บทที่ 2

ข้อมูลและตัวสถิติของการวิจัย

เนื่องจากข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นข้อมูลอนุกรมเวลารายไตรมาศ ดังนั้นผู้วิจัยขอเริ่มด้วยการกล่าวถึงลักษณะทั่วไปของข้อมูลอนุกรมเวลารายไตรมาศแล้วจึงกล่าวถึงรายละเอียดของตัวสถิติทดสอบของการวิจัยครั้งนี้ พร้อมยกตัวอย่างการคำนวณค่าของตัวสถิติเหล่านี้ด้วย

2.1 ข้อมูลอนุกรมเวลารายไตรมาศ (Quaterly Time Series Data)

ข้อมูลอนุกรมรายไตรมาศ คือ ข้อมูลที่มีการบันทึกเฉพาะทุก ๆ 3 เดือนในแต่ละรอบ 1 ปี ข้อมูลนั้นอาจจะเป็นตัวเลขสรุปยอดรวมทุก ๆ 3 เดือน หรือข้อมูล ณ เวลาครบ 3 เดือน ข้อมูลเหล่านี้ถ้ามีอัตราสหสัมพันธ์กันตามฤดูกาล จะพบว่ามีอัตตสหสัมพันธ์ฤดูกาลทุก ๆ แล็ก (ตำแหน่ง) ที่ 4 เขียนเป็นตัวแบบได้ดังนี้

$$U_t = \rho\ U_{t-4} + e_t$$

โดยที่ e_t คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่ม สมมติว่าไม่มีสหสัมพันธ์กัน มีการแจกแจงแบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็นค่าคงที่

ตัวอย่าง 2.1 การสร้างข้อมูลอนุกรมเวลารายไตรมาศ

ตัวแบบ $U_t = \rho U_{t-4} + e_t$ (2.1)

ให้ $\rho = 0.7$

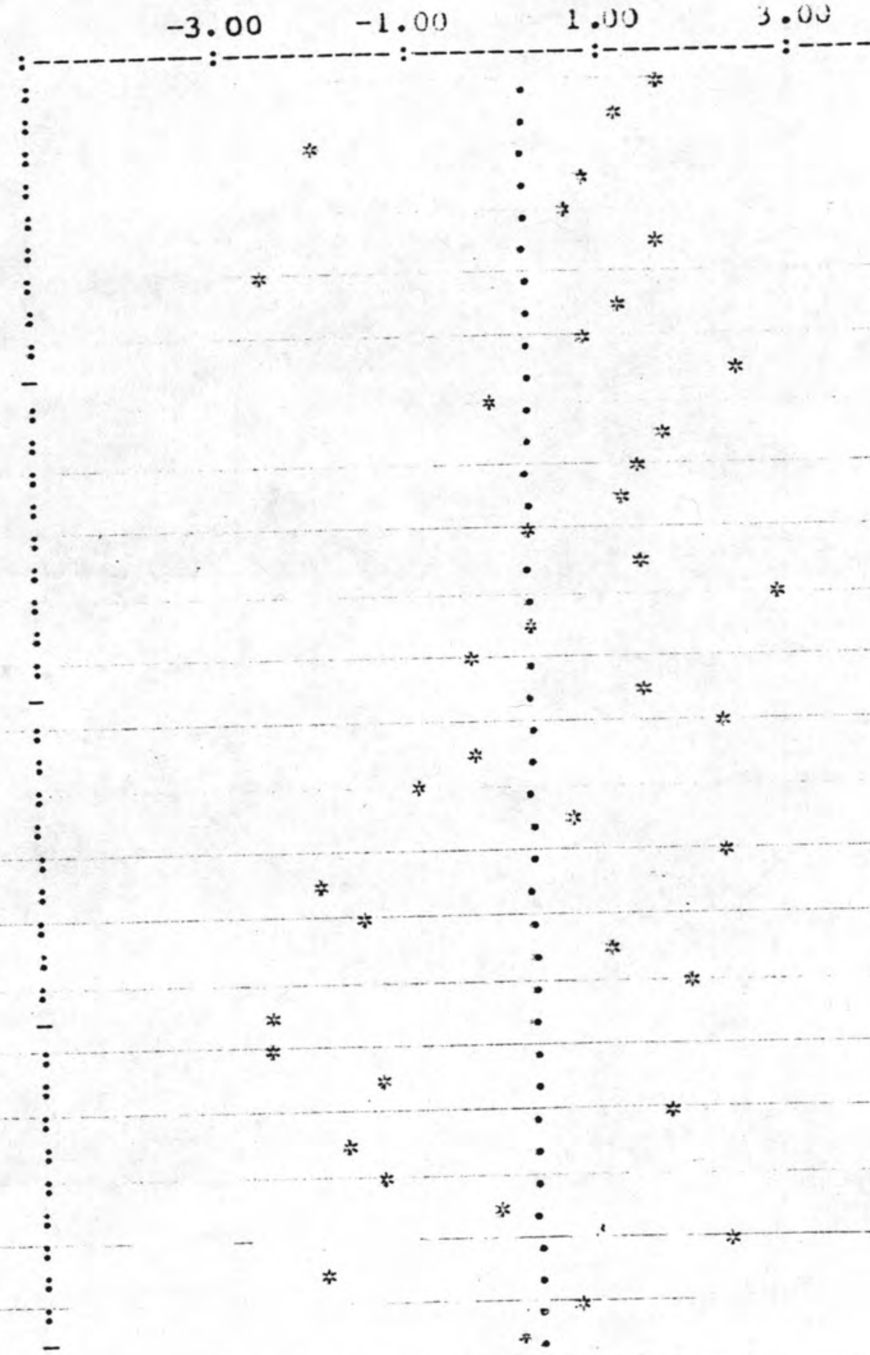
e_t เป็นความคลาดเคลื่อนสุ่ม มีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น $\sigma_e^2 = 1$

สร้างข้อมูลอนุกรมเวลารายไตรมาศ 40 ค่า นำข้อมูลชุดนี้ใส่ในโปรแกรมสำเร็จรูป SPSSX และใช้คำสั่งในส่วนโปรแกรม Box - Jenkins จะได้กราฟของการพล็อต (Plot)

ข้อมูล, ฟังก์ชั่นอัตตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation Function : ACF) และฟังก์ชั่นอัตตสหสัมพันธ์บางส่วน (Partial Autocorrelation Function : PACF) ดังนี้

รูปที่ 2.1 แสดงการพล็อตข้อมูลอนุกรมเวลารายไตรมาศ $U_t = 0.7U_{t-4} + e_t$ ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 40

DATA - *
MEAN - .



OBS	DATA
1	1.68997
2	1.18699
3	-1.94897
4	.786704
5	.619170
6	1.69903
7	-2.52519
8	1.26175
9	.829402
10	2.32350
11	-.127712
12	1.53976
13	1.42794
14	1.15500
15	.189922
16	1.48163
17	2.77394
18	.181737
19	-.496722
20	1.48965
21	2.28149
22	-.465886
23	-1.06970
24	.574232
25	2.14176
26	-1.92889
27	-1.55743
28	1.04506
29	1.82644
30	-2.62959
31	-2.64325
32	-1.31200
33	1.51172
34	-1.85243
35	-1.45290
36	-.249791
37	2.27327
38	-2.04824
39	.502627
40	.946069D-01

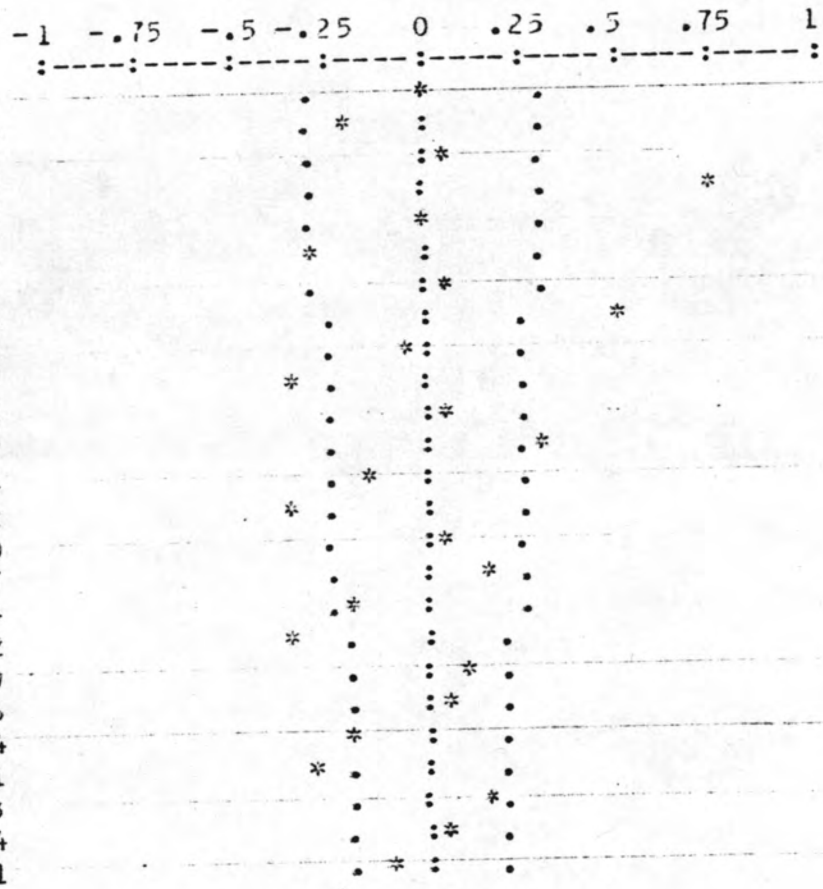
MEAN VALUE OF THE PROCESS
0.26447D+00

STANDARD DEVIATION OF THE PROCESS
0.15540D+01

รูปที่ 2.2 แสดงการพล็อตฟังก์ชั่นอัตตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation Function) ของข้อมูลอนุกรมเวลารายไตรมาศ $U_t = 0.7U_{t-4} + e_t$

AUTOCORRELATION FUNCTION FOR VARIABLE
AUTOCORRELATIONS *
TWO STANDARD ERROR LIMITS .

LAG	AUTO. CORR.	STAND. ERR.
1	0.007	0.150
2	-0.222	0.148
3	0.029	0.146
4	0.739	0.144
5	-0.017	0.142
6	-0.277	0.140
7	0.032	0.138
8	0.493	0.136
9	-0.066	0.134
10	-0.349	0.131
11	0.054	0.129
12	0.292	0.127
13	-0.171	0.124
14	-0.358	0.122
15	0.054	0.120
16	0.152	0.117
17	-0.188	0.114
18	-0.326	0.112
19	0.107	0.109
20	0.069	0.106
21	-0.193	0.104
22	-0.275	0.101
23	0.159	0.098
24	0.046	0.094
25	-0.101	0.091



รูปที่ 2.3 แสดงการพล็อตฟังก์ชั่นอัตตสหสัมพันธ์บางส่วน (Partial Autocorrelation Function) ของข้อมูลอนุกรมเวลารายไตรมาศ $U_t = 0.7U_{t-4} + e_t$

```
PARTIAL AUTOCORRELATION FUNCTION FOR VARIABLE
PARTIAL AUTOCORRELATIONS *
TWO STANDARD ERROR LIMITS .

     PR-AUT  STAND.
LAG   CORR.   ERR. -1   -.75 -.5  -.25 0    .25  .5   .75  1
                   :----:----:----:----:----:----:----:----:
  1   0.007  0.158               .     *     .
  2  -0.223  0.158               . *   :     .
  3   0.034  0.158               .     :*    .
  4   0.726  0.158               .     :     .        *
  5  -0.022  0.158               .     *     .
  6  -0.158  0.158               .  *  :     .
  7  -0.016  0.158               .     *     .
  8  -0.126  0.158               .  *  :     .
  9  -0.073  0.158               .    *:     .
 10  -0.139  0.158               .  *  :     .
 11   0.053  0.158               .     :*    .
 12  -0.091  0.158               .   * :     .
 13  -0.184  0.158               . *   :     .
 14  -0.011  0.158               .     *     .
 15  -0.034  0.158               .    *:     .
 16  -0.078  0.158               .   * :     .
 17   0.076  0.158               .     : *   .
 18  -0.018  0.158               .     *     .
 19   0.090  0.158               .     : *   .
 20  -0.068  0.158               .    *:     .
 21  -0.040  0.158               .    *:     .
 22  -0.053  0.158               .    *:     .
 23  -0.017  0.158               .     *     .
 24   0.025  0.158               .     :*    .
 25   0.183  0.158               .     :   * .
```

จากค่า ACF ในรูป 2.2 และค่า PACF ในรูป 2.3 แสดงให้เห็นชัดเจนว่า ข้อมูลอนุกรมเวลาที่ได้ มีอัตตสหสัมพันธ์ตำแหน่งที่ 4 ตามตัวแบบ (2.1)

2.2 ตัวสถิติของการวิจัย

2.2.1 ตัวสถิติทดสอบเดอร์บิน - วัตสัน (Durbin - Watson test) เดอร์บิน - วัตสัน (Durbin - Watson : 1950) ได้พัฒนาวิธีการตรวจสอบอัตตสหสัมพันธ์ตำแหน่งที่ 1 ซึ่งมีขั้นตอนการคำนวณดังต่อไปนี้

2.2.1.1 นำค่าสังเกตุ (Y_t, X_{1t}, X_{2t}) ; $t = 1, 2, \ldots, n$ มาประมาณค่าพารามิเตอร์ $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ ด้วยวิธี OLS

2.2.1.2 นำค่า $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1$, และ $\hat{\beta}_2$ มาหาค่าพยากรณ์

$$\hat{y}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1t} + \hat{\beta}_2 X_{2t}$$

2.2.1.3 หาค่า $\hat{U}_t$ โดยที่ $\hat{U}_t = Y_t - \hat{Y}_t$

2.2.1.4 นำค่า $\hat{U}_t$ มาหาค่าตัวสถิติทดสอบเดอร์บิน - วัตสัน (D - W)

$$D - W = \frac{\sum_{t=2}^{n} (\hat{U}_t - \hat{U}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} \hat{U}_t^2}$$

2.2.1.5 เกณฑ์การตัดสินใจแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

2.2.1.5.1 เกณฑ์การตัดสินใจจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก $Ho : \rho = 0$ เทียบกับ $Ha: \rho \neq 0$ เมื่อ Ho ถูกต้อง ที่ระดับนัยสำคัญ α เมื่อ$D\text{-}W<d_{1L}$ หรือ $D\text{-}W>4-d_{1L}$ แต่ถ้าค่าคำนวณตกอยู่ในช่วง $d_{1U} < D - W < 4 - d_{1U}$ จะยอมรับ แต่ถ้าตกอยู่ในช่วง $d_{1L} < D - W < d_{1U}$ หรือ $4 - d_{1U} < D - W < 4 - d_{1L}$ ไม่สามารถสรุปผลการทดลองได้ ค่า d_{1L}, d_{1U} ได้จากตารางทดสอบของเดอร์บิน - วัตสัน

2.2.1.5.2 เกณฑ์การตัดสินใจจะปฏิเสธสมมติฐาน $Ho: \rho = 0$ เทียบกับ $Ha: \rho > 0$ เมื่อ Ho: ไม่ถูกต้อง ที่ระดับนัยสำคัญ α เมื่อ $D\text{-}W<d_{1L}$ จะยอมรับ Ho: เมื่อ $D - W > d_{1U}$ ไม่สามารถสรุปผลการทดลองได้ ถ้า $d_{1L} < D - W < d_{1U}$ ค่า d_{1L}, d_{1U}

ได้จากตารางทดสอบของเดอร์บิน - วัตสัน

2.2.2 ตัวสถิติทดสอบวอลลิส (Wallis test)

เค.เอฟ.วอลลิส (K . F. Wallis ;1972, 617-636) ได้พัฒนาการทดสอบอัตตสหสัมพันธ์จากแนวความคิดของเดอร์บิน - วัตสัน โดยใช้ทดสอบอัตตสหสัมพันธ์ตำแหน่งที่ 4 มีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

2.2.2.1 ใช้ค่า $\hat{U}_t$ จากข้อ 2.2.1.3 ในข้อ 2.2.1

2.2.2.2 นำค่า $\hat{U}_t$ มาหาค่าสถิติทดสอบวอลลิส (W - L)

$$W - L = \frac{\sum_{t=5}^{n} (\hat{U}_t - \hat{U}_{t-4})^2}{\sum_{t=1}^{n} \hat{U}_t^2}$$

2.2.2.3 เกณฑ์ตัดสินใจ แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะดังนี้

2.2.2.3.1 เกณฑ์ตัดสินใจจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก Ho: $\rho = 0$ เทียบกับ Ha: $\rho \neq 0$ เมื่อ Ho ถูกต้อง ที่ระดับนัยสำคัญ α เมื่อ $W - L < d_{4L}$ หรือ $W - L > 4 - d_{4L}$ ถ้าตกอยู่ในช่วง $d_{4U} < W - L < 4 - d_{4u}$ แล้วจะยอมรับสมมติฐาน Ho: แต่ถ้าตกอยู่ในช่วง $d_{4L} < W - L < d_{4U}$ หรือ $4 - d_{4U} < W - L < 4 - d_{4L}$ จะสรุปผลการทดลองไม่ได้ ค่า d_{4L}, d_{4U} ได้จากตารางทดสอบของวอลลิส

2.2.2.3.2 เกณฑ์ตัดสินใจจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก Ho: $\rho = 0$ เทียบกับ Ha: $\rho > 0$ เมื่อ Ho ไม่ถูกต้อง ที่ระดับนัยสำคัญ α เมื่อ $W - L < d_{4L}$ ถ้า $W - L > d_{4U}$ จะยอมรับ Ho: และถ้าตกอยู่ในช่วง $d_{4L} < W - L < d_{4U}$ จะสรุปผลการทดลองไม่ได้ ค่า d_{4L}, d_{4U} ได้จากตารางทดสอบของวอลลิส

2.2.3 ตัวสถิติทดสอบโทมัส - วอลลิส

เจ.เจ.โทมัส (J.J.Thomas) กับ เค.เอฟ.วอลลิส (K.F.Wallis) ได้พัฒนาวิธีการตรวจสอบอัตตสหสัมพันธ์นี้ในปี ค.ศ.1969 จากแนวความคิดของ Griliches (1962)

016593

โดยอาศัยการเปรียบเทียบค่า $\hat{U}_t$ กับ $\hat{U}_{t+4}$ มีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

2.2.3.1 นำค่า $\hat{U}_t$ จากข้อ 2.2.1.3 ในข้อ 2.2.1

2.2.3.2 นำค่า $\hat{U}_t$ และ $\hat{U}_{t+4}$ มาเปรียบเทียบกัน ณ ค่า $t = 1, 2, 3, \ldots, n-4$ ให้สัญลักษณ์ไว้ดังนี้

a คือ ความถี่หรือจำนวนนับ เมื่อค่า $\hat{U}_t > 0$ และ $\hat{U}_{t+4} > 0$

b คือ ความถี่หรือจำนวนนับ เมื่อค่า $\hat{U}_t > 0$ และ $\hat{U}_{t+4} < 0$

c คือ ความถี่หรือจำนวนนับ เมื่อค่า $\hat{U}_t < 0$ และ $\hat{U}_{t+4} > 0$

d คือ ความถี่หรือจำนวนนับ เมื่อค่า $\hat{U}_t < 0$ และ $\hat{U}_{t+4} < 0$

2.2.3.3 นำค่า a, b, c และ d มาหาค่าสถิติทดสอบโทมัส – วอลลิส

$$T - W = \frac{(n-4)(ad-bc)^2}{[(a+b)(a+c)(b+d)(c+d)]}$$

2.2.3.4 เกณฑ์ตัดสินใจจะปฏิเสธสมมติฐานหลัก Ho: $\rho = 0$ เทียบกับ Ha: $\rho > 0$ ณ ระดับนัยสำคัญ α เมื่อ $T - W > \chi^2_{\alpha,\, df=1}$ แต่ถ้า $T - W < \chi^2_{\alpha,\, df=1}$ จะยอมรับสมมติฐาน Ho:

2.2.4 ตัวสถิติทดสอบบ็อกซ์ – เพียช(Box – Pierce test)

จี.อี.พี.บ็อกซ์(G.E.P.Box) และเดวิส.เอ.เพียซ (David A Pierce) ได้คิดวิธีการตรวจสอบวินิจฉัย (Diagnostic checking) สมการอนุกรมเวลา Box – Jenkins โดยตรวจสอบอัตตสหสัมพันธ์ ณ แล็ก (lag) ต่าง ๆ พร้อมกัน (Ho: $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \ldots\ \rho_K = 0$) โดยทั่วไปจะตรวจสอบประมาณ ¼ แล็ก ของจำนวนข้อมูล ตัวสถิติทดสอบของบ็อกซ์ – เพียซ มีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

2.2.4.1 ใช้ค่า $\hat{U}_t$ จากข้อ 2.2.1.3 ในข้อ 2.2.1

2.2.4.2 หาค่า $K = n/_4$

2.2.4.3 นำค่า $\hat{U}_t$ มาหาค่า $\hat{r}_U(k)$

$$\hat{r}_U(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^{n} \hat{U}_t \cdot \hat{U}_{t-k}}{\sum_{t=1}^{n} \hat{U}_t^2} \quad ; \quad k=1, 2, \ldots K$$

2.2.4.4 นำค่า $\hat{r}_U(k)$ มาหาค่าสถิติทดสอบบ๊อกซ์— เพี้ยซ (B - P)

$$B - P = n \sum_{k=1}^{K} \hat{r}_U^2(k)$$

2.2.4.5 เกณฑ์ตัดสินใจจะปฏิเสธสมมติฐาน Ho; $\rho_1 = \rho_2 = \ldots = \rho_K = 0$ ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05 เมื่อ $B - P > X^2_{0.05\ df\ =\ K\ -\ 1}$ แต่ถ้า $B - P < X^2_{0.05\ df\ =\ K\ -1}$ จะยอมรับสมมติฐาน Ho

<u>ตัวอย่างวิธีการคำนวณหาค่าตัวสถิติทดสอบ</u>

ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นการศึกษาอัตตสหสัมพันธ์ตำแหน่งที่ 4 ในความคลาดเคลื่อน $(\hat{U}_t)$ การหาค่าตัวสถิติทดสอบทั้ง 4 ตัว ต่างใช้ค่า $\hat{U}_t$ เท่านั้น ค่า $\hat{U}_t$ ที่ใช้เป็นตัวอย่างคำนวณหาค่าของตัวสถิติทั้ง 4 ตัว จะใช้ $\hat{U}_t$ ชุดเดียวกัน ในตารางที่ 2.1 ซึ่งผู้วิจัยได้จำลองขึ้นภายใต้ข้อกำหนดของพารามิเตอร์ $\theta_{11}, \theta_{14}, \theta_{21}, \theta_{24}$ ค่า ρ และขนาดตัวอย่างดังนี้

<u>**ตัวอย่างที่ 3.3**</u> ข้อมูลการคำนวณค่าสถิติทดสอบ ภายใต้ข้อกำหนดดังนี้

$$Y_t = 1 + 2X_{2t} + 3X_{3t} + U_t$$

$$X_{1t} = 0.5X_{1t-1} + 0.5X_{1t-4} + V_t$$

$$X_{2t} = 0.5_{2t-1} + 0.1X_{2t-4} + V_t$$

$$U_t = 0.3U_{t-4} + e_t$$

$$n = 20$$

e_t และ v_t ต่างเป็นเลขสุ่มที่อิสระกัน และมีการแจกแจงปกติ ค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น 1 ซึ่งได้ข้อมูลดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แสดงรายละเอียดข้อมูลที่สร้างขึ้นจากการทดลองโดยความคลาดเคลื่อน มีอัตตสหสัมพันธ์เป็น 0.3 ขนาดตัวอย่าง 20

t	X_{1t}	X_{2t}	Y_t	$\hat{Y}_t$	$\hat{U}_t$
1	3.6178180	1.9266760	12.3126000	13.1209153	-0.8083153
2	6.1143460	0.8469089	15.9032000	14.4285500	1.4746500
3	5.2489000	-0.2803968	9.3342970	9.6900108	-0.3557138
4	4.7934360	-0.2619077	9.2234260	8.8569900	0.3664360
5	3.3766030	0.6171080	7.8377450	8.7269166	-0.8891716
6	4.7172380	-0.4122707	9.3928980	8.2578720	1.1350260
7	5.8958600	-0.5638992	10.4231000	10.1025691	0.3205309
8	5.8845030	-0.4879289	11.2175100	10.3080194	0.9094906
9	4.5516470	-0.5275131	7.0667380	7.5896052	-0.5228672
10	5.5355120	0.1963865	10.5538700	11.6775210	-1.1236510
11	4.3932970	-0.1425474	8.9879530	8.4341000	0.5538530
12	5.4874740	0.3575970	12.6787400	12.0668130	0.6119270
13	5.9948740	-2.8419170	2.3441770	3.4706950	-1.1265180
14	3.0837440	0.0142660	8.1105980	7.7539534	0.3566446
15	5.1472720	0.9340307	13.8120600	13.1302260	0.6818340
16	5.0867930	2.7545930	18.5611400	18.4667186	0.0944214
17	6.5899070	1.2962490	15.6960900	17.0293960	-1.3333060
18	7.0342620	-0.0065261	14.4385300	13.9929991	0.4455309
19	8.0033090	1.2224250	19.3636100	19.5651633	-0.2015533
20	8.0047380	0.3740355	16.7650900	17.0261526	-0.2610626

3.1 การคำนวณหาค่าสถิติทดสอบเดอร์บิน-วัตสัน (D-W) มีสูตรและวิธีการคำนวณดังต่อไปนี้

t	$\hat{U}$	$\hat{U}_t^2$	$(\hat{U}_t - \hat{U}_{t-1})^2$
1	-0.8083153	0.6533736	
2	1.4746500	2.1745926	5.2119306
3	-0.3557138	0.1265323	3.3502316
4	0.3664360	0.1342753	0.5215003
5	-0.8891716	0.7906261	1.5765504
6	1.1350260	1.2882840	4.0973759
7	0.3205309	0.1027401	0.6634023
8	0.9094906	0.8271732	0.3468735
9	-0.5228672	0.2733901	2.0516489
10	-1.1236510	1.2625916	0.3609412
11	0.5538530	0.3067531	2.8140197
12	0.6119270	0.3744547	0.0033726
13	-1.1265180	1.2690428	3.0221910
14	0.3566446	0.1271954	2.1997713
15	0.6818340	0.4648977	0.1057482
16	0.0944214	0.0089154	0.3450536
17	-1.3333060	1.7777049	2.0384055
18	0.4455309	0.1984978	3.1642607
19	-0.2015533	0.0406237	0.4187180
20	-0.2610626	0.0681537	0.0035414
		12.2698181	32.2955367

$$D - W = \frac{\sum_{t=2}^{n} (\hat{U}_t - \hat{U}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} \hat{U}_t^2}$$

$$D - W = \frac{32.2955367}{12.2698181} = 2.6321$$

ซึ่ง $d_{1i} = 1.10$ $d_{1U} = 1.54$

เพราะฉะนั้น $D - W > d_{1U}$

ดังนั้น เราจึงสรุปได้ว่าไม่มีอัตตสหสัมพันธ์ตำแหน่งที่ 4 เกิดขึ้น ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

3.2 การคำนวณหาค่าสถิติทดสอบวอลลิส (W - L) มีสูตรและวิธีการคำนวณดังต่อไปนี้

t	$\hat{U}_t$	$\hat{U}_t^2$	$(\hat{U}_t - \hat{U}_{t-4})^2$
1	-0.8083153	0.6533736	
2	1.4746500	2.1745926	
3	-0.3557138	0.1265323	
4	0.3664360	0.1342753	
5	-0.8891716	0.7906261	0.0065377
6	1.1350260	1.2882840	0.1153445
7	0.3205309	0.1027401	0.4573069
8	0.9094906	0.8271732	0.2949083
9	-0.5228672	0.2733901	0.1341789
10	-1.1236510	1.2625916	5.1016218
11	0.5538530	0.3067531	0.0544392
12	0.6119270	0.3744547	0.0885441
13	-1.1265180	1.2690428	0.3643943
14	0.3566446	0.1271954	2.1912751
15	0.6818340	0.4648977	0.0163791
16	0.0944214	0.0089154	0.2678120
17	-1.3333060	1.7777049	0.0427613
18	0.4455309	0.1984978	0.0079008
19	-0.2015533	0.0406237	0.7803732
20	-0.2610626	0.0681537	0.1263689
		12.2698181	10.0501461

$$W - L = \frac{\sum_{t=5}^{n} (\hat{U}_t - \hat{U}_{t-4})^2}{\sum_{t=1}^{n} \hat{U}_t^2}$$

$$W - L = \frac{10.0501561}{12.2698181} = 0.81909$$

ซึ่งค่า $d_{4L} = 0.827$ และ $d_{4U} = 1.203$

นั่นคือ $W - L < 8.27$

ดังนั้น เราสรุปได้ว่ามีอัตตสหสัมพันธ์ตำแหน่งที่ 4 เกิดขึ้น ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

3.3 การคำนวณหาค่าสถิติทดสอบโทมัส - วอลลิส (T - W) มีสูตรและวิธีการคำนวณดังต่อไปนี้

$$T - W = \frac{(n-4)(ad-bc)^2}{[(a+b)(a+c)(b+d)(c+d)]}$$

จากข้อมูลของความคลาดเคลื่อน $\hat{U}_t$ จากตารางที่ 2.1 มาเปรียบเทียบค่า U_t และ U_{t+4} เมื่อ $t = 1, 2, 3, \ldots, n-4$

a เป็นความถี่หรือจำนวนนับที่ $\hat{U}_t > 0$ และ $\hat{U}_{t+4} > 0$ ในที่นี้ a = 7

b เป็นความถี่หรือจำนวนนับที่ $\hat{U}_t > 0$ และ $\hat{U}_{t+4} < 0$ ในที่นี้ b = 3

c เป็นความถี่หรือจำนวนนับที่ $\hat{U}_t < 0$ และ $\hat{U}_{t+4} > 0$ ในที่นี้ c = 2

d เป็นความถี่หรือจำนวนนับที่ $\hat{U}_t < 0$ และ $\hat{U}_{t+4} < 0$ ในที่นี้ d = 4

n เป็นขนาดตัวอย่าง = 20

$$T - W = \frac{(20-4)(7 \times 4 - 3 \times 2)^2}{[(7+3)(7+2)(3+4)(2+4)]}$$

$$= \frac{16 \times 484}{10 \times 9 \times 7 \times 6}$$

$$= \frac{7744}{3780} = 2.04868$$

ซึ่งค่า $\chi^2_{0.05\ df=1} = 3.841$

$T - W < \chi^2_{0.05,1}$

ดังนั้น ความคลาดเคลื่อนไม่มีอัตตสหสัมพันธ์ตำแหน่งที่ 4 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

3.4 การคำนวณหาค่าสถิติทดสอบบ็อกซ์-เพี้ยซ (B - P) มีสูตรและวิธีการคำนวณดังต่อไปนี้

$$B - P = n \sum_{k=1}^{K} \hat{r}_U^2(k)$$

$$\hat{r}_U(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^{n} \hat{U}_t \cdot \hat{U}_{t+K}}{\sum_{t=1}^{n} \hat{U}_t^2} \quad ; K=1, 2, 3, \ldots, K$$

$$K \approx \frac{n}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

ที่ $k=1$ $$\hat{r}_U(1) = \frac{\hat{U}_2 . \hat{U}_1 + \hat{U}_3 . \hat{U}_2 + \ldots . + \hat{U}_{20} . \hat{U}_{19}}{\sum_{t=1}^{n} \hat{U}_t^2} = -0.3380558$$

ที่ $k=2$ $$\hat{r}_U(2) = \frac{\hat{U}_3 . \hat{U}_1 + \hat{U}_4 . \hat{U}_2 + \ldots . + \hat{U}_{20} . \hat{U}_{18}}{\sum_{t=1}^{n} \hat{U}_t^2} = -0.160704$$

ที่ $k=3$ $$\hat{r}_U(3) = \frac{\hat{U}_4 . \hat{U}_1 + \hat{U}_5 . \hat{U}_2 + \ldots . + \hat{U}_{20} . \hat{U}_{17}}{\sum_{t=1}^{n} \hat{U}_t^2} = -0.1095194$$

ที่ $k=4$ $$\hat{r}_U(4) = \frac{\hat{U}_5 . \hat{U}_1 + \hat{U}_6 . \hat{U}_2 + \ldots . + \hat{U}_{20} . \hat{U}_{16}}{\sum_{t=1}^{n} \hat{U}_t^2} = 0.3756167$$

ที่ $k=5$ $$\hat{r}_U(5) = \frac{\hat{U}_6 . \hat{U}_1 + \hat{U}_7 . \hat{U}_2 + \ldots . + \hat{U}_{20} . \hat{U}_{15}}{\sum_{t=1}^{n} \hat{U}_t^2} = -0.2395241$$

$$B - P = 20[\hat{r}^2_U(1) + \hat{r}^2_U(2) + \hat{r}^2_U(3) + \hat{r}^2_U(4) + \hat{r}^2_U(5)]$$

$$= 20 \times 0.3505616 = 7.0112$$

$$\chi^2_{0.05df = K-1 = 5-1} = 9.49$$

$$B - P < \chi^2_{0.05,\ 4}$$

ดังนั้น เราสรุปว่าความคลาดเคลื่อนไม่มีอัตตสหสัมพันธ์กัน ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

2.3 เกณฑ์ในการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ

ในการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบอัตตสหสัมพันธ์ตำแหน่งที่ 4 โดยการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 4 ตัว โดยจะดำเนินการเป็น 2 ขั้นตอน ตามลำดับดังนี้

2.3.1 พิจารณาความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 โดยใช้ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองในแต่ละสถานการณ์ ซึ่งกำหนดควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ จะทำการพิจารณาหาอำนาจการทดสอบของตัวสถิตินั้นในข้อ 2.3.2 ต่อไป แต่ถ้าไม่สามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้จะไม่พิจารณาหาค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิตินั้น สำหรับสถานการณ์นั้น

ในการตรวจสอบว่าตัวสถิติใดสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้หรือไม่นั้น ผู้วิจัยจะใช้เกณฑ์ของแบรดเลย์ (Bradley) ดังนี้ ถ้าหากความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองในแต่ละสถานการณ์ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 มีค่าอยู่ในช่วง [0.025, 0.075] ตัวสถิติทดสอบนั้นจะควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้สำหรับสถานการณ์นั้น

2.3.2 เมื่อทำการทดลองและตรวจสอบแล้วว่า ตัวสถิติทดสอบใดสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ในสถานการณ์ใดบ้าง แล้วจึงนำตัวสถิติทดสอบเหล่านั้นมาเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบว่าตัวสถิติทดสอบใดให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุดในสถานการณ์นั้น ๆ ต่อไป