บทที่ 2

การหาขอบภาพและวิธีหาขอบภาพของ Canny

การหาขอบภาพ คือการเปลี่ยนข้อมูลในรูปภาพไปเป็นข้อมูลเส้นขอบภาพ โดยคงไว้ซึ่งข้อมูลสำคัญคือโครงร่างหรือลายเส้นขอบในรูปภาพ และวิธีที่ใช้ในการหาขอบภาพก็โดยการอาศัยหลักทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วย โดยการมองรูปภาพเป็นฟังก์ชันของสัญญาณ ซึ่งตำแหน่งของเส้นขอบภาพก็คือตำแหน่งที่ค่าสัญญาณมีการเปลี่ยนค่าจากค่าหนึ่งไปสู่อีกค่าหนึ่งอย่างรวดเร็ว ดังนั้นเราจึงสามารถใช้อนุพันธ์อันดับที่หนึ่งและสองในการหาเส้นขอบภาพได้ โดยอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของสัญญาณภาพจะตอบสนองตำแหน่งของขอบภาพในรูปภาพเป็นค่า สูงสุด ซึ่งวิธีนี้เป็นวิธีที่ Roberts, Prewitt, Sobel และ Canny ใช้ ส่วนอนุพันธ์อันดับที่สองของสัญญาณภาพจะตอบสนองตำแหน่งของขอบภาพในรูปภาพเป็นค่า Zero-Crossing ซึ่งเป็นวิธีการใช้ตัวดำเนินการแบบลาปลาซ (Laplacian operator)

วิธี Canny ได้มาจากการแก้ปัญหาการหาขอบภาพโดยวิธีทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสรุปได้ว่าฟังก์ชันที่ดีที่สุดในการหาขอบภาพใดๆมีลักษณะใกล้เคียงกับฟังก์ชันอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของเกาส์เซียน(Gaussian)

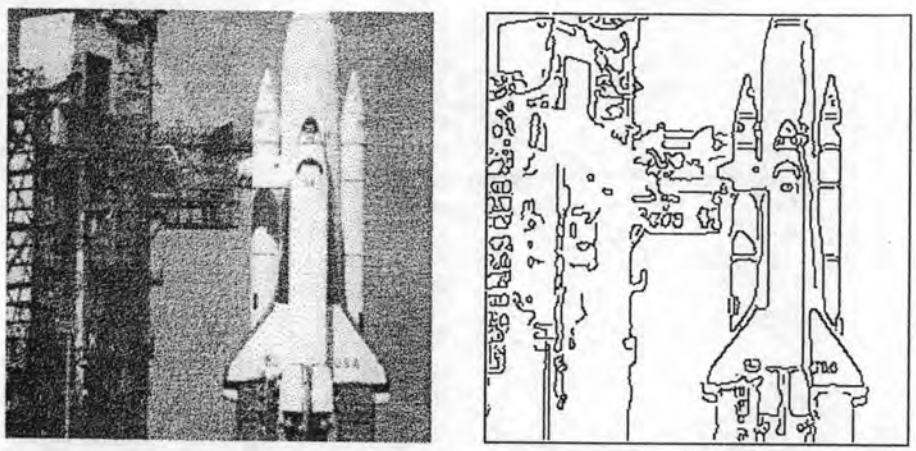
การหาขอบภาพ

ภาพดิจิตอลที่ได้จากเครื่องถ่ายภาพหรือสแกนเนอร์ จะเป็นภาพที่มีขนาดข้อมูลเป็นจำนวนมาก ซึ่งเป็นภาพที่ตามนุษย์มองเห็นรายละเอียดได้ชัดเจน (ดังรูปที่ 2.1(ก)) แต่ถ้าใช้เครื่องคอมพิวเตอร์เพื่อทำการประมวลผลภาพ เช่น ใช้คอมพิวเตอร์เพื่อตรวจสอบตำแหน่งและความเร็วของรถที่เคลื่อนที่ โดยการวิเคราะห์ภาพจำนวนหนึ่งที่ถ่ายในเวลาที่ต่างกัน จะเห็นได้ว่าคอมพิวเตอร์จะต้องทำการประมวลผลกับข้อมูลจำนวนมาก ดังนั้นจึงได้มีความพยายามที่จะลดจำนวนข้อมูลของรูปภาพลง

วิธีหนึ่งก็คือเปลี่ยนรูปภาพระดับสีเทาให้กลายเป็นรูปภาพลายเส้นขอบ(คล้ายกับการวาดการ์ตูน)ที่มีระดับสีเทา 2 ระดับคือขาวกับดำ ซึ่งเราเรียกว่าวิธีนี้ว่า *"การหาขอบภาพ"* ทำให้ใช้หน่วยความจำแค่ 1 บิตต่อการเก็บข้อมูล 1 จุดภาพ (ดังรูปที่ 2.1(ข)) โดยภาพลายเส้นขอบจะยังคงรักษา

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ข้อมูลที่สำคัญของรูปภาพคือเส้นขอบภาพ แต่ลดปริมาณข้อมูลที่ซ้ำซ้อนของพื้นผิวในรูปภาพลงให้เหลือแต่เส้นขอบภาพ

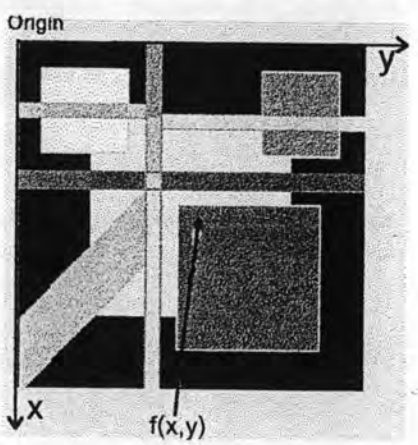


(ก) (ข)

รูปที่ 2.1 รูปด้านซ้ายแสดงภาพต้นแบบ* และรูปด้านขวาแสดงภาพลายเส้นขอบ

แนวคิดและทฤษฎีในการหาขอบภาพ

ในทางคอมพิวเตอร์เราจะใช้ภาพดิจิตอลในการประมวลผล ซึ่งก็คือภาพที่ได้จากการสุ่มค่าจากฟังก์ชัน f(x,y) ออกมาเป็นค่าจุดภาพต่างๆดังรูปที่ 2.2(ก) และในรูปที่ 2.2(ข) แสดงเป็นแบบเมตริกซ์ขนาด N x M เพื่อการอ้างอิงตำแหน่งของจุดภาพใดๆของภาพ



(ก)

$Z_{0,0}$	$Z_{0,1}$	$Z_{0,2}$	$Z_{0,3}$	- - - -	$Z_{0,M-1}$
$Z_{1,0}$	$Z_{1,1}$	$Z_{1,2}$	$Z_{1,3}$	- - - -	$Z_{1,M-1}$
$Z_{2,0}$	$Z_{2,1}$	$Z_{2,2}$	$Z_{2,3}$	- - - -	$Z_{2,M-1}$
$Z_{3,0}$	$Z_{3,1}$	$Z_{3,2}$	$Z_{3,3}$	- - - -	$Z_{3,M-1}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋱	⋮
$Z_{N-1,0}$	$Z_{N-1,1}$	$Z_{N-1,2}$	$Z_{N-1,3}$	- - - -	$Z_{N-1,M-1}$

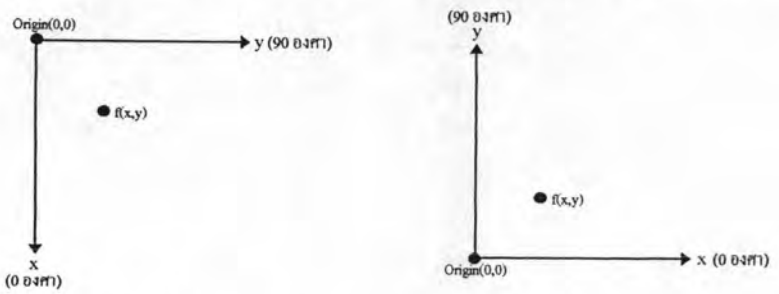
(ข)

รูปที่ 2.2 แสดงลักษณะของภาพดิจิตอล

---

* ภาพต้นกำเนิดมีที่มาจากไฟล์รูปภาพที่มากับหนังสือของ Baxes (1994) นำมาแปลงเป็นขนาด 256 x 256 จุดภาพ และหาภาพลายเส้นขอบด้วยโปรแกรมในบทที่ 3

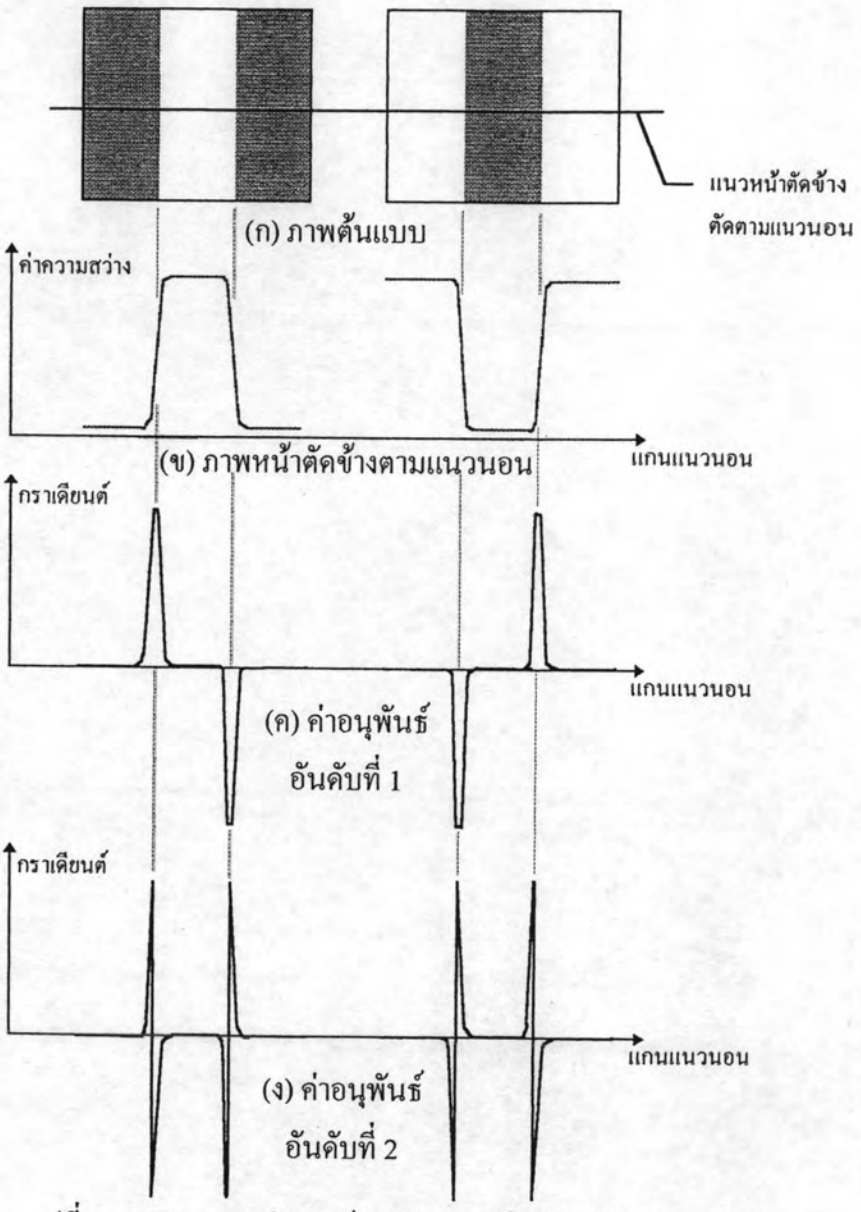
ในวิทยานิพนธ์นี้จะให้ทิศทางของแกน x และแกน y เป็นดังในรูปที่ 2.3(ก) ซึ่งจะเป็นการหมุนแกน x และแกน y ตามทิศทางปกติ(รูปที่ 2.3(ข)) ถอยไป 90 องศา (หมุนตามเข็มนาฬิกา) เพื่อให้แกน x และแกน y มีทิศทางเดียวกันกับการอ้างข้อมูลตามตำแหน่งของแถวกับคอลัมน์



รูปที่ 2.3 ทิศทางของแกน x และแกน y ที่ใช้

การคำนวณหาภาพลายเส้นขอบเป็นการหาลายเส้นที่เป็นเส้นขอบของวัตถุบนภาพดิจิตอล ดังนั้นหลักการก็คือการหาว่าจุดใดของภาพที่เป็นจุดบนเส้นขอบและจุดใดไม่ใช่ ซึ่งเส้นขอบหลอกอาจเกิดขึ้นได้เนื่องจากแสงที่ตกกระทบวัตถุอาจทำให้เกิดเส้นขอบที่มากขึ้นกว่าความเป็นจริง หรือส่วนประกอบของภาพ เช่น ฉากหลังกลมกลืนกับขอบของวัตถุทำให้เกิดเส้นขอบน้อยกว่าความเป็นจริง

เส้นขอบที่อยู่ในรูปภาพจะอยู่ ณ ตำแหน่งที่มีการเปลี่ยนแปลงระดับสีเทาจากค่าต่ำไปค่าที่สูงกว่ามาก หรือจากค่าสูงไปสู่ค่าที่ต่ำกว่ามาก ปกติในรูปภาพระดับสีเทา เราจะกำหนดให้ค่าสูงเป็นระดับสีที่สว่างกว่า ดังนั้นสามารถหาตำแหน่งและขนาดของขอบภาพ(ความแตกต่างของระดับความสว่าง)ได้ โดยการคำนวณหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 หรืออันดับที่ 2 ของฟังก์ชัน โดยพิจารณารูปที่ 2.4(ก) แสดงภาพที่ต้องการหาลายเส้นขอบ รูปที่ 2.4(ข) แสดงหน้าตัดข้างตามแนวนอนของภาพ รูปที่ 2.4(ค) แสดงค่ากราเดียนต์(Gradient)ที่ได้จากการหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 จากภาพหน้าตัดข้างตามแนวนอน และรูปที่ 2.4(ง) แสดงค่าที่ได้จากการหาอนุพันธ์อันดับที่ 2 จากภาพหน้าตัดข้างตามแนวนอน ซึ่งรูปที่ 2.4(ค) ทำให้ทราบว่าจุดที่เป็นลายเส้นขอบคือ จุดที่ให้ค่าสัมประสิทธิ์ของอนุพันธ์อันดับที่ 1 มีค่าสูงสุด และจากรูปที่ 2.4(ง) ทำให้ทราบว่าจุดที่เป็นลายเส้นขอบคือ จุดที่ค่าของอนุพันธ์อับดับที่ 2 มีค่าเป็นศูนย์ แต่ว่าก่อนหรือหลังจุดนั้นค่าของอนุพันธ์อันดับที่ 2 ต้องมีค่าไม่เป็นศูนย์



รูปที่ 2.4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างภาพต้นกำเนิดกับค่าอนุพันธ์

ดังนั้นหลักพื้นฐานที่ใช้กันในการหาเส้นขอบภาพคือใช้ค่ากราเดียนต์ หรือคือการหาค่าของอนุพันธ์อันดับที่ 1 ซึ่งค่ากราเดียนต์สำหรับฟังก์ชัน f(x,y) ที่จุด (x,y) ถูกกำหนดเป็นเวคเตอร์ได้เป็น

$$\nabla F = \begin{bmatrix} Gx \\ Gy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} \\ \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} \qquad \text{(2.1)}$$

ดังนั้นมุมของเวคเตอร์นี้คือ

$$\alpha(x,y) = \tan^{-1}\left(\frac{Gy}{Gx}\right) \qquad \text{(2.2)}$$

และขนาดของเวคเตอร์นี้คือ

$$\nabla f = mag(\nabla F) = \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(2.3)}$$

หรือค่าประมาณของขนาดของเวคเตอร์นี้คือ

$$\nabla f \approx \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right| \qquad \text{(2.4)}$$

พิจารณารูปที่ 2.5(ก) ซึ่ง $Z_{x,y}$ แทนจุดภาพที่มีค่าแทนระดับสีเทาของภาพดิจิตอล สมการที่ (2.3) สามารถที่จะถูกแทนเพื่อหาค่าของกราเดียนต์ที่ตำแหน่งของจุดภาพ $Z_{x,y}$ ได้ดังนี้

$$\nabla f = \left[\left(Z_{x+1,y} - Z_{x,y}\right)^2 + \left(Z_{x,y+1} - Z_{x,y}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \qquad \text{(2.5)}$$

หรือ

$$\nabla f \approx \left|Z_{x+1,y} - Z_{x,y}\right| + \left|Z_{x,y+1} - Z_{x,y}\right| \qquad \text{(2.6)}$$

หรือคือการใช้หน้ากากขนาด 2 x 1 เพื่อหาค่ากราเดียนต์ในทิศทางแกน x และหน้ากากขนาด 1 x 2 เพื่อหาค่ากราเดียนต์ในทิศทางแกน y ได้ออกมาเป็นหน้ากากข้างล่าง โดยอิงตามทิศทางของแกน x และ y ในรูปที่ 2.3(ก)

-1
1

-1	1

โดยผลที่ได้คือผลรวมค่าสัมประสิทธิ์ของผลลัพธ์ที่ได้จากการใช้หน้ากากทั้งสองแบบกับภาพต้นแบบ แต่ปกติเมื่อคำนวณหาค่ากราเดียนต์ในทิศทางแกน x และแกน y หรือ Gx และ Gy ค่ากราเดียนต์ทั้งสองค่านี้จะต้องเป็นค่ากราเดียนต์ ณ ตำแหน่งของจุดภาพเดียวกัน แต่ตำแหน่งที่ตรงกันของหน้ากากทั้งสองดังข้างบนจะต้องเป็นค่า Gx และ Gy ที่ตำแหน่ง $Z_{x+1/2,y+1/2}$ ซึ่งไม่ใช่ตำแหน่งของจุดภาพ ดังนั้นจึงนิยมใช้หน้ากากขนาด 2 x 2 ดังข้างล่างแทน

-1	-1
1	1

-1	1
-1	1

ทำให้ตำแหน่งของ Gx และ Gy อยู่ที่ตำแหน่งตรงกลางของหน้ากากพอดี ซึ่ง Canny ก็เลือกใช้หน้ากากแบบนี้

อีกวิธีที่นิยมใช้คือ วิธีหาอนุพันธ์ไขว้(Cross Differences) ซึ่งแทนในสมการที่ (2.4) ได้เป็น

$$\nabla f \approx \left|Z_{x,y} - Z_{x+1,y+1}\right| + \left|Z_{x,y+1} - Z_{x+1,y}\right| \qquad \text{(2.7)}$$

หรือคือการใช้หน้ากากขนาด 2 x 2 สองอัน ดังแสดงในรูปที่ 2.5(ข) ซึ่งเรียกว่า "ตัวดำเนินการแบบ Roberts Cross-Gradient"

และวิธีที่นิยมใช้กันมากคือการใช้หน้ากากขนาด 3 x 3 เพราะตำแหน่งของ Gx และ Gy จะอยู่ที่ตำแหน่งของจุดภาพตรงกลางพอดี ดังแสดงในรูปที่ 2.5(ค) และ 2.5(ง) ซึ่งเรียกว่า "ตัวดำเนินการแบบ Prewitt" และ "ตัวดำเนินการแบบ Sobel" ตามลำดับ

$Z_{x-1,y-1}$	$Z_{x-1,y}$	$Z_{x-1,y+1}$
$Z_{x,y-1}$	$Z_{x,y}$	$Z_{x,y+1}$
$Z_{x+1,y-1}$	$Z_{x+1,y}$	$Z_{x+1,y+1}$

(ก) จุดภาพของภาพดิจิตอล

1	0
0	-1

0	1
-1	0

(ข) ตัวดำเนินการแบบ Roberts Cross-Gradient

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

(ค) ตัวดำเนินการแบบ Prewitt

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

(ง) ตัวดำเนินการแบบ Sobel

รูปที่ 2.5 แสดงหน้ากากของขั้นตอนวิธีแบบง่ายที่ใช้ในการหาภาพลายเส้นขอบ

ซึ่งวิธีที่กล่าวมาทั้งสามแบบ คือทั้งแบบของ Roberts, Prewitt และ Sobel ต่างก็อิงอยู่บนหลักการคำนวณหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของฟังก์ชันด้วยกันทั้งสิ้น

ส่วนวิธีหาเส้นขอบของรูปภาพโดยวิธีใช้ อนุพันธ์อันดับที่ 2 ของฟังก์ชัน f(x,y) ก็คือ ลาปลาซของฟังก์ชัน f(x,y) ซึ่งมีรูปของสมการดังนี้

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \qquad \text{(2.8)}$$

สำหรับสมการที่นิยมใช้ในการหาลาปลาซคือ

$$\nabla^2 f = 4Z_{x,y} - \left(Z_{x-1,y} + Z_{x,y-1} + Z_{x,y+1} + Z_{x+1,y}\right) \qquad \text{(2.9)}$$

และ

$$\nabla^2 f = 8Z_{x,y} - \left(Z_{x-1,y-1} + Z_{x-1,y} + Z_{x-1,y+1} + Z_{x,y-1} + Z_{x,y+1} + Z_{x+1,y-1} + Z_{x+1,y} + Z_{x+1,y+1}\right) \qquad \text{(2.10)}$$

ซึ่งมีขนาดของหน้ากากเป็นขนาด 3 x 3 ดังรูปข้างล่างตามลำดับ

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

<u>รูปที่ 2.6</u> ตัวดำเนินการแบบลาปลาซ

เหตุที่นิยมใช้ตัวดำเนินการแบบลาปลาซในการหาภาพลายเส้นขอบก็คือ การหาตำแหน่งที่แน่นอนของขอบ โดยอาศัยคุณสมบัติ Zero-Crossing ของลาปลาซ ซึ่งก็คือการทำคอนโวลูชัน(convolution)ระหว่างภาพดิจิตอลกับลาปลาซของฟังก์ชันเกาส์เซียน 2 มิติ ที่มีสมการเป็น

$$G(x,y) = \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right) \qquad \text{(2.11)}$$

โดยที่ σ คือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และถ้าให้ $r^2 = x^2 + y^2$ ก็จะได้ลาปลาซของฟังก์ชันเกาส์เซียน 2 มิติเป็น

$$\nabla^2 G = \left(\frac{r^2-\sigma^2}{\sigma^4}\right)\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \qquad \text{(2.12)}$$

ซึ่งการทำคอนโวลูชันระหว่างภาพดิจิตอลกับสมการที่ (2.12) จะทำให้ภาพที่ได้เกิดการมัวขึ้นตามสัดส่วนของขนาด σ แต่ภาพที่ได้จะมีขนาดของสัญญาณรบกวนลดลง

ค่ากราเดียนต์ที่ได้จากการใช้หน้ากากแบบ Roberts, Prewitt หรือ Sobel ยกเว้นแบบลาปลาซ จะต้องถูกนำไปเปรียบเทียบกับค่าขีดเริ่มเปลี่ยน(Threshold)ที่กำหนดขึ้นค่าหนึ่ง เพื่อพิจารณาว่าค่าที่ได้ควรจะเป็นค่าของจุดภาพที่อยู่บนลายเส้นขอบหรือไม่ใช่ ถ้าใช่คือค่าของจุดภาพหลังการทำหน้ากากมีค่าสูงกว่าหรือเท่ากับค่าของขีดเริ่มเปลี่ยน ก็ให้เปลี่ยนค่าของจุดภาพนั้นเป็นสีขาว แต่ถ้าไม่ใช่ให้เปลี่ยนค่าจุดภาพนั้นเป็นสีดำ ก็จะทำให้ใช้หนึ่งบิตต่อการแทนหนึ่งจุดภาพ

ทั้งนี้การกำหนดค่าขีดเริ่มเปลี่ยนควรกำหนดให้เหมาะสม เพราะว่าถ้าค่าขีดเริ่มเปลี่ยนมีค่าต่ำเกินไปก็จะทำให้ได้ลายเส้นขอบเพิ่มมากขึ้น รวมทั้งสัญญาณรบกวนก็อาจถูกมองเป็นลายเส้นขอบไปด้วย แต่ถ้าค่าขีดเริ่มเปลี่ยนมีค่าสูงเกินไปก็จะทำให้ได้ลายเส้นขอบลดลง อันอาจทำให้ลายเส้นขอบที่เห็นลางๆในภาพต้นแบบจะไม่ปรากฏอยู่ในภาพลายเส้นขอบที่ได้

จากที่กล่าวมาทั้งหมดคือ วิธีเบื้องต้นในการหาภาพลายเส้นขอบ ส่วนวิธีของ Canny นั้น Canny ได้มองการหาภาพลายเส้นขอบเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีจุดประสงค์เพื่อให้ได้วิธีการหาขอบภาพที่ดีที่สุด และสิ่งที่ Canny สรุปออกมาได้จะอยู่บนพื้นฐานของการใช้อนุพันธ์อันดับที่ 1 ของฟังก์ชันในการหาเส้นขอบภาพ

<u>การหาขอบภาพของ Canny</u>

รูปภาพที่ได้มาจากกล้องถ่ายภาพแบบดิจิตอล หรือจากเครื่องสแกนเนอร์ มักจะมีสัญญาณรบกวนสีขาวปะปนอยู่ด้วยเสมอ ซึ่ง Canny ได้ใช้หลักการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาใช้หาวิธีที่จะหาเส้นขอบภาพจากภาพเหล่านี้ โดย Canny ได้กำหนดคุณสมบัติของตัวตรวจจับเส้นขอบภาพไว้ 3 ข้อดังนี้

1. ตรวจจับเส้นขอบภาพได้ดี (good detection) คือมีโอกาสของความผิดพลาดต่ำ นั่นคือมีความเป็นไปได้ต่ำที่ตัวตรวจจับเส้นขอบภาพจะตรวจพบสิ่งที่ไม่ใช่เส้นขอบแต่กับมองเป็นเส้นขอบคือให้ค่าสูงต่อจุดภาพที่ไม่ได้อยู่บนลายเส้นขอบ หรือตรวจหาเส้นขอบจริงไม่เจอคือให้ค่าต่ำต่อจุดภาพที่อยู่บนลายเส้นขอบ ซึ่งคุณสมบัติข้อนี้ก็คืออัตราส่วนของสัญญาณต่อสัญญาณรบกวน หรือ SNR (signal-to-noise ratio) นั่นเอง
2. ตรวจจับเส้นขอบภาพได้ตรงตำแหน่งที่เกิดจริง (good localization) นั่นคือตำแหน่งของเส้นขอบภาพที่ค้นพบ จะต้องมีความใกล้เคียงที่สุดกับตำแหน่งศูนย์กลางของเส้นขอบภาพที่เกิดขึ้นจริง

3. ตัวตรวจจับเส้นขอบภาพจะให้ค่าสูงสุดเพียงจุดเดียวเพื่อตอบสนองตำแหน่งของเส้นขอบภาพที่เป็นจริงในแต่ละจุด (only one response to a single edge) คุณสมบัติข้อนี้เป็นข้อที่ Canny เสริมเข้ามาเพื่อป้องกันไม่ให้ตัวตรวจจับเส้นขอบภาพตอบสนองเส้นขอบภาพที่ตรวจพบมากกว่าหนึ่งครั้ง

ซึ่งตัวตรวจจับเส้นขอบภาพที่เป็นไปตามเงื่อนไขทั้งสามนี้มากที่สุดที่ Canny วิเคราะห์มาได้มีรูปร่างของสัญญาณใกล้เคียงกับฟังก์ชันอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของเกาส์เซียน ซึ่งมีรูปสมการเป็น

$$\nabla G = -\frac{r}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \qquad \text{(2.13)}$$

โดย $r^2 = x^2 + y^2$ และ σ คือค่าความกว้างของเกาส์เซียน ยิ่งมีค่ามากค่าความกว้างยิ่งมาก ซึ่งค่า σ นี้ถ้ามีค่ามากขึ้นจะทำให้คุณสมบัติในข้อที่หนึ่งเพิ่มขึ้นแต่คุณสมบัติในข้อที่สองลดลง ซึ่งในการทดลองของ Canny เขานิยมที่จะใช้ค่า σ เท่ากับ 1 ดังนั้น Canny* จึงเสนอให้ใช้ฟังก์ชันดังกล่าวเป็นตัวตรวจจับเส้นขอบภาพเพราะว่าสามารถคำนวณหาหน้ากากของตัวตรวจจับเส้นขอบภาพที่มาจากฟังก์ชันอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของเกาส์เซียนได้สะดวกและยังมีคุณสมบัติที่สามารถแยกออกเป็นการคำนวณทีละหนึ่งมิติได้ทำให้สะดวกในการนำไปคำนวณ ซึ่งภายหลัง Poggio และคณะ (1985 อ้างถึงใน Jeong and Kim, 1992) ได้พิสูจน์ว่า ฟังก์ชันอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของเกาส์เซียนนี้เป็นตัวตรวจจับเส้นขอบภาพที่เหมาะสมที่สุด ในการกรองความถี่จากภาพดิจิตอล (ซึ่งมีลักษณะที่ไม่ต่อเนื่องเพราะเป็น discrete grid)

สมการที่ใช้ในการหาเส้นขอบภาพโดยวิธีของ Canny คือ

$$E[i,j] = \nabla G[i,j;\sigma] * I[i,j] \qquad \text{(2.14)}$$

$E[i,j]$ คือ เส้นขอบภาพ; $\nabla G[i,j;\sigma]$ คือ หน้ากากของฟังก์ชันอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของเกาส์เซียน; $*$ คือ เครื่องหมายคอนโวลูชัน; และ $I[i,j]$ คือ รูปภาพดิจิตอลที่ต้องการหาเส้นขอบภาพ

จากคุณสมบัติของคอนโวลูชันเราสามารถทำการคอนโวลูชันก่อนที่จะทำการหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 ได้ ซึ่งทำให้สมการ (2.14) กลายเป็น

---

* Canny ได้เขียนไว้ว่าจำนวนสุ่มตัวอย่างที่ใช้ต่อฟังก์ชันอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของเกาส์เซียนนี้ ควรจะใช้ไม่น้อยกว่า 8 ค่าต่อ σ เท่ากับ 1 ที่แกนเดียว(มิติเดียว) นั่นหมายความว่า ถ้าใช้ฟังก์ชันนี้เพื่อกรองความถี่จากภาพดิจิตอลซึ่งเป็น 2 แกน จะต้องสุ่มตัวอย่างค่าของฟังก์ชันอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของเกาส์เซียน ขนาดไม่ต่ำกว่า 8 x 8 ที่ σ เท่ากับ 1

$$E[i,j] = \nabla(G[i,j;\sigma] * I[i,j]) \qquad \text{(2.15)}$$

คือ G คอนโวลูชันกับ I ก่อน แล้วจึงค่อยหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 ทำให้การนำเอาหน้ากากของฟังก์ชันของเกาส์เซียนมาคอนโวลูชันกับรูปภาพก็คือการเกลี่ยภาพหรือการกรองเอาความถี่ต่ำนั่นเอง ทำให้ภาพที่ได้เกิดการมัวขึ้นตามสัดส่วนของขนาด σ แต่ภาพที่ได้จะมีขนาดของสัญญาณรบกวนลดลง

หลังจากใช้ฟังก์ชันของเกาส์เซียนมากรองเอาความถี่ต่ำของภาพดิจิตอลแล้ว (ปกติ Canny จะใช้ค่า σ เท่ากับ 1) Canny ก็ได้นำภาพที่ได้หลังการกรองเอาความถี่ต่ำ มาหาขนาดและทิศทางของกราเดียนต์ คือหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 ตามทิศทางแกน x และแกน y ซึ่งมีทิศทางดังรูปที่ 2.3(ข)

Canny ได้ใช้หน้ากากขนาด 2 x 2 ดังข้างล่าง (ถอดความจากโปรแกรมภาษา LISP ที่ Canny ใช้ (Fleck, 1992))

-1	1
-1	1

1	1
-1	-1

รูปที่ 2.7 หน้ากากซ้ายสำหรับหาค่ากราเดียนต์ในทิศทางแกน x
และหน้ากากขวาสำหรับหาค่ากราเดียนต์ในทิศทางแกน y

ซึ่งสามารถหาขนาดของกราเดียนต์ได้จาก

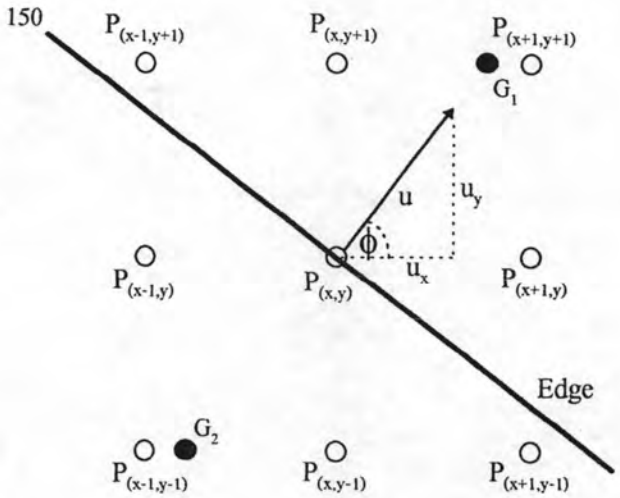
$$|G| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \qquad \text{(2.16)}$$

และทิศทางของกราเดียนต์ได้จาก

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{G_y}{G_x}\right) \qquad \text{(2.17)}$$

หลังจากได้ขนาดและทิศทางของกราเดียนต์ ก็ทำการเปลี่ยนค่ากราเดียนต์ของจุดภาพที่ไม่ใช่จุดภาพที่มีขนาดสูงสุดเฉพาะถิ่นให้เป็นศูนย์ หรือที่เรียกว่า non-max suppression ซึ่งก็เท่ากับเป็นการหาจุดภาพที่มีขนาดสูงสุดเฉพาะถิ่น โดยพิจารณาแต่ละจุดภาพว่า ณ ตำแหน่งนั้น มีทิศทางของกราเดียนต์ก็คือ ทิศทางของขอบภาพว่าไปทางใด ก็ให้เปรียบเทียบกับค่ากราเดียนต์ที่อยู่ถัดไปให้เป็น G_1 และก่อนหน้าให้เป็น G_2 ตามทิศทางของขอบภาพนั้น กับค่ากราเดียนต์ของจุดภาพที่พิจารณาอยู่ให้เป็น G ถ้าค่าของ G มากกว่า G_1 และมากกว่า G_2 ก็แสดงว่าจุดภาพนี้เป็นตำแหน่งของเส้นขอบภาพก็ให้มีค่า G คงเดิม แต่ถ้าไม่ใช่แสดงว่าจุดภาพนี้ไม่ใช่ตำแหน่งของเส้นขอบภาพ ก็ให้แก้ค่า G ของจุดภาพให้เป็นศูนย์ นั่นคือ ถ้าค่ากราเดียนต์ของจุดภาพเป็นศูนย์อยู่แล้ว ก็ให้ข้ามไปจุดภาพต่อไปได้เลย นั่นคือจุดภาพที่เป็นศูนย์ไม่ต้องทำ non-max suppression นี่คือที่มาของคำว่า

non-max suppression ซึ่งทำให้ต้องมีการทำอินเตอร์โพเลชัน เพื่อหาค่าของ G_1 และ G_2 ตามทิศทางของกราเดียนต์



รูปที่ 2.8 แสดงการหาทิศทางของเส้นขอบด้วยวิธีอินเตอร์โพเลชัน

ดังตัวอย่างในรูปข้างบนเป็นกรณี $45^\circ \le \phi \le 90^\circ$ (ค่ามุมตามทิศทางปกติ) จะได้

$$G_1 = \frac{u_x}{u_y} G_{(x+1,y+1)} + \frac{u_y - u_x}{u_y} G_{(x,y+1)}$$

และ

$$G_2 = \frac{u_x}{u_y} G_{(x-1,y-1)} + \frac{u_y - u_x}{u_y} G_{(x,y-1)}$$

หลังจาก non-max suppression ก็ทำการตรวจสอบขีดเริ่มเปลี่ยนค่าต่ำ เพื่อตัดค่าจุดภาพสูงสุดเฉพาะถิ่นที่มีค่าต่ำ ซึ่งมักเกิดจากสัญญานรบกวนออกไป โดยการกำหนดค่าขีดเริ่มเปลี่ยนไว้ค่าหนึ่ง ซึ่ง Canny ไม่ได้บอกว่าควรจะกำหนดไว้ที่เท่าไร บอกแต่เพียงว่าควรจะให้ขีดเริ่มเปลี่ยนค่าต่ำมีค่าเป็น 1/2 หรือ 1/3 เท่าของขีดเริ่มเปลี่ยนค่าสูง ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมของเส้นขอบภาพที่ได้ ว่าควรจะกำหนดค่าขีดเริ่มเปลี่ยนทั้งค่าสูงและค่าต่ำเป็นเท่าไร

หลักการคือ ถ้าค่าของจุดภาพมีค่ามากกว่า หรือเท่ากับค่าขีดเริ่มเปลี่ยนค่าต่ำ ก็ให้จุดภาพนั้นมีค่าคงเดิม ถ้าไม่ใช่ก็ให้แก้ค่าของจุดภาพนั้นเป็นศูนย์

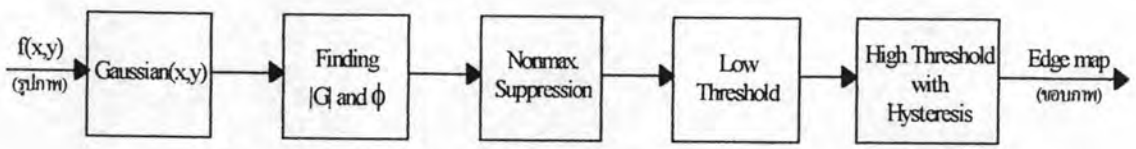
จากนั้นก็ตรวจสอบขีดเริ่มเปลี่ยนค่าสูงแบบฮิสเตอร์เรซิส(hysteresis) เพื่อให้ได้ลายเส้นขอบที่ต่อเนื่อง ซึ่งมีหลักการดังนี้

1. จุดภาพที่มีขนาดของกราเดียนต์สูงกว่าหรือเท่ากับค่าขีดเริ่มเปลี่ยน ให้ถือว่าเป็นจุดบนลายเส้นขอบ

2. ทุกๆจุดภาพบนลายเส้นที่ต่อเนื่องเส้นหนึ่ง จะถือว่าเป็นจุดภาพบนลายเส้นขอบก็ต่อเมื่อมีจุดภาพๆหนึ่งที่อยู่บนลายเส้นขอบที่ต่อเนื่องนั้นมีคุณสมบัติตามข้อ 1.
3. จุดภาพที่มีขนาดของกราเดียนต์ที่ต่ำกว่าค่าขีดเริ่มเปลี่ยน และไม่มีทางเดินเชื่อมต่อกับจุดภาพที่มีคุณสมบัติตามข้อ 1. ให้ถือว่าจุดภาพนี้ไม่ใช่จุดภาพที่อยู่บนลายเส้นขอบ

ซึ่งวิธีการที่สมบูรณ์สำหรับการตรวจสอบขีดเริ่มเปลี่ยนแบบฮิสเตอร์เรซิส จะต้องอาศัยการคำนวณโดยทฤษฎีกราฟ

ดังนั้นวิธีการหาขอบภาพของ Canny สามารถสรุปได้ดังรูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 ขั้นตอนวิธีของ Canny ในการหาเส้นขอบภาพจากรูปภาพ

สรุปท้ายบท

การหาขอบภาพเป็นวิธีที่ใช้เพื่อลดจำนวนข้อมูลในรูปภาพลงก่อนที่จะนำไปเป็นอินพุตเพื่อการประมวลผลในกระบวนการต่อไป ดังนั้นจึงเป็นส่วนแรกของการประมวลผลข้อมูลภาพ ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องมีความถูกต้องและมีประสิทธิภาพในการทำงาน โดยเน้นความรวดเร็วด้วย ดังจะเห็นได้จากวิธีหาขอบภาพแบบ Roberts, Prewitt และ Sobel ที่อาศัยการหาค่ากราเดียนต์หรือค่าอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของรูปภาพ แล้วจึงทำการตรวจสอบขีดเริ่มเปลี่ยน และวิธีลาปลาซที่หาค่าอนุพันธ์อันดับที่ 2 ของรูปภาพ ซึ่งทั้งหมดที่กล่าวเป็นวิธีเบื้องต้นที่มีประสิทธิภาพและมีความรวดเร็วในการคำนวณ

แต่วิธีที่ใช้ในการคำนวณหาภาพลายเส้นขอบที่ให้ผลลัพธ์เป็นที่ยอมรับและถูกนำไปประยุกต์ใช้กับงานที่ต้องการความถูกต้องของภาพลายเส้นขอบสูงคือขั้นตอนวิธีของ Canny แต่ขั้นตอนวิธีของ Canny เป็นขั้นตอนวิธีที่มีความสลับซับซ้อนขึ้นกว่าวิธีเบื้องต้นที่กล่าวไปแล้ว ซึ่งก็ใช้การหาค่าอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของรูปภาพเหมือนกับวิธีอื่นๆ แต่ว่า Canny ใช้ฟังก์ชันเกาส์เซียนมาคอนโวลูชันกับรูปภาพเพื่อเป็นการกรองเอาความถี่ต่ำ คือเป็นการเกลี่ยภาพเพื่อลดสัญญาณรบกวนก่อนที่จะมาหาอนุพันธ์อันดับที่ 1 หรือค่ากราเดียนต์ต่อไป แล้วจึงทำการตรวจสอบขีดเริ่มเปลี่ยนค่าต่ำ และขีดเริ่มเปลี่ยนค่าสูงแบบฮิสเตอร์เรซิส