

ตัวอย่างการวิเคราะห์

ในการวิจัยนี้ได้เลือกตัวอย่างที่ปรากฏอยู่ในการวิจัยอื่น ๆ ที่ผ่านมา เพื่อใช้ในการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้ โดยใช้เครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ ฮิวเลทท์ แพคการ์ด (Hewlett Packard) รุ่น HP 9816s ซึ่งมีไมโครโปรเซสเซอร์ MC 68000 ดำเนินด้วยตัวเลขจำนวน 15 หลัก และทำงานที่ความเร็ว 8 MHz ในการคำนวณได้กำหนดนิพจน์ค่าความคลาดเคลื่อนของการเคลื่อนที่ที่เพิ่มขึ้น $(\Sigma \Delta_1^2 / \Sigma D_1^2)^{1/2}$ มีค่าเท่ากับ 10^{-6} สำหรับตัวอย่างที่เลือกใช้ในการวิจัยนี้ 4 ตัวอย่างด้วยกัน คือ

1. คานยื่น (Cantilever beam)
2. โครงข้อแข็งพอร์ทัล (Portal frame)
3. คานโค้งที่มีน้ำหนักบรรทุกอย่างสมมาตร (Arch with symmetric load)
4. คานโค้งที่มีน้ำหนักบรรทุกอย่างไม่สมมาตร (Arch with unsymmetric load)

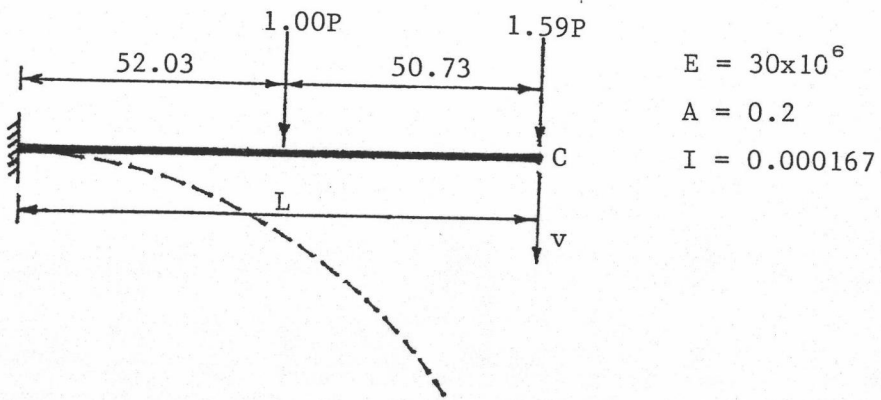
1. คานยื่น (Cantilever beam)

โครงสร้างมีลักษณะเป็นคานยื่นที่อ่อนมาก มีความยาว 102.76 หน่วย ดังแสดงในรูป 5.1 พร้อมคุณสมบัติของโครงสร้าง ตัวอย่างนี้ได้นำมาจากเอกสารอ้างอิง [11] ซึ่งให้ค่าการเคลื่อนที่ที่คำนวณด้วยวิธีต่าง ๆ ดังแสดงในตารางที่ 5.1 โดยถือว่าวิธี *Elastica* ให้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง และยอมรับว่าวิธีของ *Beam - Column* [16] วิธีของ *Jennings* [1] และวิธีของ *Wen* [11] ให้ผลลัพธ์ที่ถูกต้องเพียงพอ การวิจัยนี้ทำการวิเคราะห์โดยแบ่งโครงสร้างออกเป็น 2 และ 10 ชั้นส่วน น้ำหนักบรรทุก *P* กระจายแบ่งเป็น 20 ชั้น ๆ ละ 0.0425 หน่วย ผลลัพธ์ที่ได้แสดงเป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักที่กระทำกับการเคลื่อนที่ ดังรูปที่ 5.2 พร้อมผลที่ได้จากวิธีการ *Beam-Column* ซึ่งให้โดยเอกสารอ้างอิง [11] จากตารางที่ 5.1 จะเห็นผลลัพธ์

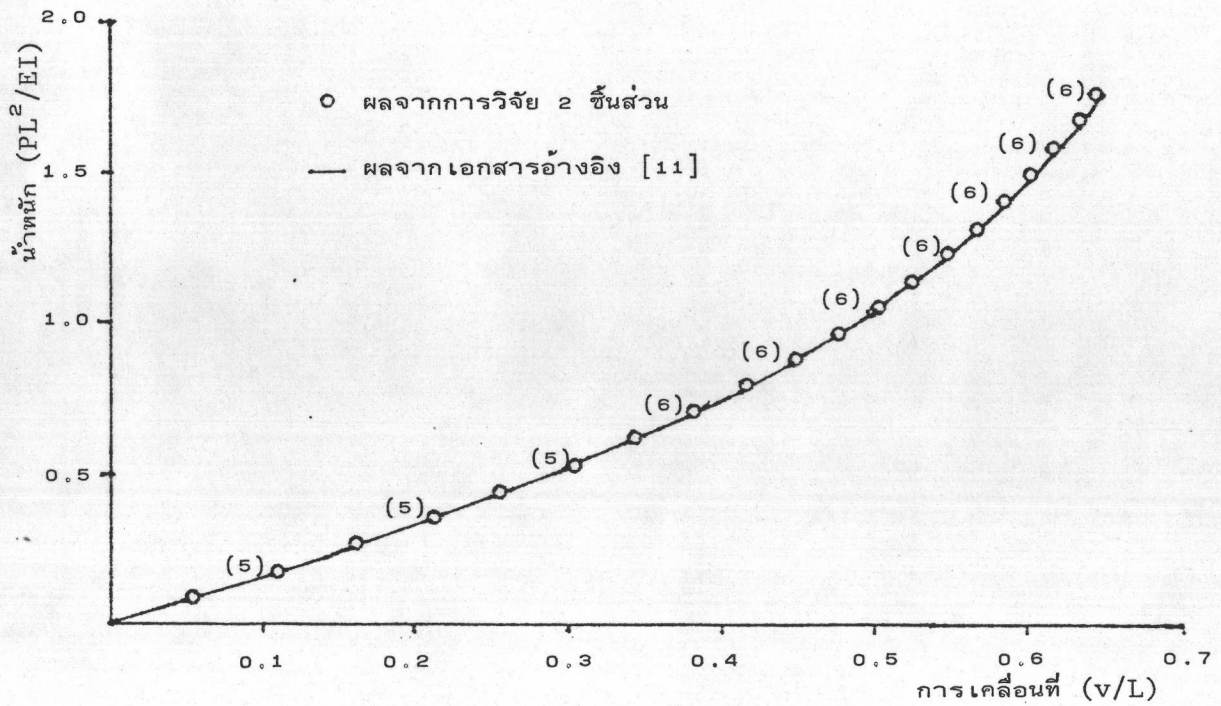
ของการวิจัยนี้ใกล้เคียงกับการวิจัยอื่น ๆ โดยให้ค่าการเคลื่อนที่ในแนวตั้งผิดพลาดเพียง 0.9% และ 0.5% เมื่อเทียบกับวิธี Elastica สำหรับกรณี 2 ชั้นส่วนและ 10 ชั้นส่วนตามลำดับ สำหรับการเคลื่อนที่ในแนวราบให้ผลลัพท์ผิดพลาด 3% ทั้ง 2 กรณี นอกจากนี้ความสมดุลของแรงภายในของโครงสร้างเมื่อเกิดการเคลื่อนที่แล้ว ให้ค่าของแรงที่ขาดสมดุล (Unbalanced Forces) ในอันดับ 10^{-10} หน่วยเท่านั้น ซึ่งถือได้ว่าให้ความถูกต้องเพียงพอ

ตารางที่ 5.1 แสดงผลการวิเคราะห์สำหรับคานยื่น (ตัวอย่างที่ 1) เปรียบเทียบกับการวิจัยอื่น ๆ

วิธี	จำนวนชั้นส่วน	จำนวนชั้นตอน	การเคลื่อนที่ที่ปลาย/ความยาว	
			แนวราบ	แนวตั้ง
Elastica	—	—	0.3081	0.6551
Beam - Column	2	20	0.3081	0.6491
Wen - updated	2	20	0.3496	0.7110
การวิจัย ^๕	2	20	0.2979	0.6495
การวิจัย ^๕	10	20	0.2990	0.6515



รูปที่ 5.1 คานยื่น (ตัวอย่างที่ 1)



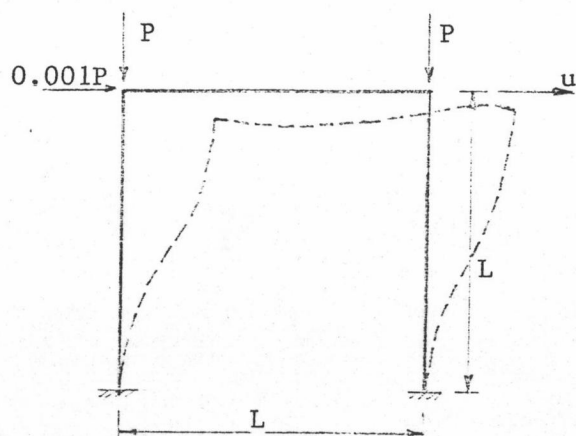
รูปที่ 5.2 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักที่กระทำกับการเคลื่อนที่สำหรับคานยื่น (ตัวอย่างที่ 1)

2. โครงข้อแข็งพอร์ทัล (Portal Frame)

ตัวอย่างต่อไปเป็นโครงข้อแข็งพอร์ทัลชั้นเดียว ซึ่งพิจารณาโดย Wen [11] โครงสร้างนี้มีความสูง 120 หน่วย และระยะระหว่างฐานกว้าง 120 หน่วย ที่ฐานรองรับมีสภาพยึดแน่น และมีน้ำหนักกระทำทั้งในแนวราบและแนวตั้ง ดังแสดงในรูปที่ 5.3 ซึ่งแสดงพร้อมคุณสมบัติของโครงสร้าง การวิจัยนี้แบ่งโครงสร้างออกเป็น 3, 6, 9 และ 12 ชั้นส่วน แบ่งน้ำหนัก P กระทำ 20 ชั้น ๆ ละ 323 หน่วย ทั้ง 4 กรณีให้ผลลัพธ์ที่ใกล้เคียงกันมากในช่วง 14 ชั้นแรก ดังแสดงเป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักที่กระทำกับการเคลื่อนที่ เปรียบเทียบกับผลของ Wen [11] ในรูปที่ 5.4 แต่ในช่วงหลังจากนั้นกรณี 3 ชั้นส่วนไม่สามารถคำนวณให้ค่าการเคลื่อนที่ที่เพิ่มขึ้นมีค่าต่ำกว่าที่กำหนดได้ในชั้นที่ 15 ถึงแม้จะคำนวณซ้ำถึง 20 รอบก็ตาม สำหรับกรณีอื่น ๆ สามารถคำนวณได้ผลลัพธ์ทั้ง 20 ชั้น แต่ให้ผลลัพธ์ผิดจากความจริงมาก คือให้ค่าการเคลื่อนที่ในแนวราบเป็นลบตั้งแต่ชั้นที่ 15 เป็นต้นไปซึ่งเป็นผลที่ผิด ลักษณะเช่นนี้แสดงว่าในช่วงระหว่างชั้นที่ 14 และชั้นที่ 15 โครงสร้างได้เกิดการสูญเสียเสถียรภาพ และเมื่อพิจารณารูปที่ 5.4 จะเห็นว่าในชั้นที่ 14 (น้ำหนักบรรทุก = 4522 หน่วย) เกิดการเคลื่อนที่มากและความลาดเอียงของกราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักที่กระทำกับการเคลื่อนที่ที่ค่อนข้างราบ แสดงว่าน้ำหนักบรรทุกนี้เข้าใกล้น้ำหนักวิกฤติ (Critical load) ในทางปฏิบัติอาจถือได้ว่าน้ำหนักบรรทุกนี้เป็นน้ำหนักวิกฤติซึ่งก็จะผิดพลาดไปจากค่าที่ละเอียดซึ่งให้โดย Wen [11] เพียงราว 3% (ค่านี้ Wen [11] คำนวณโดยไม่มีแรงต้านข้างได้ค่าประมาณ 4680 หน่วย) สำหรับผลลัพธ์เมื่อน้ำหนักบรรทุก $P = 4522$ หน่วย (ชั้นที่ 14) พอสรุปได้ดังตารางที่ 5.2 จะสังเกตได้ว่า เมื่อแบ่งจำนวนชั้นส่วน 9 และ 12 ชั้นส่วน ให้ค่าการเคลื่อนที่ต่างกันเพียง 0.3% และ 0.06% สำหรับค่าการเคลื่อนที่ในแนวราบและแนวตั้งตามลำดับ แต่เมื่อเปรียบเทียบจำนวน 3 ชั้นส่วน กับ 12 ชั้นส่วน จะให้ค่าที่แตกต่างกัน 10% และ 0.2% สำหรับ 6 ชั้นส่วน จะให้ค่าที่แตกต่างจาก 12 ชั้นส่วน เป็น 3% และ 0.06% ตามลำดับ นั้นแสดงว่า ค่าการเคลื่อนที่เมื่อแบ่งจำนวนชั้นส่วนของโครงสร้างข้อแข็งนี้ เป็น 6 ชั้นส่วน ก็สามารถให้คำตอบที่ถูกต้องเพียงพอในทางปฏิบัติ และโครงสร้างยังอยู่ในสภาวะสมดุล โดยที่แรงที่ขาดสมดุลมีค่าในอันดับของ 10^{-10}

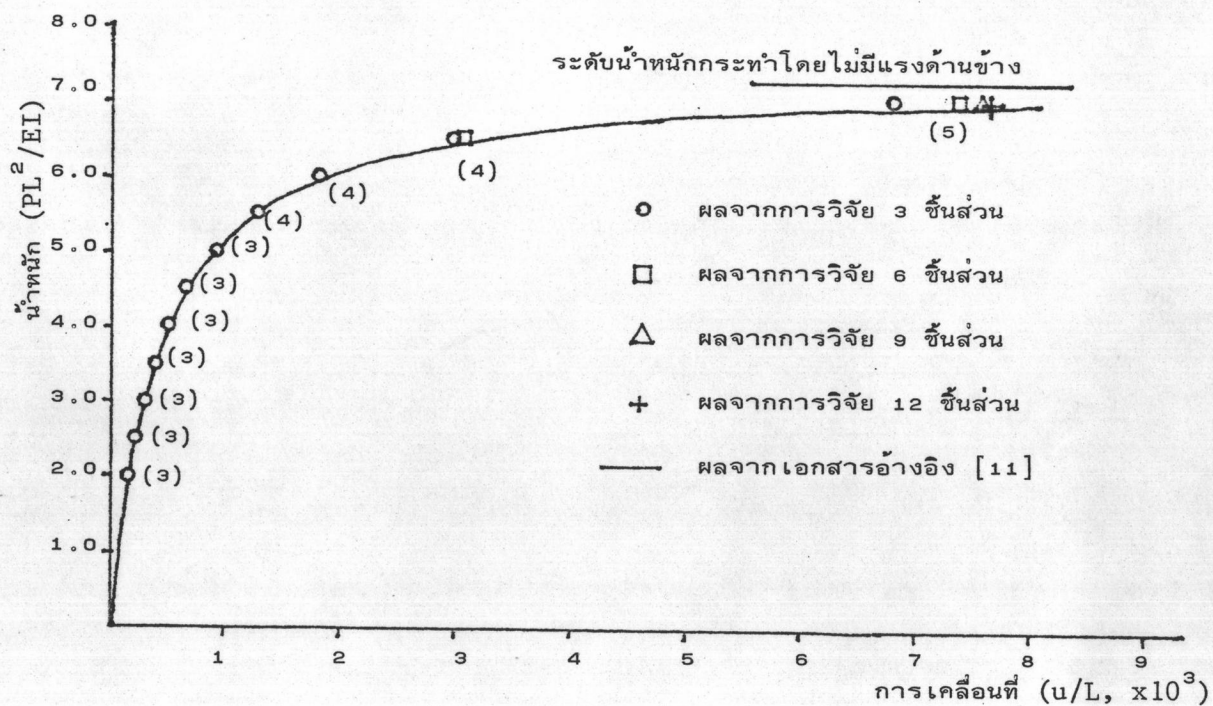
ตารางที่ 5.2 แสดงผลการวิเคราะห์สำหรับโครงข้อแข็งพอร์ทอล (ตัวอย่างที่ 2) เมื่อมีน้ำหนักกระทำ $P = 4522$ หน่วย

รายละเอียด	จำนวนชั้นส่วน			
	3	6	9	12
การเคลื่อนที่ที่มุมบนด้านขวา (หน่วย)				
แนวราบ	0.813	0.885	0.909	0.912
แนวตั้ง	-1.550	-1.552	-1.552	-1.553
เชิงมุม $\times 10^{-3}$	4.123	4.517	4.635	4.647
แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับด้านซ้าย (หน่วย)				
แนวราบ	-2.49	-2.54	-2.56	-2.56
แนวตั้ง	4491	4488	4488	4487
โมเมนต์	-2109	-2263	-2320	-2326
แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับด้านขวา (หน่วย)				
แนวราบ	-2.03	-1.98	-1.97	-1.97
แนวตั้ง	4553	4556	4556	4557
โมเมนต์	-2102	-2253	-2310	-2316
เวลา ซีพียู ทั้งหมด (นาที)	3:57	7:11	11:05	14:19



$E = 3 \times 10^4$
 $A = 11.7$
 $I = 310.1$
 $L = 120$

รูปที่ 5.3 โครงข้อแข็งพอร์ทัล (ตัวอย่างที่ 2)



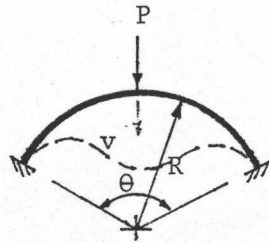
รูปที่ 5.4 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักที่กระทำกับการเคลื่อนที่ สำหรับโครงข้อแข็งพอร์ทัล (ตัวอย่างที่ 2)

3. คานโค้งที่มีน้ำหนักบรรทุกอย่างสมมาตร (Arch with symmetric load)

คานโค้งนี้ส่วนมากจะพบในโครงสร้างประเภทสะพาน ซึ่งในตัวอย่างนี้ได้พิจารณาวิเคราะห์คานโค้งลักษณะเดียวกับที่ Hasegawa [13] ได้ทำการศึกษา คานโค้งที่วิเคราะห์เป็นแบบวงกลมที่มีรัศมีของความโค้ง เท่ากับ 100 หน่วย มุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับคานโค้งเท่ากับ 120° และมีน้ำหนักกระทำตรงกลางดังแสดงในรูปที่ 5.5 พร้อมทั้งคุณสมบัติของโครงสร้าง ในการวิเคราะห์ได้แบ่งคานออกเป็น 8 และ 16 ชั้นส่วนเท่า ๆ กัน มีน้ำหนัก P กระทำทั้งหมด 10 ชั้น ๆ ละ 200 หน่วย ผลลัพธ์ทั้ง 2 กรณี แสดงเป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักที่กระทำกับการเคลื่อน ในรูปที่ 5.6 โดยเปรียบเทียบกับผลลัพธ์ของ Hasegawa [13] พร้อมกันนี้ได้แสดงค่าจำนวนรอบการคำนวณซ้ำ ในแต่ละชั้นของน้ำหนักบรรทุก (Load step) ไว้ด้วยในวงเล็บ จะเห็นว่าผลลัพธ์ที่ได้ใกล้เคียงกัน แต่มีข้อสังเกต คือ ในช่วงน้ำหนักบรรทุกกระทำจากชั้นที่ 7 ไปชั้นที่ 8 การคำนวณต้องใช้จำนวนรอบของการคำนวณซ้ำผิดไปจากปกติ คือ ต้องใช้จำนวนรอบถึง 15 รอบ สำหรับโครงสร้างจำลอง 8 ชั้นส่วน และ 9 รอบ สำหรับโครงสร้างจำลอง 16 ชั้นส่วน ในขณะที่ชั้นอื่น ๆ ใช้ราว 4 รอบ เท่านั้น แสดงให้เห็นว่าในช่วงนั้นโครงสร้างได้เกิดการสูญเสียเสถียรภาพ ซึ่งกรรมวิธีที่ใช้ในการวิจัยนี้ไม่สามารถติดตามการเคลื่อนที่ในช่วงหลังการสูญเสียเสถียรภาพ (Post - buckling) ได้ เพราะต้องใช้วิธีการคำนวณ (Algorithm) พิเศษ ซึ่งอยู่นอกเหนือขอบเขตของการวิจัยนี้ อย่างไรก็ตาม หลังจากที่โครงสร้างพลิกกลับ (Snap through) ไปแล้วกรรมวิธีที่ใช้ในการวิจัยนี้ ยังให้คำตอบที่ใกล้เคียงกับผลในเอกสารอ้างอิง [13] ดังเดิม เมื่อพิจารณาผลลัพธ์ที่ได้จากน้ำหนักกระทำก่อนการสูญเสียเสถียรภาพคือ ในชั้นที่ 7 หรือ น้ำหนักกระทำ $P = 1400$ หน่วย ดังตารางที่ 5.3 จะพบว่าโครงสร้างที่แบ่งใหม่จำนวนชั้นส่วน 16 ชั้นส่วนให้ค่าการเคลื่อนที่มากกว่าที่แบ่ง 8 ชั้น ส่วน ราว 7% และเมื่อวัดค่าจากกราฟในเอกสารอ้างอิง [13] ที่น้ำหนักกระทำนี้ ได้ค่าการเคลื่อนที่ในแนวตั้งประมาณ 19.75 หน่วย ซึ่งกรณี 16 ชั้นส่วนให้ผลที่แตกต่างไปประมาณ 3%

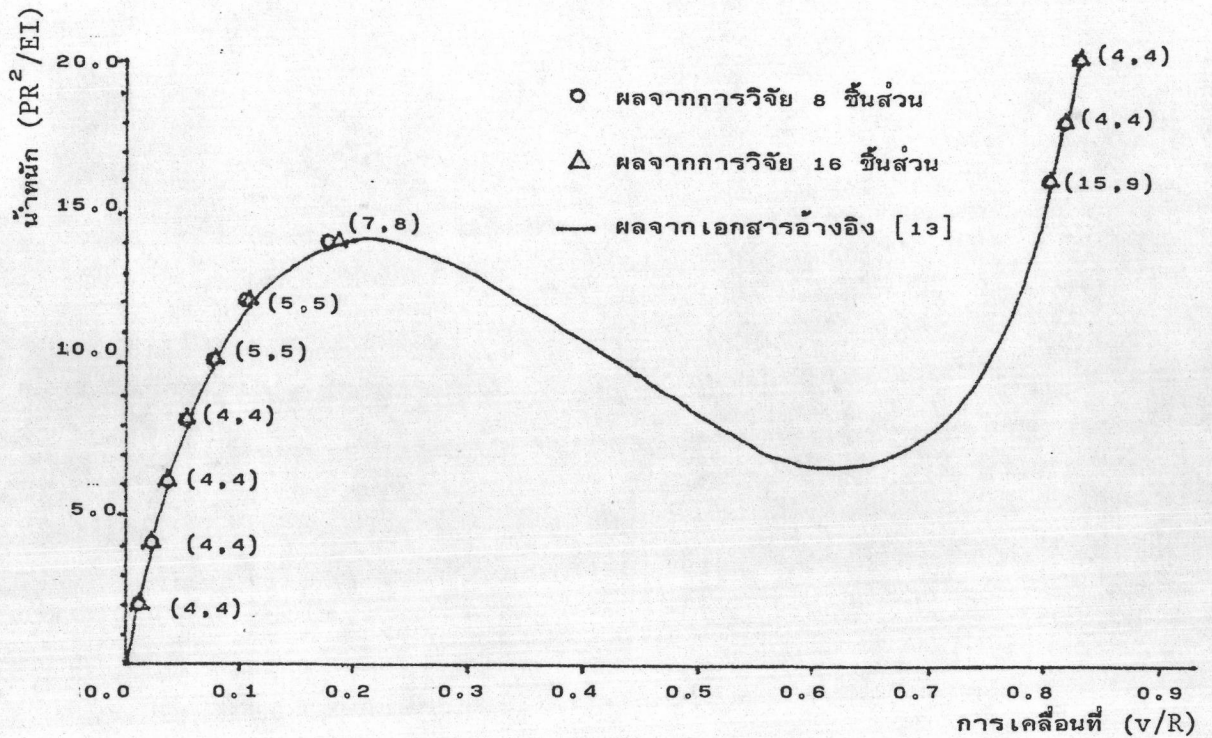
ตารางที่ 5.3 แสดงผลการวิเคราะห์สำหรับคานโค้งที่มีน้ำหนักบรรทุกอย่างสมมาตร
(ตัวอย่างที่ 3) เมื่อน้ำหนักกระทำ P = 1400 หน่วย

รายละเอียด	จำนวนชิ้นส่วน	
	8	16
การเคลื่อนที่ในตำแหน่งที่น้ำหนักกระทำ (หน่วย)		
แนวราบ (X)	-2.70×10^{-15}	-3.14×10^{-15}
แนวตั้ง (Y)	-17.86	-19.18
เชิงมุม	6.58×10^{-18}	1.10×10^{-16}
แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับด้านซ้าย (หน่วย)		
แนวราบ (X)	1489	1527
แนวตั้ง (Y)	700	700
โมเมนต์	13410	14419
แรงปฏิกิริยาที่จุดรองรับด้านขวา (หน่วย)		
แนวราบ (X)	-1489	-1527
แนวตั้ง (Y)	700	700
โมเมนต์	-13410	-14419
เวลาขั้วศูนย์ทั้งหมด (นาที)	6:19	13:25



$R = 100$
 $\theta = 120^\circ$
 $E = 10^6$
 $I = 1.0$
 $A = 0.1$

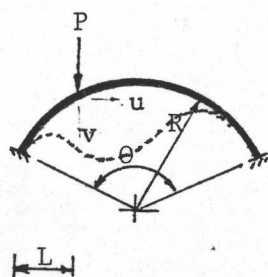
รูปที่ 5.5 คานโค้งที่มีน้ำหนักบรรทุกอย่างสมมาตร (ตัวอย่างที่ 3)



รูปที่ 5.6 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักที่กระทำกับการเคลื่อนที่ สำหรับคานโค้งที่มีน้ำหนักบรรทุกอย่างสมมาตร (ตัวอย่างที่ 3)

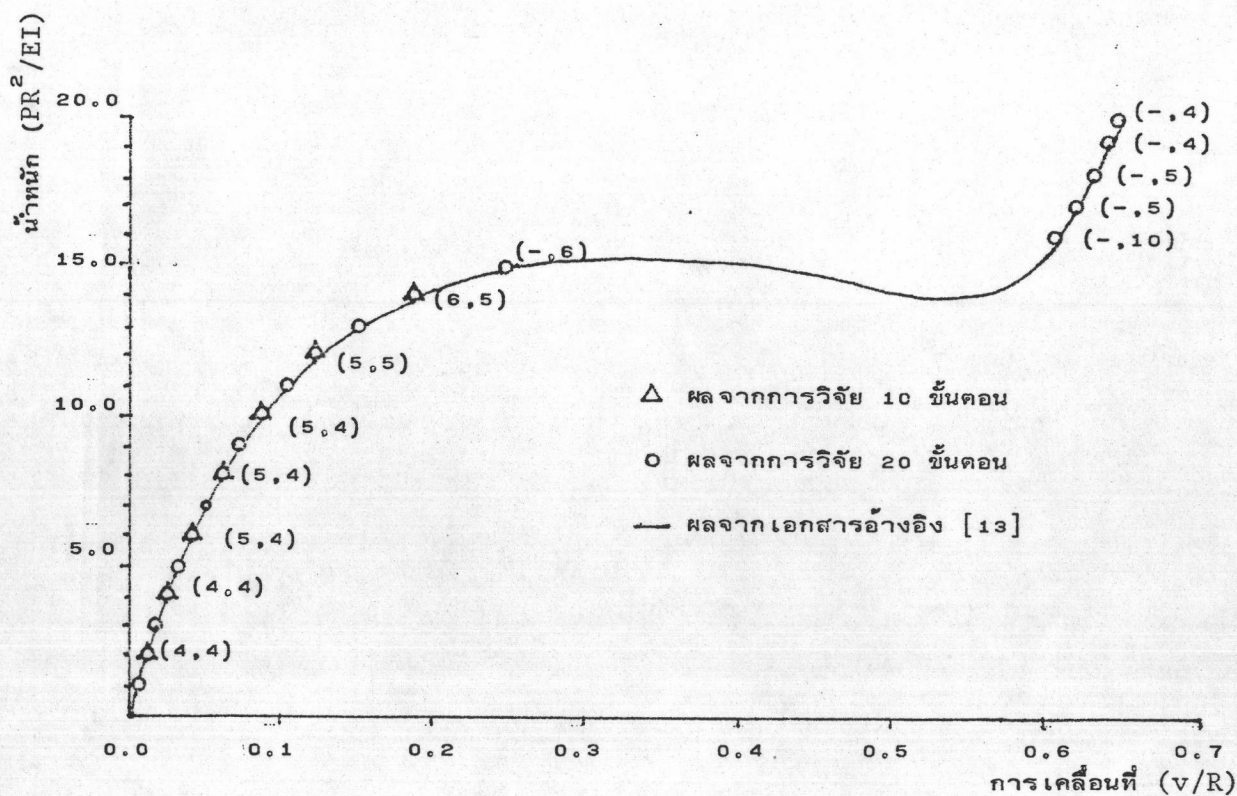
4. คานโค้งที่มีน้ำหนักบรรทุกอย่างไม่สมมาตร (Arch with unsymmetric load)

ตัวอย่างสุดท้ายนี้เป็นคานโค้งที่มีลักษณะและคุณสมบัติเช่นเดียวกับตัวอย่างที่ 3 แต่รับน้ำหนักกระทำเอียงไปด้านหนึ่งดังรูปที่ 5.7 ในการวิเคราะห์ได้แบ่งคานออกเป็น 16 ชั้นส่วนเท่า ๆ กัน และพิจารณาแบ่งน้ำหนัก P กระทำเป็น 10 และ 20 ชั้น ๆ ละ 200 และ 100 หน่วย ตามลำดับ ผลลัพธ์ทั้ง 2 กรณีแสดงเป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักที่กระทำกับการเคลื่อนที่ ดังในรูปที่ 5.8 พร้อมกับผลการวิเคราะห์ของ Hasegawa [13] ในกรณีที่แบ่งน้ำหนักบรรทุกเป็น 10 ชั้น ๆ ละ 200 หน่วย ปรากฏว่าวิเคราะห์ได้เพียง 7 ชั้น ไม่อาจหาผลลัพธ์ของชั้นที่ 8 ได้ เนื่องจากคำตอบที่ได้คลาดเคลื่อนเกินค่าพิกัดถึงแม้จะทำการคำนวณซ้ำ 20 รอบแล้วก็ตาม แต่เมื่อเปลี่ยนน้ำหนักให้กระทำ 20 ชั้น ๆ ละ 100 หน่วย ก็สามารถวิเคราะห์ได้ครบทั้ง 20 ชั้นตอน แต่ก็ต้องใช้จำนวนรอบเพิ่มขึ้นจากปกติมาก เมื่อวิเคราะห์ถึงช่วงน้ำหนักเดียวกันกับกรณีก่อนคือเพิ่มจากประมาณ 5 รอบเป็น 10 รอบ แสดงให้เห็นว่าในช่วงนั้นโครงสร้างได้เกิดการสูญเสียเสถียรภาพ เช่นเดียวกับตัวอย่างที่ 3 และหลังจากนั้นก็ยิ่งให้คำตอบที่ใกล้เคียงกับเอกสารอ้างอิง [13] สำหรับผลลัพธ์ก่อนการสูญเสียเสถียรภาพ เมื่อน้ำหนักกระทำ $P = 1400$ หน่วย ให้ผลลัพธ์ที่เกือบเท่ากันทั้ง 2 กรณี แต่ในกรณี 20 ชั้นตอนสามารถคำนวณจนถึงชั้นที่มีน้ำหนักกระทำ 1500 หน่วย ก่อนที่โครงสร้างจะสูญเสียเสถียรภาพ ซึ่งในชั้นนี้เมื่อวัดค่าการเคลื่อนที่จากกราฟของ Hasegawa [13] จะให้ค่าผิดพลาดเพียง 2% และ 3% สำหรับค่าการเคลื่อนที่ในแนวตั้งและแนวราบตามลำดับ



$R = 100$
 $\theta = 120^\circ$
 $E = 10^6$
 $I = 1.0$
 $A = 0.1$
 $L = 48.3$

รูปที่ 5.7 คานโค้งที่มีน้ำหนักบรรทุกอย่างไม่สมมาตร (ตัวอย่างที่ 4)



รูปที่ 5.8 ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักที่กระทำกับการเคลื่อนที่สำหรับคานโค้งที่มีน้ำหนักบรรทุกอย่างไม่สมมาตร (ตัวอย่างที่ 4)