านการใช้คำถาม การให้ความช่วยเหลือ และครู*ขยายความคิด*โดยกระตุ้นให้สะท้อนความคิดเพื่อให้นำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้อย่างสมเหตุสมผล

ระยะที่ 5 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่มีความซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP

เป็นระยะที่ครู*ล้วงความคิด*โดยการกระตุ้นและท้าทายให้นักเรียนอธิบายและแสดงเหตุผลในการพิสูจน์ประพจน์ที่มีความซับซ้อนและพิสูจน์ทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องทั้งหมดโดยใช้ RECOMPP ครู*สนับสนุนความคิด*เพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้องผ่านการใช้คำถาม การให้ความช่วยเหลือ รวมทั้งครู*ขยายความคิด*ให้กับนักเรียนโดยจะมีการขยาย/ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา/ประพจน์เพื่อให้นักเรียนพิสูจน์และนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้อย่างสมเหตุสมผล

ขั้นที่ 3 การประเมิน (Assessment)

เป็นขั้นที่นักเรียนได้สรุปความรู้และประเมินความเข้าใจของตนเอง ครู*ล้วงความคิด*เพื่อดึงเอาคำตอบจากนักเรียน ครู*สนับสนุนความคิด*เพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้องผ่านการแลกเปลี่ยนความรู้ในห้องเรียน การใช้คำถาม และครู*ขยายความคิด*โดยกระตุ้นให้สะท้อนความคิด ให้นักเรียนสรุปและอ้างอิงสิ่งที่ค้นพบไปใช้

4. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการอธิบาย แสดงแนวคิด การคิดวิเคราะห์หาความสัมพันธ์และข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์และใช้เหตุผลในการแสดงแนวคิด หาข้อสรุป หาคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการให้เหตุผลแบบนิรนัย ที่เป็นความสามารถในการอธิบายแสดงแนวคิด นำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนวัดจากคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ในการวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยวัดตามองค์ประกอบ ดังนี้

1) การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้อย่างถูกต้องครบถ้วน

2) การหาคำตอบที่ถูกต้อง

5. ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนึก/มองเห็นภาพทางคณิตศาสตร์ หรือวิเคราะห์ภาพ/รูปเรขาคณิตต่างๆ ในจินตนาการ ซึ่งเป็นกระบวนการที่นักเรียนใช้สื่อสารข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับความคิดและความเข้าใจ และสื่อสารความคิดออกมาเป็นรูปธรรมภายนอกหรือลักษณะของรูป ผ่านการวาดรูปหรืออธิบายแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏ โดยความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนวัดจากคะแนนที่ได้จากแบบวัดแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ในการวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยวัดตามองค์ประกอบ ดังนี้

1) การวาดรูป

2) การอธิบายแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏ

6. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

7. นักเรียน หมายถึง นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 32 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดบุรีรัมย์

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

2. ครูและบุคลากรที่เกี่ยวข้องสามารถนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ไปประยุกต์ใช้หรือเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3. ข้อค้นพบในการทำวิจัยครั้งนี้ จะเป็นประโยชน์และแนวทางต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์สำหรับนักวิจัยรุ่นต่อไป

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง รายละเอียดดังนี้

1. โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน
    1.1 ความเป็นมาและแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับโมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน
    1.2 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน
    1.3 เอกสารประกอบการจัดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์และเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์
2. กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์
    2.1 ความหมายของความคิดและความคิดทางคณิตศาสตร์
    2.2 กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์
    2.3 ความสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์
    2.4 แนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์
3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    3.1 ความหมายของความสามารถในของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    3.2 ความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    3.3 ประเภทของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    3.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    3.5 การวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4. ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์
    4.1 ความหมายของความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์
    4.2 ความสำคัญของความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์
    4.3 ประเภทของความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์
    4.4 แนวทางการความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์
    4.5 การวัดและประเมินความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
    5.1 งานวิจัยต่างประเทศ
    5.2 งานวิจัยในประเทศ

1. โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน

1.1 ความเป็นมาของโมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน

โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน (Phases-Methods Combinations Model) เป็นโมเดลที่ใช้ในการสอนเรขาคณิตที่เน้นให้ผู้เรียนได้เขียนพิสูจน์แสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบกับเอกสารการจัดกิจกรรม ซึ่งคิดค้นและพัฒนาโดย Nikoloudakis (2009) อาจารย์คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยเอเธน ประเทศกรีก เกิดจากการผสมผสานระหว่างทฤษฎีแวนฮีลี่ (Phases of the Van Hiele theory, 1986) และวิธีการฝึกหัดทางปัญญา (Methods of Cognitive Apprenticeship) โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันมีเอกสารที่ใช้ประกอบการจัดกิจกรรม มีชื่อเรียกว่า “Structured Form Worksheet (SFW)” และส่วนประกอบที่สำคัญของ SFW ที่เรียกว่าเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ “Reasoning Control Matrix for the Proving Process (RECOMPP)” (Dimakos ,Nikoloudakis, 2009) ซึ่งผู้วิจัยจะกล่าวถึงแนวคิดที่เกี่ยวข้อง คือ ทฤษฎีแวนฮีลี่ และวิธีการฝึกหัดทางปัญญา ดังนี้

1.1.1 ทฤษฎีแวนฮีลี่ (Phases of the Van Hiele theory)

ปิแอร์ มารีน แวนฮีลี่และภรรยาคือไดน่า แวนฮีลี่ ชาวเนเธอร์แลนด์ ทั้งสองได้เสนอรูปแบบการเรียนเรขาคณิต คือ รูปแบบแวนฮีลี่ ซึ่งได้แบ่งระดับความคิดทางเรขาคณิตออกเป็น 5 ระดับ (Van Hiele – Geldof, 1969 cited in Nikoloudakis (2009)) มีรายละเอียด ดังนี้

ระดับ 0 การมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Recognition/Visualization) ระดับ 1 การวิเคราะห์ (Analysis) ระดับ 2 การอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน (Informal Deduction) ระดับ 3 การอนุมานที่เป็นแบบแผน (Formal Deduction) และระดับ 4 การคิดสุดยอด (Rigor)

ฮอฟเฟอร์ ได้แบ่งระดับความคิดทางเรขาคณิตออกเป็น 5 ระดับ (Hoffer, 1981 cited in Nikoloudakis, 2009) คือ

ระดับ 1 การจำแนกออก (Recognition) ระดับ 2 การวิเคราะห์ (Analysis) ระดับ 3 การจัดอันดับ (Ordering) ระดับ 4 การอนุมานที่เป็นแบบแผน (Deduction) และระดับ 5 การคิดสุดยอด (Rigor)

การพัฒนาความคิดทางเรขาคณิตจากระดับหนึ่งไปสู่อีกระดับหนึ่งสามารถทำได้โดยการสอนและการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เหมาะสม ซึ่งปิแอร์ แวนฮีลี่ และไดน่า แวนฮีลี่ (van Hiele - Geldof, 1984a and van Hiele, 1984b cited in Crowley, 1987) ได้เสนอขั้นตอนการสอนเพื่อพัฒนาระดับความคิดทางเรขาคณิต 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry / Information)

ครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสนทนาและมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมเกี่ยวกับจุดมุ่งหมายของการเรียน โดยการสังเกต และใช้คำถาม เช่น ครูถามนักเรียนว่ารูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนคืออะไร รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสคืออะไร รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานคืออะไร และรูปสี่เหลี่ยมพวกนี้มีความคล้ายกันอย่างไร แตกต่างกันอย่างไร ทำไมถึงตอบอย่างนั้น จุดมุ่งหมายของกิจกรรมนี้มีสองด้าน ได้แก่ ครูได้เรียนรู้สิ่งที่เป็นความรู้ดั้งเดิมของนักเรียนเกี่ยวกับหัวข้อนี้ และนักเรียนได้เรียนรู้สิ่งที่เป็นแนวทางการศึกษาเพิ่มเติม

ขั้นที่ 2 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation)

นักเรียนสำรวจหัวข้อของการศึกษาผ่านสื่อที่ครูจัดให้เป็นลำดับขั้นกิจกรรมนี้ควรจะแสดงให้นักเรียนเห็นลักษณะโครงสร้างอย่างค่อยเป็นค่อยไป ดังนั้นสื่อจะเป็นงานสั้น ๆ ที่ออกแบบมาเพื่อดึงคำตอบเฉพาะ เช่น ครูอาจจะถามนักเรียนโดยใช้กระดานตะปู (geoboard) เพื่อสร้างรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน และสร้างรูปที่มีขนาดใหญ่ขึ้นหรือเล็กลง

ขั้นที่ 3 การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication)

สร้างจากประสบการณ์เดิมของนักเรียน โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการสังเกต ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนใช้ภาษาที่ถูกต้องและเหมาะสม บทบาทของครูลดลง นักเรียนจะได้อภิปรายซึ่งกันและกัน และกับครู

ขั้นที่ 4 การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation)

นักเรียนต้องเผชิญกับงานที่ยุ่งยากมากขึ้น เช่น งานที่มีหลายขั้นตอน งานที่สามารถทำให้สมบูรณ์ได้หลายวิธี และงานปลายเปิด นักเรียนจะได้ประสบการณ์ในการค้นพบวิธีแก้ปัญหาด้วยตัวของนักเรียนเอง ทำให้นักเรียนมีความชัดเจนเกี่ยวกับสิ่งที่ศึกษามากขึ้น

ขั้นที่ 5 การสรุปรวม (Integration)

นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนมาทั้งหมด โดยเป็นการทบทวนสิ่งที่ได้เรียนรู้ในการทำกิจกรรมตั้งแต่เริ่มต้น เช่น สรุปสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนทั้งหมด

1.1.2 วิธีการฝึกหัดทางปัญญา (The Methods of Cognitive Apprenticeship)

วิธีการฝึกหัดทางปัญญาของโคลินและคณะ ได้กล่าวถึงวิธีการสอน 6 วิธี เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกหัดอย่างแท้จริงผ่านกิจกรรมตามสภาพจริงและมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมจนนักเรียนสามารถฝึกหัดความชำนาญได้ (Nikoloudakis, 2009) ดังนี้

การเป็นต้นแบบ (modeling) เกี่ยวข้องกับการแสดงการทำงานของครูเพื่อให้นักเรียนมาสามารถสังเกต และสร้างรูปแบบความคิดของกระบวนการที่ทำให้งานสำเร็จ

การชี้แนะ (coaching) ประกอบด้วยการสังเกตนักเรียนขณะที่ดำเนินงานและให้การแนะนำ การช่วยเหลือ การป้อนผลย้อนกลับ การทำงานเป็นต้นแบบ สิ่งที่ช่วยให้จำได้และงานใหม่ที่นำไปสู่การกระทำที่ใกล้เคียงกับครู

การช่วยเหลือ (scaffolding) หมายถึง การที่ครูช่วยเหลือนักเรียนจนสามารถดำเนินงานได้ด้วยตนเอง

การพูดหรือเขียนอย่างชัดเจน (articulation) หมายถึงวิธีการที่ทำให้นักเรียนได้อธิบายหรือเขียนอย่างชัดเจนเกี่ยวกับความรู้ เหตุผล หรือกระบวนการแก้ปัญหาวิธีที่ทำให้เกิดการพูดหรือเขียนได้อย่างชัดเจน

การไตร่ตรองความคิด (reflection) เกี่ยวข้องกับการให้นักเรียนได้เปรียบเทียบกระบวนการแก้ปัญหาของตนเองกับของครู กับเพื่อนคนอื่น

การสำรวจค้นหา(Exploration) ซึ่งมีเป้าหมายที่จะกระต้นให้นักเรียนได้ใช้กระบวนการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง

การผสมผสานระหว่างทฤษฎีแวนฮีลี่และวิธีการฝึกหัดทางปัญญา มีดังนี้

ส่วนที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม (The Reminder Notes) ในส่วนนี้จะเป็นการผสมผสานระหว่างระยะแรกของโมเดลแวนฮีลี่ คือ การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน (Inquiry / Information) กับการเป็นต้นแบบ (Modeling) ของวิธีการฝึกหัดทางปัญญา

ส่วนที่ 2 กระบวนการ (The Process) ในขั้นนี้จะเกิดการผสมผสานระหว่างโมเดลแวนฮีลี่และวิธีการฝึกหัดทางปัญญา ดังนี้

การผสมผสานระยะที่สองของโมเดลแวนฮีลี่ คือ การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง (Directed Orientation) กับการชี้แนะ (Coaching) ของวิธีการฝึกหัดทางปัญญา

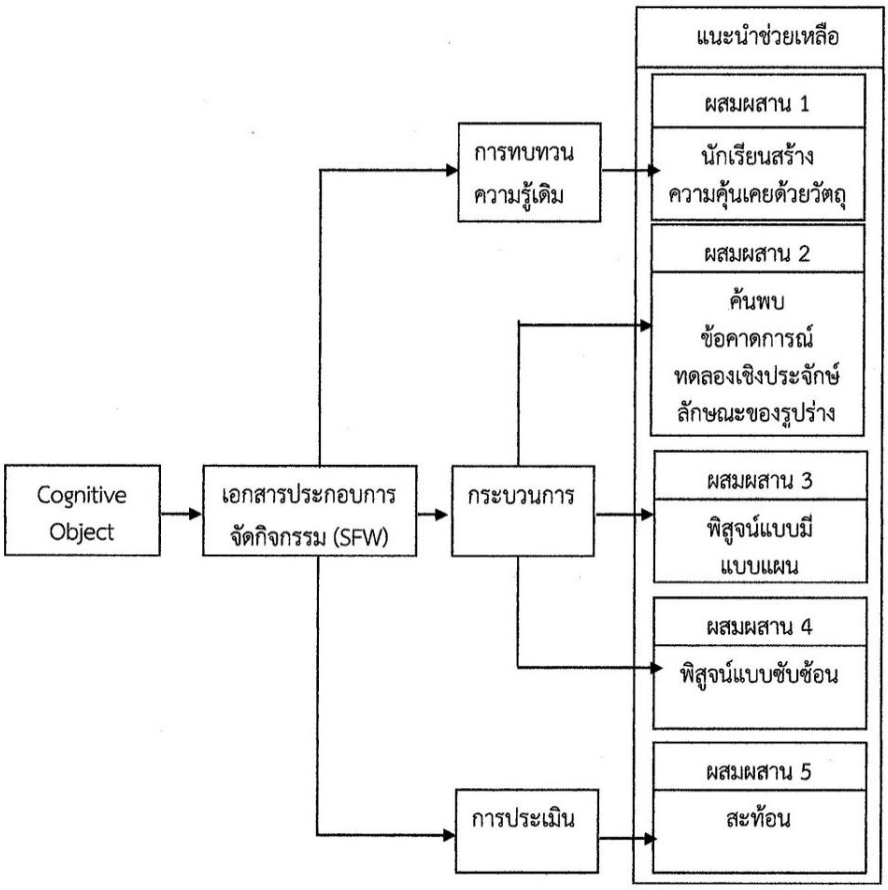
การผสมผสานระหว่างระยะที่สามของโมเดลแวนฮีลี่ คือ การแลกเปลี่ยนความคิดเห็น (Explication) กับ การพูดหรือเขียนอย่างชัดเจน (Articulation) ของวิธีการฝึกหัดทางปัญญา

การผสมผสานระหว่างระยะที่สี่ของโมเดลแวนฮีลี่ คือ การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ (Free Orientation) กับ การสำรวจค้นหา (Exploration) ของวิธีการฝึกหัดทางปัญญา ในการผสมผสานนี้นักเรียนจะใช้เมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP)

ส่วนที่ 3 การประเมิน (The Assessment)

ในขั้นการประเมินผลนี้จะประกอบไปด้วยระยะที่ห้าของโมเดลแวนฮีลี่ คือ การสรุปรวม (Integration) และ การไตร่ตรองความคิด (Reflection) ของวิธีการฝึกหัดทางปัญญา

Chulalongkorn University



ภาพที่ 1 แสดงขั้นในการจัดกิจกรรมของโมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน (Nikoloudakis, 2009)

จากภาพที่ 1 แสดงรายละเอียดในทุกระยะของโมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน (Phases-Methods Combinations Model) จากการผสมผสานระหว่างทฤษฎีแวนฮีลี่ (Phases of the Van Hiele theory, 1986) และวิธีการฝึกหัดทางปัญญา (Methods of Cognitive Apprenticeship) โดยในทุกๆ ระยะของโมเดลแวนฮีลี่ครูจะมีการช่วยเหลือ (scaffolding) มาจากวิธีการฝึกหัดทางปัญญาร่วมด้วยเสมอ

จากการผสมผสานระหว่างทฤษฎีแวนฮีลี่ (Phases of the Van Hiele theory, 1986) และวิธีการฝึกหัดทางปัญญา (Methods of Cognitive Apprenticeship) ทำให้เกิดโมเดลที่ใช้ในการสอนเรขาคณิตที่เน้นให้ผู้เรียนได้เขียนพิสูจน์แสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่มีชื่อเรียกว่า โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน (Phases-Methods Combinations Model) ขึ้น

1.2 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน

โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน (Phases-Methods Combinations Model) ประกอบด้วยขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน (Nikoloudakis, 2009) ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม (The Reminder Notes)

ขั้นที่ 2 กระบวนการ (The Process)

ขั้นที่ 3 การประเมิน(The Assessment)

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม (The Reminder Notes) ครูจะทบทวนนักเรียนเกี่ยวกับทฤษฎีบทที่จำเป็นบนพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน

ขั้นที่ 2 กระบวนการ (The Process) นักเรียนจะมีการคาดเดา ค้นพบ การคาดคะเน การสังเกตสมบัติของรูปเรขาคณิต การอภิปรายและอ้างเหตุผล แสดงความคิดเห็นเพื่อแก้ปัญหาและการพิสูจน์ ในขั้นนี้จะแบ่งกิจกรรมการเรียนรู้ออกเป็น 5 ระยะ คือ

ระยะที่ 1 เรียนรู้รูปธรรมภายนอกของรูปเรขาคณิต

นักเรียนได้เรียนรู้ความสัมพันธ์เกี่ยวกับรูปร่างและลักษณะภายนอกของรูปเรขาคณิต นักเรียนต้องบอกชื่อและลักษณะทั้งหมด เช่น รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานทุกประเภทและส่วนประกอบพร้อมชื่อเรียก ส่วนครูสาธิต/แสดงให้เห็นถึงรูปเรขาคณิตที่ค่อยๆ เพิ่มความซับซ้อนมากขึ้นซึ่งจะทำให้นักเรียนได้รู้จักรูปร่างและส่วนประกอบครบถ้วน

ระยะที่ 2 เรียนรู้สมบัติและทฤษฎีบทโดยยังไม่มีการพิสูจน์

นักเรียนจะได้เรียนรู้สมบัติและทฤษฎีบททางเรขาคณิตด้วยวิธีการต่างๆ ผ่านการทดลองด้วยตนเองด้วยวิธีการทดลองด้วยอุปกรณ์ต่างๆ หรือการใช้คอมพิวเตอร์

ระยะที่ 3 เรียนรู้การจำแนกรูปเรขาคณิต

เป็นระยะที่นำสมบัติและทฤษฎีบททางเรขาคณิตที่เรียนรู้มาแล้วมาใช้ในการจำแนกรูปเรขาคณิต เช่น นักเรียนจะได้เรียนรู้การจำแนกรูปเรขาคณิต (รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานทุกประเภท) และขยายขอบเขตของสมบัติไปยังรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานประเภทต่างๆ นักเรียนจะต้องใช้คำศัพท์อย่างถูกต้องเหมาะสมในการเปรียบเทียบรูปเรขาคณิตต่างๆ

ระยะที่ 4 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่ไม่ซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP

นักเรียนนำสมบัติ ทฤษฎีบท สัจพจน์ และนิยาม ต่างๆ มาใช้ในการพิสูจน์โดยใช้เมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP)

ระยะที่ 5 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่มีความซับซ้อน โดยใช้ RECOMPP

นักเรียนได้เขียนพิสูจน์ที่มีความซับซ้อนและพิสูจน์ทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องทั้งหมดโดยใช้เมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP)

ขั้นที่ 3 การประเมิน (The Assessment) นักเรียนได้มีโอกาสพูดคุยและแลกเปลี่ยนกับคนอื่นๆ ถึงกิจกรรมที่ได้เรียนรู้ เช่น อธิบายได้ว่าคิดอย่างไร ทำไมจึงคิดวิธีนั้น

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน (Phases-Methods Combinations Model) ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ 1) การทบทวนความรู้เดิม (The Reminder Notes) ครูจะทบทวนนักเรียนเกี่ยวกับทฤษฎีบทที่จำเป็นบนพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน 2) กระบวนการ (The Process) ครูจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีการคาดเดา ค้นพบ การคาดคะเน การสังเกตสมบัติของรูปเรขาคณิต การอภิปรายและอ้างเหตุผลแสดงความคิดเห็นเพื่อแก้ปัญหาและการพิสูจน์ ในขั้นนี้จะแบ่งกิจกรรมการเรียนรู้ออกเป็น 5 ระยะ และ 3) การประเมิน(The Assessment) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนได้มีโอกาสพูดคุยและแลกเปลี่ยนกับคนอื่นๆ ถึงกิจกรรมที่ได้เรียนรู้

1.3 เอกสารประกอบการจัดกิจกรรมและเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์

เอกสารประกอบการจัดกิจกรรม (SFW) ประกอบด้วย 3 ส่วน (Nikoloudakis, 2009) คือ การทบทวนความรู้เดิม (The Reminder Note) กระบวนการ (Process) และการประเมิน (Assessment) มีรายละเอียดดังนี้

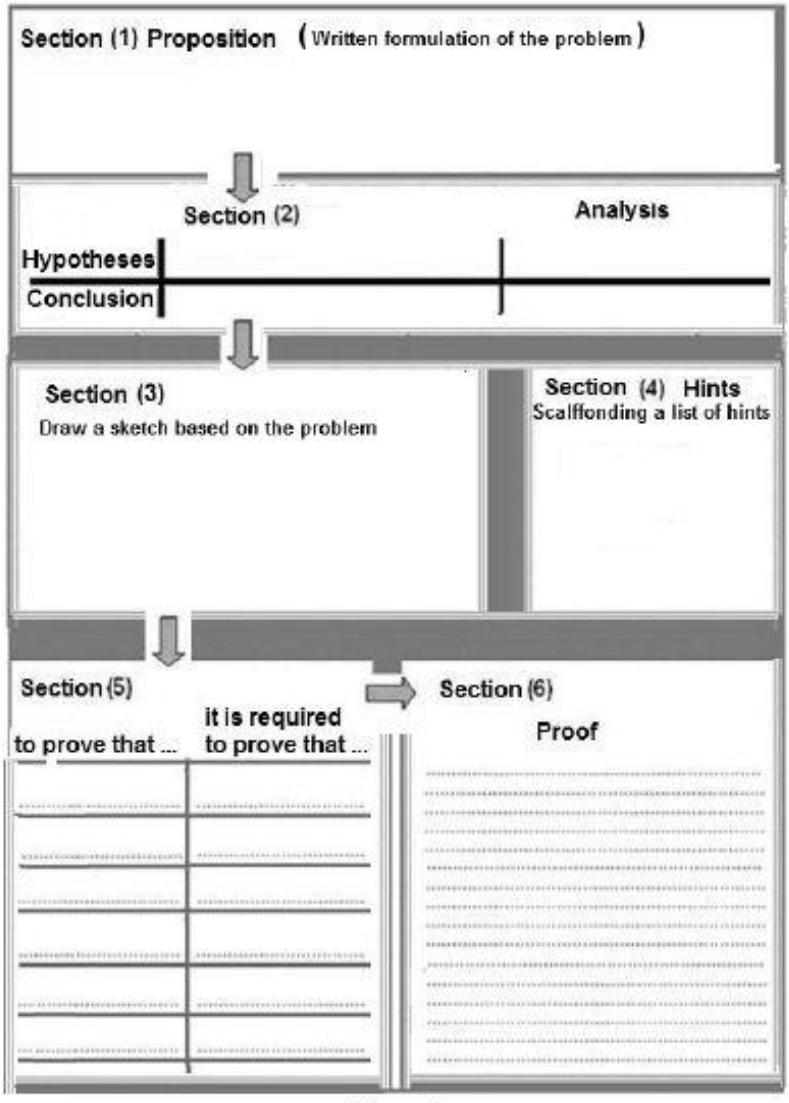
ส่วนที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม (The Reminder Note)

ส่วนที่ 2 กระบวนการ (Process)

ส่วนที่ 3 การประเมิน(Assessment)

ส่วนที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม (The Reminder Notes) ครูจะทบทวนทฤษฎี/ความรู้ให้กับนักเรียน ซึ่งเป็นทฤษฎีที่จำเป็นบนพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจเรื่องที่จะเรียน

ส่วนที่ 2 กระบวนการ (The Process) นักเรียนจะมีการคาดเดา ค้นพบ การอ้างเหตุผลพิสูจน์และเพื่อแสดงความคิดเห็นว่าจะแก้ปัญหาอย่างไร โดยครูจะมีการเตรียมการณ์ไว้ล่วงหน้า ในส่วนนี้จะมีเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) เป็นเครื่องมือที่ให้นักเรียนได้ฝึกการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ โดยนักเรียนจะเติมข้อความลงไปในส่วนต่างๆ ของเมทริกซ์ ซึ่งประกอบด้วย 6 ส่วนที่ไม่ต่อเนื่องกัน โดยแบ่งเป็น แถว สดมภ์ และช่อง ที่สามารถวาดรูปเรขาคณิต เติมข้อความที่เป็น เหตุ (hypothesis) หรือ ผลสรุป (conclusion) และการพิสูจน์ลงไป ส่วนประกอบของ RECOMPP มีรายละเอียด ดังนี้



ภาพที่ 2 เมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) (Nikoloudakis, 2009)

จากภาพที่ 2 แสดงส่วนประกอบของเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) ซึ่งประกอบด้วย 6 ส่วนที่ไม่ต่อเนื่องกัน โดยแบ่งเป็น แถว สดมภ์ และช่องที่สามารถวาดรูปเรขาคณิต เติมข้อความที่เป็น เหตุหรือผลสรุปและการพิสูจน์ลงไป

ส่วนที่ 1 เป็นส่วนที่จะต้องคิดแก้ปัญหาจากสิ่งที่กำหนดให้ ส่วนนี้นักเรียนต้องอ่านโจทย์ที่ครูเตรียมไว้และเติมรายละเอียดของปัญหาลงไป

ส่วนที่ 2 เป็นส่วนที่นักเรียนต้องเติมข้อความที่เป็นเหตุ (hypothesis) และผลสรุป (conclusion) ลงไปในตารางแต่ละช่องตามลำดับ โดยนักเรียนต้องเริ่มอ่านรายละเอียดของปัญหาในส่วนที่ 1 อย่างรอบคอบก่อนที่จะเติมข้อความที่เป็นเหตุ (hypothesis) และผลสรุป (conclusion)

ส่วนที่ 3 ส่วนที่วาดภาพร่างของปัญหา ได้ข้อมูลมาจากส่วนที่ 1 และ 2 การวาดภาพจะช่วยให้นักเรียนสามารถเห็นภาพชัดในการพิสูจน์

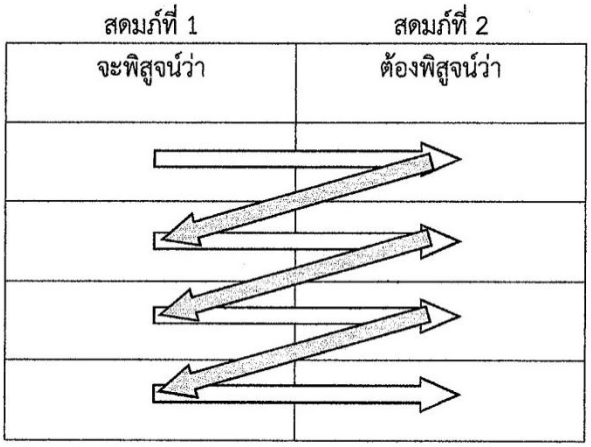
ส่วนที่ 4 ครูจะให้คำแนะนำหลักแก่นักเรียน ขึ้นอยู่กับบริบทของนักเรียน ครูจะคอยให้คำแนะนำ

ส่วนที่ 5 เป็นส่วนที่นักเรียนต้องให้เหตุผลและเขียนข้อความที่สัมพันธ์กับภาพร่าง ส่วนนี้จะประกอบด้วย 2 สดมภ์หลายแถว ในสดมภ์ที่ 1 หัวตารางคือ “จะพิสูจน์ว่า” เขียนสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ ในสดมภ์ที่ 2 หัวตารางคือ “ต้องพิสูจน์ว่า” เขียนสิ่งที่จำเป็นในการพิสูจน์ โดยมีหลัก 3 ข้อดังนี้

(a) เติมข้อความจากซ้ายไปขวา

(b) การเติมข้อความแรกในสดมภ์ที่ 1 แถว 1 จากผลสรุปในส่วนที่ 2 ของ RECOMPP ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของการพิสูจน์

(c) ข้อความในสดมภ์ที่ 2 ต้องนำมาเขียนซ้ำในสดมภ์ที่ 1 แถวถัดมาด้านล่าง



ภาพที่ 3 แสดงทิศทางการเติมข้อความลงไปในส่วนที่ 5 ของ RECOMPP (Nikoloudakis, 2009)

จากภาพที่ 3 แสดงทิศทางการเติมข้อความลงไปในส่วนที่ 5 ของ RECOMPP โดยเติมข้อความจากซ้ายไปขวา เติมข้อความแรกในสดมภ์ที่ 1 แถว 1 จากผลสรุปในส่วนที่ 2 ของ RECOMPP ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นของการพิสูจน์ และข้อความในสดมภ์ที่ 2 ต้องนำมาเขียนซ้ำในสดมภ์ที่ 1 แถวถัดมาด้านล่าง

การเติมข้อความในสดมภ์ที่ 2 สามารถใส่ข้อความได้มากกว่า 1 ข้อความกำหนด P_i แทนข้อความที่ i นักเรียนต้องเลือกข้อความที่เหมาะสมที่สุดมาเติมในแถวถัดมา ข้อกำหนดในทุกๆ ขั้นตอนของ RECOMPP

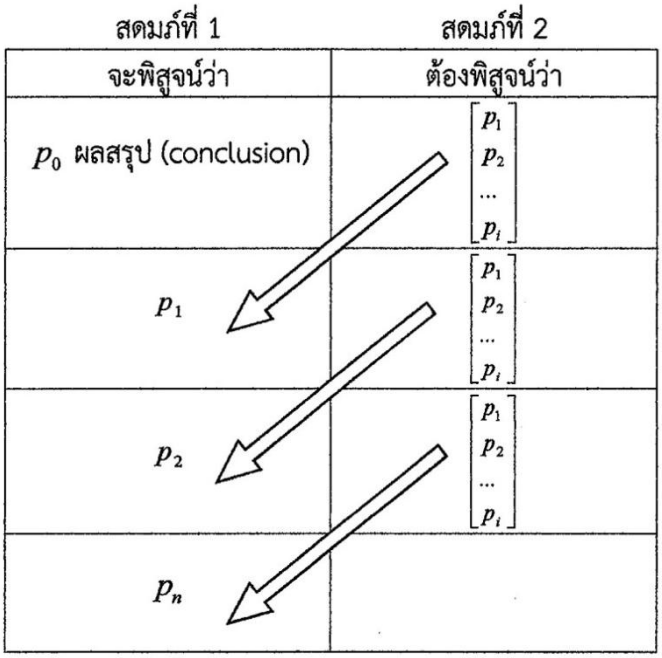
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

–การเขียนสรุปจะไม่อยู่ในหลักด้านขวา

–ตรวจสอบ P_i ในสดมภ์ที่ 2 ถ้าปรากฏในข้อความที่เป็นเหตุ กระบวนการพิสูจน์จะสิ้นสุดลง

–เชื่อมโยง P_i กับข้อความที่เป็นเหตุเพื่อที่จะเลือก P_i ที่เหมาะสมที่สุด

–ต้องเลือกข้อความที่เหมาะสมจากสดมภ์ที่ 2 มาเติมในแถวถัดมา



ภาพที่ 4 แสดงแนวทางการเลือกเติมข้อความลงไปในส่วนที่ 5 ของ RECOMPP (Dimakos et al., 2007)

จากภาพที่ 4 แสดงทิศทางการเติมข้อความลงไปในส่วนที่ 5 ของ RECOMPP ที่เป็นไปตามข้อกำหนดในทุกๆขั้นตอนของ RECOMPP โดยการเขียนสรุปจะไม่อยู่ในหลักด้านขวา P_i ในสดมภ์ที่ 2 ถ้าปรากฏในข้อความที่เป็นเหตุกระบวนการพิสูจน์จะสิ้นสุดลง และเลือก P_i ที่เหมาะสมที่สุด

ส่วนที่ 6 เป็นส่วนที่นักเรียนจะต้องเขียนพิสูจน์ เขียนพิสูจน์อย่างสมบูรณ์ลงในตารางที่กำหนด

ส่วนที่ 3 การประเมิน (The Assessment) นักเรียนจะได้อธิบายกับนักเรียนคนอื่นในชั้นเรียนว่าคิดอย่างไร ทำไมจึงคิดวิธีนั้น อธิบายถึงสิ่งที่ได้เรียนรู้ เป็นต้น ในส่วนนี้นักเรียนจะมีการอธิบายกับเพื่อนนักเรียนในโรงเรียนว่าได้เรียนรู้อะไร เพื่อนนักเรียนที่ไม่มา อย่างไรก็ตามนักเรียนจะแก้สร้างปัญหาบนพื้นฐานความรู้ที่นักเรียนได้รับ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่าเอกสารประกอบการจัดกิจกรรม (SFW) ประกอบด้วย 3 ส่วน คือ การทบทวนความรู้เดิม กระบวนการ และการประเมิน และในส่วนที่ 2 กระบวนการนั้นจะมีเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) ด้วยซึ่งเป็นเครื่องมือที่ให้นักเรียนได้ฝึกการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ โดยนักเรียนจะเติมข้อความลงไปในส่วนต่างๆ ของเมทริกซ์ ซึ่งประกอบด้วย 6 ส่วนที่ไม่ต่อเนื่องกัน ตามวิธีและหลักการที่กล่าวมาข้างต้น

2. กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของความคิดและความคิดทางคณิตศาสตร์

การคิดเป็นกระบวนการทำงานของสมองที่มีอิทธิพลอย่างมากต่อการพัฒนาคุณภาพคน ทำให้สามารถเผชิญกับปัญหาได้อย่างเข้มแข็ง ผู้วิจัยได้ศึกษาความหมายของความคิด จากแนวคิดนักการศึกษา องค์กรหรือสถาบันการศึกษา ดังนี้

ฆนัท ธาตุทอง (2554) ได้ให้ความหมายความคิด ไว้ว่า การคิดเป็นกระบวนการทางสมองในการจัดกระทำกับข้อมูลหรือสิ่งเร้าที่มากระตุ้น การคิดเป็นกระบวนการทางสติปัญญาของบุคคล เป็นกระบวนการเชื่อมโยงระหว่างสัญลักษณ์ ที่ใช้ในการสร้างความหมายความเข้าใจในสรรพสิ่งต่างๆ ที่ได้รับจากประสบการณ์

ชูรายา สัสดีวงศ์ (2555) ให้ความหมายความคิดไว้ว่า ความคิด หมายถึง กระบวนการที่เกิดขึ้นในสมองที่ใช้สัญลักษณ์หรือภาพแทนสิ่งของ เหตุการณ์หรือสถานการณ์ ต่างๆ โดยมีการจัดระบบความรู้ ข้อมูล ข่าวสาร ทั้งในรูปแบบธรรมดาและสลับซับซ้อน

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550) ให้ความหมายความคิดไว้ว่า ความคิดหมายถึงผลของการคิด ซึ่งเป็นกระบวนการทำงานของสมองในการประมวลข้อมูลต่างๆ โดยใช้ความรู้ประสบการณ์และความรู้สึกจนเกิดเป็นผลลัพธ์ขึ้นได้

ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ (2553) ได้ให้ความหมายความคิด ไว้ว่า การคิดเป็นกระบวนการทำงานของสมอง ที่เป็นไปตามธรรมชาติของมนุษย์ อันเป็นผลมาจากประสบการณ์เดิม สิ่งเร้า และสภาพแวดล้อมที่เข้ามากระทบ ส่งผลให้เกิดความคิดในการสามารถแก้ไขปัญหา หรือปรับตัวให้เข้ากับสภาพแวดล้อมและสถานการณ์ต่างๆที่เกิดขึ้น

จากความหมายของความคิด ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ความคิดเป็นกระบวนการทำงานของสมองในการจัดกระทำข้อมูลและเชื่อมโยงสิ่งเร้าใหม่เข้ากับความรู้หรือความคิดเดิมจนเกิดเป็นผลลัพธ์

คณิตศาสตร์มีบทบาทต่อการพัฒนาความคิดและความเจริญก้าวหน้าของโลก จะช่วยให้บุคคลสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ ผู้วิจัยได้ศึกษาความหมายของความคิดทางคณิตศาสตร์ จากแนวคิดนักการศึกษา องค์กร หรือสถาบันการศึกษา ดังนี้

Schoenfeld (1992) ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับการวิเคราะห์พฤติกรรมด้านความคิดทางคณิตศาสตร์โดยได้เสนอ Schoenfeld's Model of Mathematical Cognition ซึ่งประกอบด้วย

1. พื้นฐานความรู้ ได้แก่ ความรู้เชิงประจักษ์และความรู้เชิงกระบวนการ

2. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาประกอบด้วย

2.1 การวิเคราะห์ปัญหา

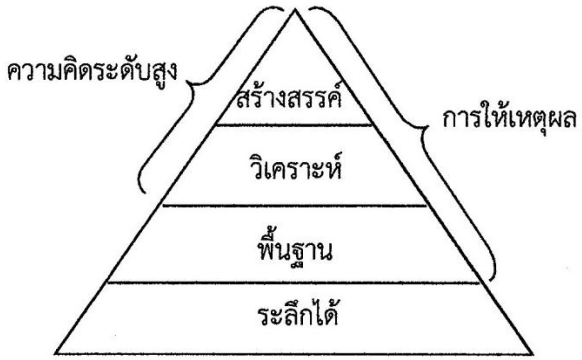
2.2 การวางแผนสำรวจเป้าหมายเพื่อหาคำตอบเช่นหาความสัมพันธ์จากปัญหาที่เคยพบการขยายปัญหาหรือการพิจารณาปัญหาที่คล้ายๆกัน

2.3 การตรวจสอบคำตอบเช่นการตรวจสอบคำตอบที่เป็นไปได้ทุกกรณีการหาเหตุผลรวมทั้งกระบวนการนำไปใช้

3. การกำกับและควบคุมการคิดเป็นการแสดงออกของการรู้ว่าตนคิดอะไรอยู่ซึ่งเน้นที่การควบคุมตนเองด้านความรู้และกระบวนการ

4. ความเชื่อและเจตคติเป็นแรงจูงใจในการกำหนดพฤติกรรมด้านการคิดทางคณิตศาสตร์ จากแบบการคิดทางคณิตศาสตร์ของชอนฟิลด์จะเห็นว่าความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดที่นำไปใช้แก้ปัญหา

Krulik, and Rudnick (1993) ได้แบ่งความคิดทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ระดับคือ คิดระลึกได้ คิดพื้นฐาน คิดอย่างมีวิเคราะห์ และคิดสร้างสรรค์ซึ่งความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ซับซ้อนซึ่งเกิดขึ้นอย่างต่อเนื่องและมีลักษณะสะสมกล่าวคือความคิดในระดับที่สูงกว่าต้องอาศัยความคิดในระดับที่ต่ำลงมา ดังภาพที่ 5



ภาพที่ 5 ระดับความคิดทางคณิตศาสตร์ของครูลิคและรุดนิค (Krulik ,Rudnick, 1993)

ชูรายา สัสดีวงศ์ (2555) ให้ความหมายความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นผลลัพธ์ที่เกิดจากการคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่มาสร้างข้อสรุปและแก้ปัญหาที่สมเหตุสมผลเมื่อต้องเผชิญกับสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550) ให้ความหมายความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นผลของการคิด ซึ่งเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นเมื่อต้องเผชิญปัญหาคณิตศาสตร์ และพยายามทำความเข้าใจปัญหาเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งต้องอาศัยหลักและวิธีการทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นผลลัพธ์จากการคิดทางคณิตศาสตร์ที่จัดกระทำข้อมูลเพื่อหาข้อสรุปและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2 กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียนโดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง ผู้วิจัยได้ศึกษากลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิก (Fraivillig, 2001) มีรายละเอียดดังนี้

Fraivillig (1999) ศึกษาการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Advancing Children's Thinking : ACT) ซึ่งประกอบด้วยล้วงความคิดเป็นการดึง/ล้วงคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนออกมาสนับสนุนความคิดเป็นการสนับสนุนให้นักเรียนมีความเข้าในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และขยายความคิดเป็นการขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนผลการศึกษาพบว่าแนวทางการจัดกิจกรรมดังกล่าวสามารถดึง/ล้วงความคิดของนักเรียนหรือขยายความคิดของนักเรียนและสนับสนุนให้นักเรียนได้ใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์มากขึ้นซึ่งผลการศึกษาดังกล่าวสามารถที่จะนำไปใช้ในงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาการสอนของครูและนำไปใช้เป็นแนวทางในการออกแบบหลักสูตรคณิตศาสตร์ได้

Fraivillig (2001) ได้เสนอกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียนโดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเองซึ่งมีลักษณะที่ให้โอกาสผู้เรียนได้พัฒนาความคิดสนับสนุนส่งเสริมการพัฒนา ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และช่วยให้เกิดความท้าทายในความคิดของนักเรียนโดยได้เสนอ

กลยุทธ์เพื่อพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Strategies for Advancing Children' s Mathematical Thinking) เพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีความหมายสำหรับนักเรียนโดยได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Advancing Children's Thinking : ACT) จากการใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันซึ่งมีองค์ประกอบของการจัดกิจกรรม ดังนี้

ล้วงความคิด (Eliciting) ครูกระตุ้นให้นักเรียนแสดงวิธีคิด วิธีแก้ปัญหา

- ล้วงวิธีแก้ปัญหาที่หลากหลายจากปัญหาหนึ่ง ๆ
- รอและฟังคำอธิบายวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียน
- กระตุ้นให้นักเรียนอธิบายและขยายความ
- ใช้คำอธิบายของนักเรียนเป็นเนื้อหาในบทเรียน
- มีทัศนคติที่จะยอมรับคำอธิบาย แนวคิดทั้งที่ถูกและผิดของนักเรียน
- ส่งเสริมให้นักเรียนร่วมมือกันในการแก้ปัญหา
- พิจารณาตัดสินใจเลือกว่านักเรียนคนใดควรมีโอกาสฝึกรายงาน

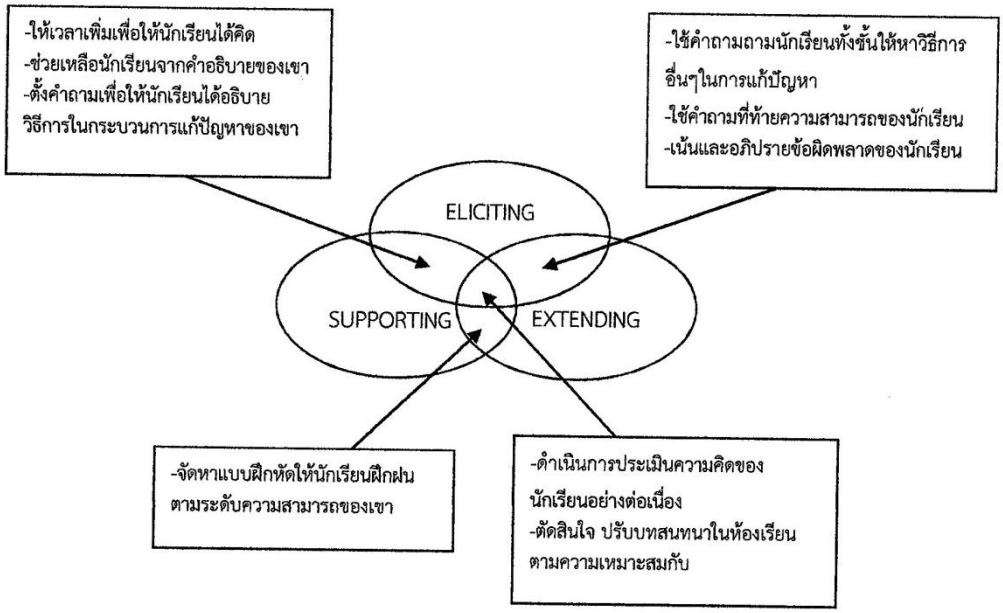
สนับสนุนความคิด (Supporting) ครูส่งเสริมสนับสนุนความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียน

- กระตุ้นให้นักเรียนได้ระลึกถึงปัญหาที่มีลักษณะคล้ายคลึงกับปัญหาเริ่มต้น
- ให้ความรู้หรือข้อมูลพื้นฐานที่เป็นประโยชน์ต่อนักเรียน
- ให้ความรู้ผ่านการอธิบายตัวอย่างที่ผู้เรียนใช้ในการแก้ปัญหา
- เขียนสัญลักษณ์แทนแต่ละวิธีการแก้ปัญหาบนกระดาน
- ให้ความช่วยเหลือนักเรียนเมื่อต้องการความช่วยเหลือ

ขยายความคิด (Extending) ครูขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน

- คาดหวังให้นักเรียนได้พัฒนาอย่างมีคุณภาพและมีมาตรฐานระดับสูง
- กระตุ้นให้นักเรียนสรุปและอ้างอิงสิ่งที่ค้นพบไปใช้
- สรุปวิธีการแก้ปัญหาบนกระดานเพื่อให้นักเรียนสะท้อนความคิดเกี่ยวกับวิธีแก้ปัญหา
- ส่งเสริมให้นักเรียนแต่ละคนลองใช้วิธีแก้ปัญหาที่เป็นทางเลือกใหม่ ๆ
- ส่งเสริมการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ
- ปลูกฝังให้นักเรียนรักความท้าทายและมีความพยายาม

ทั้งสามขั้นตอนนี้จะมีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกันไปแสดงได้ดังภาพที่ 6



ภาพที่ 6 กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลวิธีการสอนและความสัมพันธ์ระหว่างแต่ละองค์ประกอบ (Fraivillig, 1999)

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่ากลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นการเน้นกระบวนการคิดของนักเรียนโดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเอง ซึ่งประกอบ 3 องค์ประกอบ คือ ล้วงความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิด

2.3 ความสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาความสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์ จากแนวคิดนักการศึกษา องค์กร หรือสถาบันการศึกษา ดังนี้

Sternberg (1987) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่าความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นการนิยามข้อมูลให้กระจ่างส่งผลให้เกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพของแต่ละบุคคล

ฆนัท ธาตุทอง (2554) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคิดไว้ว่า จากนโยบายสู่การปฏิบัติที่เกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษาทุกระดับ ได้ให้ความสำคัญและเห็นคุณค่าของการคิด โดยให้มีการพยายามกำหนดแนวทางการพัฒนาผู้เรียนให้มีความสามารถมากขึ้นตามวัยและพัฒนาการ ซึ่งย่อมส่งผลดีต่อการพัฒนาประเทศชาติต่อไป

ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ (2553) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความคิดไว้ว่า การมีความสามารถในการคิดจะเป็นประโยชน์อย่างมากต่อการดำเนินชีวิตของมนุษย์ จะทำให้สามารถแก้ไขปัญหา รวมทั้งสามารถเลือกตัดสินใจได้อย่างเหมาะสมและมีเหตุผล ในยุคข่าวสารเทคโนโลยีใน

ปัจจุบันที่มีความเจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว มีการแข่งขันสูง การปูพื้นฐานการคิดและส่งเสริมการคิดให้กับเด็กและเยาวชนจึงเป็นสิ่งที่มีความจำเป็นอย่างยิ่ง

จากความสำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการดำเนินชีวิตและการแก้ปัญหา เพื่อให้ตัดสินใจได้อย่างมีเหตุผลและเหมาะสม เกิดประสิทธิภาพ

2.4 แนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ จากแนวคิดนักการศึกษา องค์กร หรือสถาบันการศึกษา ดังนี้

พิชิต สนั่นเอื้อ (2542) กล่าวถึงรูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความคิดสรุปได้ ว่าสามารถทำได้ 2 ลักษณะคือจัดเป็นโปรแกรมเฉพาะวิชาโดยแยกจากเนื้อหาและใช้การสอดแทรกโดยเน้นกระบวนการสอนในเนื้อหาวิชา

อรพรรณ พรสีมา (2543) ได้เสนอบัญญัติ 10 ประการเพื่อเป็นแนวทางในการสอนคิดไว้ดังนี้

1. ใช้คำถามกระตุ้นให้เด็กคิดและสร้างความสนใจใฝ่รู้ความกระตือรือร้นที่จะแสวงหาคำตอบอยู่เสมอ
2. เปิดโอกาสให้เด็กได้แสดงความคิดเห็นได้ใช้จินตนาการโดยใช้สถานการณ์จำลองหรือคำถามประเภทถ้า... แล้วอะไรจะเกิดขึ้น?
3. เปิดโอกาสให้เด็กได้ทำกิจกรรมทั้งกิจกรรมที่ทำคนเดียวและทำเป็นกลุ่มการทำกิจกรรมเดี่ยวจะช่วยให้เด็กได้ไตร่ตรองทบทวนเกี่ยวกับสิ่งที่ทำอย่างรอบคอบในขณะที่การทำกิจกรรมกลุ่มจะช่วยให้เด็กมีโอกาสแลกเปลี่ยนประสบการณ์ซึ่งกันและกันทำให้มีความคิดกว้างไกลขึ้น
4. ให้เด็กได้ฝึกทักษะการคิดอย่างเป็นขั้นตอนเริ่มจากทักษะการคิดขั้นพื้นฐานขั้นกลางและขั้นสูง
5. ควรกระตุ้นและเสริมแรงเป็นระยะๆเพื่อคงระดับความสนใจใฝ่รู้ของเด็กและช่วยให้มีความตั้งใจจริงในการพัฒนาทักษะการคิด
6. ผู้ใหญ่ควรรับฟังความเห็นของเด็กด้วยความตั้งใจเพื่อเป็นการเสริมแรงให้กับเด็กอีกทางหนึ่งและเป็นแบบอย่างของนักฟังที่ดี
7. ควรใช้วิธีชี้แนะการกระตุ้นที่เหมาะสมแทนการบอกคำตอบที่ถูกต้องทันทีทันใด
8. สร้างสภาพแวดล้อมและบรรยากาศที่เอื้อช่วยให้เด็กรู้สึกอบอุ่นมั่นใจและกระตือรือร้นเช่นครูยิ้มแย้มแจ่มใสใจดีรักเด็ก

9. จัดแสดงสื่อและอุปกรณ์การคิดหลากหลายประเภทและมีปริมาณเพียงพอเปิดโอกาสให้เด็กเข้าถึงสื่อและอุปกรณ์ได้ง่ายและสะดวก

10. ผนังห้องมีคำถามเตือนใจมีที่แสดงผลงานทางความคิดของเด็ก

จากแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า แนวทางในการสอนควรจัดให้สอดคล้องกับโครงสร้างทางปัญญาของนักเรียนโดยมีการกระตุ้น เสริมแรงเพื่อให้โอกาสผู้เรียนได้พัฒนาความคิดสนับสนุนส่งเสริมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อยู่ในมาตรฐาน ค 6.1 ในสาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งเป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ช่วยให้นักเรียนรู้จักฝึกการเหตุผลอย่างสมเหตุสมผล ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากแนวคิดนักการศึกษา องค์กรหรือสถาบันการศึกษา ดังนี้

National Council of Teachers of Mathematics (2000) ได้กล่าวถึงความสามารถในในการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่สามารถพัฒนาได้โดยได้กำหนดมาตรฐานการให้เหตุผลและการพิสูจน์ ตั้งแต่ระดับก่อนอนุบาลจนถึงเกรด 12 ไว้ว่า

1. ตระหนักการให้เหตุผลและการพิสูจน์ว่าเป็นพื้นฐานของคณิตศาสตร์
2. สร้างและสำรวจข้อคาดเดาทางคณิตศาสตร์
3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์เชิงคณิตศาสตร์
4. เลือกใช้เหตุผลและการพิสูจน์แบบต่างๆอย่างหลากหลาย

Krulik, and Rudnick (1993) ให้ความหมาย ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการคิดหาข้อสรุปจากการสังเกต และการคาดเดาจากข้อมูลที่กำหนดให้ เพื่อนำมาสร้างข้อคาดการณ์และผู้เรียนต้องสามารถที่จะอธิบายและแสดงเหตุผลเกี่ยวกับข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้นซึ่งข้อสรุปข้างต้นนั้นมีความเกี่ยวข้องกับการสร้างความรู้ใหม่ต่อไป

กุลนิดา วรสารนันท์ (2552) ให้ความหมาย ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผล หมายถึง การคิดทางคณิตศาสตร์ที่สามารถใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา สรุปแนวคิด หรือสร้างองค์ความรู้ได้อย่างสมเหตุสมผล

ณัฐิกานต์ รักนาค (2552) ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผลอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหา และสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผนตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิกอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ในการทำงานและการดำรงชีวิต

นาเดีย กองเป็ง (2555) ให้ความหมายความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล หรือ ข้อเท็จจริงต่างๆ ที่กำหนด และเชื่อมโยงความรู้ในการหาข้อสรุป รวมทั้งสามารถแสดงแนวคิดในการยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของตน

ทิศนา แขมมณี (2544) ให้ความหมาย ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การคิดอย่างมีเหตุผลว่าเป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมาย เพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผลโดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริง และพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงโดยใช้เหตุผลแบบนิรนัยและอุปนัยซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อยๆ ดังนี้

1. สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้
2. สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัยหรืออุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้
3. สามารถใช้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ก) ให้ความหมายความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผล เป็นความสามารถที่ต้องใช้การคิดวิเคราะห์และใช้เหตุผลในการหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผลของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จากข้อมูลที่กำหนด โดยเหตุผลที่ใช้อาจแสดงถึงแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง หลักการ ข้อความคาดการณ์ หรือข้อสนับสนุนของข้อสรุปที่ได้ในสถานการณ์นั้นๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ค) ให้ความหมายความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตสาสตร์ หมายถึง กระบวนการการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ในการรวบรวม

ข้อเท็จจริง/ข้อความ/แนวคิด/สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่างๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่

สมเดช บุญประจักษ์ (2540) ให้ความหมายความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ หาความสัมพันธ์ของแนวคิดและการสรุปที่สมเหตุสมผลตามแนวคิดนั้นๆ ซึ่งประกอบด้วย

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
2. ความสามารถในการหาข้อสรุป
3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปของแนวคิดอย่าสมเหตุสมผล

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552) ให้ความหมายความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการคิดเกี่ยวกับการคิดเกี่ยวกับการอธิบายหรือแสดงแนวคิดในการสร้างหลักการ การวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ และการหาข้อสรุปหรือข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปนั้นอย่างสมเหตุสมผล

อลิสรา ชมชื่น (2550) ให้ความหมายความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของเหตุและผล โดยการจำแนกข้อเท็จจริง ใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัยเพื่อหาคำตอบ ตัดสินความถูกต้อง หรือข้อสรุปเป็นความคิดรวบยอดที่สมเหตุสมผล และขยายหลักการไปสู่ความคิดอื่น

จากความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การอธิบาย แสดงแนวคิด การคิดวิเคราะห์หาความสัมพันธ์และข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ และใช้เหตุผลในการแสดงแนวคิด หาข้อสรุป หาคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

3.2 ความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยจึงได้ศึกษาความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากแนวคิดนักการศึกษา องค์กรหรือสถาบันการศึกษา ดังนี้

Alice (1999) ได้กล่าวถึง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหาวิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้หากปราศจากการให้เหตุผล กล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

Baroody (1993) ได้กล่าวถึง ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญและจำเป็นเพราะการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนพัฒนานอกเหนือไปจากการจดจำข้อเท็จจริง กฎ และการดำเนินการ การเน้นการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนเห็นว่าคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่สามารถให้เหตุผลได้อย่างเป็นระบบและมีความหมายและทักษะการให้เหตุผลในคณิตศาสตร์สามารถประยุกต์ใช้ในสาขาอื่นๆได้

National Council of Teachers of Mathematics (2000) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้น จะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่างๆได้อย่างกว้างขวาง

กระทรวงศึกษาธิการ (2551) กล่าวถึงหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้กำหนดความสำคัญในการให้เหตุผลเป็นมาตรฐานหนึ่งในสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคน โดยกำหนดให้เป็นส่วนหนึ่งในสาระที่ 6 ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ค) ได้กล่าวว่า การคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นหัวใจสำคัญของการสอนคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยจำนวนมากที่ยืนยันว่า การสอนให้นักเรียนเรียนด้วยความเข้าใจอย่างมีเหตุผล ดีกว่าการสอนแบบให้จดจำ การสอนคณิตศาสตร์อย่างเป็นเหตุเป็นผล จะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ สามารถจดจำได้ดีและนานกว่าเดิม

จากความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาข้างต้น กล่าวได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญโดยเป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ที่กำหนดในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และเป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์ อาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จะมีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

3.3 ประเภทของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลเป็นหนึ่งในมาตรฐานการเรียนรู้ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้ศึกษาประเภทของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากแนวคิดนักการศึกษา องค์กร หรือสถาบันการศึกษา ดังนี้

Baroody (1993) ได้กล่าวว่าการให้เหตุผลนั้นมี 3 ประเภทคือ

1. การให้เหตุผลเชิงหยั่งรู้ (intuitive reasoning) ซึ่งเป็นลักษณะของการ ให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (insight) หรือเกิดจากลางสังหรณ์ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ จึงตัดสินใจจากข้อมูลที่เห็นหรอจากความรู้สึกภายใน เหตุผลเชิงหยั่งรู้จึงเป็นเหตุผลที่วางอยู่บนสิ่งที่ปรากฏหรือข้อสมมติฐาน ซึ่งสิ่งปรากฏอาจถูกหรือผิดก็ได้

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือสิ่งที่เป็นจริงอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป 3. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผล ทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลของสมาชิกบางสมาชิกในเซตหนึ่ง ๆ เพื่อนำไปสู่กรณีทั่วไปหรือนำไปสู่สมาชิกทุกตัวในเซตนั้น

O'Daffer, and Thomquist (1993) กล่าวว่ามีทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวกับการอธิบายสมบัติและโครงสร้างหลักการใหม่ ค้นหารูปทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ และในการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปมโนมติหรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัย เกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ กรณี แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นกระบวนการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือแบบรูปที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลระบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท อาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ผลสรุปของกรณีที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงเสมอ

CHULALONGKORN UNIVERSITY

กรมวิชาการ (2545) ได้กำหนดมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน ดังนี้

1. ระดับ ป. 1 – ป .3 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ให้เหตุผลประกอบด้วยการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

2. ระดับ ป. 4 - ป. 6 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ให้เหตุผลและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม สามารถแสดงเหตุผลได้

3. ระดับ ม. 1 – ม. 3 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ให้เหตุผลโดยการอ้างอิงความรู้ ข้อมูล ข้อเท็จจริง หรือสร้างแผนภาพ

4. ระดับ ม. 4 – ม. 6 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง นำวิธีการให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยมาช่วยในการค้นหาความสัมพันธ์หรือข้อสรุป และช่วยในการตัดสินใจบางอย่าง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ค) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้ในการสังเกตหรือการทดลองหลายๆครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปซึ่งเชื่อว่า น่าจะถูกต้อง น่าจะเป็นจริง มีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่มีการพิสูจน์ว่าเป็นจริงและยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่า ข้อความคาดการณ์ ถ้าต้องการยืนยันข้อความคาดการณ์ก็ต้องหาข้อเท็จจริงมาสนับสนุนให้มากพอหรือแสดงเหตุผลที่ทำให้ยอมรับได้ว่าข้อความคาดการณ์นั้นเป็นจริง

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าเป็นจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักตรรกศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้นเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ ในทางคณิตศาสตร์การให้เหตุผลแบบนิรนัย มักเกี่ยวข้องกับคำอนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท ซึ่งความหมายของคำอนิยาม บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎี มีรายละเอียด ดังนี้

2.1 คำอนิยาม หมายถึง คำที่เราไม่ให้ความหมายหรือให้ความหมายไม่ได้ แต่เข้าใจความหมายได้ โดยอาศัยการรับรู้จากประสบการณ์ ความคุ้นเคย หรือสมบัติที่เข้าใจตรงกัน เช่น จุด เส้น ระนาบ เป็นคำอนิยามในเรขาคณิตแบบยุคลิด

2.2 บทนิยาม หมายถึง ข้อความแสดงความหมายหรือคำจำกัดความของคำที่ต้องการ โดยอาศัยคำอนิยาม บทนิยามหรือสมบัติต่างๆ ที่เคยทราบมาแล้ว

2.3 สัจพจน์ หมายถึง ข้อความที่เรายอมรับหรือตกลงว่าเป็นจริง โดยไม่ต้องพิสูจน์

2.4 ทฤษฎีบท หมายถึง ข้อความที่สามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริง ซึ่งในการพิสูจน์อาจใช้บทนิยาม สัจพจน์ หรือทฤษฎีบทอื่นๆ ที่ได้พิสูจน์ไว้ก่อนแล้วแล้วมาอ้างอิงในการพิสูจน์ ข้อความที่เป็นทฤษฎีบทควรเป็นข้อความที่สำคัญ มักไปอ้างอิงในการพิสูจน์ข้อความอื่นๆ หรือนำไปใช้แก้ปัญหาต่อไป

อัมพร ม้าคนอง (2554) แบ่งประเภทการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่ามีหลายลักษณะดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก (Logical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ในการคิดเชิงตรรกประกอบด้วยการให้เหตุผล 2 ประเภท ต่อไปนี้

1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูลย่อยๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลายๆตัวอย่าง แล้วใช้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นการให้เหตุผลแบบตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปหรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริงโดยมีการพิสูจน์มาแล้ว เป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎหรือเกณฑ์นั้น

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลขและข้อมูลเชิงคุณภาพ การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีหลายลักษณะดังต่อไปนี้

2.1 การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน

2.2 การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับตัวเลข

3. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์ หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่างๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือทรง 3 มิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งในมิติเดียวกันและมิติต่างกัน

จากประเภทของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สามารถแบ่งได้หลายประเภทซึ่งขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์และลักษณะของการนำไปใช้ ซึ่งส่วนใหญ่ที่กล่าวถึง คือ 1) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบอุปนัย เป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อยไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป และ 2) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย เป็นการการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ในการทำวิจัยครั้งนี้ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัย ซึ่งหมายถึง ความสามารถในการอธิบาย แสดงแนวคิด นำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย แสดงแนวคิด มาอ้างอิงเพื่อหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง

3.4 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การส่งเสริมและพัฒนาให้ผู้เรียนคิดอย่างมีเหตุผล จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผน แก้ปัญหาได้อย่างเป็นระบบ ทำให้ตัดสินใจได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม นอกจากนี้การคิดอย่างมีเหตุผลยังเป็นเครื่องมือสำคัญที่ผู้เรียนสามารถนำไปใช้ในการพัฒนาตนเองในการเรียนรู้สิ่งใหม่ๆ ในการทำงานและในการดำรงชีวิต (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555ก) ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ศึกษาแนวทางในการส่งเสริมและพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากแนวคิดนักการศึกษา องค์กร หรือสถาบันการศึกษา ดังนี้

National Council of Teachers of Mathematics (2000) เสนอว่าการพัฒนาการให้เหตุผลทำได้โดยการจัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล เลือกงานที่ต้องมีการจัดกลุ่มข้อมูล มีการตรวจสอบความถูกต้อง และครูต้องช่วยตรวจสอบพัฒนาการของการให้เหตุผลของผู้เรียนอย่างสม่ำเสมอ นอกจากนี้ ควรให้ผู้เรียนอธิบายหลักการที่ใช้ในการคาดเดาของตนเอง และเหตุผลในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อื่นๆ

Guiford, and Hoepfner (1971) กล่าวว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้นต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผลความสามารถในการให้เหตุผลเป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้โดยสอนควบคู่กบวิชาปกติหรือสถานการณ์ต่างๆที่เหมาะสม

สมเดช บุญประจักษ์ (2540) ได้กล่าวว่า การคิดกับการให้เหตุผลมีส่วนที่สัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดและเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้ จึงได้เสนอแนวการสอนไว้ 3 แนวทาง คือ

1. การสอนเพื่อให้คิด การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของผู้เรียน

Chulalongkorn University

2. การสอนการคิด การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทาง ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดสร้างแนวทางการสอน

3. การสอนเกี่ยวกับการคิด การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอนโดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตัวเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไร ต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้น ตนเองรู้อะไรไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจถึงกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิดของตนเอง แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้นโดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารรถค้นหาข้อบกพร่องของตนเอง ทั้งนี้เพื่อหาแนวทางแก้ไขได้ตรงจุด

กรมวิชาการ (2545) กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ในการฝึกให้ผู้เรียนรู้จักคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลได้นั้น สามารถที่จะสอดแทรกได้ในระหว่างการจัดการเรียนการสอนเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ด้วย และได้เสนอองค์ประกอบหลักที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุผลและรู้จักการให้เหตุผลดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ ยากเกินไปความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล

2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้ เหตุผลของตัวเอง

3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้อง ตามหลักเกณฑ์หรือไม่ขาดตกบกพร่องอย่างไร การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือโดยการกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มอีก เช่น “ถ้า....แล้ว” ผู้เรียนคิดว่า...จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่าไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่าคำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางอย่างถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดควรเป็นปัญหาปลายเปิด ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกัน

อัมพร ม้าคนอง (2554) ได้กล่าวไว้ว่า การฝึกให้ผู้เรียนใช้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์ควรทำในบริบททางคณิตศาสตร์ (Mathematical Context) เช่น ในขณะเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ ในขณะทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ มากกว่าจะเป็นการกระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญหรือให้เรียนรู้การให้เหตุผลเดี่ยวๆแยกจากสิ่งอื่น โดยอาจทำในการสอนเนื้อหามโนทัศน์ หรือการแก้ปัญหา หากเป็นการแก้ปัญหา ผู้สอนไม่ควรคำนึงถึงคำตอบสุดท้ายที่ถูกต้องเท่านั้น แต่ควรให้ความสำคัญกับเหตุผลว่าทำไมผู้เรียนจึงได้คำตอบเหล่านั้น และคำตอบเหล่านั้นน่าจะถูกต้องหรือผิดเพราะเหตุใด การให้ผู้เรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนได้ทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน และที่สำคัญคือ ผู้เรียนจะได้ข้อสรุปหรือตัดสินความถูกต้องของสิ่งต่างๆด้วยตนเองมากกว่าที่จะเชื่อตามที่ผู้สอนบอกหรือตามที่หนังสือเขียนไว้

จากแนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล มีอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการใช้และให้เหตุผลของตนเอง ซึ่งควรสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติหรือในสถานการณ์ต่างๆ ที่เหมาะสม

3.5 การวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาการวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากแนวคิดนักการศึกษา องค์กรหรือสถาบันการศึกษา ดังนี้

Krulik, and Rudnick (1993) อธิบายถึงเทคนิคการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสังเกต โดยครูควรเดินรอบๆ ห้อง เพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผลขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหากับกลุ่มเพื่อนในห้องเรียน

2. การทดสอบ ไม่ควรใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบ แต่ควรเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล เพื่อดูการตัดสินใจของนักเรียนซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

สมเดช บุญประจักษ์ (2540) ได้กล่าวถึงพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลไว้ดังนี้

1. ความสามารถในการวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล

1.1 อธิบายความหมายของคำ ศัพท์เฉพาะได้

1.2 แสดงถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลและแทนความสัมพันธ์ของข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสม

1.3 คาดเดาคำตอบของปัญหาและตรวจสอบข้อคาดเดาอย่างมีเหตุผล

2. ความสามารถในการหาข้อสรุป

2.1 สรุปแนวคิดในการการแก้ปัญหาได้

2.2 อธิบายเหตุผลสำหรับผลสรุปนั้นได้

3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุป ยืนยันข้อสรุปของแนวคิด

3.1 ตรวจสอบข้อสรุปของแนวคิดในการการแก้ปัญหา

3.2 อธิบายการได้มาซึ่งข้อสรุปของแนวคิดในการแก้ปัญหา

3.3 ขยายข้อสรุปไปสู่รูปทั่วไปได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547) ได้กล่าวว่า การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลนอกจากจะพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผล ผู้ประเมินควรคำนึงถึงความสามารถในด้านต่อไปนี้ด้วย

1. การใช้พื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการให้เหตุผล
2. การใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์สร้างข้อคาดเดาสิ่งที่จะเกิดขึ้น
3. การประเมินข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และข้อพิสูจน์
4. การเลือกใช้รูปแบบหรือวิธีการที่หลากหลายในการให้เหตุผลหรือพิสูจน์

จากการศึกษาการวัดและประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบ ดังนี้ การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย แสดงแนวคิด มาอ้างอิงได้อย่างครบถ้วน และการหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4. ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

การนึกภาพทางคณิตศาสตร์ (visualization) เป็นหนึ่งในมาตรฐานในสาระเรขาคณิตของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ Macnab et al. (2012) กล่าวว่าการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ (visualization) บางครั้งเรียกว่าภาพตัวแทนทางความคิด (visual representation) ตัวแทนทางความคิด (representation) หรือกิจกรรมทางปัญญาของการจินตนาการภาพตัวแทนทางความคิด (the cognitive activity of imagining a visual representation)

4.1 ความหมายของความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาความหมายของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ จากแนวคิดนักการศึกษา องค์กร หรือสถาบันการศึกษา ดังนี้

Arcavi (2003) ได้ให้ความหมายของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การนึกภาพทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถ กระบวนการและผลผลิตของการสร้างสรรค์ การตีความ ใช้การไตร่ตรองรูปภาพ รูปวาด ไดอะแกรม ที่อยู่ข้างในบนกระดาษหรือด้วยเครื่องมือทางเทคโนโลยี วัตถุประสงค์เพื่อบรรยายให้เห็นภาพและสื่อสารข้อมูลเกี่ยวกับความคิด การพัฒนาความไม่รู้ก่อนหน้าและความเข้าใจขั้นสูง

Cathcart (1997) ได้ให้ความหมายของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การนึกภาพเป็นความสามารถของการนึกภาพที่อยู่ภายในถึงการปรากฏของวัตถุภายใต้ความคิดหรือการแปลง

Macnab et al. (2012) ได้ทำการสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนึกภาพ (Visualization) และได้รวบรวมคำนิยามจากแหล่งข้อมูล CBCA ed, ERIC, SAGE, Education Abstracts, ProQuest, Psych Info, Academic Search Premier, Google Scholar, and Web of Science โดยได้คำนิยามการนึกภาพ ไว้ดังนี้

ตาราง 1 นิยามการนึกภาพจาก Merriam-Webster Online Dictionary, 2007 (Phillips et al., 2010)

Visualization (นาม)	1. การสร้างภาพภายใน 2. การกระทำหรือกระบวนการของการแปลความในการมองหรือการวางในรูปแบบที่มองเห็นได้
Visualize (สกรรมกริยา) Image (นาม)	มองเห็น หรือรูปแบบของภาพภายในของ 1. การทำซ้ำหรือการเลียนแบบรูปแบบของบุคคลหรือสิ่งของ 2. a: คู่แสงของวัตถุที่ผลิตโดยอุปกรณ์แสง (เป็นเลนส์หรือกระจก) หรืออุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์; b: ตัวแทนภาพของบางสิ่ง เช่น (1): ความคล้ายคลึงกันของวัตถุในการผลิตวัสดุการถ่ายภาพ,

ตาราง 1 นิยามการนึกภาพจาก Merriam-Webster Online Dictionary, 2007 (Phillips et al., 2010) (ต่อ)

Visualize (สกรรมกริยา) Image (นาม)	(2): ภาพการผลิตในการแสดงผลอิเล็กทรอนิกส์ (เช่นเดียวกับหน้าจอโทรทัศน์หรือคอมพิวเตอร์) 3: a:ภาพที่แน่นอน: ความคล้ายคลึง; b:บุคคลที่โดดเด่นคล้ายบุคคลอื่น 4: a:ที่จับต้องได้หรือตัวแทนภาพ: การทำให้เป็นรูปร่าง; b:รูปแบบจริง 5. a(1): ภาพภายในหรือความพึงพอใจของบางสิ่ง; (2): มโนทัศน์ภายในจัดขึ้นในการร่วมกันโดยสมาชิกของกลุ่มและสัญลักษณ์ของทัศนคติพื้นฐานและทิศทาง 6 เป็นตัวแทนที่ชัดเจนหรือกราฟิกหรือคำอธิบาย
Image (สกรรมกริยา)	1 เพื่อเรียกภาพภายในของ 2 เพื่ออธิบายหรือวาดภาพในภาษาโดยเฉพาะอย่างยิ่งลักษณะที่ชัดเจน 3 a: การสร้างตัวแทนความคิด; นอกจากนี้ยังมีในรูปแบบของภาพ; b: เพื่อเป็นตัวแทนของสัญลักษณ์
Visual literacy (นาม)	ความสามารถในการตระหนักและความเข้าใจความคิดที่ถ่ายทอดผ่านการกระทำที่มองเห็นหรือภาพ (เช่น ภาพ)

ตาราง 2 การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนึกภาพ (Visualization) ตั้งแต่ 1974 เป็นต้นมา (Phillips et al., 2010)

ผู้นิยาม	คำนิยาม
ไพวิโอ (Paivio, 1974)	มโนทัศน์ของภาพเป็นแบบระบบสัญลักษณ์ไดนามิก สามารถจัดระเบียบและเปลี่ยนการรับรู้ข้อมูลที่เราได้รับ
ฮอร์ทิน (Hortin, 1982)	"การรู้เรื่องการนึกภาพเป็นความสามารถในการเข้าใจและใช้ภาพและในการคิดและการเรียนรู้ในหัวข้อของภาพ เช่น การคิดภาพ
เนลสัน (Nelson, 1983)	"การนึกภาพเป็นเทคนิคที่มีประสิทธิภาพสำหรับการกำหนดปัญหาที่ต้องการหา หากคุณสามารถมองภาพในตาว่าอะไรคือข้อเท็จจริงสิ่งที่มีอยู่และที่หายไป ซึ่งจะเป็นการง่ายต่อการตัดสินใจเลือกขั้นตอนที่จะใช้ในการค้นหาข้อเท็จจริงที่หายไป
ซาร์มา (Sharma, 1985)	การนึกภาพ (ภาพภายใน) ทำหน้าที่เป็นชนิดของจิตเบื้องลึกในความคิดที่สามารถพัฒนาและสำรวจ
เพรสเม็ก (Presmeg, 1986)	การนึกภาพสามารถอธิบายการวาดภาพที่อยู่ภายในสกีมาหรือข้อมูลเชิงปริภูมิ
เบ็น-ชาม, แลฟเฟน, และฮวง (Ben-Chaim, Lappan, & Houang,	การนึกภาพเป็นส่วนประกอบที่สำคัญของกระบวนการต่างๆ สำหรับการเปลี่ยนจากโหมดความคิดจากรูปธรรมเป็นนามธรรม เป็นเครื่องมือที่จะเป็นตัวแทนความคิดและข้อมูลทางคณิตศาสตร์และจะมีการใช้อย่าง

ตาราง 2 การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนึกภาพ (Visualization) ตั้งแต่ 1974 เป็นต้นมา (Phillips et al., 2010) (ต่อ)

ผู้นิยาม	คำนิยาม
1989)	กว้างขวางในเกรดกลาง
บิชอบ (Bishop, 1989)	ความสามารถในการนึกภาพสามารถอธิบายได้ดังนี้ เป็นความสามารถที่เกี่ยวข้องกับการนึกภาพ และการแปลงความสัมพันธ์ที่เป็นนามธรรมและข้อมูลที่ไม่ใช่ข้อมูลร่างเพื่อใช้ในการมอง นอกจากนี้ยังรวมไปถึงวัตถุและการแปลงของนึกภาพตัวแทนความคิดมีการจัดการและการเปลี่ยนแปลงของการเป็นตัวแทนภาพ (visual representations)และจินตนาการภาพ (visual imagery) ซึ่งเป็นความสามารถของกระบวนการและไม่เกี่ยวข้องกับรูปแบบของการนำเสนอวัตถุ
ดีฟานติ, บราวน์, และแม็คคอร์มิค (DeFanti, Brown, & McCormick, 1989)	การนึกภาพเป็นรูปแบบของการสื่อสารที่อยู่เหนือการประยุกต์และขอบเขตเทคโนโลยี
อาร์นฮีอิม (Arnhieim, 1991)	การนึกภาพ หมายถึง การแสดงฟังก์ชั่นทางปัญญาในการรับรู้ภาพ ในการนึกภาพ ภาพเป็นการผสมผสานของมุมมองการเป็นตัวแทนของธรรมชาติกับรูปร่างที่เป็นทางการที่จะเสริมสร้างความเข้าใจทางปัญญา
ลานซิงและแสตนเช็ฟ (Lanzing & Stanchev, 1994)	"นำเสนอข้อมูลในภาพรูปแบบที่ไม่ใช่ข้อความ หมายถึงเมื่อเราพูดถึงการนึกภาพ ที่ไม่เกี่ยวกับข้อความ สัญลักษณ์ รูปภาพ กราฟ ภาพและอื่น ๆ ข้อมูลจะถูกเรียกว่าภาพ "
รีเบอร์ (Rieber, 1995)	"การนึกภาพคือการกำหนดตัวแทนของข้อมูล ประกอบด้วยปริภูมิ (เช่น 'ภาพ' คุณภาพคล้ายกับวัตถุที่เกิดขึ้นจริงหรือเหตุการณ์) และอย่างต่อเนื่อง (ตัวอย่าง ทั้งหมดในเอกภาพที่มีคุณภาพ) ลักษณะ (Paivio, 1990) การนึกภาพรวมถึงทั้งภายใน (เช่นภาพภายใน) และตัวแทนภายนอก (เช่น วัตถุจริง ภาพพิมพ์ และกราฟ กราฟ วิดีโอ ภาพยนตร์แอนิเมชั่น)
ซาร์คิส, ดูบินสกี, และดอร์เทอร์แมน (Zazkis, Dubinsky, & Dautermann, 1996)	"การนึกภาพคือการกระทำที่แต่ละคนกำหนดการเชื่อมต่อที่แข็งแกร่งระหว่างโครงสร้างภายในและบางสิ่งที่จะได้รับการเข้าถึงผ่านทางประสาทสัมผัส เช่น การเชื่อมต่อสามารถทำได้ในทั้งสองทิศทาง การนึกภาพอาจประกอบโครงสร้างภายในมากมายของวัตถุหรือกระบวนการที่เชื่อมต่อด้วยวัตถุหรือเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นการรับรู้ภายนอกของเธอหรือเขา หรือการนึกภาพอาจจะประกอบด้วยโครงสร้าง เช่น เช่น กระดาษ กระดานดำ หรือคอมพิวเตอร์ หน้าจอของวัตถุหรือลักษณะของบุคคลด้วยวัตถุ หรือกระบวนการภายใน

ตาราง 2 การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนึกภาพ (Visualization) ตั้งแต่ 1974 เป็นต้นมา (Phillips et al., 2010) (ต่อ)

ผู้นิยาม	คำนิยาม
แอนโทนิตี้ (Antonietti, 1999)	"จินตภาพเป็นชนิดของการเป็นตัวแทนภายใน ซึ่งสามารถแสดงวัตถุ บุคคล ฉาก สถานการณ์ คำ วิชา มโนทัศน์ ข้อโต้แย้งและอื่น ๆ ในรูปแบบการนึกภาพเชิงปริภูมิ ภาพภายในสามารถอ้างถึงบุคคล (ก) มีการรับรู้ในปัจจุบัน (ข) การรับรู้มาก่อนหน้านี้หรือ (ค) ไม่เคยได้รับรู้ ภาพภายในสามารถแสดงได้ทั้งที่เป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ทั้งจริงหรือจินตนาการและอาจเป็นอย่างใดอย่างหนึ่ง เช่น รูปถ่ายหรือภาพเคลื่อนไหว หรือภาพเหมือน แผนผังภาพ วาดสัญลักษณ์ ในที่สุดภาพภายในอาจจะคงที่หรืออาจเป็นตัวแทนของการเคลื่อนไหวและการแปลง
ฮาบีร (Habre, 1999)	การนึกภาพเป็นกระบวนการของการใช้รูปทรงเรขาคณิตที่จะแสดงให้เห็นถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
แมทิวสัน (Mathewson, 1999)	"การนึกภาพยังคงมีความหมายตามปกติในองค์ความรู้ วิทยาศาสตร์ แต่ยังได้รับการอ้างโดยวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คอมพิวเตอร์สร้างการแสดงของข้อมูลหรือรูปแบบตัวเลข
ลิว ซาเวนดี้และคูเซอร์ (Liu, Salvendy, & Kuczek, 1999)	"การนึกภาพเป็นตัวแทนกราฟิกของข้อมูลพื้นฐาน นอกจากนี้ยังเป็นกระบวนการของการแปลงข้อมูลในรูปแบบการรับรู้เพื่อให้การแสดงผลให้ [s] ที่มองเห็นความสัมพันธ์ในข้อมูลพื้นฐาน คำนิยามโดยแมค Defanti และบราวน์ (1987) ของการนึกภาพคือ การศึกษาของกลไกในคอมพิวเตอร์ และมนุษย์ที่ช่วยให้พวกเขาที่จะรับรู้การใช้งาน และสื่อสารข้อมูลภาพ
เพรสเม็ก, บาลดีรัส, และ คานาส (Presmeg & Balderas Canas, 2001)	การใช้การนึกภาพที่มีหรือไม่มีภาพวาด แผนภาพที่เรียกว่าการนึกภาพ
สตรองและสมิท (Strong & Smith, 2001)	การนึกภาพ คือความสามารถที่จะจัดการกับวัตถุในจินตนาการปริภูมิ 3-D และสร้างตัวแทนของวัตถุจากมุมมองใหม่
สโคน็อต (Schnotz, 2002)	"การแสดงการนึกภาพที่ถือว่าเป็นเครื่องมือสำหรับการสื่อสาร คิดและการเรียนรู้เบื้องต้นเฉพาะบุคคล (โดยเฉพาะอย่างยิ่งความรู้เดิมและทักษะองค์ความรู้) เพื่อที่จะได้ใช้อย่างมีประสิทธิภาพ "ตัวแทนความคิดของวัตถุหรือเหตุการณ์อย่างอื่น (Peterson, 1996) ข้อความและภาพที่แสดงเป็นตัวแทนภายนอก ตัวแทนภายนอกที่มีความเข้าใจเมื่อผู้อ่านหรือผู้สังเกต ตัวแทนโครงสร้างภายในเนื้อหา ที่อธิบายไว้ในข้อความหรือแสดงในภาพ

ตาราง 2 การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนึกภาพ (Visualization) ตั้งแต่ 1974 เป็นต้นมา (Phillips et al., 2010) (ต่อ)

ผู้นิยาม	คำนิยาม
สต็อก (Stokes, 2002)	การรู้เรื่องภาพอธิบายความสามารถในการแปลความหมายของภาพ เช่นเดียวกับที่สร้างภาพในการสื่อสารความคิดและมโนทัศน์
ลิน (Linn, 2003)	"การนึกภาพสำหรับวัตถุประสงค์ของบทความนี้หมายถึง ตัวแทนความคิดของปรากฏการณ์ทางวิทยาศาสตร์ในสองมิติสามมิติที่มีภาพเคลื่อนไหวหรือ " "การนึกภาพ ... เป็นการทดสอบความคิดและการเปิดเผยแง่มุมของปรากฏการณ์ทางวิทยาศาสตร์ การแสดงหยั่งรู้และความช่วยเหลือนักวิจัยเปรียบเทียบข้อคาดการณ์อย่างใดอย่างหนึ่งแสดงให้เห็นถึงความคิดที่ว่าคำไม่ได้
ซารายคิ (Zaraycki, 2004)	การนึกภาพเป็นกระบวนการของการใช้ภาพประกอบเรขาคณิตของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การนึกภาพเป็นหนึ่งในเทคนิคที่พบมากที่สุดที่ใช้ในการสอนคณิตศาสตร์
พิเบอร์นและคณะ (Piburn et al., 2005)	"การนึกภาพ ... ('ความสามารถในการจัดการหรือการแปลงภาพของรูปแบบปริภูมิเข้าสู่การโต้แย้ง)
การ์เมนเดีย, กิซาโซลา, และซิลลา (Garmendia, Guisasola, & Sierra, 2207)	ส่วนหนึ่งของการนึกภาพ คือความเข้าใจที่เป็นความสามารถในการศึกษามุมมองของวัตถุและรูปแบบภาพภายใน ความหมาย ภาพสามมิติ (Giesecke et al,., 2001) .... การนึกภาพจิตเป็นความเข้าใจของการนึกภาพข้อมูล
กิลเบอร์ต, รีเนอร์, และนาคเลฮ (Gilbert, Reiner, & Nakhleh, 2008)	"การนึกภาพเป็นที่เกี่ยวข้องกับการเป็นตัวแทนภายนอกเป็นระบบและเน้นข้อมูล ในรูปแบบของภาพ ไดอะแกรม ตาราง (Tufte, 1983) มันเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับตัวแทนความคิดภายใน โครงสร้างภายใน การจัดเก็บและการใช้งานของภาพที่มักจะ (แต่ไม่เสมอ ...) เป็นผลมาจากตัวแทนภายนอก การนึกภาพเป็นผลทางด้านการแสดงภาพ ภาพวาดวัตถุหรือเหตุการณ์
ดีลิสยานิ, โมโนยัว, อิเลียจอร์เจีย, และซานเน็ตทัว (Deliyianni, Monoyiou, Elia, Georgiou, & Zannettou, 2209)	โดยเฉพาะอย่างยิ่งในบริบทของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การนึกภาพหมายถึงความเข้าใจของปัญหาด้วยโครงสร้างและ / หรือการใช้ไดอะแกรมหรือภาพที่จะช่วยให้ได้รับการแก้ปัญหา (บิชอป, 1989)

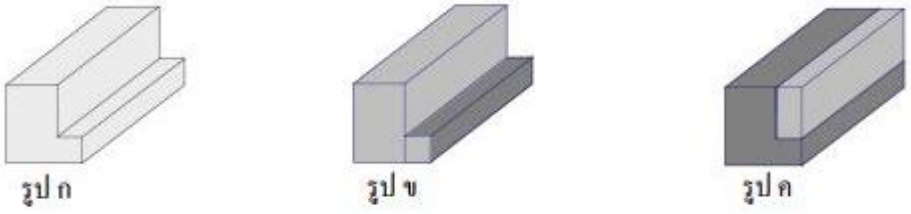
ตาราง 2 การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนึกภาพ (Visualization) ตั้งแต่ 1974 เป็นต้นมา (Phillips et al., 2010) (ต่อ)

ผู้นิยาม	คำนิยาม
โคราคาคิส, พาลาตัว, พาไลวอส, และสไปรีลิส (Korakakis, Pavlatou, Palyvos, & Spyrellis, 2009)	มิติสัมพันธ์ เป็นความสามารถในการเข้าใจอย่างถูกต้องของวัตถุสามมิติ (3D) จากตัวแทนความคิดสองมิติ (2D)
มาไทย และรามาดาส (Mathai & Ramadas, 2009)	"การนึกภาพคือการกำหนดไว้ในแง่ของความเข้าใจ การแปลงในโครงสร้างและที่เกี่ยวข้องกับหน้าที่

Zazkis et al. (1996) ได้กล่าวถึงการนึกภาพไว้ว่า การนึกภาพเป็นการแสดงถึงการกระทำในสิ่งที่แต่ละคนกำหนดซึ่งเป็นการเชื่อมโยงที่แข็งแกร่งระหว่างโครงสร้างภายในและบางสิ่งในกระบวนการที่รับเข้าผ่านทางประสาทสัมผัส เช่น การเชื่อมโยงสามารถทำได้ในทั้งสองทิศทาง คือ การแสดงของการนึกภาพอาจประกอบด้วยโครงสร้างภายในของวัตถุหรือกระบวนการเชื่อมโยงการรับรู้โดยภายนอก การแสดงของการนึกภาพอาจจะประกอบด้วยโครงสร้าง ในบางส่วนสื่อภายนอก เช่น กระดาษ กระดานดำหรือคอมพิวเตอร์ ด้วยวัตถุหรือกระบวนการภายใน

Zarzycki (2004) ได้ให้ความหมายของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การนึกภาพทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการของการใช้ภาพประกอบทางเรขาคณิตของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

สำนักงานคณะกรรมการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2551) ได้ให้ความหมายของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การนึกภาพเป็นการนึกถึงหรือวิเคราะห์ภาพหรือรูปเรขาคณิตต่างๆ ในจินตนาการเพื่อคิดหาคำตอบ หรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏ เช่น



เมื่อต้องการหาปริมาตรและพื้นที่ผิวของปริซึมในรูป ก ถ้าสามารถใช้การนึกภาพได้ว่าปริซึมดังกล่าวประกอบด้วยปริซึม 2 แท่งดังรูป หรือ รูป ค ก็อาจทำให้หาปริมาตรและพื้นที่ผิวของปริซึมในรูป ก ได้ง่ายขึ้น

จากความหมายของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การนึกภาพทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนึก/มองเห็นภาพทางคณิตศาสตร์ หรือวิเคราะห์ภาพ/รูปเรขาคณิตต่างๆ ในจินตนาการ ซึ่งเป็นกระบวนการที่นักเรียนใช้สื่อสารข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับความคิดและความเข้าใจ และสื่อสารความคิดออกมาเป็นรูปธรรมภายนอกหรือลักษณะของรูป ผ่านการวาดรูปหรืออธิบายแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏ

4.2 ความสำคัญของความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาความสำคัญของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ จากแนวคิดนักการศึกษา องค์กรหรือสถาบันการศึกษา ดังนี้

Guzmán (2002) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ได้ศึกษาการนึกภาพในการเรียนการสอนคณิตวิเคราะห์มีบทบาทที่จะช่วยพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ได้

Hasan (2004) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การนึกภาพทางคณิตศาสตร์เป็นศูนย์กลางของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Rahim, and Siddo (2009) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เนื่องจากจากการสอนจุดสำคัญของการมอง การนึกภาพนั้นเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพที่จะใช้ประโยชน์สำหรับการเพิ่มพูนความเข้าใจมโนทัศน์ของนักเรียนในหลากหลายสาขา เช่น วิทยาการคอมพิวเตอร์ เคมี ฟิสิกส์ ชีววิทยา วิศวกรรม สถิติประยุกต์และคณิตศาสตร์โดยเฉพาะอย่างยิ่งมีหลายเหตุผลที่พิสูจน์การใช้การนึกภาพสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทุกระดับการเรียนการสอนจากชั้นประถมศึกษา มัธยมศึกษาและมหาวิทยาลัย

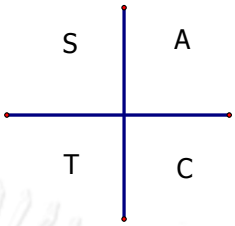
ในการศึกษาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์นั้นว่าส่งผลต่อวิชาคณิตศาสตร์ อาจกล่าวได้ว่าการนึกภาพทางคณิตศาสตร์เข้ามามีส่วนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การนึกภาพนั้นเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพที่จะใช้ประโยชน์สำหรับการเพิ่มพูนความเข้าใจมโนทัศน์ของนักเรียนในหลากหลายสาขาดังที่ Rahim, and Siddo (2009) กล่าวไว้ข้างต้น

4.3 ประเภทของความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาประเภทของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ จากแนวคิดนักการศึกษา องค์กรหรือสถาบันการศึกษา ดังนี้

Presmeg (1986) ได้กล่าวถึงประเภทของการนึกภาพ (visual imagery) ไว้ว่า ภาพที่ใช้ในการนึกภาพในการศึกษาแบ่งประเภทได้ดังนี้

1. ภาพนามธรรม (concrete, pictorial imagery) ภาพภายใน เช่น หลังจากการวาดในเรื่องตรีโกณมิติ (ดังภาพ) ช่วยให้นักเรียนได้เห็นถึงคุณสมบัติ

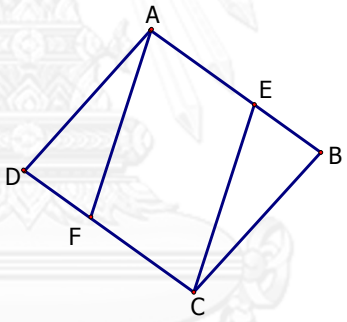


มีนักเรียนบางคนบอกว่าฟังก์ชันไซน์อยู่ในควอดแรนต์ที่ 2 ดังนั้นอยู่ก่อน 180 องศา ที่เป็นระดับน้ำ ซึ่งนักเรียนเปรียบว่ามันคล้ายกับการเดินเรือที่ไม่สามารถเดินเรือได้ ต้องมีทิศขึ้นลงเช่นเดียวกับแกน y

2. ภาพการรับรู้เคลื่อนไหว (kinaesthetic imagery)

นักเรียนใช้การหาในควอดแรนต์โดยใช้การเดินรอบของนิ้วมือนับรอบควอดแรนต์

3. ภาพไดนามิก (dynamic imagery)



รูปสี่เหลี่ยม ABCD ประกอบไปด้วย 4 ส่วนและจุด E F เป็นจุดกึ่งกลาง ถ้ามีนักเรียนที่ต้องการพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน AECF โดยการแบ่งพื้นที่ รูปสี่เหลี่ยม ABCD ออกเป็นสองส่วนและเลื่อนรูป รูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน AECF ขึ้นไปบนรูปสามเหลี่ยมโดยใช้การเคลื่อนย้ายรูป

4. ภาพความทรงจำของสูตร (memory imagery for formulae)

นักเรียนเห็นสูตรที่อยู่ภายใน เช่น เวกเตอร์ A และ B นักเรียนจะเห็นสูตร $|AB| = \sqrt{x^2 + y^2}$

5. ภาพแบบรูป (pattern imagery)

นักเรียนใช้แบบรูปอย่างรวดเร็ว เช่นการหาองค์ประกอบของเวกเตอร์ ซึ่งนักเรียนอธิบายว่าฟังก์ชัน sin, cos, tan ใน 4 ควอดแรนต์จากแบบรูป sin + + - - , cos + - - + และ tan + - + -

Macnab et al. (2012) ได้นำเสนอการนึกภาพ (visualization) เป็น 3 หัวข้อ คือ การนึกภาพวัตถุ (visualization object) การพิจารณาการนึกภาพ (introspective visualization) และการตีความการนึกภาพ (interpretive visualization) รายละเอียดมีดังนี้

1. การนึกภาพวัตถุ (visualization object) คือ ลักษณะของวัตถุที่มองเห็นและตีความโดยบุคคลหรือจุดประสงค์เพื่อความเข้าใจบางสิ่งที่มากกว่าวัตถุ (Phillips et al., 2010)

2. การพิจารณาการนึกภาพ (introspective visualization) คือการจินตนาการโครงสร้างของประสบการณ์การมองที่เป็นไปได้ในการนึกภาพวัตถุที่ไม่อยู่ การนึกภาพแบบนี้จะเน้นที่วัตถุภาพที่อยู่ภายใน (Phillips et al., 2010)

3. การตีความการนึกภาพ (interpretive visualization) เกี่ยวข้องกับการตีความหมายของการนึกภาพวัตถุหรือการพิจารณาการนึกภาพ เนื่องจากความเชื่อมโยงของความเชื่อประสบการณ์และความเข้าใจของบุคคล (Phillips et al., 2010)

การแยกความแตกต่างของการนึกภาพวัตถุจากการแสดงทางกระบวนการคิดหรือกล่าวได้ว่าความแตกต่างของการนึกภาพในลักษณะภายนอกของวัตถุ (เช่น ภาพประกอบ, การเคลื่อนไหว (animation), การสร้างภาพจากคอมพิวเตอร์) กับภาพที่อยู่ภายใน (เช่น ภาพภายในสกีมา (mental schemes), ภาพภายใน (mental imagery) โครงสร้างภายในและตัวแทนความคิดภายใน (mental construction and mental representations) หรือกระบวนการทางปัญญา (เช่น หน้าที่ทางปัญญาในการรับรู้การนึกภาพ, วัตถุและการแปลงของภาพตัวแทนความคิดภายใน การสร้างโหมดนามธรรมของความคิดและข้อเท็จจริงของจริง) ดังนั้นการนึกภาพจึงเป็นได้ทั้งของจริงและภายในสกีมาที่สามารถบรรยายภาพโดยตรงและไม่สามารถนึกภาพได้

Crowley (1987) ได้กล่าวว่าแวนฮีลี่ (van Hiele - Geldof, 1984a and van Hiele, 1984b) ได้สร้างรูปแบบแวนฮีลี่ซึ่งเป็นรูปแบบเกี่ยวกับความคิดทางเรขาคณิต 5 ระดับ ซึ่งระดับแรกคือ ระดับ 0 เป็นระดับการมองเห็นรูปธรรมภายนอก (Visualization) ระดับนี้นักเรียนรู้เพียงรูปร่างภายนอกของรูปเรขาคณิต มีการแสดงความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตออกมาเป็นรูปธรรมภายนอกมากกว่าองค์ประกอบหรือคุณลักษณะของรูป เช่น ถ้ากำหนดรูปเรขาคณิตให้ นักเรียนบอกรูปร่างภายนอกได้แต่บอกสมบัติต่าง ๆ ของรูปไม่ได้ ในระดับนี้สามารถเรียนรู้ศัพท์ทางเรขาคณิต จำแนกรูปร่าง วาดรูป และจำลองรูป

จากประเภทของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การนึกภาพทางคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งได้หลายประเภทซึ่งขึ้นอยู่กับลักษณะของภาพและการเคลื่อนไหว ซึ่งผู้วิจัยได้เลือกประเภทการนึกภาพที่จะเกิดขึ้นในวิจัยว่า คือ เป็นการมองเห็นรูปธรรมภายนอก

(Visualization) มีการแสดงความคิดรวบยอดทางเรขาคณิตออกมาเป็นรูปธรรมภายนอก นักเรียนสามารถสื่อสารผ่านการวาดรูปได้

4.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ จากแนวคิดนักการศึกษา องค์กรหรือสถาบันการศึกษา ดังนี้

Guzmán (2002) ได้กล่าวถึงการพัฒนาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ว่าควรใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ตลอดเวลา

Zarzycki (2004) ได้กล่าวถึงการพัฒนาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ว่าปัญหาที่นำมาใช้นั้น ควรซึ่งเป็นปัญหาเหล่านี้เป็นปัญหาที่ง่ายต่อการเชื่อมโยงระหว่างการนึกภาพทางคณิตศาสตร์และรูปแบบวิธีได้

Presmeg (2001) ได้กล่าวถึงการพัฒนาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ว่าการนึกภาพสามารถเกิดได้เมื่อใช้ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย

จากแนวทางการพัฒนาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ ที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การนึกภาพทางคณิตศาสตร์ สามารถพัฒนาได้เมื่อใช้ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคยและมีการใช้อย่างต่อเนื่อง

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ รายละเอียดมีดังนี้

5.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Arcavi (2003) ได้ทำการศึกษาเรื่องบทบาทของการนึกตัวแทนภาพในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยกล่าวว่า การนึกภาพเป็นทั้งผลผลิตและขั้นตอน/กระบวนการของการสร้างสรรค์ความเข้าใจและการสะท้อนในภาพและภาพจำลอง เป็นการเพิ่มความสามารถในการนึกภาพในวิชาคณิตศาสตร์และการศึกษาคณิตศาสตร์ ซึ่งในเอกสารเป็นการพยามยามที่จะให้คำจำกัดความและการวิเคราะห์การนึกภาพ ตัวอย่างและสะท้อนให้เห็นในบทบาทที่แตกต่างและหลากหลายในการเรียนคณิตศาสตร์ ในขณะเดียวกันข้อจำกัดและสาเหตุที่เป็นไปได้ของความยากของการนึกภาพอาจจะแสดงให้นักเรียนและครูร่วมกันพิจารณา

Dimakos, and Nikoloudakis (2009) ได้วิเคราะห์บทบาทของรูปในการเขียนพิสูจน์ในโมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน รูปวาดที่นักเรียนวาดเมื่อพยายามจะเขียนพิสูจน์ไม่ได้แสดงถึงรูปร่าง

เพียงรูปเดียวแต่รูปวาดนั้นตัวแทนแสดงรูปมากมาย ส่วนประกอบของรูปวาดทางเรขาคณิตประกอบไปด้วย จุด ส่วนของเส้นตรง รังสีและเส้นตรง ผู้วิจัยพบว่ามันเป็นเรื่องยากสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่จะมองเห็นสิ่งที่ต้องการแสดงที่มาจากรูปทางเรขาคณิตเพียงรูปเดียว การศึกษานี้ได้วิเคราะห์บทบาทของรูปในกระบวนการการเขียนพิสูจน์ในโมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันซึ่งเน้นสำคัญอย่างมากที่ช่วยนักเรียนแสดงถึงความคิดทางเรขาคณิตและสิ่งที่ต้องการแสดงที่เป็นผลมาจากโปรแกรมเรขาคณิตพลวัต Geometer's Sketchpad และ Cabri II+

Dimakos et al. (2007) ได้ศึกษาเพื่อพัฒนาเครื่องมือที่ช่วยในการเขียนพิสูจน์สำหรับนักเรียนที่เริ่มต้นเรียนเรขาคณิต โดยทดลองสอนเรขาคณิตให้นักเรียนในกลุ่มทดลองใช้ RECOMPP ประกอบการเรียนการพิสูจน์ และกลุ่มควบคุมเรียนโดยวิธีปกติเป็นระยะเวลา 3 เดือน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์ที่เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และกลุ่มที่ได้รับการสอนตามวิธีปกติมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์เพิ่มขึ้นอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Nikoloudakis (2009) ได้ทดลองจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันแก่นักเรียนระดับมัธยมที่เริ่มต้นเรียนเกี่ยวกับทฤษฎีบททางเรขาคณิต ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนจะมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์ที่เพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ส่วนนักเรียนในกลุ่มที่ได้รับการสอนตามวิธีปกติมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์เพิ่มขึ้นอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Fraivillig (1999) ศึกษาการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Advancing Children' s Thinking : ACT) ซึ่งประกอบด้วยล้วงความคิดเป็นการดึง/ล้วงคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนออกมาสนับสนุนความคิดเป็นการสนับสนุนให้นักเรียนมีความเข้าในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และขยายความคิดเป็นการขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนผลการศึกษาพบว่าแนวทางการจัดกิจกรรมดังกล่าวสามารถดึง/ล้วงความคิดของนักเรียนหรือขยายความคิดของนักเรียนและสนับสนุนให้นักเรียนได้ใช้ความคิดทางคณิตศาสตร์มากขึ้นซึ่งผลการศึกษาดังกล่าวสามารถที่จะนำไปใช้ในงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาการสอนของครูและนำไปใช้เป็นแนวทางในการออกแบบหลักสูตรคณิตศาสตร์ได้

Fraivillig (2001) ได้เสนอกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์โดยเสนอแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียนโดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างมีความหมายด้วยตัวของนักเรียนเองซึ่งมีลักษณะที่ให้โอกาสผู้เรียนได้พัฒนาความคิดสนับสนุนส่งเสริมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์และช่วยให้เกิดความ

ท้าทายในความคิดของนักเรียนโดยได้เสนอกลยุทธ์เพื่อพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Strategies for Advancing Children' s Mathematical Thinking) เพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่มีความหมายสำหรับนักเรียนโดยได้กำหนดแนวทางการจัดกิจกรรมสำหรับพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Advancing Children' s Mathematics Thinking: ACT) จากการใช้หลักสูตรคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันซึ่งมีองค์ประกอบของการจัดกิจกรรมดังนี้ ล้วงความคิด (Eliciting) ครูกระตุ้นให้นักเรียนแสดงวิธีคิด วิธีแก้ปัญหา สนับสนุนความคิด (Supporting) ครูส่งเสริมสนับสนุนความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียน และขยายความคิด (Extending) ครูขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน

Guzmán (2002) ได้ศึกษาบทบาทของการนึกภาพในการเรียนการสอนคณิตวิเคราะห์ ซึ่งในเอกสารเป็นการแนะนำโดยย่อเพื่อนำเสนอธรรมชาติและประเภทของความแตกต่างของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ เมื่อผู้วิจัยได้พิจารณาอิทธิพลของการนึกภาพที่จะในการพัฒนาคณิตศาสตร์และการสอน

Zarzycki (2004) ได้ทำการศึกษาจากการนึกภาพสู่การพิสูจน์โดยใช้เทคโนโลยี เช่น TI-92+ และซอฟแวร์คณิตศาสตร์ที่แสดงทิศทาง (DERIVE 5 และ CABRI II) บนพื้นฐานของตัวอย่างที่จะแสดงเทคนิคการนึกภาพที่ช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง/ชัดเจน และทำให้สนับสนุนการค้นหารูปแบบการพิสูจน์สำหรับการพิจารณาปัญหา ผู้วิจัยได้นำเสนอปัญหา 3 ปัญหาจากเนื้อหาพีชคณิต เรขาคณิตและความน่าจะเป็น ซึ่งเป็นปัญหาเหล่านี้เป็นปัญหาที่ง่ายสำหรับนักเรียนเพื่อให้เชื่อมโยงระหว่างการนึกภาพและรูปแบบวิธีได้ จากการศึกษาทางผู้วิจัยได้สรุปบทบาทของเทคโนโลยีที่จำเป็นในการสร้างความเชื่อมโยงระหว่างกราฟ การวาด และเครื่องมืออื่นๆ ที่ใช้สำหรับการพิสูจน์

5.2 งานวิจัยในประเทศ

จำเริญ อนันตธรรมรส (2553) ได้ศึกษาผลของการใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อความคางเรขาคณิตและความสามารถในการเขียนพิสูจน์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนวัดราชบพิธ จำนวน 80 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 40 คน และเป็นนักเรียนกลุ่มควบคุมจำนวน 40 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความคิดทางเรขาคณิตและแบบวัดความสามารถในการเขียนพิสูจน์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 2 ระดับเป็นจำนวนมากที่สุด นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันมีระดับความคิดทางเรขา คณิตระดับ 3 กับ ระดับ 4 มากกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติ นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้โมเดลเฟสเมท็อด

คอมบิเนชันมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ซูรายา สัสดีวงศ์ (2555) ได้ศึกษาการพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณา-การรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเดชะปัตตนยานุกูล จังหวัดปัตตานี จำนวน 82 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 43 คน และกลุ่มควบคุม 39 คน เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แบบวัดความสามารถในการคิดวิเคราะห์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยสรุปได้ ดังนี้ กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา 2) การขยายความคิดเพื่อวิเคราะห์ปัญหา 3) การอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิด 4) การหาข้อสรุปและสะท้อนความคิด ผลการทดลองใช้กระบวนการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขั้น มีดังนี้ ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการคิดวิเคราะห์ในทางที่ดีขึ้น สามารถวิเคราะห์และนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆได้

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนห้วยจริงวิทยา จังหวัดสุรินทร์ ปีการศึกษา 2550 โดยเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 36 คน และนักเรียนกลุ่มควบคุมจำนวน 36 คน เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ ปัญหาความสามารถคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิก มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดร้อยละ 50 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิก มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรม

คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของ ฟรายวิลลิก มีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิก มีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอน มีรายละเอียดดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
3. การออกแบบงานวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1. ศึกษาค้นคว้าเอกสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ต งานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องข้องกับโมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3

3. ศึกษาเนื้อหาเรื่อง วงกลม จากหนังสือเรียนและคู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และตำราต่างๆ ที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นแนวทางในการทำแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4. ศึกษาค้นคว้า เอกสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ต งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการวิจัย หลักการวัดและประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักการและวิธีการสร้างแบบวัดเพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-Experimental Research) ประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม ซึ่งมีแบบแผนการวิจัย ดังนี้

ตาราง 3 แบบแผนการวิจัย

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์	X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์
C	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์	~X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการวิจัย

E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental Group)

C แทน กลุ่มควบคุม (Control Group)

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

การกำหนดกลุ่มประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 32 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดบุรีรัมย์

กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างด้วยเทคนิคการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนพุทไธสง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา

มัธยมศึกษาเขต 32 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดบุรีรัมย์ จากการสำรวจพบว่า ในปีการศึกษา 2556 โรงเรียนมีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 13 ห้องเรียน โดยมีการจัดการเรียนการสอนแบบคละความสามารถ คือ มีทั้งนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนในระดับสูง ปานกลางและต่ำอยู่ในห้องเดียวกัน โดยผู้วิจัยได้สุ่มนักเรียนห้องที่มีความสามารถทางการเรียนใกล้เคียงกัน เพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 1 ห้องเรียน รายละเอียดในดำเนินการจัดนักเรียนกลุ่มตัวอย่างเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ดังนี้

1. ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยนำคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ของนักเรียนจำนวน 13 ห้องเรียน มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และผู้วิจัยเลือกห้องเรียนจำนวนสองห้องเรียน ที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ใกล้เคียงกันมากที่สุด คือ ห้อง ม.3/1 และ ม.3/2 โดยมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{X}$) เท่ากับ 63.81 และ 62.27 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) เท่ากับ 8.097 และ 9.024 ตามลำดับ

2. นำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของทั้งสองห้องเรียนไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F - test) เพื่อหาว่าค่าความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองห้องเรียนมีความแตกต่างกันหรือไม่ ผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองห้องเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แล้วนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ไปทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองห้องเรียนด้วยค่าที (t - test) ผลการทดสอบพบว่า ค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องเรียนมีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน

3. ผู้วิจัยทำการสุ่มอย่างง่ายด้วยวิธีการจับฉลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลการสุ่มอย่างง่ายมีดังนี้

ห้อง ม.3/1 เป็นกลุ่มทดลอง คือ กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

ห้อง ม.3/2 เป็นกลุ่มควบคุม คือ กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย มี 2 ชนิด คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล มีรายละเอียดดังนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.2 แบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

รายละเอียดของการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง วงกลม จำนวน 15 คาบ

1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

1.1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีจากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

1.1.2 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรโรงเรียนพุทไธสง หนังสือเรียนและคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.1.3 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.1.4 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม จำนวน 15 แผน โดยแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะประกอบด้วย สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.1.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณา

ความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข แล้วนำไปปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา

1.1.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มทดลอง

1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง วงกลม มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

1.2.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรโรงเรียนพุทไธสง หนังสือเรียนและคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

1.2.2 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.2.3 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง วงกลม จำนวน 15 แผน โดยแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะประกอบด้วย สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.2.4 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่องวงกลม ที่สร้างเสร็จแล้วไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะแล้วนำไปปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา

1.2.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มควบคุม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 15 แผน มีรายละเอียดดังนี้

ตาราง 4 แสดงสาระการเรียนรู้และจำนวนคาบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	**สาระการเรียนรู้**	**จำนวนคาบ**
1 - 5	วงกลม มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	5
6 - 10	คอร์ด	5
11 - 15	เส้นสัมผัสวงกลม	5
รวม		15

ตาราง 5 แสดงสาระการเรียนรู้ เนื้อหา/ทฤษฎีบทของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	**สาระการเรียนรู้**	**เนื้อหา/ทฤษฎีบท**
1 - 5	วงกลม มุมที่จุดศูนย์กลาง และมุมในส่วนโค้งของวงกลม	ระบุส่วนต่างๆที่กำหนดให้เกี่ยวกับวงกลมได้ เช่น จุดศูนย์กลาง รัศมี เส้นผ่านศูนย์กลาง คอร์ด เส้นตัดวงกลม เส้นสัมผัสวงกลม มุมในครึ่งวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลาง มุมในส่วนโค้งของวงกลม **- มุมในครึ่งวงกลม** **ทฤษฎีบท** มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศาหรือหนึ่งมุมฉาก **- มุมที่จุดศูนย์กลาง** **ทฤษฎีบท** ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลางจะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน **- มุมในส่วนโค้งของวงกลม** **ทฤษฎีบท** ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน **- มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม** **ทฤษฎีบท** ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากันแล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน **ทฤษฎีบท** ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากันแล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน **ทฤษฎีบท** ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน **ทฤษฎีบท** ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน

ตาราง 5 แสดงสาระการเรียนรู้ เนื้อหา/ทฤษฎีบทของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	**สาระการเรียนรู้**	**เนื้อหา/ทฤษฎีบท**
6 - 10	คอร์ด	**- คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม** **ทฤษฎีบท** ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน **ทฤษฎีบท** ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน **- รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม** **- คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม** **ทฤษฎีบท** ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้ 1. ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด 2. ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด **ทฤษฎีบท** เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลมจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น **- จุดศูนย์กลาง** **- วงกลมผ่านจุดที่กำหนด** **- จุดศูนย์กลางวงล้อม** **- รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม** **ทฤษฎีบท** ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใดๆ มีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นแนบในวงกลม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 5 แสดงสาระการเรียนรู้ เนื้อหา/ทฤษฎีบทของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	**สาระการเรียนรู้**	**เนื้อหา/ทฤษฎีบท**
6 - 10	คอร์ด	**- คอร์ดที่ยาวเท่ากัน** **ทฤษฎีบท** 1.ในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน 2. ในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน
11 - 15	เส้นสัมผัสวงกลม	**- เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี** **ทฤษฎีบท** เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส **ทฤษฎีบท** เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลม จะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น **ทฤษฎีบท** ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดๆ หนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น **- วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม** **- เส้นสัมผัสและคอร์ด** **ทฤษฎีบท** มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลอง และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยได้เขียนเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 6 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและ กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)
ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม (The Reminder Note) ครูจะกระตุ้นให้นักเรียนระดมความคิด โดยใช้การสนทนา ยกตัวอย่างหรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่สอดคล้องกับเนื้อหา/ปัญหาที่จะได้เรียนรู้ เพื่อทบทวนสมบัติทางคณิตศาสตร์ กฎ บทนิยาม ทฤษฎีบทเดิมที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้ว ครู*ล้วงความคิดสนับสนุนความคิด*เพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้อง ช่วยให้มีความรู้หรือข้อมูลพื้นฐานที่จะเป็นประโยชน์ต่อนักเรียนและครู*ขยายความคิด*ของนักเรียนโดยให้สะท้อนความคิด ให้ความรู้และข้อมูลพื้นฐานเพิ่มเติม เพื่อให้เกิดความรู้พื้นฐานที่เพียงพอ และเกิดการเชื่อมโยงระหว่างความรู้เดิมกับความรู้ใหม่	**ขั้นนำ** ครูยกตัวอย่างหรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันที่สอดคล้องกับเนื้อหา/ปัญหาที่จะได้เรียนรู้ โดยใช้การสนทนากับนักเรียนเพื่อทบทวนสมบัติทางคณิตศาสตร์ กฎ บทนิยาม ทฤษฎีบทเดิมที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้ว ครูแจ้งเรื่องที่จะเรียนให้นักเรียนทราบ
ขั้นที่ 2 กระบวนการ (Process) เป็นขั้นครูจัดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนจะได้มีการคาดเดา ค้นพบ การคาดคะเน การสังเกตสมบัติของรูปเรขาคณิต การอภิปรายและอ้างเหตุผล แสดงความคิดเห็นเพื่อแก้ปัญหาและการพิสูจน์ โดยแบ่งกิจกรรมการเรียนรู้ออกเป็น 5 ระยะ คือ <u>ระยะที่ 1 เรียนรู้เกี่ยวกับรูปธรรมภายนอกของรูปเรขาคณิต</u> ครูดึงความรู้เกี่ยวกับรูปธรรมภายนอกของรูปเรขาคณิตโดยให้นักเรียนวาดรูป บอกชื่อและส่วนประกอบของรูปเรขาคณิต ครู*ล้วงความคิด สนับสนุนความคิด*เพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้องผ่าน	**ขั้นสอน** ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยคำนึงถึงผู้เรียนเป็นสำคัญโดยมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ดังนี้ - ครูยกตัวอย่างปัญหา/เนื้อหา และใช้การสาธิตและการถามตอบ ประกอบการอธิบายเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ - ครูให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกัน พร้อมเสนอข้อคิดเห็น เพื่อแก้ปัญหา หรืออธิบายเพิ่มเติมหากนักเรียนยังไม่เข้าใจ

ตาราง 6 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและ กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)
การใช้คำถาม ให้ข้อมูลความรู้พื้นฐานที่เป็นประโยชน์และคอยช่วยเหลือนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือ และครู*ขยายความคิด*โดยกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนความคิด จากการให้เห็นถึงรูปเรขาคณิตที่ค่อยๆ เพิ่มความซับซ้อนมากขึ้นทำให้รู้จักรูปร่างและส่วนประกอบครบถ้วน <u>ระยะที่ 2 เรียนรู้สมบัติและทฤษฎีบททางเรขาคณิตโดยยังไม่มีการพิสูจน์</u> ครูจัดกิจกรรมเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเรียนรู้สมบัติและทฤษฎีบททางเรขาคณิตด้วยวิธีการต่างๆ ผ่านการทดลองด้วยตนเองด้วยวิธีการวัดมุมโดยใช้อุปกรณ์วัดมุม การหาความยาวของด้านหรือความยาวของส่วนโค้ง หรือการใช้คอมพิวเตอร์ เป็นต้น และให้นักเรียนได้อภิปรายเกี่ยวกับสมบัติและทฤษฎีบทโดยยังไม่มีการพิสูจน์ เพื่อให้เกิดการคาดเดา เกิดข้อค้นพบและสรุปเป็นข้อคาดการณ์ ครู*ล้วงความคิด สนับสนุนความคิด*เพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้องผ่านการใช้คำถามและให้ความช่วยเหลือนักเรียนในขณะทำกิจกรรม และครู*ขยายความคิด*โดยกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนความคิด เพื่อให้มีความรู้และความเข้าใจที่เพียงพอ เกิดการสรุปและอ้างอิงสิ่งที่นักเรียนค้นพบ <u>ระยะที่ 3 ได้เรียนรู้การจำแนกรูปเรขาคณิต</u> เป็นระยะที่ครูจัดกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้จำแนกรูปเรขาคณิตโดยใช้สมบัติและทฤษฎีบททางเรขาคณิตที่เรียนรู้มาแล้ว และกระตุ้นให้นักเรียนได้	เพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจมากขึ้น และครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ซักถามข้อสงสัย - ครูจัดกิจกรรมโดยให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมจริง เพื่อให้เกิดการคาดเดา ค้นพบการคาดคะเน นักเรียนสรุปสิ่งที่ค้นพบและเขียนข้อคาดการณ์ที่ค้นพบจากการทำกิจกรรม - ครูให้นักเรียนวาดรูปเรขาคณิตที่เกี่ยวข้องกับข้อคาดการณ์/ประพจน์ที่กำหนดให้ - ครูให้นักเรียนนำข้อคาดการณ์ มาเขียนพิสูจน์และแสดงเหตุผล โดยครูและนักเรียนร่วมกันเขียนพิสูจน์แสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยผ่านการถามตอบ โดยเติมข้อความแสดงเหตุผลในประพจน์ที่ครูกำหนดให้ - นำข้อคาดการณ์มาเขียนพิสูจน์และแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนช่วยในการพิสูจน์บนกระดานดำและบอกเหตุผลโดยใช้การด้วยวาจาแทนการเขียน เมื่อเขียนพิสูจน์เสร็จให้นักเรียนศึกษารายละเอียดการเขียนพิสูจน์ในหนังสือเรียน **- ใ**ห้นักเรียนนำข้อคาดการณ์ แล้วนำมาเขียนพิสูจน์และแสดงเหตุผลทาง

ตาราง 6 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและ กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)
แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในห้องเรียนให้นักเรียนได้เรียนรู้การใช้คำศัพท์อย่างถูกต้องเหมาะสม ครู*ล้วงความคิด สนับสนุนความคิด*เพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้องโดยให้ระลึกถึงปัญหาที่คล้ายคลึงกัน และคอยช่วยเหลือนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือ และครู*ขยายความคิด*โดยกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนความคิด สรุป และอ้างอิงสิ่งที่ค้นพบ นำข้อคาดการณ์มาใช้ในการจำแนกรูปเรขาคณิต <u>ระยะที่ 4 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่ไม่ซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP</u> ครูกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายและแสดงเหตุผลในการพิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่ไม่ซับซ้อนอย่างเป็นแบบแผน โดยนำสมบัติ ทฤษฎีบท สัจพจน์ และนิยามต่างๆ มาใช้ในการพิสูจน์ข้อคาดการณ์จากระยะที่ 2 เรียนรู้สมบัติและทฤษฎีบททางเรขาคณิตโดยยังไม่มีการพิสูจน์ แล้วนำมาพิสูจน์โดยใช้ RECOMPP ครู*ล้วงความคิด สนับสนุนความคิด*เพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้องผ่านการใช้คำถาม การให้ความช่วยเหลือในขณะที่นักเรียนใช้ RECOMPP และครู*ขยายความคิด*โดยกระตุ้นให้สะท้อนความคิดเพื่อให้นำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทมาอ้างอิง/อธิบาย/หาข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล <u>ระยะที่ 5 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่มีความซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP</u> ครูกระตุ้นและท้าทายให้นักเรียนอธิบายและแสดงเหตุผลในการพิสูจน์ประพจน์ที่มีความซับซ้อนและพิสูจน์ทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องทั้งหมดโดยใช้	คณิตศาสตร์ด้วยตัวนักเรียนเอง โดยนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทมาอ้างอิง/อธิบาย/แสดงแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล -ครูนำทฤษฎีบทที่เป็นบทกลับประโยคเงื่อนไขมาอธิบายเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจแนวการพิสูจน์ - ครูให้นักเรียนเขียนพิสูจน์ทฤษฎีบทบทกลับของประโยคเงื่อนไขที่ยกมาอธิบายก่อนหน้านี้ - ครูให้นักเรียนลงมือทำแบบฝึกหัด - ครูให้นักเรียนนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทที่ได้เรียนรู้มาใช้ในการแก้ปัญหา - ครูให้นักเรียนฝึกการคิดวิเคราะห์และใช้ความรู้ทางเรขาคณิต พีชคณิตและการวัด มาเชื่อมโยงในการแก้ปัญหา - ครูให้ความช่วยเหลือและคอยกระตุ้นนักเรียนในขณะทำกิจกรรม - ในขณะที่ทำกิจกรรม ครูให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น หากนักเรียนมีความเข้าใจในระดับหนึ่ง ครูต้องอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจที่เพียงพอ

ตาราง 6 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและ กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แบบปกติ)
RECOMPP ครู*ล้วงความคิด สนับสนุนความคิด*เพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนให้สามารถเขียนพิสูจน์และให้เหตุผลได้ถูกต้องผ่านการใช้คำถาม การให้ความช่วยเหลือ และครู*ขยายความคิด*ให้กับนักเรียน โดยจะมีการขยาย/ปรับปัญหาเดิมหรือเปลี่ยนปัญหา/ประพจน์เพื่อให้นักเรียนพิสูจน์และนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทมาอ้างอิง/อธิบาย/หาข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล **ขั้นที่ 3 การประเมิน (Assessment)** ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปข้อคาดการณ์และสรุปสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทที่ได้เรียนรู้ ครูตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนโดยให้นักเรียนสรุปและอ้างอิงสิ่งที่ค้นพบไปใช้ในการแก้ปัญหา ครูจะ*ล้วงความคิด*โดยให้นักเรียนได้แสดงวิธีแก้ปัญหาจากปัญหาที่ครูกำหนดขึ้นเพื่อดึงเอาคำตอบจากนักเรียน ครู*สนับสนุนความคิด*เพื่อส่งเสริมความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ของนักเรียนให้ถูกต้องโดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ถามคำถาม และให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความรู้ในห้องเรียนถึงเนื้อหาที่ทำก่อนหน้านี้และให้ความรู้ผ่านการอธิบายตัวอย่างที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา แล้วครู*ขยายความคิด*โดยกระตุ้นให้นักเรียนได้สะท้อนความคิด ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรม แบบฝึกหัดเพิ่มเติมเพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจมากขึ้น	**ขั้นสรุป** - ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายการนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทมาอ้างอิง/อธิบาย/หาข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผล - ครูตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนโดยให้นักเรียนสรุปและอ้างอิงสิ่งที่ค้นพบไปใช้ในการแก้ปัญหา - ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปข้อคาดการณ์และสรุปสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบทที่ได้เรียนรู้ แล้วสรุปลงในสมุด - ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจมากขึ้น

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน สร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียน โดยผู้วิจัยเลือกเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับความรู้พื้นฐานการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เรื่องวงกลม คือ เรื่องพื้นฐานทางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต ความเท่ากันทุกประการ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เส้นขนาน ความคล้าย และการให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม ซึ่งเป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้ว ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 31 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน สร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเรื่องวงกลม โดยผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เป็นข้อสอบเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 25 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน

ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

2.1.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1.2 ศึกษาเนื้อหาเรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต ความเท่ากันทุกประการ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เส้นขนาน ความคล้าย การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม และวงกลม จากหนังสือเรียนและคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.1.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต ความเท่ากันทุกประการ ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เส้นขนาน ความคล้าย การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม และวงกลม แล้วกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบ

2.1.4 สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนจำนวน 31 ข้อ (ใช้จริง 15 ข้อ) และฉบับหลังเรียน จำนวน 25 ข้อ (ใช้จริง 15 ข้อ) และสร้างเกณฑ์การตรวจให้คะแนน การให้คะแนนในแต่ละข้อคะแนนเต็ม 3 คะแนน ตามเกณฑ์ดังนี้

ตาราง 7 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	**คะแนน**
การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ถูกต้องครบถ้วน และคำตอบถูกต้อง	3
การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ถูกต้องบางส่วน และคำตอบถูกต้อง **หรือ** การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ถูกต้องครบถ้วน และคำตอบไม่ถูกต้อง	2
การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ไม่ถูกต้องและคำตอบถูกต้อง **หรือ** การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท ความรู้มาอธิบายได้ถูกต้องบางส่วน และคำตอบไม่ถูกต้อง	1
การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดไม่ถูกต้องและคำตอบไม่ถูกต้อง **หรือ** การนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท ความรู้มาอธิบายไม่ได้ และคำตอบไม่ถูกต้อง	0

2.1.5 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ และเกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงของเนื้อหาและความตรงเชิงโครงสร้าง ความเหมาะสมด้านภาษาและข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตามประเด็นดังต่อไปนี้

1) ปรับปรุงความเหมาะสมด้านภาษาให้มีความเหมาะสม ถูกต้องและมีความชัดเจน

โจทย์เดิม ลูกค้าร้านค้าออกแบบใบพัดแห่งหนึ่ง พบว่าใบพัดใช้ไม่ได้ เหตุผลเพราะใบพัดทั้งสองข้างดูแล้วเหมือนมีขนาดไม่เท่ากัน แต่ร้านค้ายังยืนยันว่าแบบใบพัดทั้งสองข้างมีขนาดเท่ากัน ความคิดของทั้งสองคน ความคิดของใครถูกต้อง

แก้ไขเป็น ลูกค้าร้านค้าออกแบบใบพัดแห่งหนึ่ง พบว่าใบพัดใช้ไม่ได้เหตุผลเพราะใบพัดทั้งสองข้างดูแล้วเหมือนมีขนาดไม่เท่ากัน แต่ร้านค้ายังยืนยันว่าแบบใบพัดทั้งสองข้างมีขนาดเท่ากัน เหตุผลของทั้งสองคน เหตุผลของใครถูกต้อง

โจทย์เดิม กำหนดให้ $B\hat{A}C = F\hat{E}A = D\hat{E}G = F\hat{C}G$ รูปสามเหลี่ยมใดบ้างที่มีคล้ายกับ ΔABC

แก้ไขเป็น กำหนดให้ $B\hat{A}C = F\hat{E}H = D\hat{E}G = F\hat{C}G$ รูปสามเหลี่ยมใดบ้างที่มีคล้ายกับ ΔABC

โจทย์เดิม จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมแนบในวงกลม O $\overleftrightarrow{MN}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด A $M\hat{A}C = x^\circ$ และ $N\hat{A}B = y^\circ$

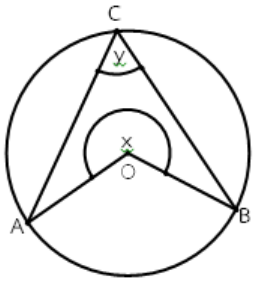
x เท่ากับ y ใช่หรือไม่

แก้ไขเป็น จากรูป ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมแนบในวงกลม O $\overleftrightarrow{MN}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด A $M\hat{A}C = x$ และ $A\hat{B}C = y$

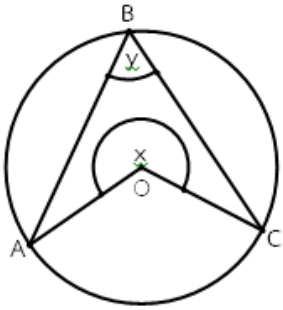
$\hat{x}$ เท่ากับ $\hat{y}$ ใช่หรือไม่

2) ปรับปรุงรูปวงกลม รูปเรขาคณิตให้มีความถูกต้อง ชัดเจนและสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้

โจทย์เดิม จากรูป จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $A\hat{B}C = \hat{y}$ และมุมกลับ $AOC = \hat{x}$ “จะได้ x = 2y เพราะมุมที่จุดศูนย์กลาง จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม O ที่ต่างรองรับด้วยส่วนโค้ง AB” ข้อความนี้เป็นจริงหรือเท็จ

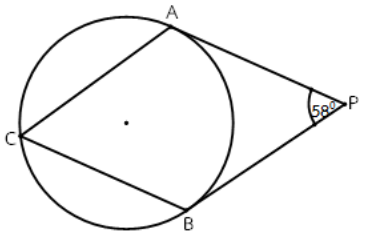


แก้ไขเป็น

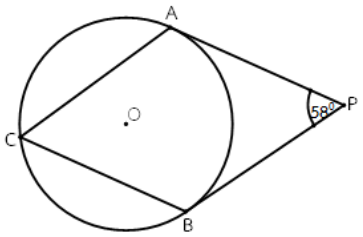


โจทย์เดิม จากรูป $\overline{PA}$ และ $\overline{PB}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด A และจุด B ตามลำดับและ $A\hat{P}B = 58^\circ$

" $B\hat{C}A = 122^\circ$ เพราะผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมเท่ากับ 180° " ข้อความนี้เป็นจริงหรือเท็จ



แก้ไขเป็น



3) ปรับปรุงจำนวนข้อในแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ให้มีความเหมาะสมกับเวลาในการทำแบบวัด โดยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนจำนวน 31 ข้อ เวลา 100 นาที ผู้วิจัยปรับจำนวนข้อของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนลดจำนวนข้อลงให้มีจำนวน 25 ข้อ เวลา 100 นาที เพื่อให้นักเรียนสามารถทำแบบวัดได้ครบถ้วนและทำได้อย่างเต็มศักยภาพ

2.1.6 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ และเกณฑ์การตรวจให้คะแนน มาปรับปรุงแก้ไขตามข้อแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพลับพลาชัยพิทยาคม และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนพุทไธสง

2.1.7 จากนั้นนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ มาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนตามตารางที่ 7 แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งเกณฑ์ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and

Sabers) ซึ่งเกณฑ์ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ได้ผลการวิเคราะห์ ดังนี้

1) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.689 ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.23 – 0.75 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.21 – 0.81 ผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่ตรงตามเกณฑ์และสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 15 ข้อเพื่อเป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

2) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.811 ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.30 - 0.69 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.4 – 0.76 ผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่ตรงตามเกณฑ์และสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 15 ข้อเพื่อเป็นแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

2.1.8 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

2.2 แบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ ประกอบด้วยแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน

แบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน สร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียน โดยผู้วิจัยเลือกเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับความรู้พื้นฐานของการนึกภาพทางคณิตศาสตร์เรื่องวงกลม คือ เรื่องการสร้าง พื้นฐานทางเรขาคณิต การวัด การแปลงทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ความเท่ากันทุกประการ พื้นที่ผิวและปริมาตร ความคล้าย และการให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม ซึ่งเป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้วในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 20 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน

แบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน สร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเรื่องวงกลมของนักเรียน ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน

ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

2.2.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.2.2 ศึกษาเนื้อหาเรื่อง การสร้าง พื้นฐานทางเรขาคณิต การวัด การแปลงทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ความเท่ากันทุกประการ พื้นที่ผิวและปริมาตร ความคล้าย การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม และวงกลม จากหนังสือเรียนและคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.2.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามสาระการเรียนรู้และจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง การสร้าง พื้นฐานทางเรขาคณิต การวัด การแปลงทางเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ความเท่ากันทุกประการ พื้นที่ผิวและปริมาตร ความคล้าย การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม และวงกลม แล้วกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบ

2.2.4 สร้างแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ คือแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน จำนวนฉบับละ 20 ข้อ (ใช้จริง 10 ข้อ) และสร้างเกณฑ์การตรวจให้คะแนน การให้คะแนนในแต่ละข้อคะแนนเต็ม 4 คะแนน ตามเกณฑ์ดังนี้

ตาราง 8 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การตรวจให้คะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์	คะแนน
วาดรูป	
- วาดรูปได้ถูกต้องสมบูรณ์	2
- วาดรูปได้ถูกต้องเพียงบางส่วน	1
- วาดรูปไม่ถูกต้อง หรือวาดรูปไม่ได้	0
อธิบายแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏ	
- อธิบายแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏได้ถูกต้องสมบูรณ์	2
- อธิบายแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏได้ถูกต้องเพียงบางส่วน	1
- อธิบายแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏไม่ถูกต้อง หรืออธิบายแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏไม่ได้	0

2.2.5 นำแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น จำนวน 2 ฉบับ ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงของเนื้อหาและความตรงเชิงโครงสร้าง ความเหมาะสมด้านภาษาและข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ ตามประเด็นดังต่อไปนี้

1) ปรับปรุงความเหมาะสมด้านภาษาให้มีความเหมาะสม ถูกต้องและมีความชัดเจน

โจทย์เดิม จากรูปแสดงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า MNOP
รูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เป็นสองเท่าของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า MNOP จงต่อหรือเติมรูปโดยใช้จุดตามที่ปรากฏในตาราง

แก้ไขเป็น จากรูปแสดงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า MNOP
จงแสดงการต่อหรือเติมรูปเพื่อให้ได้รูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เป็นสองเท่าของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า MNOP โดยใช้จุดตามที่ปรากฏในตาราง

โจทย์เดิม จากรูปแสดงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีจุด F เป็นจุดกึ่งกลางด้าน $\overline{BC}$
ถ้าต้องการหาพื้นที่โดยประมาณของส่วนที่แรเงา จงต่อหรือเติมรูปอย่างไร

แก้ไขเป็น จากรูปแสดงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD มีจุด F เป็นจุดกึ่งกลาง $\overline{BC}$ และจุด O เป็นจุดตัดเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ABCD
จงแสดงการต่อหรือเติมรูปเพื่อหาพื้นที่โดยประมาณของส่วนที่แรเงา

โจทย์เดิม จากรูปแสดงรูปหลายเหลี่ยม ABCDJLและรูปหลายเหลี่ยม DEFGHI
ถ้าต้องการหาพื้นที่โดยประมาณของส่วนที่แรเงา จงต่อหรือเติมรูปอย่างไร

แก้ไขเป็น จากรูปแสดงรูปหกเหลี่ยม ABCDJL และรูปหกเหลี่ยม DEFGHI
จงแสดงการต่อหรือเติมรูปเพื่อหาพื้นที่โดยประมาณของส่วนที่แรเงา

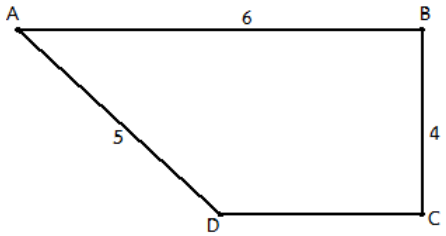
โจทย์เดิม จากรูปแสดงปริซึม
ถ้าต้องการหาปริมาตรปริซึม จงต่อหรือเติมรูปอย่างไร

แก้ไขเป็น จากรูปแสดงปริซึม
จงแสดงการต่อหรือเติมรูปเพื่อหาปริมาตรปริซึม

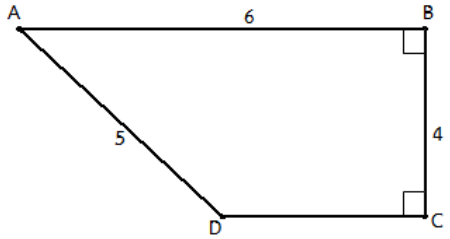
2) ปรับปรุงรูปเรขาคณิตให้มีความถูกต้อง ชัดเจนและสอดคล้องกับสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้

โจทย์เดิม จากรูปแสดงรูปสี่เหลี่ยม ABCD

จงแสดงการต่อหรือเติมรูปเพื่อหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม ABCD

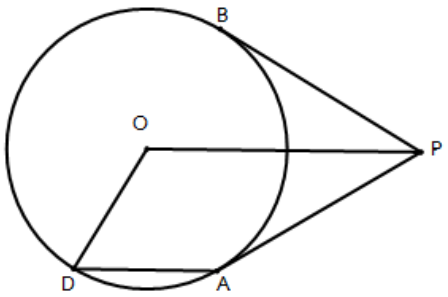


แก้ไขเป็น

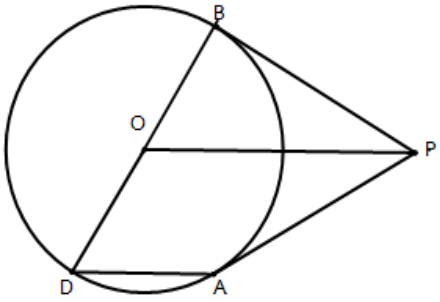


โจทย์เดิม จากรูป กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{PB}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด B และ $\overline{DB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมและคอร์ด $\overline{DA}$ ขนานกัน $\overline{OP}$

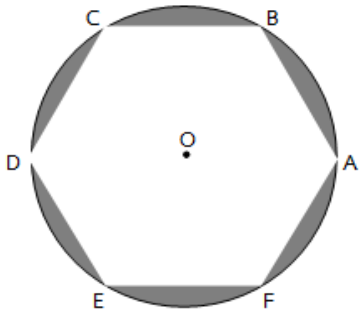
จงต่อหรือเติมรูปเพื่อแสดงว่า $\overline{PA}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด A



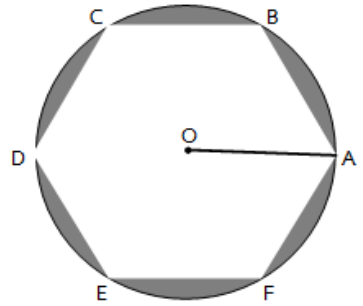
แก้ไขเป็น



โจทย์เดิม จากรูป ABCDEF เป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม O และ OA = 2 หน่วย
จงต่อหรือเติมรูปเพื่อให้หาพื้นที่โดยประมาณของส่วนที่แรเงา



แก้ไขเป็น



2.2.6 นำแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ มาปรับปรุงแก้ไขตามข้อแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วนำแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพลับพลาชัยพิทยาคม และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนพุทไธสง

2.2.7 จากนั้นนำแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ มาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ตามตาราง 8 แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งเกณฑ์ค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป แล้วนำมาหาค่าความยากง่าย (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ซึ่งเกณฑ์ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป

1) แบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.676 ค่าความยากง่าย (p) 0.44 - 0.65 และค่าอำนาจจำแนก (r) 0.20 - 0.77 ผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่ตรงตามเกณฑ์และสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 15 ข้อเพื่อเป็นแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

2) แบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.798 ค่าความยากง่าย (p) 0.34 - 0.63 และค่าอำนาจจำแนก (r) 0.20 – 0.77 ผู้วิจัยเลือกข้อสอบที่ตรงตามเกณฑ์และสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ จำนวน 15 ข้อเพื่อเป็นแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

2.2.8 นำแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยได้ดำเนินการขั้นเตรียมการ ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารเกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

1.3 ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนพุทไธสง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 32 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดบุรีรัมย์

2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 ผู้วิจัยวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียน โดยให้นักเรียนทั้งสองห้องเรียนทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูล โดยนำคะแนนมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบน

มาตรฐาน (s) ผลการทดสอบพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 21.40 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 9.11 กลุ่มควบคุมค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 18.30 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.65 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 1.70 (ภาคผนวก ค) จากนั้นนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) เพื่อหาว่าความแปรปรวนของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองห้องเรียนมีความแตกต่างกันหรือไม่ ผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองห้องเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของสองห้องเรียน ไปทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองห้องเรียนด้วยค่าที (t - test) ผลการทดสอบพบว่า ค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองห้องเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์พื้นฐานไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.2 ผู้วิจัยวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียน โดยให้นักเรียนทั้งสองห้องเรียนทำแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำคะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูล โดยนำคะแนนมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ผลการทดสอบพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 14.76 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.76 กลุ่มควบคุมค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 14.00 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.52 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 0.58 (ภาคผนวก ค) จากนั้นนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) เพื่อหาว่าค่าความแปรปรวนของคะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองห้องเรียนมีความแตกต่างกันหรือไม่ ผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองห้องเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของสองห้องเรียน ไปทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองห้องเรียนด้วยค่าที (t - test) ผลการทดสอบพบว่า ค่าเฉลี่ยคะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองห้องเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องเรียนมีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์พื้นฐานไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.3 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โดยสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียนพุทไธสง ในสาระการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม จำนวน 15 คาบ ตั้งแต่วันที่ 18 กุมภาพันธ์ 2557 จนถึงวันที่ 13 มีนาคม 2557

2.4 เมื่อดำเนินการสอนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองห้องเรียนทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูล

2.5 ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองห้องเรียนทำแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำคะแนนความสามารถในการการนึกภาพทางคณิตศาสตร์หลังเรียนมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และเชิงคุณภาพ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำผลจากการทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ มาตรวจให้คะแนนและดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ดังนี้

1.1 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน โดยนำคะแนนสอบก่อนและหลังเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ด้วยการทดสอบค่าที (t - test)

1.2 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ โดยนำคะแนนสอบหลังเรียนจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ด้วยการทดสอบค่าที (t - test)

1.3 เปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน โดยนำคะแนนสอบก่อนและหลังเรียนจากแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ด้วยการทดสอบค่าที (t - test)

1.4 เปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ โดยนำคะแนนสอบหลังเรียนจากแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ด้วยการทดสอบค่าที (t - test)

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

2.1 วิเคราะห์พัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยศึกษาการทำงานของนักเรียนจากเอกสารประกอบการจัดกิจกรรม (SFW) เมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) และบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.2 วิเคราะห์พัฒนาการความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยศึกษาการทำงานของนักเรียนจากเอกสารประกอบการจัดกิจกรรม (SFW) เมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) และบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล และสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

1.1 หาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณหาค่าความเที่ยง (Reliability) โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) โดยใช้สูตรดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^{k} s_i^2}{s_t^2}\right)$$

เมื่อ α แทน ค่าความเที่ยงของแบบสอบ

k แทน จำนวนข้อสอบของข้อสอบ

s_i^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบแต่ละข้อ

s_t^2 แทน ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544)

1.2. หาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณค่าความยากง่าย (p) โดยใช้สูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(X_{min})}{n_t(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยาก

S_h แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวม fx ของคะแนนกลุ่มต่ำ

X_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

X_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_t แทน จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544)

1.3. หาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ โดยคำนวณค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัด โดยใช้สูตรของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

$$r = \frac{S_h - S_l}{n_h(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก

S_h แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

X_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

X_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_h แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544)

2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ดังนี้

2.1 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)

2.2 หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s)

2.3 หาค่าความแปรปรวน

2.4 วิเคราะห์ค่าที (t - test)

2.5 วิเคราะห์ค่าเอฟ (F - test)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน นำเสนอผลการวิเคราะห์ในตาราง 9

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ นำเสนอผลการวิเคราะห์ในตาราง 10

3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน นำเสนอผลการวิเคราะห์ในตาราง 11

4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ นำเสนอผลการวิเคราะห์ในตาราง 12

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน

2. พัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

3. พัฒนาการความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอน มีรายละเอียดดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน นำเสนอผลการวิเคราะห์ในตาราง 9

ตาราง 9 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน (คะแนนเต็ม 45 คะแนน)

กลุ่มทดลอง	n	$\overline{x}$	s	t
ก่อนเรียน	40	21.40	9.11	5.60*
หลังเรียน	40	30.02	3.39	

*p < 0.05

จากตาราง 9 พบว่าคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียน เท่ากับ 21.40 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 9.11 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียน เท่ากับ 30.02 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.39 และผลการทดสอบค่าที (t-paired sample test) เท่ากับ 5.60 สรุปได้ว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ นำเสนอผลการวิเคราะห์ในตาราง 10

ตาราง 10 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 45 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\overline{x}$	s	t
กลุ่มทดลอง	40	30.02	3.39	10.56*
กลุ่มควบคุม	33	22.06	2.97	

*$p < 0.05$

จากตาราง 10 พบว่าคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 30.02 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 3.39 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 22.06 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 2.97 และผลการทดสอบค่าที (t - independent sample test) เท่ากับ 10.56 สรุปได้ว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน นำเสนอผลการวิเคราะห์ในตาราง 11

ตาราง 11 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)

กลุ่มทดลอง	n	$\overline{x}$	s	t
ก่อนเรียน	40	14.75	6.76	9.12*
หลังเรียน	40	25.28	4.10	

*$p < 0.05$

จากตาราง 11 พบว่าคะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียน เท่ากับ 14.75 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 6.76 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียน เท่ากับ 25.28 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน เท่ากับ 4.10 และผลการทดสอบค่าที (t-paired sample test) เท่ากับ 9.12 สรุปได้ว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ นำเสนอผลการวิเคราะห์ในตาราง 12

ตาราง 12 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\overline{x}$	s	t
กลุ่มทดลอง	40	25.28	4.09	5.12*
กลุ่มควบคุม	33	20.39	3.99	

*$p < 0.05$

จากตาราง 12 พบว่าคะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 25.28 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.09 และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 20.39 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.99 และผลการทดสอบค่าที (t-independent sample test) เท่ากับ 5.12 สรุปได้ว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1. ข้อมูลทั่วไป

ผู้วิจัยได้ศึกษาและวิเคราะห์ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน มีรายละเอียดดังนี้

ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนพุทไธสง เปิดสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 เป็นโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 32 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ตั้งอยู่เลขที่ 3 บ้านเตย หมู่ 4 ตำบลพุทไธสง อำเภอพุทไธสง จังหวัดบุรีรัมย์ ก่อตั้งเมื่อวันที่ 17 พฤษภาคม 2493 คำขวัญประจำโรงเรียนคือ ประพฤติดี มีวิชา สามัคคี มีวินัย สีประจำโรงเรียนคือ สีม่วง – ขาว ในปีการศึกษา 2556 มีจำนวนห้องเรียนทั้งหมด 70 ห้องเรียน ผู้วิจัยเลือกทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีจำนวนห้องเรียน 13 ห้องเรียน การจัดห้องเรียนเป็นแบบคละความสามารถ คือ มีทั้งนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนในระดับสูง ปานกลางและต่ำอยู่ในห้องเดียวกัน จากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2555 รายวิชาคณิตศาสตร์ทั่วประเทศ พบว่า คะแนนเฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์เท่ากับ 26.95 (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2556) คะแนนเฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนพุทไธสง เท่ากับ 19.45

ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครู

ในปีการศึกษา 2556 โรงเรียนพุทไธสง มีครูจำนวน 124 คน เป็นครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จำนวน 18 คน ครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำเร็จการศึกษาสาขาการสอนคณิตศาสตร์ในระดับปริญญาตรี จำนวน 13 คน คิดเป็นร้อยละ 72.22 และสำเร็จการศึกษาสาขาหลักสูตรและการสอนจำนวนในระดับปริญญาโท จำนวน 5 คน คิดเป็นร้อยละ 27.78

ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียน

ในปีการศึกษา 2556 โรงเรียนพุทไธสง มีนักเรียนจำนวน 3,079 คน ชายจำนวน 1,300 คน และหญิงจำนวน 1,779 คน เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 530 คน เป็นชายจำนวน 249 คน และหญิงจำนวน 281 คน เป็นนักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 80 คน กลุ่มทดลองจำนวน 40 คน เป็นชายจำนวน 9 คน หญิงจำนวน 31คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 33 คน เป็นชายจำนวน 11 คน หญิงจำนวน 22 คน

2. ผลการศึกษาพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

ในการวิเคราะห์พัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ผู้วิจัยพิจารณาพัฒนาการในประเด็นการนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้อย่างครบถ้วนและการหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง โดยแบ่งช่วงเวลาแบ่งเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงที่ 1 (สัปดาห์ที่ 1) ช่วงที่ 2 (สัปดาห์ที่ 2-3) และช่วงที่ 3 (สัปดาห์ที่ 4) สำหรับข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์พัฒนาการ ผู้วิจัยรวบรวมจาก 3 แหล่ง ประกอบด้วย เอกสารประกอบการจัดกิจกรรม (SFW) เมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) และบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยนำข้อมูลที่รวบรวมได้มาวิเคราะห์โดยใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) จากนั้นจัดกลุ่มนักเรียนออกเป็น 4 กลุ่ม ซึ่งแบ่งตามระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตามระดับคะแนน (รายละเอียดตามตาราง 7) ผลการวิเคราะห์ มีรายละเอียดดังนี้

ตาราง 13 แสดงระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นักเรียนแต่ละช่วงเวลา

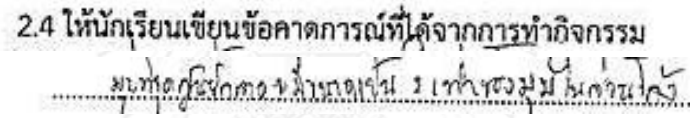
ช่วงเวลา	**ระดับคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์**							
	คะแนน 0		**คะแนน1**		**คะแนน 2**		**คะแนน 3**	
	จำนวน	**ร้อยละ**	**จำนวน**	**ร้อยละ**	**จำนวน**	**ร้อยละ**	**จำนวน**	**ร้อยละ**
ช่วงที่ 1 (สัปดาห์ที่ 1)	10	25	18	45	9	22.5	3	7.5
ช่วงที่ 2 (สัปดาห์ที่ 2-3)	6	15	11	27.5	16	40	7	17.5
ช่วงที่ 3 (สัปดาห์ที่ 4)	4	10	7	17.5	17	42.5	12	30

จากตาราง 13 พบว่าในช่วงที่ 1 จำนวนนักเรียนมากที่สุดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับคะแนน 1 จำนวน 18 คน (คิดเป็นร้อยละ 45) รองลงมา คือ ระดับคะแนน 0 จำนวน 10 คน (คิดเป็นร้อยละ 25) ในช่วงที่ 2 จำนวนนักเรียนมากที่สุดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับคะแนน 2 จำนวน 16 คน (คิดเป็นร้อยละ 40) รองลงมา คือ ระดับคะแนน 1 จำนวน 11 คน (คิดเป็นร้อยละ 27.5) และในช่วงที่ 3 จำนวนนักเรียนมากที่สุดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับคะแนน 2 จำนวน 17 คน (คิดเป็นร้อยละ

42.5) รองลงมา คือ ระดับคะแนน 3 จำนวน 12 คน (คิดเป็นร้อยละ 30) โดยผู้วิจัยได้อธิบายพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ใน 3 ช่วง ดังนี้

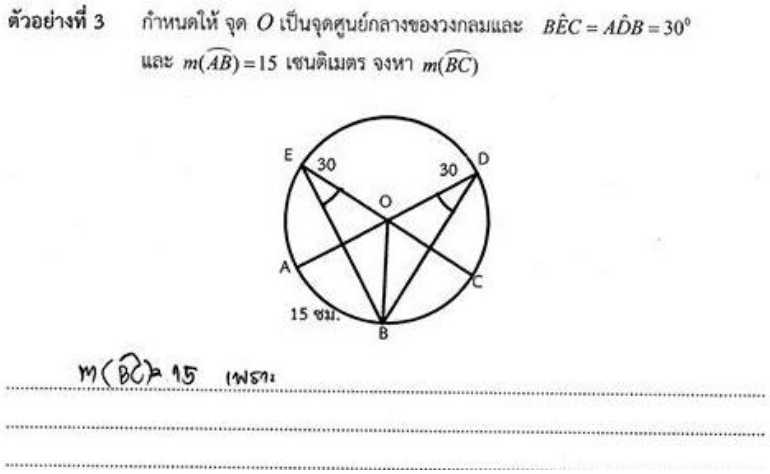
ช่วงที่ 1 (สัปดาห์ที่ 1)

ในช่วงที่ 1 (สัปดาห์ที่ 1) เป็นระยะเริ่มต้นที่นักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้นี้ ทำให้ในช่วงที่ 1 นักเรียนจำนวนมาก (จำนวน 18 คน คิดเป็นร้อยละ 45) ได้คะแนนในระดับ 1 นักเรียนกลุ่มนี้สามารถอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดสนับสนุนคำตอบของตนเองได้บ้าง แต่ยังเป็นเหตุผลที่ไม่ชัดเจนคลุมเครือ ขาดการอธิบายรายละเอียด (ภาพที่ 7-8) นอกจากนั้นยังพบว่ามีนักเรียนในช่วงนี้จำนวนหนึ่ง (จำนวน 10 คน คิดเป็นร้อยละ 25) ที่ไม่สามารถอ้างอิงหรือแสดงแนวคิด/เหตุผลประกอบคำตอบได้เลย อย่างไรก็ตามมีข้อสังเกตว่าในช่วงนี้มีนักเรียนจำนวนน้อยมาก (จำนวน 3 คน คิดเป็นร้อยละ 7.5) ที่สามารถอ้างอิงหรือแสดงแนวคิด เหตุผลประกอบคำตอบได้อย่างถูกต้องชัดเจน (ภาพที่ 9)



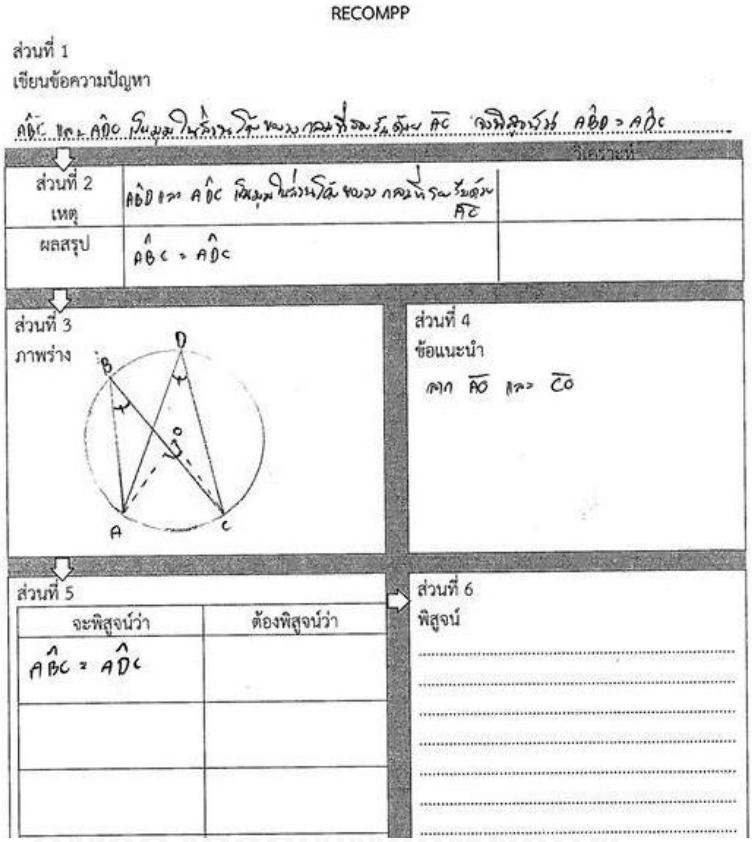
ภาพที่ 7 แสดงการเขียนข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีรายละเอียดไม่ครบถ้วน

จากภาพที่ 7 แสดงตัวอย่างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการเขียนข้อคาดการณ์ในกิจกรรมมุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม ซึ่งนักเรียนนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ถูกต้องบางส่วน โดยข้อคาดการณ์ที่เขียนมีรายละเอียดไม่ครบถ้วน ยังขาดการอธิบายเหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งนั้นต้องรองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน



ภาพที่ 8 แสดงตัวอย่างการหาคำตอบได้ถูกต้องแต่ไม่สามารถแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

จากภาพที่ 8 แสดงตัวอย่างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ โดยนักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้องแต่ไม่สามารถนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดมาสนับสนุนคำตอบได้ ซึ่งเหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็น $\hat{ADB} = \hat{CEB} = 30^{\circ}$ ดังนั้น $m(\overset{\frown}{AB}) = m(\overset{\frown}{BC})$ เท่ากับ 15 เซนติเมตร เพราะในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากันแล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

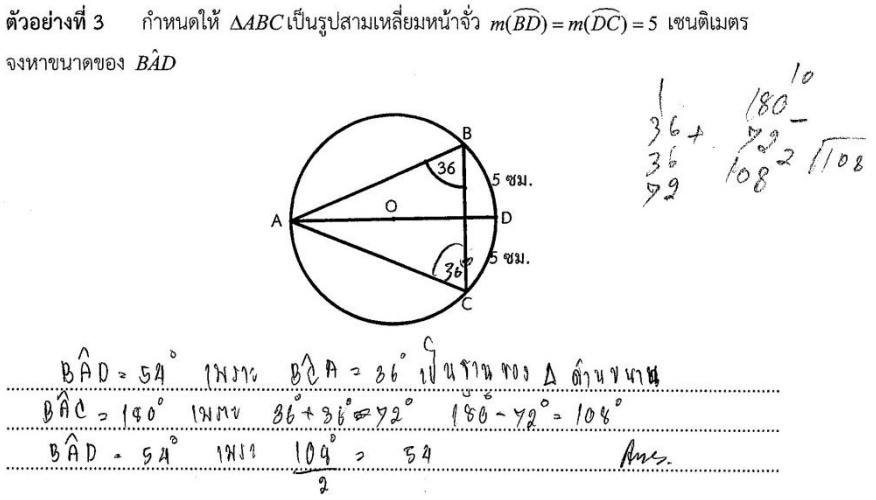


ภาพที่ 9 แสดงการเขียน RECOMPP ของนักเรียนที่ไม่สามารถแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

จากภาพที่ 9 แสดงแสดงตัวอย่างการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในการเขียนพิสูจน์จากเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) โดยนักเรียนไม่สามารถนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ถูกต้องหรือมีการนำสมบัติ กฎบทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท ความรู้มาอธิบายไม่ได้ โดยนักเรียนสามารถเขียน RECOMPP ส่วนที่ 1 และ 2 ได้ ใน RECOMPP ส่วนที่ 5 และ 6 นักเรียนสามารถเขียนจุดเริ่มต้นของส่วนที่ 5 ในสดมภ์ที่ 1 หัวตารางคือ “จะพิสูจน์ว่า” ได้เพียงช่องเดียว ทำให้ไม่สามารถเขียน RECOMPP ได้อย่างสมบูรณ์

ช่วงที่ 2 (สัปดาห์ที่ 2-3)

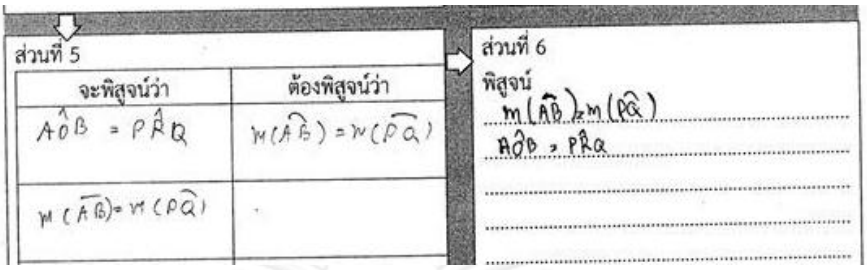
ช่วงที่ 2 (สัปดาห์ที่ 2-3) นี้ผู้วิจัยได้เน้นให้นักเรียนกลุ่มที่ทดลองได้อธิบายแนวคิด โดยการล้วงความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิดอย่างต่อเนื่อง นักเรียนเริ่มตอบคำถามมากขึ้น กล้าแสดงแนวคิด แสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น และมีความกระตือรือร้นในการร่วมกิจกรรม ส่งผลให้ในช่วงนี้พัฒนาการด้านความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้นกว่าช่วงแรก โดยนักเรียนจำนวนมาก (16 คน คิดเป็นร้อยละ 40) นักเรียนสามารถแสดงแนวคิดไม่ถูกต้องแต่หาคำตอบได้ถูกต้อง หรือนำสามารถแสดงแนวคิดได้ถูกต้องบางส่วน ขาดรายละเอียดบางส่วนและหาคำตอบไม่ถูกต้อง (ภาพที่ 10-11) มีข้อสังเกตว่าในช่วงนี้มีนักเรียนที่สามารถนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอ้างอิงหรือแสดงแนวคิด/แนวคิดประกอบคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วนมีจำนวนเพิ่มขึ้นกว่าช่วงแรก (7 คน คิดเป็นร้อยละ17.5%) อย่างไรก็ตามยังมีนักเรียนบางส่วน (6 คน คิดเป็นร้อยละ15%) ที่ไม่สามารถอธิบายหรือแสดงแนวคิดประกอบคำตอบได้เลย แต่นักเรียนกลุ่มนี้มีจำนวนลดลงกว่าในช่วงที่ 1



ภาพที่ 10 แสดงการเขียนเหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เขียนได้ถูกต้องบางส่วนและคำตอบถูกต้อง

จากภาพที่ 10 แสดงการเขียนเหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ในการหาคำตอบ โดยนักเรียนสามารถหาคำตอบได้ถูกต้องแต่นำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ถูกต้องบางส่วน โดยนักเรียนอธิบายว่า $\hat{BCA} = 36^\circ$ เพราะเป็นฐานของรูปสามเหลี่ยมด้านขนาน ที่ถูกต้องคือ $\hat{BCA} = 36^\circ$ เพราะเป็นฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว นักเรียนขาดการแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่าในผลรวมมุมในรูปสามเหลี่ยมใดๆ เท่ากับ 180 องศา ดังนั้น ผลรวมของมุมใน ΔABC เท่ากับ 180 องศา ดังนั้น $\hat{ABC} + \hat{BCA} + \hat{BAC} = 180^\circ$ และขาดการแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ว่า ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่

จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน จาก $m(\overset{\frown}{BD}) = m(\overset{\frown}{DC}) = 5$ เซนติเมตร จะได้ $B\hat{A}D + C\hat{A}D$

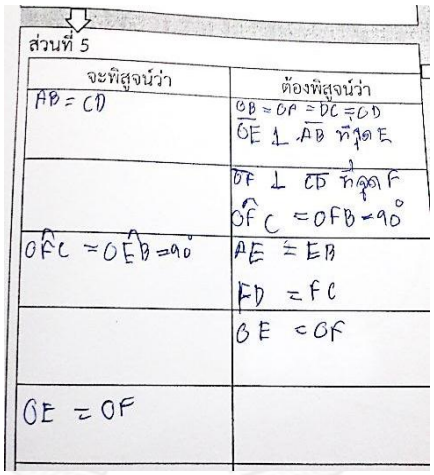


ภาพที่ 11 แสดงการเขียนแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน

จากภาพที่ 11 แสดงตัวอย่างการเขียนแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ในเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) แสดงให้เห็นว่านักเรียนยังเขียนแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้บางส่วนยังไม่ชัดเจนและครบถ้วน

ช่วงที่ 3 (สัปดาห์ที่ 4)

ในช่วงนี้ เป็นสัปดาห์สุดท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยได้เน้นให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง โดยการล้วงความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิดอย่างและฝึกการให้เหตุผล แลกเปลี่ยนความคิดในห้องเรียน ทำให้พัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดีกว่าช่วงแรกอย่างชัดเจน นักเรียนจำนวนมากที่สุดมีคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในระดับคะแนน 2 (17 คน คิดเป็นร้อยละ 42.5) นักเรียนนำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ถูกต้องบางส่วนและหาคำตอบได้ถูกต้องหรืออธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ถูกต้องครบถ้วนและหาคำตอบไม่ถูกต้อง ข้อสังเกตจะพบว่ามีนักเรียนระดับคะแนน 3 (12 คิดเป็นร้อยละ 30) ที่สามารถนำสมบัติ กฎบทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ถูกต้องครบถ้วนและหาคำตอบได้ถูกต้อง (ภาพที่ 12-13) นักเรียนที่มีระดับคะแนน 3 มีจำนวนเพิ่มมากกว่าในช่วงที่ 1 และ 2 อย่างไรก็ตามยังมีนักเรียนบางส่วน (4 คน คิดเป็นร้อยละ 10) ที่สามารถอ้างอิงหรือแสดงแนวคิด/แนวคิดประกอบคำตอบได้บ้างแต่ไม่ถูกต้องจากเดิมที่ไม่สามารถอ้างเหตุผล แสดงความคิดได้เลย

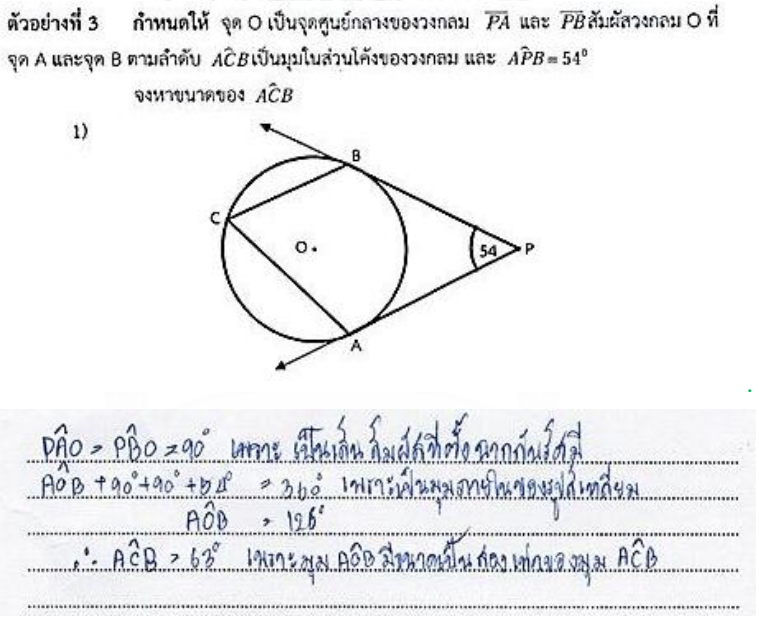


ส่วนที่ 5

จะพิสูจน์ว่า	ต้องพิสูจน์ว่า
$AB = CD$	$OB = OF = DC = OD$ $\overline{OE} \perp \overline{AB}$ ที่จุด E
	$\overline{OF} \perp \overline{CD}$ ที่จุด F $O\hat{F}C = OFB = 90^\circ$
$OFC = OEB = 90^\circ$	$AE = EB$ $FD = FC$
	$OE = OF$
$OE = OF$	

ภาพที่ 12 แสดงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ครบถ้วน

จากภาพที่ 12 แสดงตัวอย่างการเขียนแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ในเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) นักเรียนสามารถนำสมบัติ กฎบทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ถูกต้องครบถ้วน



ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{PA}$ และ $\overline{PB}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด A และจุด B ตามลำดับ $A\hat{C}B$ เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม และ $A\hat{P}B = 54^\circ$

จงหาขนาดของ $A\hat{C}B$

1)

$D\hat{A}O = P\hat{B}O = 90^\circ$ เพราะ เส้นสัมผัสที่ตั้งฉากกับรัศมี

$A\hat{O}B + 90^\circ + 90^\circ + 54^\circ = 360^\circ$ เพราะผลบวกมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยม

$A\hat{O}B = 126^\circ$

$\therefore A\hat{C}B = 63^\circ$ เพราะ มุม $A\hat{O}B$ มีขนาดเป็นสองเท่าของมุม $A\hat{C}B$

ภาพที่ 13 แสดงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องครบถ้วนและหาคำตอบได้ถูกต้อง

จากภาพที่ 13 แสดงการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องครบถ้วนและหาคำตอบได้ถูกต้อง โดยนักเรียนสามารถนำสมบัติ กฎบทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท มาอธิบาย/อ้างอิง/แสดงแนวคิดได้ถูกต้องครบถ้วนและหาคำตอบได้ถูกต้อง

3. พัฒนาการความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การ พัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยพิจารณาพัฒนาการความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ผู้วิจัยพิจารณาพัฒนาการความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ในประเด็นการวาดรูปประกอบกับการนึกภาพทางคณิตศาสตร์จากการอธิบายแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏในชั้นเรียน โดยแบ่งช่วงเวลาแบ่งเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงที่ 1 (สัปดาห์ที่ 1) ช่วงที่ 2 (สัปดาห์ที่ 2-3) และช่วงที่ 3 (สัปดาห์ที่ 4) สำหรับข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์พัฒนาการผู้วิจัยรวบรวมจากเอกสารประกอบการจัดกิจกรรม (SFW) เมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) และบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้วิจัยนำข้อมูลที่รวบรวมได้มาวิเคราะห์โดยใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) จากนั้นจัดกลุ่มนักเรียนตามระดับความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 กลุ่ม คือ ระดับคะแนน 0 (นึกภาพไม่ได้ หรือนึกภาพผิด) ระดับคะแนน 1 (นึกภาพได้บางส่วน) และ ระดับคะแนน 2 (นึกภาพได้ถูกต้องครบถ้วน) ผลการวิเคราะห์ มีรายละเอียดดังนี้

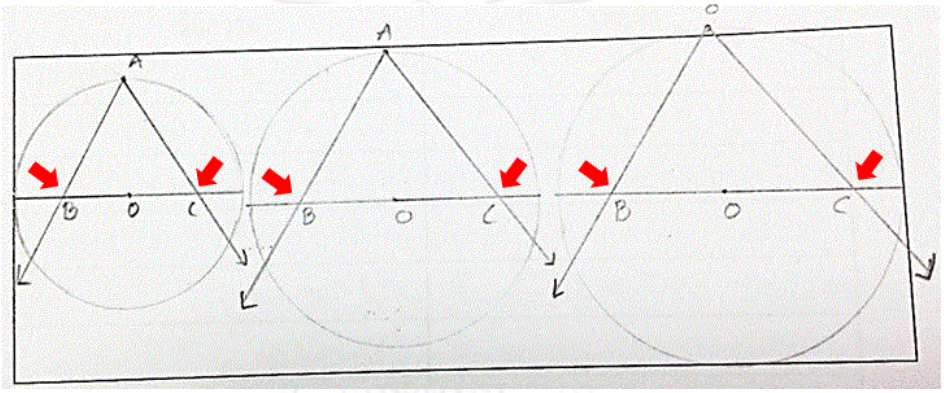
ตาราง 14 แสดงระดับคะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ในแต่ละช่วงเวลา

ช่วงเวลา	**ระดับคะแนนความสามารถนึกภาพทางคณิตศาสตร์**					
	คะแนน 0		**คะแนน1**		**คะแนน 2**	
	จำนวน	**ร้อยละ**	**จำนวน**	**ร้อยละ**	**จำนวน**	**ร้อยละ**
ช่วงที่ 1 (สัปดาห์ที่ 1)	12	30	20	50	8	20
ช่วงที่ 2 (สัปดาห์ที่ 2-3)	6	15	22	55	12	30
ช่วงที่ 3 (สัปดาห์ที่ 4)	2	5	24	60	14	35

จากตาราง 14 พบว่าในช่วงที่ 1 จำนวนนักเรียนมากที่สุดมีความสามารถนึกภาพทางคณิตศาสตร์ในระดับคะแนน 1 จำนวน 20 คน (คิดเป็นร้อยละ 50) รองลงมา คือ ระดับคะแนน 0 จำนวน 12 คน (คิดเป็นร้อยละ 30) ในช่วงที่ 2 จำนวนนักเรียนมากที่สุดมีความสามารถนึกภาพทางคณิตศาสตร์ในระดับคะแนน 1 จำนวน 22 คน (คิดเป็นร้อยละ 55) รองลงมา คือ ระดับคะแนน 2 จำนวน 12 คน (คิดเป็นร้อยละ 30) และในช่วงที่ 3 จำนวนนักเรียนมากที่สุดมีความสามารถนึกภาพทางคณิตศาสตร์ในระดับคะแนน 1 จำนวน 20 คน (คิดเป็นร้อยละ 50) รองลงมา คือ ระดับคะแนน 2 จำนวน 18 คน (คิดเป็นร้อยละ 45) โดยผู้วิจัยได้อธิบายพัฒนาการความสามารถนึกภาพทางคณิตศาสตร์ ใน 3 ช่วง ดังนี้

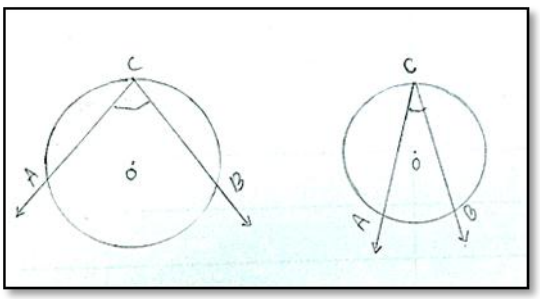
ช่วงที่ 1 (สัปดาห์ที่ 1)

ในช่วงที่ 1 (สัปดาห์ที่ 1) นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ ในระยะแรกนี้นักเรียนร้อยละ 50 สามารถนึกภาพทางคณิตศาสตร์ได้บ้างแต่ยังไม่ถูกต้อง โดยนักเรียนวาดรูปได้ถูกต้องเพียงบางส่วน (ภาพที่ 14) สอดคล้องกับข้อมูลจากการสังเกตนักเรียนในขณะทดลองที่นักเรียนอธิบายแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏได้ถูกต้องเพียงบางส่วน อย่างไรก็ตามยังมีนักเรียนจำนวนหนึ่ง (12 คน คิดเป็นร้อยละ 30) ที่นึกภาพทางคณิตศาสตร์ได้แต่วาดรูปออกมาไม่ถูกต้อง หรือวาดรูปผิด (ภาพที่ 15-16)



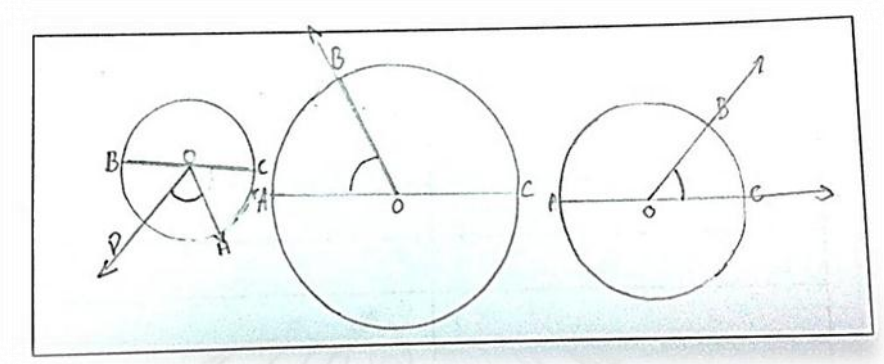
ภาพที่ 14 แสดงรูปที่นักเรียนวาดมุมในครึ่งวงกลมได้ถูกต้องบางส่วน

จากภาพที่ 14 แสดงการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ในการทำกิจกรรมมุมในครึ่งวงกลม โดยให้นักเรียนวาดรูปมุมในครึ่งวงกลมในวงกลมที่มีรัศมีต่างๆกัน 3 วง พบว่า นักเรียนวาดรูปมุมในครึ่งวงกลมได้ถูกต้องเพียงบางส่วน แสดงว่านักเรียนนึกภาพได้แต่ไม่ถูกต้อง โดยรูปมานักเรียนวาดนั้นแขนทั้งสองของมุม ($\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{OC}$) ไม่ผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม $\overline{BC}$ (มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง)



ภาพที่ 15 แสดงรูปที่นักเรียนวาดมุมในส่วนโค้งของวงกลมแทนมุมในครึ่งวงกลม

จากภาพที่ 15 แสดงการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ในการทำกิจกรรมมุมในครึ่งวงกลม โดยให้นักเรียนวาดรูปมุมในครึ่งวงกลม พบว่านักเรียนวาดรูปมุมในส่วนโค้งของวงกลมแทนมุมในครึ่งวงกลม โดยมุมในส่วนโค้งมีลักษณะคือ มุมที่มีจุดยอดอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม แสดงว่านักเรียนนึกภาพทางคณิตศาสตร์ผิด

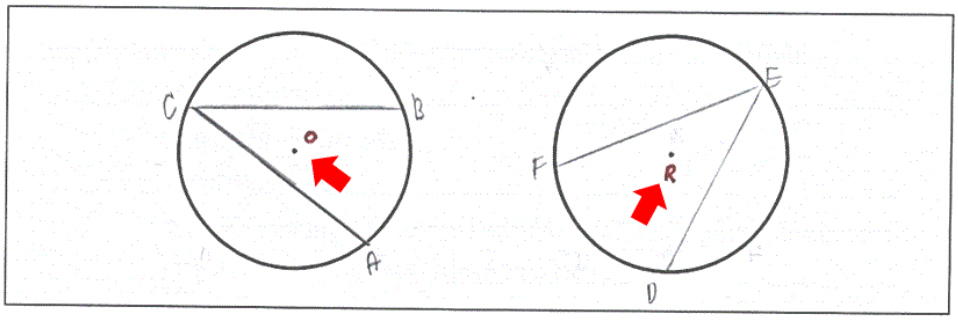


ภาพที่ 16 แสดงรูปที่นักเรียนวาดมุมที่จุดศูนย์กลางแทนมุมในครึ่งวงกลม

จากภาพที่ 16 แสดงการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ในการทำกิจกรรมมุมในครึ่งวงกลม โดยให้นักเรียนวาดรูปมุมในครึ่งวงกลม พบว่ามุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมแทนมุมในครึ่งวงกลม โดยมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมมีลักษณะคือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดมุมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม แสดงว่านักเรียนนึกภาพทางคณิตศาสตร์ผิด

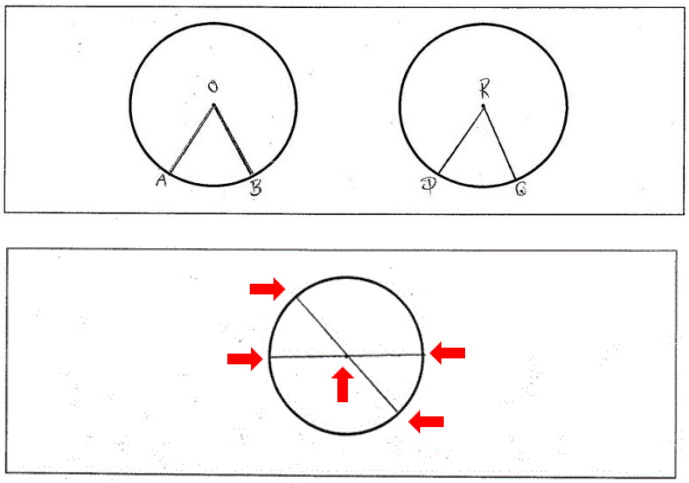
ช่วงที่ 2 (สัปดาห์ที่2-3)

ในช่วงนี้ ผู้วิจัยได้เน้นให้นักเรียนได้ฝึกวาดรูปและอธิบายแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏ โดยครูจะล้วงความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิดเพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการนึกภาพโดยให้นักเรียนสามารถนึกภาพทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องมากขึ้น ทำให้นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นกว่าช่วงแรกแต่ไม่มากนัก ช่วงนี้พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ (22 คน คิดเป็นร้อยละ 55) ยังมีคะแนนอยู่ในระดับ 1 นักเรียนสามารถนึกภาพทางคณิตศาสตร์ได้แต่ยังขาดรายละเอียดของรูป โดยนักเรียนวาดรูปได้ถูกต้องเพียงบางส่วนแต่ขาดรายละเอียดของรูป (ภาพที่ 17-18) มีข้อสังเกตว่าในช่วงนี้มีนักเรียน (12 คน คิดเป็นร้อยละ 30) ที่สามารถวาดรูปได้ถูกต้องสมบูรณ์โดยมีจำนวนมากเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับช่วงที่ 1



ภาพที่ 17 แสดงรูปที่นักเรียนวาดวงกลมที่มีมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งยาวเท่ากัน

จากภาพที่ 17 แสดงการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ในการทำกิจกรรมมุมในส่วนโค้ง โดยให้นักเรียนวาดรูปมุมในส่วนโค้ง พบว่า นักเรียนวาดรูปมุมในส่วนโค้งได้ถูกต้องแต่ยังขาดรายละเอียดของรูป คือ จุดศูนย์กลางของวงกลมทั้งสอง และการใส่ชื่อจุด คือ จุด O และ จุด R แสดงว่านักเรียนสามารถนึกภาพได้ถูกต้องบางส่วน

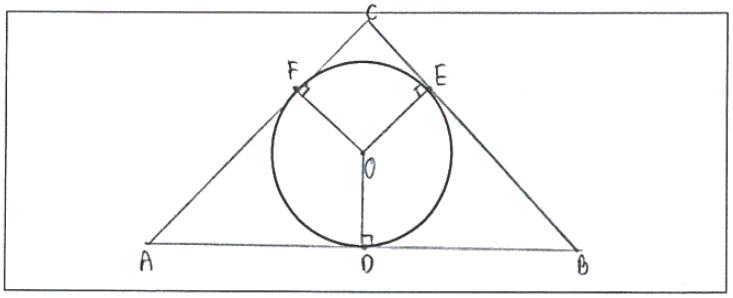


ภาพที่ 18 แสดงรูปที่นักเรียนวาดวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งยาวเท่ากัน

จากภาพที่ 18 แสดงการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ในการทำกิจกรรมมุมที่จุดศูนย์กลาง โดยให้นักเรียนวาดรูปมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งยาวเท่ากัน พบว่า นักเรียนสามารถวาดวงกลมสองวงที่เท่ากันทุกประการได้ถูกต้องและมีรายละเอียดครบถ้วน แต่วงกลมหนึ่งวงนักเรียนขาดการใส่รายละเอียดของรูปวาดคือ การใส่ชื่อส่วนโค้งของวงกลม และจุดศูนย์กลางของวงกลม แสดงว่านักเรียนสามารถนึกภาพได้ถูกต้องบางส่วน

ช่วงที่ 3 (สัปดาห์ที่ 4)

นักเรียนกลุ่มทดลอง มีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ดีและมีความกระตือรือร้นในการเรียนมาก ในช่วงนี้ ผู้วิจัยได้เน้นให้นักเรียนได้ฝึกวาดรูปและอธิบายแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏอย่างต่อเนื่องโดยใช้กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่ (24 คน คิดเป็นร้อยละ 60) มีความสามารถในการนึกภาพอยู่ในระดับ 1 คือสามารถวาดรูปได้ถูกต้องบางส่วน นอกจากนี้ยังพบว่ามีนักเรียนบางส่วน (14 คน คิดเป็นร้อยละ 25) ที่สามารถวาดรูปได้ถูกต้องครบถ้วน (ภาพที่ 19) โดยมีจำนวนมากเพิ่มขึ้นเมื่อเทียบกับช่วงที่ 1 และ 2 มีข้อสังเกตว่าในช่วงนี้มียังนักเรียนบางส่วน (2 คน คิดเป็นร้อยละ 5) ที่ไม่สามารถวาดรูปไม่ถูกต้อง อย่างไรก็ตามผู้วิจัยเห็นว่านักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น เพราะจากที่นักเรียนวาดรูปไม่ได้ มาเป็นวาดรูปได้แต่ยังไม่ถูกต้อง



ภาพที่ 19 แสดงรูปที่นักเรียนวาดวงกลมที่แนบในรูปสามเหลี่ยม

จากภาพที่ 19 แสดงการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ในการทำกิจกรรมวงกลมที่แนบในสามเหลี่ยม โดยให้นักเรียนวาดรูปวงกลมที่แนบในสามเหลี่ยม พบว่า นักเรียนสามารถวาดรูปได้ถูกต้องและมีองค์ประกอบครบถ้วน โดยนักเรียนวาดวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด O และแนบในรูปสามเหลี่ยม ABC และ $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}, \overline{OD} \perp \overline{AB}, \overline{OE} \perp \overline{BC}$ และ $\overline{OF} \perp \overline{AC}$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

5. เพื่อศึกษาพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 32 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดบุรีรัมย์

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างด้วยเทคนิคการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) ได้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 โรงเรียนพุทไธสง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 32 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดบุรีรัมย์ ซึ่งได้จากการเลือก

ห้องเรียนจำนวนสองห้องเรียน ที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ใกล้เคียงกันมากที่สุด คือ ห้อง ม.3/1 และ ม.3/2 แล้วทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F - test) ผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองห้องเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แล้วนำไปทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยค่าที (t - test) ผลการทดสอบพบว่าค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างทั้งสองเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องเรียนมีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน จากนั้นผู้วิจัยทำการสุ่มอย่างง่ายด้วยวิธีการจับฉลาก ผลการสุ่มอย่างง่ายได้ ห้อง ม.3/1 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ และห้อง ม.3/2 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย มี 2 ชนิด คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล มีรายละเอียดดังนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง วงกลม ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รวมแผนการจัดการเรียนรู้มีทั้งหมดจำนวน 15 แผน ใช้ในการสอนจำนวน 15 คาบ เป็นระยะเวลา 4 สัปดาห์

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน มีรายละเอียดดังนี้

2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เป็นแบบวัดชนิดอัตนัย จำนวน 15 ข้อ มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.689 ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.23 - 0.75 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.21-0.81

2.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เป็นแบบวัดชนิดอัตนัย จำนวน 15 ข้อ มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.811 ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.30 - 0.69 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.24 – 0.76

2.3 แบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เป็นแบบวัดชนิดอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.676 ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.44 - 0.65 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.20 - 0.77

2.4 แบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เป็นแบบวัดชนิดอัตนัย จำนวน 10 ข้อ มีค่าความเที่ยง เท่ากับ 0.798 ค่าความยากง่าย (p) อยู่ระหว่าง 0.34 - 0.63 และค่าอำนาจจำแนก (r) อยู่ระหว่าง 0.20– 0.77

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม คือ กลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยได้ดำเนินการขั้นเตรียมการ ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล มีรายละเอียดดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารเกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

1.3 ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนพุทไธสง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 32 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดบุรีรัมย์

2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำมาตรวจให้คะแนน พบว่าห้อง ม.3/1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) เท่ากับ 21.40 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) เท่ากับ 9.11 และห้อง ม.3/2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) เท่ากับ 21.39 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) เท่ากับ 4.19 จากนั้นนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) พบว่าความแปรปรวนของทั้งสองห้องเรียนไม่แตกต่างกัน แล้วนำมาทดสอบความแตกต่างด้วยค่าที (t – test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของทั้งสองห้องไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน

2.2 ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น แล้วนำมาตรวจให้คะแนน พบว่าห้อง ม.3/1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) เท่ากับ 14.75 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) เท่ากับ 6.76 และห้อง ม.3/2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) เท่ากับ 14.45 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) เท่ากับ 3.05 จากนั้นนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของคะแนนไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F – test) พบว่าความแปรปรวนของทั้งสองห้องไม่แตกต่างกัน แล้วนำมาทดสอบความแตกต่างด้วยค่าที(t – test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของทั้งสองห้องเรียนไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องเรียนมีความสามารถในการการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนไม่แตกต่างกัน

2.3 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 ในสาระการเรียนรู้ เรื่อง วงกลม จำนวน 15 คาบ โดยเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 18 กุมภาพันธ์ 2557 ถึงวันที่ 13 มีนาคม 2557 ในระหว่างสอนผู้วิจัยวิเคราะห์พัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง เพื่อเป็นข้อมูลประกอบการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

2.4 ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2.5 ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์มาตรวจให้คะแนน แล้วทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

2.5.1 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน

2.5.2 เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2.5.3 เปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียน

2.5.4 เปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2.5.5 วิเคราะห์พัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง โดยศึกษาการทำงานของนักเรียนจากเอกสารประกอบการจัดกิจกรรม (SFW) เมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) และบันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปผลของการวิจัย ดังนี้

1. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีพัฒนาการความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

อภิปรายผลการวิจัย

ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานในการวิจัยที่ตั้งไว้ในข้อ 1 และ 2 ทั้งนี้อาจเพราะสาเหตุ ดังนี้

ประการแรก การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนได้ฝึกการเขียนพิสูจน์ทางเรขาคณิตและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ นักเรียนได้ฝึกการคาดเดา ค้นพบ การคาดคะเนและสร้างข้อคาดกการณ์ จากนั้นนำข้อคาดการณ์มาอภิปรายและอ้างเหตุผล แสดงความคิดเห็นและเขียนพิสูจน์ ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้นอย่างชัดเจน เมื่อพิจารณาขั้นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า มีส่วนช่วยส่งเสริมและสนับสนุนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม มีการอภิปรายเพื่อแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ในห้องเรียนเพื่อทบทวนความรู้เดิมทำให้นักเรียนได้ฝึกฝนและช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจเรื่องที่จะเรียนมากยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 2 กระบวนการ ขั้นนี้จะมีการอภิปรายและอ้างเหตุผล แสดงความคิดเพื่อใช้ในการพิสูจน์ นักเรียนจะได้ฝึกการแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์หลากหลายรูปแบบ ทั้งจากแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านการอภิปราย แลกเปลี่ยนความรู้ในห้องเรียน การเรียนรู้ด้วยตนเองผ่านการทดลองทำให้เกิดการค้นพบ คาดเดา จนสร้างเป็นข้อคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ รวมทั้งมีการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่เป็นระบบ มีขั้นตอนผ่านการเขียนพิสูจน์ในเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) โดยมีการแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์จนสามารถหาข้อสรุปที่สมเหตุสมผล สอดคล้องกับแนวคิดของ National Council of Teachers of Mathematics (2000) ที่เสนอว่าการพัฒนาการให้เหตุผลทำได้โดยการจัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล เลือกงานที่ต้องมีการจัดกลุ่มข้อมูล มีการตรวจสอบความถูกต้อง ควรให้ผู้เรียนอธิบายหลักการที่ใช้ในการคาด

เดาของตนเอง และแนวคิดของกรมวิชาการ (2545) ที่กล่าวว่า ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือโดยการกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ

ขั้นที่ 3 การประเมิน นักเรียนจะแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อหาข้อสรุปแล้วหาคำตอบ ทำให้นักเรียนได้ประเมินความเข้าใจของตนเอง สอดคล้องกับแนวคิดของกรมวิชาการ (2545) ที่กล่าวว่าควรให้ผู้เรียนมีโอกาสและเป็นอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตัวเอง จากนั้นผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้อง ตามหลักเกณฑ์หรือไม่ ขาดตกบกพร่องอย่างไร ซึ่งจะเป็นการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่กล่าวมานั้นนักเรียนได้ใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แทรกไปในทุกขั้น ตั้งแต่การทบทวนความรู้ กระบวนการ และการประเมิน นักเรียนได้ทำกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้มีการคาดเดา ค้นพบ การคาดคะเน การสังเกตสมบัติของรูปเรขาคณิต จากนั้นได้แสดงเหตุผลผ่านการเขียนพิสูจน์ แล้วจะได้สรุปความรู้และประเมินความเข้าใจของตนเอง ทำให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น สอดคล้องแนวคิดของ National Council of Teachers of Mathematics (2000) ที่กล่าวถึงการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่สามารถพัฒนาได้โดยการจัดสภาพการณ์ให้ผู้เรียนได้คิดอย่างมีเหตุผล สอดคล้องกับแนวคิด Guiford, and Hoepfner (1971) ที่กล่าวว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้นต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล นอกจากนี้แล้วในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกตินั้น ครูมีการจัดกิจกรรมควบคู่ไปกับการอธิบาย ทำให้นักเรียนไม่ค่อยได้ฝึกการอ้างอิงอธิบายแสดงแนวคิดที่ต่อเนื่องตลอดกระบวนการ จึงทำให้นักเรียนกลุ่มนี้ไม่สามารถแสดงเหตุผลและเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วนด้วยตัวของนักเรียนเอง ส่งผลให้นักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ประการที่สอง มีการใช้กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ คือ ล้วงความคิด สนับสนุนความคิด และขยายความคิดที่เน้นให้นักเรียนได้สร้างความเข้าใจอย่างมีความหมายด้วยตัวเอง ทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนาความคิด สนับสนุนส่งเสริมการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ทำให้เกิดการเกิดความท้าทายในความคิดอยู่ตลอดในทุกๆ ขั้นของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนได้เกิดการแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ แล้วนำข้อสรุปและอ้างอิงสิ่งที่ค้นพบไปใช้ พร้อมทั้งครูจะคอยช่วยเหลือนักเรียนเมื่อต้องการความช่วยเหลือ จึงเป็นการส่งเสริม/สนับสนุนความสามารถในการให้เหตุผลให้กับนักเรียน

ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับการวิจัยของ นิโคลัวดาคีส (Nikoloudakis, 2009) และจำเริญ อนันตธรรมรส (2553) ที่ทดลองจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันแก่นักเรียน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนจะมีความสามารถในการเขียนพิสูจน์ที่เพิ่มขึ้น สอดคล้องกับเบญจมาศ ฉิมมาลี (2550) ที่ศึกษาการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณและซูรายา สัสดีวงศ์ (2555) ที่ศึกษากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ดังนั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ จึงส่งผลให้นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตอนที่ 2 ความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์

จากการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานในการวิจัยในข้อ 3 และ 4 ทั้งนี้อาจเพราะสาเหตุ ดังนี้

ประการแรก การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ เน้นให้นักเรียนมีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์โดยการสื่อสารข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับความคิดและความเข้าใจ ออกมาเป็นรูปธรรมภายนอกหรือลักษณะของรูป ผ่านการวาดรูปหรืออธิบายแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏ ซึ่งจะเห็นได้จากขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นที่ 2 กระบวนการ ใน*ระยะที่ 1 เรียนรู้รูปธรรมภายนอกของรูปเรขาคณิต* ที่เน้นให้นักเรียนได้วาดรูปในเอกสารประกอบการจัดกิจกรรม (SFW) เป็นการกระตุ้นให้นักเรียนได้วาดรูป หรืออธิบายแสดงแนวคิดออกมา และใน*ระยะที่ 4 และ 5 ที่* ใช้เมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการ

พิสูจน์ (RECOMPP) โดยให้นักเรียนจะเติมข้อความลงไปในส่วนที่ 3 ซึ่งเน้นให้นักเรียนวาดภาพร่างเพื่อใช้ในการพิสูจน์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่กล่าวมา จะเห็นได้ว่านักเรียนได้วาดรูป และอธิบายแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏ จากสถานการณ์ที่ครูกำหนด ทำให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Guzmán (2002) ที่ได้กล่าวถึงการพัฒนาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ว่าควรใช้ในวิชาคณิตศาสตร์ตลอดเวลา และ Zarzycki (2004) ที่กล่าวถึงการพัฒนาความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ว่าควรง่ายต่อการเชื่อมโยงระหว่างการนึกภาพทางคณิตศาสตร์และรูปแบบวิธีได้ นอกจากนี้แล้วในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกตินั้น ครูมีการจัดกิจกรรมควบคู่ไปกับการอธิบาย ทำให้นักเรียนไม่ค่อยได้ฝึกการอธิบายแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏ นักเรียนสามารถวาดรูปได้ตามคำสั่ง คำชี้แจงจึงอาจทำให้นักเรียนไม่เข้าใจเนื้อหาหรือสิ่งที่รูปต้องการสื่อออกมา จึงทำให้นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ประการที่สอง อีกหนึ่งสาเหตุหนึ่งที่สนับสนุนและส่งเสริมความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ คือ ครูมีการใช้กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์โดยการล้วงความคิดสนับสนุนความคิดและขยายความคิดเพื่อให้นักเรียนวาดรูปหรืออธิบายแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏอย่างสม่ำเสมอ เช่น ครูกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายและขยายความ หรือส่งเสริมให้นักเรียนได้ร่วมมือในการแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏ รวมทั้งท้าทายให้นักเรียนแต่ละคนลองใช้วิธีที่เป็นทางเลือกใหม่ และยังให้ความช่วยเหลือนักเรียนเมื่อต้องการความช่วยเหลือ เป็นการสนับสนุน ส่งเสริมความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับผลการวิจัยของ Zarzycki (2004) ได้ทำการศึกษาจากการนึกภาพสู่การพิสูจน์ โดยใช้เทคโนโลยีที่จะแสดงเทคนิคการนึกภาพที่ช่วยให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง /ชัดเจน และทำให้สนับสนุนการค้นหารูปแบบการพิสูจน์สำหรับการพิจารณาปัญหา และ (Guzmán (2002)) ได้พบว่าการนึกภาพมีบทบาทของในการเรียนการสอนคณิตวิเคราะห์และช่วยในการพัฒนาการสอนคณิตศาสตร์

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เน้นให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ผ่านเมทริกซ์ควบคุมการให้เหตุผลสำหรับกระบวนการพิสูจน์ (RECOMPP) ด้วยตัวนักเรียนเอง ดังนั้นในระยะแรกผู้สอนต้องให้เวลาและโอกาสกับนักเรียนมากกว่าปกติ คอยกระตุ้นตลอดเวลา รวมทั้งควรวางแผนการจัดกิจกรรมให้เหมาะสมกับเวลา หรือในระยะแรกการฝึกฝนความสามารถในการให้เหตุผลและเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นี้อาจให้ฝึกเป็นกลุ่มก่อนแล้วค่อยให้ฝึกฝนเป็นรายบุคคลต่อไป

2. เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในขั้นที่ 3 การประเมิน เน้นให้นักเรียนได้สรุปความรู้และประเมินความเข้าใจของตนเอง ผ่านการใช้คำถามและแลกเปลี่ยนความรู้ในห้องเรียน ดังนั้นผู้สอนจึงมีบทบาทในการกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนได้ร่วมกันอภิปรายแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้เกิดการแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีการพิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตในเนื้อหาเฉพาะใดๆ ผู้สอนควรศึกษาการพิสูจน์ในเนื้อหาเรื่องนั้นๆ ก่อน เพื่อให้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของขั้นที่ 2 กระบวนการ ในระยะที่ 4 และระยะที่ 5 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่ไม่ซับซ้อนและซับซ้อน ทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เกิดประสิทธิภาพสูงสุด

4. ในการใช้กลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์กับนักเรียน ผู้สอนควรคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ตลอดจนความรู้และประสบการณ์เดิมของนักเรียน เพื่อให้ใช้การล้วงความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิดกับนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่นๆ เช่น ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2. ควรมีการสร้าง/พัฒนาแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่นๆ ที่แตกต่างไปจากแบบวัดที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เพื่อศึกษาผลและเป็นแนวทางในการปรับใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน/ในสถานศึกษาต่อไป

3. ควรมีการทำวิจัยโดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ในระยะยาว (Longitudinal Studies) เพื่อพัฒนาและติดตามพัฒนาการความสามารถใน

การให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง และศึกษาว่ามีความคงทนในการเรียนรู้อย่างไร

4. ควรมีการวิจัยเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์อื่นๆ และในระดับการศึกษาอื่นๆ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

รายการอ้างอิง

Alice, F. A., Shirel, Y.,. (1999). Mathematics Reasoning During Small-Group Problem Solving DEveloping Mathematics Reasoning in Grades K-12 1999 Yearbook. Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. Educational Studies in Mathematics, 52(3), 215-241.

Baroody, A. J. (1993). Problem Solving, Reasoning, abd Communication, K-8 :Helping Children Think Mathematically. New York: Macmillan.

Cathcart, W. G. (1997). Learning Mathematics in Elementary and Middle School: a learner - centered approach.

Crowley, M. L. (1987). The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought. Learning and Teaching Geometry, K-12, 1987 Yearbook of the National Council of Teacher of Mathematics.

Dimakos, G., Nikoloudakis, E. (2009). Analyzing The Role of Shapes in The Process of Writing Proofs in Model P-M Combinations. The Teaching of Mathematics. 12, 15-24.

Dimakos, G., Nikoloudakis, E., Ferentinos, S., Choustoulakis, E. (2007). Developing a Proof - Writing Tool for Novice Lyceum Geometry Students. The Teaching Of Mathematics 2, 87–106.

Fraivillig, J. L. (1999). Advancing Children's Mathematical Thinking in Everyday Mathematics Classrooms. Journal for Research in Mathematics Education, 30(2), 148-170.

Fraivillig, J. L. (2001). Strategies for Advancing Children’s mathematical thinking. Teaching Children Mathematics, 8(7(April 2001)), 454 – 459.

Guiford, J. p., Hoepfner. (1971). The Analysis of Intelligence. New York: McGraw Hill Book.

Guzmán, M. (2002). The role of visualization: In teaching and learning of mathematical analysis. Paper presented at the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level). Abstract retrieved August.

Hasan, U. (2004). High and Low Visualization skills and Pedagogical Decision of Preservice Secondary Mathematics Teacher. Education, 131(3), 471-480.

Krulik, S., Rudnick, J. A. (1993). Reasoning and Problem – Solving: A Handbook for Elementary School Teacher. Boston: Allyn and Bacon.

Macnab, J. S., Phillips, M. L., Norris, P. S. (2012). Visualizations and Visualization in Mathematics Education: SensePublishers.

National Council of Teacher of Mathematics. (1989). Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.

Nikoloudakis, E. (2009). A proposed Model to Teach Geometry to First-Year Senior High School Students. Helenic Mathematics Society International Journal for Mathematics in Education, 2, 17-45.

O'Daffer, P., Thomquist, B. A. (1993). Critacal Thinking Mathematics Reasoning and Proof. In Reasearch Ideals for the Classroom, High School Mathematics. New York: Macmillan.

Phillips, L., Norris, S., Macnab, J. (2010). The Concept of Visualization Visualization in Mathematics, Reading and Science Education (Vol. 5, pp. 19-34): Springer Netherlands.

Presmeg, N. C. (1986). Visualization in high school mathematics. For the Learning of Mathematics, 6(3), 42-46.

Presmeg, N. C. (2001). Visualization and Affect in Nonroutine Problem Solving. Mathematical Thinking and Learning, 3(4), 289-313.

Presmeg, N. C. (2006). Research on visualization in learning and teaching mathematics. Handbook of research on the psychology of mathematics education, 205-235.

Rahim, M. H., Siddo, R. (2009). The use of visualization for learning and teaching mathematics: HTW Dresden.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in Mathematics. New York: MacMillan.

Sternberg, R. J. (1987). What is Mathematical Thinking? . New Yor: W.ITFreeman and Company.

Zarzycki, P. (2004). Section A From visualizing to proving. Teaching Mathematics and its Application, 23(3).

Zazkis, R., Dubinsky, E., Dautermann, J. (1996). Coordinating visual and analytic strategies: A study of students' understanding of the group D4. Journal for Research in Mathematics Education, 27(5), 540-563.

เบญจมาศ ฉิมมาลี. (2550). ผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เสาวรัตน์ รามแก้ว. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กรมวิชาการ. (2545). สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

กรุงเทพธุรกิจออนไลน์. (2555). เด็กไทยรั้งท้ายผลสอบ “PISA” นักวิชาการชี้ขาดคิดวิเคราะห์. http://www.bangkokbiznews.com/home/detail/politics/education/20120828/480762/เด็กไทยรั้งท้ายผลสอบPISA-นักวิชาการชี้ขาดคิดวิเคราะห์.html

กุลนิดา วรสารนันท์. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีผลต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ฆนัท ธาตุทอง. (2554). สอนคิด: การจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาการคิด. นครปฐม: เพชรเกษมการพิมพ์.

จำเริญ อนันตธรรมรส. (2553). ผลของการใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อความคิดทางเรขาคณิตและความสามารถในการเขียนพิสูจน์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ซูรายา สัสดีวงศ์. (2555). การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษา ปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ณัฐิกานต์ รักนาค. (2552). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยงของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1. (วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทิศนา แขมมณี (2544). วิทยาการด้านการคิด. กรุงเทพฯ: บริษัทเดอะมาสเตอร์กรุ๊ปแมเนจเม้นท์ จำกัด.

นาเดีย กองเป็ง. (2555). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ประพันธ์ศิริ สุเสารัจ. (2553). การพัฒนาการคิด. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ห้างหุ้นส่วนจำกัด 9119 เทคนิคพริ้นติ้ง.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). การวัดและประเมินการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พิชิต สนั่นเอื้อ. (2542). ผลของการฝึกการสอนคิดอย่างมีวิจารณญาณแบบสอดแทรกในวิชาที่สอนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถด้านการแก้ปัญหาเชิงวิทยาศาสตร์ของนักเรียนโรงเรียนสงเคราะห์สกลนคร. . (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2556). ค่าสถิติพื้นฐานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2555. from http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/Notice/FrBasicStat.aspx

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2545). เรขาคณิต. กรุงเทพฯ: สำนักพัฒนาธุรกิจ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: รากขวัญ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554). ผลการประเมิน PISA 2009 การอ่านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัด อรุณการพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ก). การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ข). ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพเส้นทางสู่ความสำเร็จ. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ค). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ บทสรุปสำหรับผู้บริหาร. กรุงเทพฯ: แอดวานซ์ พริ้นติ้ง เซอร์วิส.

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. (วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ. (2556). รายงานสภาวการณ์การศึกษาไทยในเวทีโลก พ.ศ. 2556. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์พริกหวานกราฟฟิค จำกัด.

สำนักงานคณะกรรมการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2551). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชา เดชศรี, และอัมพลิกา ประโมจนีย์. (2549). การเรียนรู้เพื่อโลกวันพรุ่งนี้ รายงานสรุปเพื่อการบริหาร. กรุงเทพฯ: เอส พลัส พรีเพรส ซีสเท็ม.

สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชา เดชศรี, และอัมพลิกา ประโมจนีย์. (2550). บทสรุปเพื่อการบริหาร: การรู้เรื่องวิทยาศาสตร์ การอ่าน และคณิตศาสตร์ของนักเรียนวัย 15 ปี รายงานการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ PISA 2006. กรุงเทพฯ: เซเว่น พริ้นติ้ง กรุ๊ป.

สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชา เดชศรี, และอัมพลิกา ประโมจนีย์. (2551). ความรู้และสมรรถนะทางวิทยาศาสตร์สำหรับโลกวันพรุ่งนี้. กรุงเทพฯ: เซเว่น พริ้นติ้ง กรุ๊ป.

อรพรรณ พรสีมา. (2543). การคิด. กรุงเทพฯ: สถาบันพัฒนาทักษะการคิด.

อลิสรา ชมชื่น. (2550). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร และการให้เหตุผล เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. (วิทยานิพนธ์ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2554). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ก
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจพิจารณาความตรงของเนื้อหา และความตรงเชิงโครงสร้าง ความเหมาะสมด้านภาษา และข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจพิจารณาแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด อาจารย์ประจำสาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. อาจารย์ ดร.อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์ อาจารย์ประจำสาขาคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต
3. อาจารย์ยุพาพักตร์ ทั่งสุข ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนราชวินิตบางเขน

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจพิจารณาแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. อาจารย์ ดร.อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์ อาจารย์ประจำสาขาคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต
2. อาจารย์ ดร.กนิษฐา เชาว์วัฒนกุล อาจารย์ประจำสาขาคณิตศาสตร์และคอมพิวเตอร์ศึกษา ภาควิชาครุศึกษา คณะศึกษาศาสตร์และพัฒนศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์วิทยาเขตกำแพงแสน
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์บุญรื่น ปานประสงค์ ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ข
หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ
หนังสือขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัย
หนังสือขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ที่ ศธ0512.6(2771)/57- 2325

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 เมษายน 2557

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษณีย์ ยอดไฟอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 600

ที่ ศธ0512.6(2771)/57- 2326

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 เมษายน 2557

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทรงชัย อักษรคิด

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษณีย์ ยอดไฟอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3” โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 600

ที่ ศธ0512.6(2771)/57- 2327

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 เมษายน 2557

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.กนิษฐา เชาว์วัฒนกุล

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษณีย์ ยอดไฟอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 600

ที่ ศธ0512.6(2771)/57- 2328

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 เมษายน 2557

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์บุญรื่น ปานประสงค์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษณีย์ ยอดไฟอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 600

ที่ ศธ0512.6(2771)/57- 2329

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 เมษายน 2557

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ยุพาพักตร์ ทั่งสุข

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษณีย์ ยอดไฟอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมีรองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 600

ที่ ศธ 0512.6(2771)/57- 2335

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 เมษายน 2557

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนพุทไธสง

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษณีย์ ยอดไฟอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3” โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 - 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 600

ที่ ศธ 0512.6(2771)/57- 2336

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 เมษายน 2557

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนพลับพลาชัยพิทยาคม

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษณีย์ ยอดไฟอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 600

ที่ ศธ 0512.6(2771)/57- 2337

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

30 เมษายน 2557

เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนพุทไธสง

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวเกษณีย์ ยอดไฟอินทร์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ในระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติกับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(อาจารย์ ดร.จุฑารัตน์ วิบูลผล)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 600

ภาคผนวก ค
ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติก่อนเรียน

ตาราง 15 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 45 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\overline{x}$	s	t
กลุ่มทดลอง	40	21.40	9.11	0.004*
กลุ่มควบคุม	33	21.39	4.19	

*$p < 0.05$

จากตาราง 15 พบว่าคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 21.40 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 9.11 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 21.39 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.19 และผลการทดสอบค่าที (t - independent sample test) เท่ากับ 0.004 สรุปได้ว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติก่อนเรียน

ตาราง 16 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 40 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\overline{x}$	s	t
กลุ่มทดลอง	40	14.75	6.76	0.23*
กลุ่มควบคุม	33	14.45	3.05	

*$p < 0.05$

จากตาราง 16 พบว่าคะแนนความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 14.75 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.76 และกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 14.45 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.05 และผลการทดสอบค่าที (t-independent sample test) เท่ากับ 0.23 สรุปได้ว่าสรุปความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาคผนวก ง
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 วงกลม

เรื่องย่อย มุมในครึ่งวงกลม

ผู้สอน นางสาวเกษณีย์ ยอดไฟอินทร์ จำนวน 1 คาบ

---

1. สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

2. สาระสำคัญ

วงกลม เป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบซึ่งแต่ละจุดบนรูปเรขาคณิตนี้ อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะเท่ากัน เรียกจุดคงที่นี้ว่า จุดศูนย์กลางของวงวกลม เรียก ระยะที่เท่ากันนี้ว่า รัศมีของวงกลม

รัศมีของวงกลม หมายถึง ระยะระหว่างจุดศูนย์กลางของวงกลมและจุดบนวงกลมหรือหมายถึงส่วนของเส้นตรงที่มีจุดศูนย์กลางและจัดบนวงกลมเป็นจุดปลาย

วงกลมสองวงที่มีรัศมียาวเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการ

คอร์ด หมายถึง ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน

เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเป็นคอร์ดที่ยาวที่สุดแบ่งวงกลมออกเป็นส่วนโค้งสองส่วนที่ยาวเท่ากันทุกประการ เรียกส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า **ครึ่งวงกลม**

เส้นตัดวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด

เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้นและเรียกจุดตัดนั่นว่าจุดสัมผัส

มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดมุมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง

ทฤษฎีบท มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศาหรือหนึ่งมุมฉาก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. ระบุส่วนต่างๆที่กำหนดให้เกี่ยวกับวงกลมได้
2. เขียนพิสูจน์และแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมได้
3. นำทฤษฎีบทหรือสมบัติของวงกลมที่เกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมไปใช้ได้

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. มีทักษะในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย
2. มีทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยแนวคิด นำสมบัติ กฎ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท ความรู้ไปหาข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลได้อย่างเหมาะสม
3. มีทักษะในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องส่วนต่างๆ เกี่ยวกับวงกลม
4. มีทักษะด้านการนึก/มองเห็นภาพทางคณิตศาสตร์และสื่อสารผ่านการวาดรูป หรืออธิบายแสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบหรือกระบวนการที่จะได้ภาพหรือเกิดภาพที่ปรากฏ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ นักเรียนสามารถ

1. มีความกระตือรือร้นและสนใจเรียน
2. ให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมและฟังความคิดเห็นของเพื่อนนักเรียน
3. กล้าคิด กล้าแสดงความคิดเห็นได้
4. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย

4. สาระการเรียนรู้

วงกลม เป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบซึ่งแต่ละจุดบนรูปเรขาคณิตนี้ อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะเท่ากัน เรียกจุดคงที่นี้ว่า **จุดศูนย์กลาง**ของวงกลม เรียก ระยะที่เท่ากันนี้ว่า **รัศมี**ของวงกลม

รัศมีของวงกลม หมายถึง ระยะระหว่างจุดศูนย์กลางของวงกลมและจุดบนวงกลมหรือหมายถึงส่วนของเส้นตรงที่มีจุดศูนย์กลางและจัดบนวงกลมเป็นจุดปลาย

วงกลมสองวงที่มีรัศมียาวเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการ

คอร์ด หมายถึง ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน

เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเป็นคอร์ดที่ยาวที่สุดแบ่งวงกลมออกเป็นส่วนโค้งสองส่วนที่ยาวเท่ากันทุกประการ เรียกส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า **ครึ่งวงกลม**

เส้นตัดวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด

เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้นและเรียกจุดตัดนั้นว่า **จุดสัมผัส**

มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดมุมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม

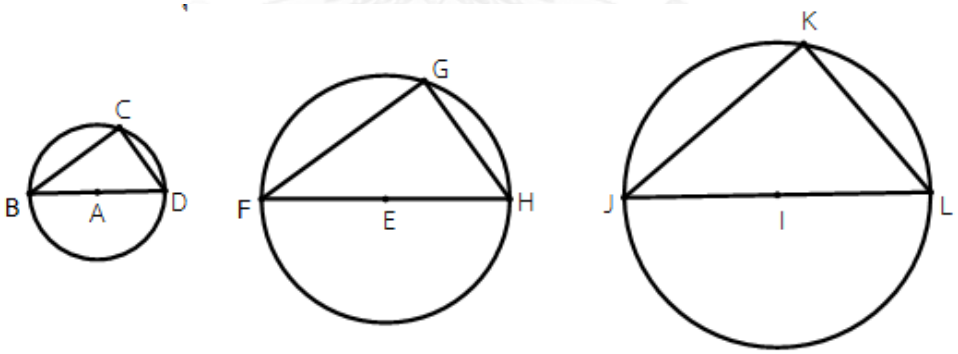
มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง

กิจกรรมมุมในครึ่งวงกลม

ให้นักเรียนทำกิจกรรมและตอบคำถาม ต่อไปนี้

1. สร้างวงกลมให้มีรัศมีต่างๆ กันอย่างน้อย 3 วง

2. สร้างมุมในครึ่งวงกลมของแต่ละวง



3. วัดขนาดของมุมในครึ่งวงกลมของแต่ละวง

(ขนาดของมุมในครึ่งวงกลม $\hat{C}=90^0$, $\hat{G}=90^0$ และ $\hat{K}=90^0$)

4. นักเรียนคิดว่าขนาดของมุมในครึ่งวงกลมใดๆ จะเท่ากับเท่าใด

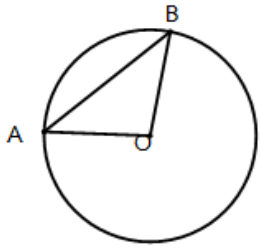
(มุมในครึ่งวงกลมใดๆ มีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก)

5. นักเรียนคาดการณ์ว่ามุมในครึ่งวงกลมของวงกลมใดๆ มีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉากหรือไม่

(ข้อคาดการณ์ มุมในครึ่งวงกลมใดๆ มีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก)

ตัวอย่างที่ 1 **กำหนดให้** จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

ต้องการพิสูจน์ว่า ΔAOB เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



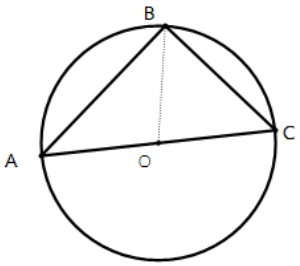
พิสูจน์ เนื่องจาก $AO = BO$ (รัศมีของวงกลมเดียวกันยาวเท่ากัน)

ดังนั้น ΔAOB เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (มีด้านประกอบมุมยอดยาวเท่ากัน)

นั่นคือ ΔAOB เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ตัวอย่างที่ 2 **กำหนดให้** จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ $A\hat{B}C$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม

ต้องการพิสูจน์ว่า $A\hat{B}C$ มีขนาด 90° หรือหนึ่งมุมฉาก



พิสูจน์ ลาก $\overline{BO}$

เนื่องจาก $AO = BO = CO$ (รัศมีของวงกลมเดียวกันยาวเท่ากัน)

ดังนั้น $\Delta AOB, \Delta COB$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว (มีด้านประกอบมุมยอดยาวเท่ากัน)

จะได้ $B\hat{A}O = A\hat{B}O$ และ $B\hat{C}O = C\hat{B}O$ (มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน)

เนื่องจาก $B\hat{A}O + A\hat{B}O + B\hat{C}O + C\hat{B}O = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา)

ดังนั้น $2(A\hat{B}O) + 2(C\hat{B}O) = 180^\circ$ (แทนมุมที่มีขนาดเท่ากัน)

$A\hat{B}O + C\hat{B}O = 90^\circ$ (สมบัติของการเท่ากัน)

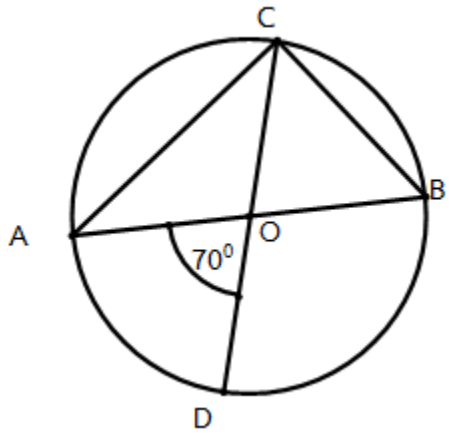
$A\hat{B}C = 90^\circ$

นั่นคือ $A\hat{B}C$ มีขนาด 90°

ทฤษฎีบท มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศาหรือหนึ่งมุมฉาก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างที่ 3 จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $A\hat{C}B$ เป็นมุมในครึ่งวงกลมและ $A\hat{O}D = 70^\circ$ จงหาขนาดของ $B\hat{C}O$ เท่ากับกี่องศา พร้อมแสดงเหตุผล



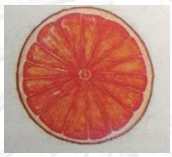
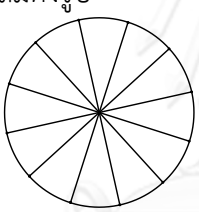
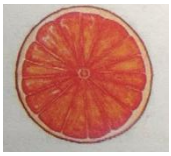
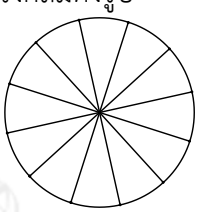
วิธีทำ

เนื่องจาก $AO = CO$	(รัศมีของวงกลมเดียวกันยาวเท่ากัน)
จะได้ ΔAOC เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	(มีด้านประกอบมุมยอดยาวเท่ากัน)
ดังนั้น $A\hat{C}O = C\hat{A}O$	(มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน)
เนื่องจาก $A\hat{O}D = A\hat{C}O + C\hat{A}O$	(ขนาดของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น)
จะได้ $A\hat{O}D = 2(A\hat{C}O)$	(มุมที่มีขนาดเท่ากัน)
หรือ $A\hat{C}O = \frac{(A\hat{O}D)}{2}$	(สมบัติของการเท่ากัน)
เนื่องจาก $A\hat{O}D = 70^\circ$	(กำหนดให้)
จะได้ $A\hat{C}O = 35^\circ$	(สมบัติของการเท่ากัน)
เนื่องจาก $B\hat{C}O + A\hat{C}O = 90^\circ$	(มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90°)
จะได้ $B\hat{C}O + 35^\circ = 90^\circ$	(แทน $A\hat{C}O$ ด้วย 35°)
ดังนั้น $B\hat{C}O = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$	(สมบัติของการเท่ากัน)
นั่นคือ $B\hat{C}O = 55^\circ$	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

5. กิจกรรมการเรียนรู้

ตารางเปรียบเทียบกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลเฟสเมทอดคอมบิเนชันและกลยุทธ์การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ กับกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ขั้นที่ 1 การทบทวนความรู้เดิม (The Reminder Note) 1. ครูให้นักเรียนพิจารณาลักษณะของล้อเกวียนและแว่นส้ม ว่ามีลักษณะอย่างไร  (มีลักษณะเป็นวงกลม) และจากนั้นครูจำลองภาพของสิ่งของที่มีลักษณะเป็นวงกลมดังรูป  2. ครูใช้คำถาม เพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียนให้อธิบายเกี่ยวกับส่วนต่างๆ ของวงกลม เพื่อเป็นการทบทวนความรู้เดิม โดยใช้การถามตอบประกอบการอธิบายและแสดงความคิดเห็นร่วมกัน พร้อมทั้งใช้คำถามเพื่อ*สนับสนุนความคิด*และส่งเสริมความเข้าใจเรื่องวงกลมให้กับนักเรียน และ*ขยายความคิด*ให้นักเรียนเพื่อให้มีความรู้และความเข้าใจที่เพียงพอ - ส่วนต่างๆ ของวงกลมที่นักเรียนเคยรู้จักมีอะไรบ้าง? (เส้นรอบวง จุดศูนย์กลาง รัศมี คอร์ด เส้นผ่านศูนย์กลาง) - วงกลม เป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบซึ่งแต่ละจุดบนรูปเรขาคณิตนี้ อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบน	**ขั้นนำ** 1. ครูให้นักเรียนพิจารณาลักษณะของล้อเกวียนและแว่นส้ม ว่ามีลักษณะเป็นอย่างไร  (มีลักษณะเป็นวงกลม) และจากนั้นครูจำลองภาพของสิ่งของที่มีลักษณะเป็นวงกลมดังรูป  2. ครูถามนักเรียนถึงส่วนประกอบของวงกลมว่าประกอบไปด้วยอะไรบ้าง และให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและแสดงความคิดเห็น (เส้นรอบวง จุดศูนย์กลาง รัศมี คอร์ด เส้นผ่านศูนย์กลาง เส้นตัดวงกลม เส้นสัมผัสวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลาง มุมในส่วนโค้งของวงกลม มุมในครึ่งวงกลม) - วงกลม เป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบซึ่งแต่ละจุดบนรูปเรขาคณิตนี้ อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบน ระนาบเดียวกันเป็นระยะเท่ากันเรียก จุดคงที่นี้ว่า จุดศูนย์กลางของวงวกลมเรียก ระยะที่เท่ากันนี้ว่า รัศมีของวงกลม - รัศมีของวงกลม หมายถึง ระยะระหว่างจุด

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ระนาบเดียวกันเป็นระยะเท่ากัน เรียกจุดคงที่นี้ว่าจุดศูนย์กลางของวงวกลม เรียก ระยะที่เท่ากันนี้ว่ารัศมีของวงกลม - รัศมีของวงกลม หมายถึง ระยะระหว่างจุดศูนย์กลางของวงกลมและจุดบนวงกลมหรือหมายถึงส่วนของเส้นตรงที่มีจุดศูนย์กลางและจัดบนวงกลมเป็นจุดปลาย - วงกลมสองวงที่มีรัศมียาวเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการ - คอร์ด หมายถึง ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน - เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเป็นคอร์ดที่ยาวที่สุดแบ่งวงกลมออกเป็นส่วนโค้งสองส่วนที่ยาวเท่ากันทุกประการ เรียกส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า ครึ่งวงกลม - มุมในครึ่งวงกลม เป็นอย่างไร? (มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่จุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง)	ศูนย์กลางของวงกลมและจุดบนวงกลมหรือหมายถึงส่วนของเส้นตรงที่มีจุดศูนย์กลางและจัดบนวงกลมเป็นจุดปลาย - วงกลมสองวงที่มีรัศมียาวเท่ากัน จะเท่ากันทุกประการ - คอร์ด หมายถึง ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน - เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเป็นคอร์ดที่ยาวที่สุดแบ่งวงกลมออกเป็นส่วนโค้งสองส่วนที่ยาวเท่ากันทุกประการ เรียกส่วนโค้งแต่ละส่วนว่า ครึ่งวงกลม 3. ครูแจ้งเรื่องที่จะเรียนให้นักเรียนทราบว่าเรียนเรื่อง มุมในครึ่งวงกลม และให้อธิบายถึง มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่จุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง 4. ครูแจกใบกิจกรรมให้นักเรียน
ขั้นที่ 2 กระบวนการ (Process) <u>ระยะที่ 1 เรียนรู้เกี่ยวกับรูปธรรมภายนอกของรูปเรขาคณิต</u> 3. ครูแนะนำนักเรียนเกี่ยวกับส่วนต่างๆของวงกลม นอกจากที่กล่าวมาแล้ว ได้แก่ เส้นตัดวงกลม เส้นสัมผัสวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลาง มุมในส่วนโค้งของวงกลม มุมในครึ่งวงกลม - เส้นตัดวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด - เส้นสัมผัสวงกลม คือ เส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้นและเรียกจุดตัดนั่นว่า จุดสัมผัส	**ขั้นสอน** 5. ครูชี้แจงรายละเอียดในการทำกิจกรรมมุมในครึ่งวงกลมให้นักเรียนทราบและให้นักเรียนทำกิจกรรมโดยสร้างวงกลมให้มีรัศมีต่างๆกันอย่างน้อย 3 วง โดยใช้วงเวียนสร้างวงกลม 6. ครูให้นักเรียนทุกคนสร้างมุมในครึ่งวงกลมภายในวงกลมที่นักเรียนสร้างขึ้น 7. วัดขนาดของมุมในครึ่งวงกลมของแต่ละวงที่นักเรียนสร้างขึ้น และให้บันทึกขนาด

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
- มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดมุมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม - มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม - มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง 4. ครูแจกเอกสารประกอบการจัดกิจกรรม (SFW) 5. ครูล้วงความคิดของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนวาดรูปจากการทำกิจกรรมมุมในครึ่งวงกลม ใน (SFW) ให้นักเรียนใช้วงเวียนสร้างวงกลมที่มีรัศมีต่างๆ กันอย่างน้อย 3 วง 6. ครูให้นักเรียนสร้างมุมในครึ่งวงกลมภายในวงกลมที่นักเรียนสร้างขึ้น ในขณะที่ทำกิจกรรมครู*จะล้วงความคิด*เพื่อดูความเข้าใจของนักเรียนและ*สนับสนุนความคิด*ส่งเสริมความเข้าใจเรื่องวงกลม มุมภายในวงกลม คอยช่วยเหลือนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือและ*ขยายความคิด*ให้นักเรียนเพื่อให้มีความรู้และความเข้าใจที่เพียงพอและเป็นประโยชน์ต่อการทำกิจกรรม <u>ระยะที่ 2 เรียนรู้สมบัติและทฤษฎีบททางเรขาคณิตโดยยังไม่มีการพิสูจน์</u> 7. ครูให้นักเรียนวัดขนาดของมุมในครึ่งวงกลมของแต่ละวงที่นักเรียนสร้างขึ้นโดยใช้ไม้โปรแทรกเตอร์หรือครึ่งวงกลม 8. ครู*ล้วงความคิด*ของนักเรียนโดยใช้คำถามและให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมที่นักเรียนวัดขนาดได้ - นักเรียนสังเกตเห็นอะไรบ้าง จากการวัดขนาดของมุมในครึ่งวงกลม	ของมุมลงในตาราง 8. ครูให้นักเรียนตอบคำถามจากการกิจกรรมมุมในครึ่งวงกลม นักเรียนคิดว่าขนาดของมุมในครึ่งวงกลมใดๆ จะเท่ากับเท่าใด (ขนาดของมุมในครึ่งวงกลมใดๆ จะมีขนาดของมุมในครึ่งวงกลมใดๆ จะเท่ากับเท่าใด (ขนาดของมุมในครึ่งวงกลมใดๆ จะมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก) 9. ครูให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและอภิปรายร่วมกันถึงคำถามจากการกิจกรรม คือ นักเรียนคาดการณ์ว่ามุมในครึ่งวงกลมของวงกลมใดๆ มีขนาด 90 องศาหรือหนึ่งมุมฉากหรือไม่ (ข้อคาดการณ์ มุมในครึ่งวงกลมของวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก) 10. ครูยกตัวอย่างที่ 1 แล้วให้นักเรียนพิสูจน์ โดยครูและนักเรียนร่วมกันแสดงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ **ตัวอย่างที่ 1** กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ต้องการพิสูจน์ว่า ΔAOB เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว โดยเขียนแสดงข้อความและเหตุผลประกอบลงในตาราง ข้อความ | เหตุผล | | | | | | | | | |

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

<table>
<tr><th>กลุ่มทดลอง</th><th>กลุ่มควบคุม</th></tr>
<tr><td>- นักเรียนคิดว่าขนาดของมุมในครึ่งวงกลมใดๆ จะเท่ากับเท่าใด
- นักเรียนคาดการณ์ว่ามุมในครึ่งวงกลมของวงกลมใดๆ มีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉากหรือไม่
จากการทำกิจกรรมนักเรียนจะได้
(ข้อคาดการณ์ มุมในครึ่งวงกลมของวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก)
ในขณะทำกิจกรรมครูจะล้วงความคิด สนับความคิดให้กับนักเรียนเพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ถูกต้อง รวมทั้งคอยช่วยเหลือนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือ และขยายความคิดเพื่อให้มีความรู้และความเข้าใจที่เพียงพอ ต่อการทำกิจกรรมและสะท้อนความคิดเพื่อให้ได้ข้อคาดการณ์ของ RECOMPP

<u>ระยะที่ 3 เรียนรู้การจำแนกรูปเรขาคณิต</u>
9. ครูล้วงความคิดของนักเรียนเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมโดยใช้สมบัติและทฤษฎีที่ได้เรียนรู้มาแล้วเพื่อจำแนกหาค่ามุมในรูปเรขาคณิต
- มุมที่กำหนดให้ มุมใดมีขนาด 90 องศา
ในขณะที่หาคำตอบครูจะล้วงความคิด สนับสนุนความคิดให้กับนักเรียนเพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ถูกต้อง ช่วยเหลือนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือและขยายความคิดด้วยการกระตุ้นให้นำข้อคาดการณ์มาใช้

<u>ระยะที่ 4 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่ไม่ซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP</u>

10. ครูยกตัวอย่างที่ 1 เพื่อล้วงความคิดของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้พิสูจน์และแสดงเหตุผล</td><td>11. ครูยกตัวอย่างที่ 2 เพื่อให้นักเรียนพิสูจน์เพื่อยืนยันข้อคาดการณ์ที่ได้จากการทำกิจกรรมมุมในครึ่งวงกลม โดยเขียนแสดงเหตุผลลงในตาราง
ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ $A\hat{B}C$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม ต้องการพิสูจน์ว่า $A\hat{B}C$ มีขนาด 90^0 หรือหนึ่งมุมฉากครูและนักเรียนช่วยกันเติมข้อความในตารางเพื่อพิสูจน์และแสดงเหตุผลประกอบ
<table>
<tr><th>ข้อความ</th><th>เหตุผล</th></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table>
12. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้และทฤษฎีบทที่ได้จากการทำกิจกรรมและการพิสูจน์

ทฤษฎีบท มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศาหรือหนึ่งมุมฉาก
<table>
<tr><th>ข้อความ</th><th>เหตุผล</th></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
</table></td></tr>
</table>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม ต้องการพิสูจน์ว่า ΔAOB เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว 11. ให้นักเรียนเขียนพิสูจน์ลงในเอกสาร RECOMPP โดยใช้เกณฑ์การเขียนเอกสาร ดังนี้ 1) นักเรียนเติมข้อความลงไปในส่วนที่ 1 2) ครูให้นักเรียนเขียนเหตุ(สิ่งที่กำหนดให้) และผล (สิ่งที่ต้องการพิสูจน์) ลงใน RECOMPP ส่วนที่ 2 3) ครูแนะนำและให้นักเรียนวาดรูปเรขาคณิตจากประพจน์ที่ 1 ลงใน RECOMPP ส่วนที่ 3 4) ครูแนะนำการเขียนเอกสาร RECOMPP โดยเริ่มจากสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ และให้นักเรียนอภิปรายและเติมข้อความลงไปใน RECOMPP 5) นักเรียนเขียนเอกสาร RECOMPP โดยเริ่มจากสิ่งที่ต้องการพิสูจน์ ตามเกณฑ์โดยเริ่มจากซ้ายไปขวาและบนลงล่างเพื่อให้ได้สิ่งที่ต้องการพิสูจน์ 6) นักเรียนเขียนพิสูจน์อย่างสมบูรณ์ลงใน RECOMPP ส่วนที่ 6 ในขณะที่นักเรียนพิสูจน์ข้อคาดการณ์ครูจะ *สนับสนุนความคิด*คอยให้คำแนะนำและคอยช่วยเหลือนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือ <u>ระยะที่ 5 พิสูจน์ประพจน์ที่มีความซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP</u> 12. ครูใช้คำถามเพื่อเป็นการขยายความคิดให้กับนักเรียน เช่น จากตัวอย่างที่ 1 นักเรียนทราบแล้วว่า นอกจากนี้นักเรียนคิดว่า ΔAOB และ ΔCOB เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว นอกจาก นี้นักเรียนยังพบอะไรอีกบ้าง ($A\hat{B}C$ มีขนาด 90^0 หรือหนึ่งมุมฉาก) 13. ครูล้วงความคิดของนักเรียนโดย	13. ครูยกตัวอย่างที่ 3 หน้ากระดานเพื่อให้นักเรียนหาขนาดของ $B\hat{C}O$ เท่ากับกี่องศา โดยเขียนแสดงเหตุผลลงในตาราง **ตัวอย่างที่ 3** จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $A\hat{C}B$ เป็นมุมในครึ่งวงกลมและ $A\hat{O}D = 70^0$ จงหาขนาดของ $B\hat{C}O$ เท่ากับกี่องศา พร้อมแสดงเหตุผล 14. ครูสุ่มนักเรียนตอบคำถามและแสดงเหตุผลประกอบ ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการหาคำตอบและการแสดงเหตุผล ข้อความ | เหตุผล (10 แถวว่าง)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ยกตัวอย่างที่ 2 และใช้ RECOMPP ประกอบการเขียนพิสูจน์ข้อคาดการณ์ มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉากและใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลประกอบ **ตัวอย่างที่ 2** กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ $A\hat{B}C$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม ต้องการพิสูจน์ว่า $A\hat{B}C$ มีขนาด 90^0 หรือหนึ่งมุมฉาก ครูสนับสนุนความคิดของนักเรียนด้วยการให้เวลานักเรียนได้แสดงวิธีคิด วิธีแก้ปัญหา และครูจะคอยช่วยเหลือนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้สรุปและอ้างอิงสิ่งที่ค้นพบ 14. ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมานำเสนอถึงวิธีการเขียนพิสูจน์และเหตุผลประกอบ จากนั้นครูขยายความคิดของนักเรียนด้วยสรุปการเขียนพิสูจน์และการแสดงเหตุผลบนกระดานเพื่อให้นักเรียนได้สะท้อนความคิด	
ขั้นที่ 3 การประเมิน (Assessment) 15. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ซึ่งเป็นการขยายความคิดให้กับนักเรียนโดยกระตุ้นให้นักเรียนสรุปและอ้างอิงสิ่งที่ค้นพบ 16. ครูยกตัวอย่างที่ 3 เพื่อล้วงความคิดของนักเรียน และสนับสนุนความคิดนักเรียนโดยการให้เวลานักเรียนในการแสดงวิธีคิด วิธีแก้ปัญหา จากนั้นใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนได้แสดงเหตุผลเพื่อหาคำตอบ รวมทั้งใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้ได้ระลึกถึงปัญหาจากตัวอย่างที่ผ่านมาเพื่อเป็นข้อมูลในการให้เหตุผล **ตัวอย่างที่ 3** จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $A\hat{C}B$ เป็นมุมในครึ่งวงกลมและ $A\hat{O}D = 70^0$ จงหาขนาดของ $B\hat{C}O$ เท่ากับกี่องศา พร้อมแสดงเหตุผล 17. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน	**ขั้นสรุป** 15. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการทำกิจกรรม (มุมในครึ่งวงกลมของวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉาก) 16. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียน

6. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1.หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เล่ม 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

2. เอกสารประกอบการจัดกิจกรรม (SFW) เรื่อง มุมในครึ่งวงกลม

3. ใบกิจกรรมสำหรับกลุ่มควบคุม

7. การวัดและการประเมินผล

การวัดและประเมินผล	วิธีการ	เกณฑ์
ด้านความรู้		
1.เขียนพิสูจน์และแสดงเหตุผลเกี่ยวกับมุมในครึ่งวงกลมได้	- ตรวจเอกสารประกอบการจัดกิจกรรมและใบกิจกรรม - การตอบคำถามในชั้นเรียน - ตรวจแบบฝึกหัด	นักเรียนตอบคำถามและทำเอกสาร/แบบฝึกหัดถูกต้องมากกว่าร้อยละ 70
2. นำทฤษฎีบทหรือสมบัติของวงกลมที่เกี่ยว กับมุมในครึ่งวงกลมไปใช้ได้	- ตรวจเอกสารประกอบการจัดกิจกรรมและใบกิจกรรม - การตอบคำถามในชั้นเรียน - ตรวจแบบฝึกหัด	นักเรียนตอบคำถามและทำเอกสาร/แบบฝึกหัดถูกต้องมากกว่าร้อยละ 70
ด้านทักษะ/กระบวนการ		
1. มีทักษะในการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย	- ตรวจเอกสารประกอบการจัดกิจกรรมและใบกิจกรรม - การตอบคำถามในชั้นเรียน - ตรวจแบบฝึกหัด	นักเรียนตอบคำถามและทำเอกสาร/แบบฝึกหัดถูกต้องมากกว่าร้อยละ 70
2. มีทักษะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แบบนิรนัยประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม	- ตรวจเอกสารประกอบการจัดกิจกรรมและใบกิจกรรม - การตอบคำถามในชั้นเรียน - ตรวจแบบฝึกหัด	นักเรียนตอบคำถามและทำเอกสาร/แบบฝึกหัดถูกต้องมากกว่าร้อยละ 70
3. มีทักษะในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องวงกลม	- การตอบคำถามในชั้นเรียน	นักเรียนตอบคำถามและทำเอกสาร/แบบฝึกหัดถูกต้องมากกว่าร้อยละ 70

การวัดและประเมินผล	วิธีการ	เกณฑ์
4. มีทักษะด้านการสื่อสารและนำเสนอ	- การตอบคำถามในชั้นเรียน - การแสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม	นักเรียนตอบคำถามและทำเอกสาร/แบบฝึกหัดถูกต้องมากกว่าร้อยละ 70
ด้านคุณลักษณะ		
1. มีความกระตือรือร้นและสนใจเรียน	- การตอบคำถามในชั้นเรียน - การทำกิจกรรมในห้องเรียน	นักเรียนตอบคำถามถูกต้องและร่วมกิจกรรมมากกว่าร้อยละ 70
2. ให้ความร่วม มือในการทำกิจกรรมและฟังความคิดเห็นของผู้อื่น	- การแสดงความคิดเห็นและรับฟังความคิดเห็นของเพื่อนในห้องเรียน	นักเรียนตอบคำถามถูกต้องมากกว่าร้อยละ 70
3. กล้าคิด กล้าแสดงความคิดเห็นได้	- การตอบคำถามในชั้นเรียน	นักเรียนตอบคำถามถูกต้องมากกว่าร้อยละ 70
4. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย	-- ตรวจเอกสารประกอบการจัดกิจกรรมและใบกิจกรรม - ตรวจแบบฝึกหัด	นักเรียนทำเอกสาร/แบบฝึกหัดและได้ถูกต้องมากกว่าร้อยละ 70

8.บันทึกหลังการสอน

ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวเกษณีย์ ยอดไฟอินทร์)

ผู้สอน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

เอกสารประกอบการจัดกิจกรรม (SFW) 1

ชื่อ-นามสกุล..... ผู้สอน นางสาวเกษณีย์ ยอดไฟอินทร์
ชั้น.....เลขที่.....
โรงเรียน.....
วันที่.....

หัวข้อ: มุมในครึ่งวงกลม

---

1. ทบทวนความรู้เดิม (Reminders notes)

วงกลมเป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบซึ่งแต่ละจุดบนรูปเรขาคณิตอยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเป็นระยะเท่ากัน

ส่วนต่างๆ เกี่ยวกับวงกลม คือ เส้นรอบวง จุดศูนย์กลาง รัศมี คอร์ด เส้นผ่านศูนย์กลาง

2. กระบวนการ (Process)

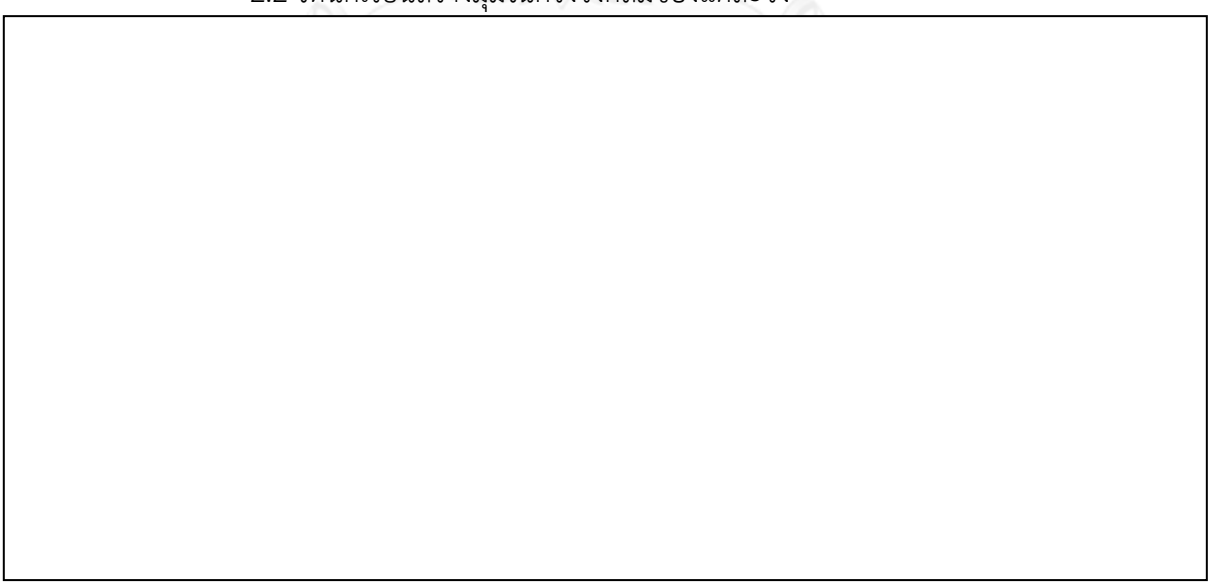
<u>ระยะที่ 1 เรียนรู้เกี่ยวกับรูปธรรมภายนอกของรูปเรขาคณิต</u>

กิจกรรมมุมในครึ่งวงกลม

ให้นักเรียนทำกิจกรรมมุมในครึ่งวงกลมและตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 ให้นักเรียนสร้างวงกลมโดยใช้วงเวียน ให้มีรัศมีต่างๆกันอย่างน้อย 3 วง

2.2 ให้นักเรียนสร้างมุมในครึ่งวงกลมของแต่ละวง



ระยะที่ 2 เรียนรู้สมบัติและทฤษฎีบททางเรขาคณิตโดยยังไม่มีการพิสูจน์

2.3 วัดขนาดของมุมในครึ่งวงกลมของแต่ละวง

รูปที่	มุม	มุม	มุม
1			
2			
3			

.....

2.4 นักเรียนคิดว่าขนาดของมุมในครึ่งวงกลมใดๆ จะเท่ากับเท่าใด

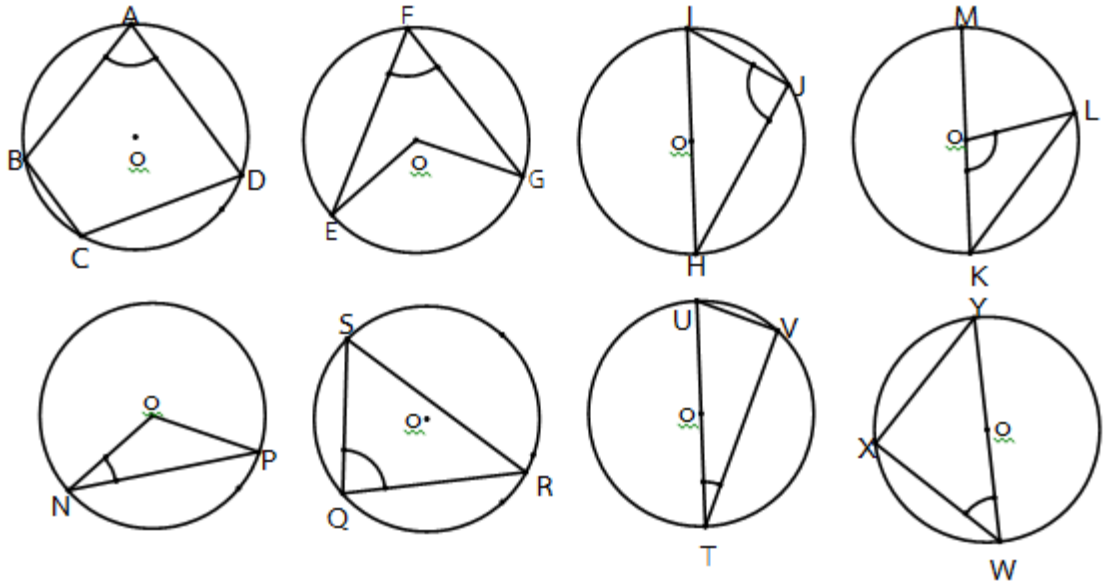
.....

2.5 นักเรียนคาดการณ์ว่ามุมในครึ่งวงกลมของวงกลมใดๆ มีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉากหรือไม่

.....

ระยะที่ 3 เรียนรู้การจำแนกรูปเรขาคณิต

4.6 มุมที่กำหนดให้มุมใดเป็นมุมในครึ่งวงกลมที่มีขนาด 90 องศาหรือหนึ่งมุมฉาก



มุมในครึ่งวงกลมที่มีขนาด 90 องศาหรือหนึ่งมุมฉาก คือ .....

ระยะที่ 4 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่ไม่ซับซ้อนโดยใช้ RECOMPP

2.7 จงแสดงเหตุผลพร้อมเขียนพิสูจน์ (ใช้ RECOMPP)

ตัวอย่างที่ 1 **กำหนดให้** จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

ต้องการพิสูจน์ว่า ΔAOB เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ระยะที่ 5 พิสูจน์ประพจน์ทางเรขาคณิตที่มีความซับซ้อน โดยใช้ RECOMPP

2.8 จงแสดงเหตุผลพร้อมเขียนพิสูจน์ (ใช้ RECOMPP)

ตัวอย่างที่ 2 **กำหนดให้** จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ $A\hat{B}C$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม

ต้องการพิสูจน์ว่า $A\hat{B}C$ มีขนาด 90° หรือหนึ่งมุมฉาก

3. การประเมิน

3.1 จงอธิบายสิ่งที่นักเรียนได้เรียนในคาบนี้

.....

.....

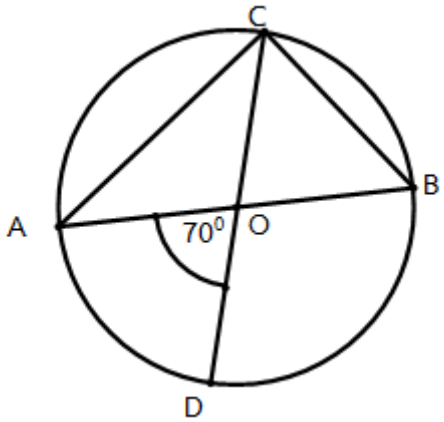
.....

3.2 จงหาค่ามุม $B\hat{C}O$

ตัวอย่างที่ 3 **กำหนดให้** จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $A\hat{C}B$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม

และ $A\hat{O}D = 70^\circ$

จงหาขนาดของ $B\hat{C}O$ เท่ากับกี่องศา พร้อมแสดงเหตุผล



.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

RECOMPP

ส่วนที่ 1
เขียนข้อความปัญหา

.....

วิเคราะห์

ส่วนที่ 2 เหตุ		
ผลสรุป		

ส่วนที่ 3
ภาพร่าง

ส่วนที่ 4
ข้อแนะนำ

ส่วนที่ 5

จะพิสูจน์ว่า	ต้องพิสูจน์ว่า

ส่วนที่ 6
พิสูจน์
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.
.....
.....
.....
.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

RECOMPP

ส่วนที่ 1
เขียนข้อความปัญหา

.....

วิเคราะห์

ส่วนที่ 2 เหตุ		
ผลสรุป		

ส่วนที่ 3
ภาพร่าง

ส่วนที่ 4
ข้อแนะนำ

ส่วนที่ 5

จะพิสูจน์ว่า	ต้องพิสูจน์ว่า

ส่วนที่ 6
พิสูจน์

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.
.....
.....
.....
.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ใบกิจกรรม 1

ชื่อ-นามสกุล..... ผู้สอน นางสาวเกษณีย์ ยอดไฟอินทร์
ชั้น.....เลขที่.....
โรงเรียน.....
วันที่.....

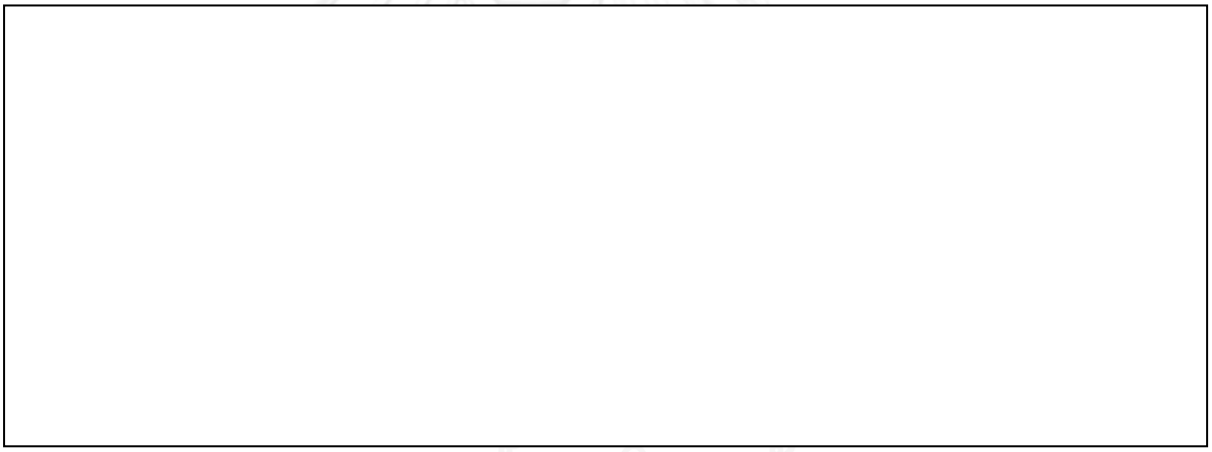
หัวข้อ: มุมในครึ่งวงกลม

กิจกรรมมุมในครึ่งวงกลม

1. ให้นักเรียนทำกิจกรรมมุมในครึ่งวงกลมและตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 ให้นักเรียนสร้างวงกลมโดยใช้วงเวียน ให้มีรัศมีต่างๆกันอย่างน้อย 3 วง

1.2 ให้นักเรียนสร้างมุมในครึ่งวงกลมของแต่ละวง



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1.3 วัดขนาดของมุมในครึ่งวงกลมของแต่ละวง

.....

1.4 นักเรียนคิดว่าขนาดของมุมในครึ่งวงกลมใดๆ จะเท่ากับเท่าใด

.....

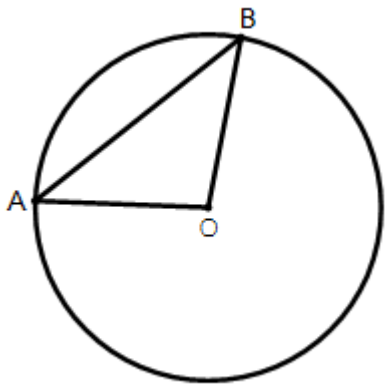
1.5 นักเรียนคาดการณ์ว่ามุมในครึ่งวงกลมของวงกลมใดๆ มีขนาด 90 องศา หรือหนึ่งมุมฉากหรือไม่

.....

.. 1.6 จงแสดงเหตุผลพร้อมเขียนพิสูจน์

ตัวอย่างที่ 1 **กำหนดให้** จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

ต้องการพิสูจน์ว่า ΔAOB เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว



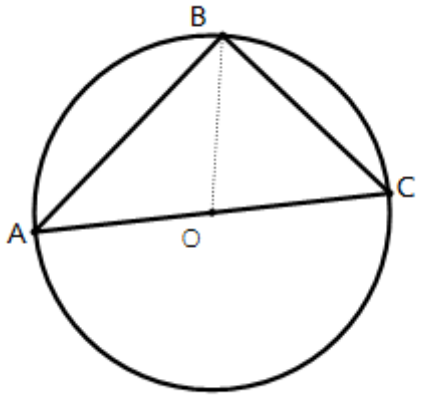
ข้อความ	เหตุผล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1.7 จงแสดงเหตุผลพร้อมเขียนพิสูจน์

ตัวอย่างที่ 2 **กำหนดให้** จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม และ $A\hat{B}C$ เป็นมุมในครึ่งวงกลม

ต้องการพิสูจน์ว่า $A\hat{B}C$ มีขนาด 90° หรือหนึ่งมุมฉาก



ข้อความ	เหตุผล

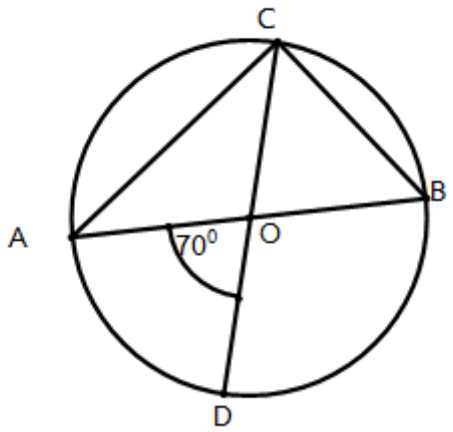
สรุป .....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างที่ 3 กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

$A\hat{C}B$ เป็นมุมในครึ่งวงกลมและ $A\hat{O}D = 70^{\circ}$

จงหาขนาดของ $B\hat{C}O$ เท่ากับกี่องศา พร้อมแสดงเหตุผล



ข้อความ	เหตุผล

ขนาดของ $B\hat{C}O$ =.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาคผนวก จ
โครงสร้างของเครื่องมือที่ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
ผลการการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือที่ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
ตัวอย่างเครื่องมือที่ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 17 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

เนื้อหา	เนื้อหาย่อย	จำนวนข้อฉบับ try out	ข้อสอบข้อที่	จำนวนข้อสอบใช้จริง
พื้นฐานทางเรขาคณิต	- จุด เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง รังสี และมุม - การสร้างพื้นฐาน - การสร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่าย	5 ข้อ	1-5	2 ข้อ
การแปลงทางเรขาคณิต	- การเลื่อนขนาน - การสะท้อน - การหมุน	3 ข้อ	6-8	2 ข้อ
ความเท่ากันทุกประการ	- ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต - ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม -รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบด้าน-มุม-ด้าน - รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบมุม-ด้าน-มุม - รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบด้าน-ด้าน-ด้าน	5 ข้อ	9-13	2 ข้อ
ทฤษฎีบทพีทาโกรัส	- สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก - ทฤษฎีบทพีทาโกรัส - บทกลับของทฤษฎีบทพีทาโกรัส	3 ข้อ	14-16	2 ข้อ
เส้นขนาน	- เส้นขนานและมุมภายใน - เส้นขนานและมุมแย้ง - เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน - เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม	5 ข้อ	17-21	2 ข้อ
ความคล้าย	- รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน - รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน - การนำไปใช้	5 ข้อ	22-26	2 ข้อ
การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม	- ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต - ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม - การสร้าง	5 ข้อ	27-31	3 ข้อ
รวม		31 ข้อ	1-31	15 ข้อ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 18 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

เนื้อหา	เนื้อหาย่อย	จำนวนข้อฉบับ try out	ข้อสอบข้อที่	จำนวนข้อสอบใช้จริง
วงกลม	• **วงกลม** ส่วนต่างๆ เกี่ยวกับวงกลม ได้แก่ จุดศูนย์กลาง รัศมี เส้นผ่านศูนย์กลาง คอร์ด เส้นตัดวงกลม เส้นสัมผัสวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลาง มุมในส่วนโค้งของวงกลม มุมในครึ่งวงกลม	2 ข้อ	1-2	1 ข้อ
	• **มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม** - มุมในครึ่งวงกลม - มุมที่จุดศูนย์กลาง - มุมในส่วนโค้งของวงกลม - มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม	6 ข้อ	3-8	4 ข้อ
	• **คอร์ด** - คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม - รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม - คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม - จุดศูนย์กลาง - วงกลมผ่านจุดที่กำหนด - จุดศูนย์กลางวงล้อม - รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม - คอร์ดที่ยาวเท่ากัน	6 ข้อ	9-14	4 ข้อ
	• **เส้นสัมผัสวงกลม** - เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี - วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม - เส้นสัมผัสและคอร์ด	6 ข้อ	15-20	4 ข้อ
	• **วงกลม มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลมคอร์ดและเส้นสัมผัสวงกลม**	5 ข้อ	21-25	2 ข้อ
รวม		25 ข้อ	1-25	15 ข้อ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตาราง 19 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

เนื้อหา	เนื้อหาย่อย	จำนวนข้อฉบับ try out	ข้อสอบข้อที่	จำนวนข้อสอบใช้จริง
การสร้าง	- การแบ่งส่วนของเส้นตรง - การสร้างมุมขนาดต่างๆ - การสร้างรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน	20 ข้อ	1-20	10
พื้นฐานทางเรขาคณิต	- จุด เส้นตรง ส่วนของเส้นตรง รังสี และมุม - การสร้างพื้นฐาน - การสร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่าย			
การวัด	- ความเป็นมาของการวัด - การวัดความยาว - การวัดพื้นที่ - การวัดปริมาตรและน้ำหนัก - การวัดเวลา			
การแปลงทางเรขาคณิต	- การเลื่อนขนาน - การสะท้อน - การหมุน			
ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ	- ภาพของรูปเรขาคณิตสามมิติ - หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ - ภาพที่ได้จากการมองทางด้านหน้า ด้าน ข้างและด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ - รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์			
ความเท่ากันทุกประการ	- ความเท่ากันทุกประการของรูปเรขาคณิต - ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม -รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบด้าน-มุม-ด้าน - รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบมุม-ด้าน-มุม - รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบด้าน-ด้าน-ด้าน			

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตาราง 17 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	เนื้อหาย่อย	จำนวนข้อฉบับ try out	ข้อสอบข้อที่	จำนวนข้อสอบใช้จริง
พื้นที่ผิวและปริมาตร	- รูปเรขาคณิตสามมิติ - ปริมาตรของปริซึมและทรงกระบอก - ปริมาตรของพีระมิดและกรวย - ปริมาตรของทรงกลม - พื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก			
ความคล้าย	- รูปเรขาคณิตที่คล้ายกัน - รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน - การนำไปใช้			
การให้เหตุผลเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม	- ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางเรขาคณิต - ทฤษฎีบทเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมและรูปสี่เหลี่ยม - การสร้าง			
รวม		20 ข้อ	1-20	10 ข้อ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 20 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

เนื้อหา	เนื้อหาย่อย	จำนวนข้อฉบับ try out	ข้อสอบข้อที่	จำนวนข้อสอบใช้จริง
วงกลม	• **วงกลม** ส่วนต่างๆ เกี่ยวกับวงกลม ได้แก่ จุดศูนย์กลาง รัศมี เส้นผ่านศูนย์กลาง คอร์ด เส้นตัดวงกลม เส้นสัมผัสวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลาง มุมในส่วนโค้งของวงกลม มุมในครึ่งวงกลม	20 ข้อ	1-20	10 ข้อ
	• **มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม** - มุมในครึ่งวงกลม - มุมที่จุดศูนย์กลาง - มุมในส่วนโค้งของวงกลม - มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม			
	• **คอร์ด** - คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม - รูปหลายเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม - คอร์ดและจุดศูนย์กลางของวงกลม - จุดศูนย์กลาง - วงกลมผ่านจุดที่กำหนด - จุดศูนย์กลางวงล้อม - รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม - คอร์ดที่ยาวเท่ากัน			
	• **เส้นสัมผัสวงกลม** - เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี - วงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม - เส้นสัมผัสและคอร์ด			
รวม		20 ข้อ	1-20	10 ข้อ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 21 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความเที่ยงของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน จำนวน 15 ข้อ

ข้อที่	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยง
1	075	0.40	0.689
2	0.56	0.21	
3	0.36	0.29	
4	0.48	0.71	
5	0.43	0.43	
6	0.57	0.81	
7	0.39	0.21	
8	0.42	0.26	
9	0.46	0.36	
10	0.33	0.33	
11	0.40	0.24	
12	0.50	0.43	
13	0.23	0.21	
14	0.39	0.64	
15	0.51	0.21	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 22 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความเที่ยงของแบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จำนวน 15 ข้อ

ข้อที่	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยง
1	0.69	0.43	0.811
2	0.43	0.48	
3	0.38	0.29	
4	0.61	0.36	
5	0.61	0.45	
6	0.58	0.36	
7	0.58	0.60	
8	0.44	0.69	
9	0.55	0.48	
10	0.35	0.69	
11	0.45	0.24	
12	0.32	0.31	
13	0.30	0.55	
14	0.43	0.76	
15	0.39	0.26	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 23 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความเที่ยงของแบบทดสอบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน จำนวน 10 ข้อ

ข้อที่	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยง
1	0.47	0.20	0.676
2	0.65	0.30	
3	0.44	0.59	
4	0.51	0.41	
5	0.61	0.25	
6	0.51	0.45	
7	0.44	0.77	
8	0.51	0.52	
9	0.59	0.57	
10	0.56	0.20	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 24 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความเที่ยงของแบบทดสอบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน จำนวน 10 ข้อ

ข้อที่	ความยากง่าย (p)	อำนาจจำแนก (r)	ความเที่ยง
1	0.46	0.41	0.798
2	0.47	0.73	
3	0.63	0.46	
4	0.42	0.77	
5	0.66	0.54	
6	0.43	0.21	
7	0.49	0.20	
8	0.51	0.23	
9	0.55	0.36	
10	0.34	0.61	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่าง แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เป็นแบบวัดชนิดอัตนัย จำนวน 15 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน
2. เวลาในการทำแบบวัด 50 นาที
3. ก่อนทำแบบวัดให้นักเรียนเขียนชื่อ- สกุล ห้อง/ชั้น เลขที่ ลงในแบบวัดให้ชัดเจน
4. ให้นักเรียนทำแบบวัดโดยใช้ปากกา
5. ไม่อนุญาตให้ใช้เครื่องคำนวณ
6. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามจากครูคุมสอบ
7. ให้นักเรียนทำแบบวัดให้ครบทุกข้อ และทำอย่างเต็มความสามารถ

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1. ถ้าต้องการแบ่งส่วนของเส้นตรงเป็นส่วนๆ ให้แต่ละส่วนมีความยาวเท่ากันโดยการแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงซ้ำหลายๆครั้ง จะสามารถแบ่งออกเป็น 3 ส่วนที่ยาวเท่ากันได้หรือไม่

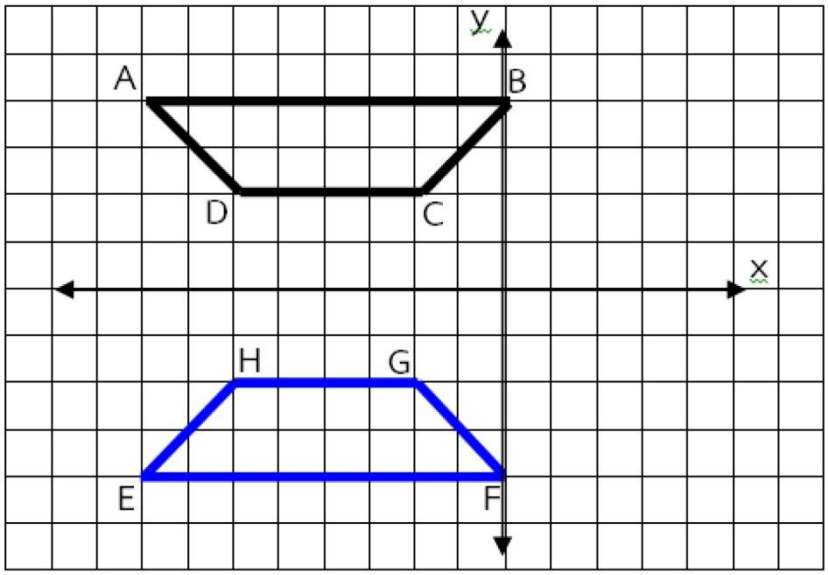
คำตอบ.....

เหตุผลเพราะ.....

.....

3. แสตมป์สำรวจการแปลงทางเรขาคณิตโดยมี □ABCD เป็นภาพต้นแบบ

แสตมป์จึงสรุปว่า " □EFGH เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน □ABCD ด้วย $\overrightarrow{DH}$ "



ข้อสรุปของแสตมป์เป็นจริงหรือเท็จ

คำตอบ.....

เหตุผลเพราะ.....

.....

4. พิจารณาข้อความของบุรินทร์และปกรณ์ เรื่องการแปลงทางเรขาคณิต

บุรินทร์	ปกรณ์
ส่วนของเส้นตรงบนรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานของส่วนของเส้นตรงนั้นจะขนานกัน	ส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดที่สมนัยกันแต่ละคู่จะขนานกันทุกเส้นแต่ไม่จำเป็นต้องยาวเท่ากัน

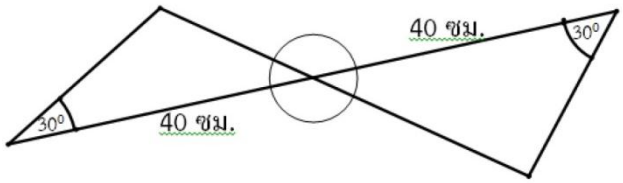
ข้อความของใครกล่าว**ผิด**

คำตอบ.....

เหตุผลเพราะ.....

.....

7. ลูกค้าร้านค้าออกแบบใบพัดแห่งหนึ่ง พบว่าใบพัดใช้ไม่ได้เหตุผลเพราะใบพัดทั้งสองข้างดูแล้วเหมือนมีขนาดไม่เท่ากัน แต่ร้านค้ายังยืนยันว่าแบบใบพัดทั้งสองข้างมีขนาดเท่ากัน เหตุผลของทั้งสองคน เหตุผลของใครถูกต้อง



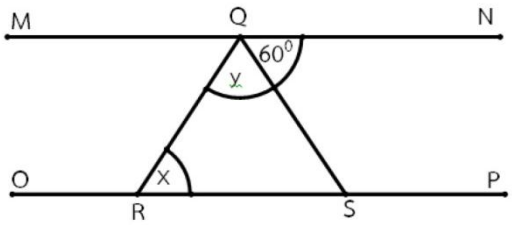
คำตอบ.....

เหตุผลเพราะ.....

.....

.....

11. กำหนดให้ $\overline{MN} // \overline{OP}$ และ $N\hat{Q}S = 60^\circ$ จงหาค่าของ $\hat{x} + \hat{y}$



คำตอบ.....

เหตุผลเพราะ.....

.....

.....

13. พิจารณาข้อความของสงกรานต์และพีระพล เรื่องรูปหลายเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน

สงกรานต์	พีระพล
รูปหลายเหลี่ยมจะคล้ายกัน เมื่อขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ	รูปหลายเหลี่ยมจะคล้ายกัน เมื่อขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ และอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันทุกคู่เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

ข้อความของใครกล่าวได้ถูกต้อง

คำตอบ.....

เหตุผลเพราะ.....

.....

ตัวอย่าง แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่องวงกลม

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม...../.....เลขที่.....

คำชี้แจง

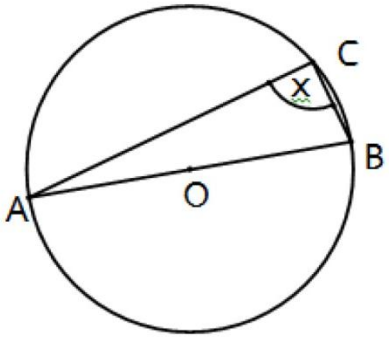
1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เป็นแบบวัดชนิดอัตนัย จำนวน 15 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน
2. เวลาในการทำแบบวัด 50 นาที
3. ก่อนทำแบบวัดให้นักเรียนเขียนชื่อ- สกุล ห้อง/ชั้น เลขที่ ลงในแบบวัดให้ชัดเจน
4. ให้นักเรียนทำแบบวัดโดยใช้ปากกา
5. ไม่อนุญาตให้ใช้เครื่องคำนวณ
6. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามจากครูคุมสอบ
7. ให้นักเรียนทำแบบวัดให้ครบทุกข้อ และทำอย่างเต็มความสามารถ

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2. จากรูป $\overline{AB}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม O และ $A\hat{C}B = X^{\circ}$

ถ้าขนาดของ $B\hat{A}C$ เพิ่มขึ้นแล้วขนาดของ $\hat{X}$ จะเปลี่ยนแปลงหรือไม่



คำตอบ.....

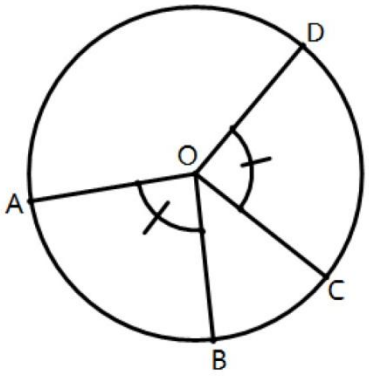
เหตุผลเพราะ.....

.....

.....

5. จากรูป จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมและ $A\hat{O}B = C\hat{O}D$

ถ้า m(AB) เล็กลง แล้ว m(CD) จะเปลี่ยนแปลงอย่างไร



คำตอบ.....

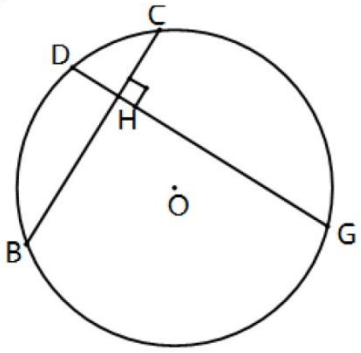
เหตุผลเพราะ.....

.....

.....

.....

6. มินดาและชวัญแก้วเขียนข้อสรุปจากวงกลม ดังนี้



มินดา	ขวัญแก้ว
เพราะว่า $\overline{DG} \perp \overline{BC}$ $D\hat{H}B = D\hat{H}C = C\hat{H}G = B\hat{H}G$ และ $\overline{DG}$ เส้นแบ่งครึ่งคอร์ด $\overline{BC}$	$\overline{DG} \perp \overline{BC}$ แต่ $\overline{DG}$ ไม่ใช่เส้นแบ่งครึ่งคอร์ด $\overline{BC}$ เพราะไม่ใช้เส้นผ่านศูนย์กลาง

จากข้อสรุปของมินดาและขวัญแก้ว ใครสรุปได้ถูกต้อง

คำตอบ.....

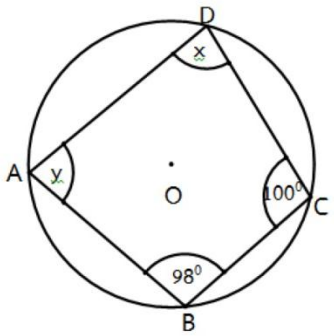
เหตุผลเพราะ.....

.....

.....

9. จากรูป ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม O $A\hat{B}C = 98^\circ$, $B\hat{C}D = 100^\circ$, $C\hat{D}A = x^\circ$ และ $D\hat{A}B = y^\circ$

" x + y = 180 เพราะผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลมเท่ากับ 180° " ข้อความนี้เป็นจริงหรือเท็จ



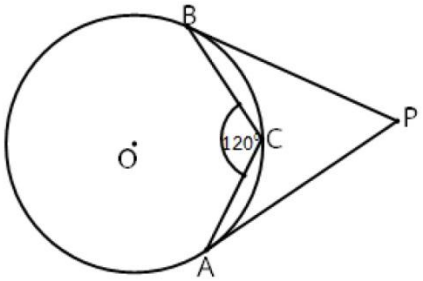
คำตอบ.....

เหตุผลเพราะ.....

.....

.....

11. จากรูป $\overline{PA}$ และ $\overline{PB}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด A และจุด B ตามลำดับและ $A\hat{C}B = 120^\circ$
พิจารณาข้อความของกฤษดาและแสนสิริในการหาขนาดของ $A\hat{P}B$ มีดังนี้



กฤษดา	แสนสิริ
$A\hat{O}B = 60^\circ$ (มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน) $A\hat{P}B = 120^\circ$ (*ขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยม* AOBP *รวมได้* 360^0 *และเส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส*)	มุมกลับ $AOB = 240^\circ$ (มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเป็นสองเท่าของมุมในส่วนโค้งที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน ดังนั้น $A\hat{O}B = 120^\circ$) $A\hat{P}B = 60^\circ$ (*ขนาดของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยม* AOBP *รวมได้* 360^0 *และเส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส*)

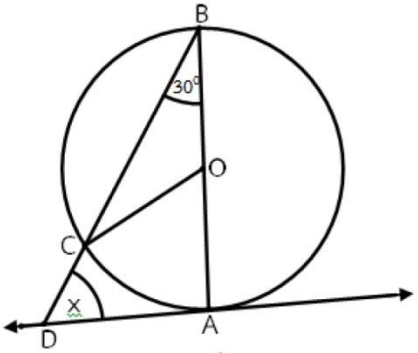
ข้อความของกฤษดาและแสนสิริ ใครกล่าวได้**ถูกต้อง**

คำตอบ.....

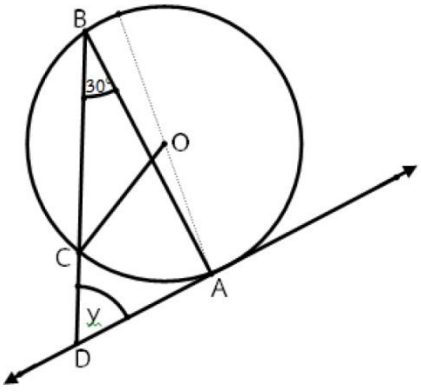
เหตุผลเพราะ.....

.....

15. กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AB}$ เป็นคอร์ดของวงกลม O $A\hat{B}D = 30^\circ$ และ $\overleftrightarrow{AD}$ สัมผัสวงกลม O ที่จุด A



รูปที่ 1



รูปที่ 2

ขนาดของ $\hat{x}, \hat{y}$ เท่ากันหรือไม่

คำตอบ.....

เหตุผลเพราะ.....

.....

ตัวอย่าง แบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เป็นแบบวัดชนิดอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน
2. เวลาในการทำแบบวัด 50 นาที
3. ก่อนทำแบบวัดให้นักเรียนเขียนชื่อ- สกุล ห้อง/ชั้น เลขที่ ลงในแบบวัดให้ชัดเจน
4. ให้นักเรียนทำแบบวัดโดยใช้ปากกา
5. ไม่อนุญาตให้ใช้เครื่องคำนวณ
6. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามจากครูคุมสอบ
7. ให้นักเรียนทำแบบวัดให้ครบทุกข้อ และทำอย่างเต็มความสามารถ

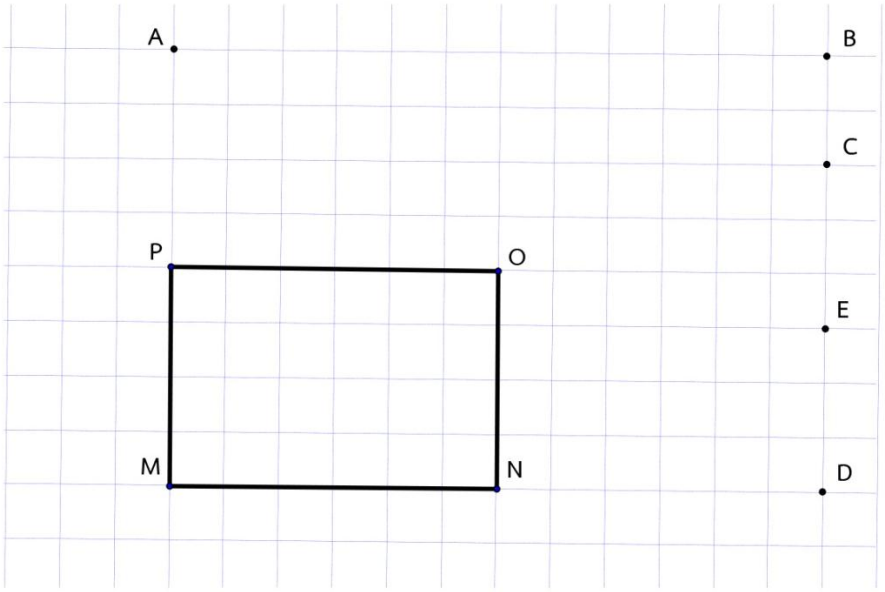
.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4. จากรูปแสดงรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า MNOP

4.1 จงแสดงการต่อหรือเติมรูปเพื่อให้ได้รูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เป็นสองเท่าของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า MNOP โดยใช้จุดตามที่ปรากฏในตาราง



4.2 จงอธิบายแนวคิดในการต่อหรือเติมรูปตามข้อ 4.1

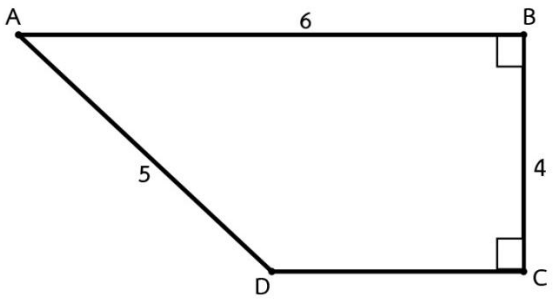
.....

.....

.....

5. จากรูปแสดงรูปสี่เหลี่ยม ABCD

5.1 จงแสดงการต่อหรือเติมรูปเพื่อหาพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม ABCD



5.2 จงอธิบายแนวคิดในการต่อหรือเติมรูปตามข้อ 5.1

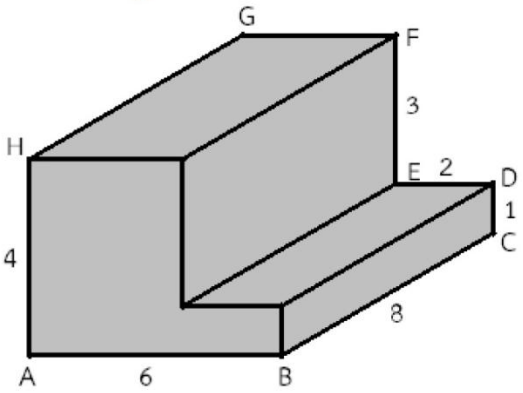
.....

.....

.....

7. จากรูปแสดงปริซึม

7.1 จงแสดงการต่อหรือเติมรูปเพื่อหาปริมาตรปริซึม



7.2 จงอธิบายแนวคิดในการต่อหรือเติมรูปตามข้อ 7.1

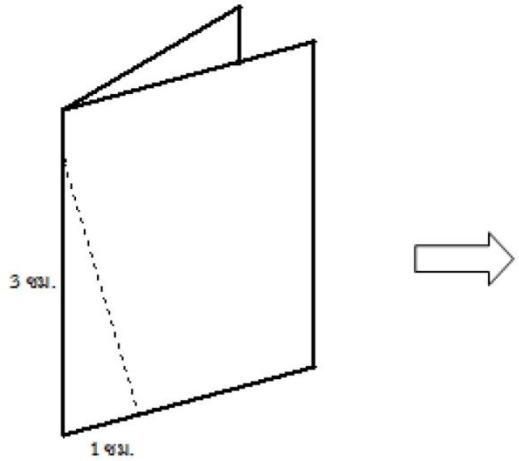
.....

.....

.....

10. จากรูปแสดงกระดาษรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

10.1 ถ้าพับครึ่งกระดาษรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากแล้วตัดกระดาษตามเส้นประ จะเกิดรูปเรขาคณิตชนิดใด จงวาดรูป



10.2 จงอธิบายแนวคิดในการวาดรูปตามข้อ 10.1

.....

.....

.....

.....

ตัวอย่าง แบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

เรื่องวงกลม

ชื่อ-นามสกุล.....ชั้น ม.3/.....เลขที่.....

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการนึกภาพทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เป็นแบบวัดชนิดอัตนัย จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน
2. เวลาในการทำแบบวัด 50 นาที
3. ก่อนทำแบบวัดให้นักเรียนเขียนชื่อ- สกุล ห้อง/ชั้น เลขที่ ลงในแบบวัดให้ชัดเจน
4. ให้นักเรียนทำแบบวัดโดยใช้ปากกา หรือดินสอ
5. หากมีปัญหาใดๆ โปรดสอบถามจากครูคุมสอบ
6. ให้นักเรียนทำแบบวัดให้ครบทุกข้อ และทำอย่างเต็มความสามารถ

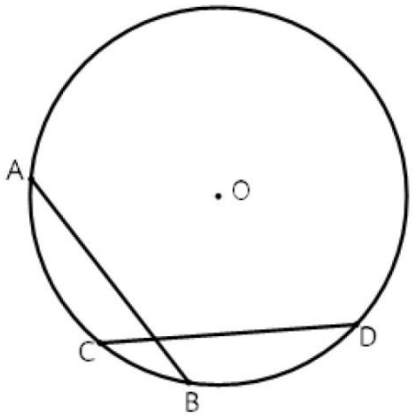
.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1. จากรูป จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดของวงกลม

1.1 จงต่อหรือเติมรูปเพื่อแสดงว่าในวงกลม O $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ เป็นคอร์ดที่ยาวเท่ากัน



1.2 จงอธิบายแนวคิดในการต่อหรือเติมรูปตามข้อ 1.1

.....

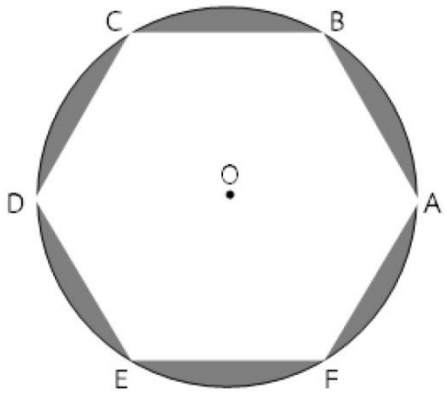
.....

.....

.....

3. จากรูป ABCDEF เป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่าแนบในวงกลม O และ $\overline{OA} = 2$ หน่วย

3.1 จงต่อหรือเติมรูปเพื่อให้หาพื้นที่โดยประมาณของส่วนที่แรเงา



2.2 จงอธิบายแนวคิดในการต่อหรือเติมรูปตามข้อ 3.1

.....

.....

.....

.....

6. นักโบราณคดีพบชิ้นส่วนของจานกระเบื้องโบราณที่มีลักษณะดังรูป

6.1 จงต่อหรือเติมรูปเพื่อหาความยาวของเส้นรอบรูปจานกระเบื้องโบราณ

6.2 จงอธิบายแนวคิดในการต่อหรือเติมรูปตามข้อ 6.1

.....

.....

.....

.....

7. ตุ๊กแกตัวหนึ่งเกาะอยู่ที่ขอบไม้ตรงจุดกึ่งกลางของขอบไม้ซึ่งเป็นคอร์ดของวงล้อไม้ที่มีรัศมียาว 25 นิ้ว และคอร์ดของวงล้อยาว 40 นิ้ว

7.1 เมื่อวงล้อหมุนไป ถ้าตุ๊กแกเกาะอยู่ที่ตำแหน่งเดิมเสมอ จงวาดรูปแสดงเส้นทางที่ตุ๊กแกเคลื่อนที่ตามไป

7.2 จงอธิบายแนวคิดในการวาดรูปตามข้อ 7.1

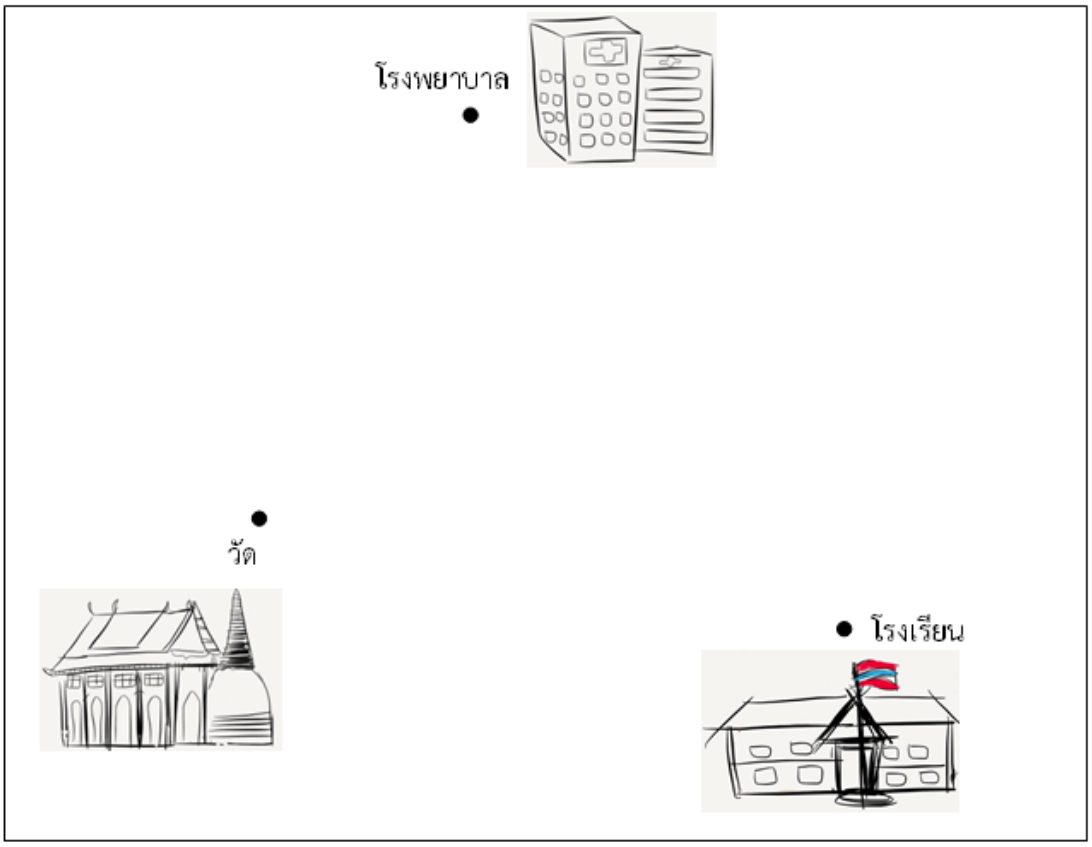
.....

.....

.....

9. เทศบาลเมืองจังหวัดหนึ่ง ต้องการสร้างสวนสาธารณะแห่งใหม่ให้อยู่ห่างจากโรงเรียน วัดและโรงพยาบาล ซึ่งอยู่บนถนนคนละสายเป็นระยะทางเท่ากัน

9.1 จงวาดรูปแสดงตำแหน่งที่สร้างสวนสาธารณะแห่งใหม่



9.2 จงอธิบายแนวคิดในการวาดรูปตามข้อ 9.1

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวเกษณีย์ ยอดไฟอินทร์ เกิดวันที่ 22 สิงหาคม พ.ศ. 2527 ที่จังหวัดบุรีรัมย์ สำเร็จการศึกษาปริญญาศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ในโครงการผลิตครูการศึกษาขั้นพื้นฐานระดับปริญญาตรี (หลักสูตร 5 ปี) จากมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ในปีการศึกษา 2551 และเข้ารับราชการครู ที่โรงเรียนพุทไธสง อำเภอพุทไธสง จังหวัดบุรีรัมย์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 32 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ในปี พ.ศ. 2552 และเข้าศึกษาต่อหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2555

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University