บทที่ 2

สถิติทดสอบและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในกรณีที่ผู้วิจัยต้องการทดสอบดูว่าความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์ หรือไม่ในการวิเคราะห์สมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายนั้น ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบมีอยู่หลายตัว สำหรับตัวสถิติทดสอบที่นำมาศึกษาวิจัยครั้งนี้ คือ ตัวสถิติทดสอบเดอร์บิน – วัตสัน ตัวสถิติทดสอบอัลเตอร์เนทีฟเดอร์บินวัตสัน และตัวสถิติทดสอบการวิ่ง ดังนั้นในบทนี้จะกล่าวถึงรายละเอียดของสถิติทดสอบแต่ละวิธี พร้อมทั้งตัวอย่างการคำนวณ รวมทั้งนำเสนอผลงานที่เกี่ยวข้องพอเป็นสังเขป ซึ่งรายละเอียดต่าง ๆ เป็นดังนี้

ในการวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบของสมการถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย ที่มีรูปแบบดังนี้

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + u_t$$

และรูปแบบของอัตตสหสัมพันธ์ เป็นแบบ AR (1) คือ

$$u_t = \rho u_{t-1} + e_t$$

สมมติฐานในการทดสอบอัตตสหสัมพันธ์ คือ

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho > 0$$

2.1 <u>สถิติทดสอบที่ใช้ในการศึกษา</u>

ตัวสถิติทดสอบต่าง ๆ ที่ใช้ทดสอบสมมติฐานข้างต้นมีรายละเอียดดังนี้

2.1.1 สถิติทดสอบเดอร์บิน – วัตสัน (DW)

เดอร์บินและวัตสัน เป็นผู้เสนอสถิติทดสอบอัตตสัมพันธ์ ของความคลาดเคลื่อนที่มีรูปแบบเป็น AR(1) ในการวิเคราะห์สมการถดถอย ซึ่งเป็นวิธีที่มีผู้นิยมใช้กันอย่างกว้างขวาง และเป็นวิธีที่ถือว่าเป็นมาตรฐานในการทดสอบปัญหาอัตตสหสัมพันธ์ AR(1) ดังจะเห็นได้จากการที่โปรแกรมสำเร็จรูปทั่ว ๆ ไป จะมีค่าสถิติทดสอบเดอร์บิน – วัตสัน แสดงไว้ด้วย สถิติทดสอบเดอร์บิน – วัตสัน มีขั้นตอนการดำเนินงานทดสอบดังนี้

2.1.1.1 วิเคราะห์สมการถดถอย $\underset{\sim}{y} = x\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{u}$ ซึ่ง

$$\underset{\sim}{y}' = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$$

$$x = [\underset{\sim}{1} \;\; \underset{\sim}{x}]$$

$$\underset{\sim}{x}' = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

โดยวิธี OLS ได้ $\hat{\underset{\sim}{\beta}} = (x'x)^{-1} x'\underset{\sim}{y}$ ค่าพยากรณ์ $\hat{\underset{\sim}{y}} = x\hat{\underset{\sim}{\beta}}$ และเวกเตอร์ของเศษตกค้าง (residual vector) คือ $\hat{\underset{\sim}{u}} = \underset{\sim}{y} - \hat{\underset{\sim}{y}}$

2.1.1.2 จากเวกเตอร์ $\hat{\underset{\sim}{u}}$; $\hat{\underset{\sim}{u}}' = (\hat{u}_1, \hat{u}_2, \ldots, \hat{u}_n)$ นำมาคำนวณค่าสถิติทดสอบเดอร์บิน - วัตสัน

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n} (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2}$$

2.1.1.3 เกณฑ์ในการตัดสินใจ

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho > 0$$

จะตัดสินใจปฏิเสธ Ho เมื่อ $d < d_L$

จะตัดสินใจยอมรับ Ho เมื่อ $d > d_u$

จะไม่สามารถตัดสินใจได้ เมื่อ $d_L < d < d_u$

โดยที่ d_L, d_u เป็นค่าวิกฤตที่เปิดจากตารางค่าของเดอร์บินและวัตสันที่ระดับนัยสำคัญ α และขนาดตัวอย่าง n

2.1.2 สถิติทดสอบอัลเตอร์เนทีฟเดอร์บินวัตสัน

สถิติทดสอบนี้มีพื้นฐานมาจากสถิติทดสอบ เดอร์บิน - วัตสัน และได้ถูกพัฒนาขึ้นโดย M.L. King (1981 : 51 - 66) มีขั้นตอนในการดำเนินงานดังนี้

2.1.2.1 วิเคราะห์สมการถดถอย $\underset{\sim}{y} = x\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{u}$ ด้วยวิธี OLS ได้ $\hat{\underset{\sim}{\beta}} = (x' x)^{-1} x'\underset{\sim}{y}$ และเศษตกค้าง $\hat{\underset{\sim}{u}} = \underset{\sim}{y} - x\hat{\underset{\sim}{\beta}}$

2.1.2.2 จากเวกเตอร์ $\hat{\underset{\sim}{u}}$ นำมาคำนวณค่าสถิติทดสอบดังนี้

$$d' = d + \frac{\hat{u}_1^2 + \hat{u}_n^2}{\sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2}$$

ซึ่ง d คือค่าสถิติทดสอบเดอร์บินวัตสัน

2.1.2.3 เกณฑ์การตัดสินใจ

จะปฏิเสธ Ho เมื่อ $d' < d_L$

จะยอมรับ Ho เมื่อ $d' > d_u$

จะตัดสินใจไม่ได้เมื่อ $d_L < d < d_u$

โดยที่ d_u เป็นค่าวิกฤตที่เป็นจากตารางค่าของ Alternative Durbin Watson* ที่ระดับนัยสำคัญ α และขนาดตัวอย่าง n

2.1.3 สถิติทดสอบการวิ่ง

ขั้นตอนในการดำเนินงานมีดังนี้

2.1.3.1 วิเคราะห์สมการถดถอย $\underset{\sim}{y} = x\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{u}$ ด้วยวิธี OLS ได้ $\hat{\beta} = (x'x)^{-1} x'\underset{\sim}{y}$ และเศษตกค้าง $\hat{\underset{\sim}{u}} = \underset{\sim}{y} - x\hat{\underset{\sim}{\beta}}$

สมมติว่าได้ค่า $\hat{u}_t$ มา n ค่า ซึ่งค่า $\hat{u}_t$ ย่อมมีทั้งค่าที่เป็นบวกและลบอยู่ด้วย เช่น มีข้อมูล $\hat{u}_t$ มา 15 ตัว โดยให้เครื่องหมาย + และ – กับข้อมูลดังกล่าวแล้วเป็นดังนี้

– – + – + + – – – + + + – – +

นับจำนวนเครื่องหมาย + เป็น $n_1 = 7$ และนับจำนวนเครื่องหมาย – เป็น $n_2 = 8$

---

* ตารางจาก Jornal of Econometrices 17 (1981) หน้า 59

ขั้นถัดไปให้เครื่องหมาย + หรือเครื่องหมาย – ที่ต่อเนื่องกันแต่ละชุดโดยไม่ถูกคั่นโดยเครื่องหมายอีกอย่างหนึ่ง เป็นการวิ่ง 1 ครั้ง (แทนด้วย R)

ดังนั้นจากข้อมูลข้างต้น จะได้ค่าจำนวนการวิ่งที่นับได้ให้เป็น $R^* = 8$ โดยมีวิธีการนับดังนี้

– –/+/–/+ +/– – –/+ + +/– –/+

R RR R R R R R

2.1.3.2 เกณฑ์การตัดสินใจ

H_0 : จำนวนการวิ่งเกิดขึ้นอย่างสุ่ม (แสดงถึงการไม่มีอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน)

H_1 : จำนวนการวิ่งมีค่าน้อยมาก (แสดงถึงการเกิดอัตตสหสัมพันธ์ทางบวก)

นำค่า n_1, n_2 และค่า R^* มาเปิดตารางการแจกแจงสะสมของจำนวน R ทั้งหมดในขนาดตัวอย่าง (n_1, n_2) โดยที่ $n_1 < 10$ และ $n_2 < 10$ [Cumulative Distribution of Total Number of R in Sample of Size (n_1, n_2)]

ค่าที่ได้จากตารางคือ $P(R \leq R^*)$ นำมาเปรียบเทียบกับค่านัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

โดยที่จะปฏิเสธ H_0 เมื่อ $P(R \leq R^*) \leq \alpha$

และยอมรับ H_0 เมื่อ $P(R \leq R^*) > \alpha$

จากตัวอย่างข้างต้น $n_1 = 7$, $n_2 = 8$, $R^* = 8$ เปิดตาราง จะได้ $P(R \leq 8) = 0.514$ ซึ่งมีค่ามากกว่า $\alpha = 0.05$ แสดงว่ายอมรับ H_0 นั่นคือค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มเป็นอิสระต่อกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

กรณี n > 20 ค่าของ R จะมีลักษณะค่อนข้างไปทางการแจกแจงปกติ โดยมี

$$\mu = \frac{2n_1n_2}{n_1+n_2} + 1$$

$$\sigma^2 = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2 - n_1 - n_2)}{(n_1 + n_2)^2(n_1 + n_1 - 1)}$$

$$z = \frac{R - \mu + \frac{1}{2}}{\sigma}$$

ปฏิเสธเมื่อ $z < z_\alpha$

ตัวอย่างวิธีคำนวณหาค่าสถิติทดสอบ

จำลองข้อมูลขึ้นภายใต้ข้อกำหนดของ พารามิเตอร์ β_0, β_1, ρ ดังนี้

$Y_t = 1 + 1x_t + u_t$

x_t = มีการแจกแจงปกติ มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น 1

$u_t = 0.8u_{t-1} + e_t$

$n = 30$

e_t เป็นตัวแปรสุ่มอิสระ และมีการแจกแจงปกติมีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น 1

จากข้อกำหนดข้างต้น จำลองค่าของ y_t และ e_t ได้เป็นตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แสดงรายละเอียดข้อมูลที่สร้างขึ้นจากการทดลอง

t	x_t	y_t
1	− 0.9401	1.2377
2	0.0971	2.1776
3	− 0.9210	− 0.1331
4	0.4127	1.4933
5	0.7436	0.6706
6	− 1.4590	− 1.2799

t	x_t	y_t
7	- 1.3872	- 2.8418
8	0.5862	- 0.2581
9	0.3594	0.7293
10	0.4374	0.5509
11	- 0.6017	- 1.5640
12	- 1.3037	- 0.1523
13	0.2269	1.9804
14	- 1.2140	0.6777
15	- 0.2766	1.0827
16	0.9329	2.2019
17	- 0.6087	1.6618
18	1.7774	4.9434
19	0.9701	3.1431
20	- 0.3345	0.6261
21	0.2676	2.0585
22	- 1.3244	- 0.1736
23	0.5972	2.7448
24	1.8239	2.5579
25	- 1.6430	- 0.3931
26	1.2144	2.6467
27	0.6892	2.3376
28	1.7464	3.0642
29	0.9095	1.4613
30	- 0.8345	- 0.1508

การคำนวณค่าสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว มีรายละเอียดดังนี้

1. วิธีการคำนวณค่าสถิติทดสอบเดอร์บินและวัตสัน (DW) มีวิธีการและสูตรดังนี้

นำข้อมูล (y_t, x_t) มาหาค่า $\hat{\beta}$ โดยวิธี OLS

คำนวณค่า $\hat{\underset{\sim}{u}} = \underset{\sim}{y} - \hat{\underset{\sim}{y}}$; $\hat{\underset{\sim}{y}} = x\hat{\underset{\sim}{\beta}}$

$\hat{u}_t$	$\hat{u}_t^2$	$(\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2$
1.3212	1.7454	
0.9936	0.9873	0.1073
− 0.0730	0.0053	1.1376
− 0.0763	0.0058	0.0000
− 1.3035	1.6991	1.5060
− 0.5622	0.3161	0.5495
− 2.2119	4.8925	2.7083
− 2.0398	4.1607	0.0296
− 0.7753	0.6011	1.5989
− 1.0490	1.1003	0.0749
− 1.8940	3.5874	0.7140
0.3878	0.1504	5.2066
0.6378	0.4068	0.0625
1.0960	1.2012	0.2099
0.3554	0.1263	0.5485
− 0.0035	0.0000	0.1288
1.3404	1.7966	1.8061
1.7060	2.9105	0.1336
0.8922	0.7961	0.6623
− 0.0305	0.0009	0.8514
0.6662	0.4438	0.4854

$\hat{u}_t$	$\hat{u}_t^2$	$(\hat{u}_t-\hat{u}_{t-1})^2$
0.3795	0.1440	0.0823
0.9497	0.9020	0.3251
- 0.7363	0.5421	2.8426
0.5493	0.3018	1.6528
0.0973	0.0095	0.2043
0.4300	0.1849	0.1106
- 0.1353	0.0183	0.3196
- 0.7155	0.5119	0.3366
- 0.1963	0.0385	0.2695
	29.5866	24.6646

$$DW = \frac{\sum_{t=2}^{n} (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2}$$

$$= \frac{24.6646}{29.5866}$$

$$= 0.8336 < d_L = 1.35$$

ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์ ตำแหน่งที่ 1 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

2. สถิติทดสอบอัลเตอร์เนทีฟเดอร์บินวัตสัน มีสูตรและวิธีการคำนวณดังนี้

$$ADW = \frac{\hat{u}_1^2 + \hat{u}_n^2 + \sum_{t=2}^{n} (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n} \hat{u}_t^2}$$

$$= \frac{1.7454 + 0.0385 + 24.6646}{29.5866} = \frac{26.4485}{29.5866}$$

$$= 0.8939 < d_L' = 1.428$$

ดังนั้นจึงสรุปว่า ความคลาดเคลื่อนมีอัตตสหสัมพันธ์ ตำแหน่งที่ 1 ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

3. ตัวสถิติทดสอบรัน

$$z = \frac{(R - \mu + 0.5)}{\sigma}$$

$$\mu = \frac{2n_1n_2+1}{n_1n_2}$$

$$\sigma^2 = \frac{2n_1n_2(2n_1n_2-n_1-n_2)}{(n_1n_2)\ (n_1+n_2-1)}$$

จากข้อมูล $\hat{u}_t$ จะได้ค่า $R = 10$

$$n_1 = 15$$

$$n_2 = 15$$

$$\mu = \frac{2(15)(15)}{15+15} + 1$$

$$= 16.0$$

$$\sigma^2 = \frac{2(15)(15)[2(15)(15)-15-15]}{(15+15)\ 15+15-1)}$$

$$= 7.2413$$

$$\sigma = 2.6904$$

ดังนั้น $z = \dfrac{10-16+0.5}{2.6904}$

$$= -2.044$$

$z_{0.05} = -1.645$ เพราะฉะนั้น $z < z_{0.05}$

ดังนั้นสรุปได้ว่า ความคลาดเคลื่อน มีอัตตสหสัมพันธ์ตำแหน่งที่ 1 ณ ระดับนัยสำคัญ 0 .05

2.2 เกณฑ์ในการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ

การเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบอัตตสหสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อน ตำแหน่งที่ 1 โดยการเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 3 ตัว จะดำเนินการ 2 ขั้นตอน ตามลำดับ ดังนี้

2.2.1 พิจารณาความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 โดยใช้ความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองในแต่ละสถานการณ์เป็นตัวกำหนดการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1

ในการตรวจสอบว่า ตัวสถิติทดสอบใดสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้หรือไม่นั้น ผู้วิจัยใช้เกณฑ์ของแบรดเลย์ (Bradley) ดังนี้ ถ้าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองในแต่ละสถานการณ์ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 มีค่าอยู่ในช่วง (0.025,0.075) ดังสถิตินั้นจะควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้สำหรับสถานการณ์นั้น

2.2.2 พิจารณาเปรียบเทียบค่าอำนาจการทดสอบ

เมื่อทำการทดลองและตรวจสอบแล้วว่า ตัวสถิติทดสอบใดสามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้ ในสถานการณ์ใดบ้าง จะทำการพิจารณาหาค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเหล่านั้น สำหรับสถานการณ์นั้น แล้วจึงนำค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบเหล่านั้นมาเปรียบเทียบกันว่า ตัวสถิติทดสอบใดให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงสุดในสถานการณ์นั้น ๆ ต่อไป

สำหรับตัวสถิติทดสอบใดที่ไม่สามารถควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 ได้จะไม่นำมาพิจารณาหาค่าอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบนั้น ๆ สำหรับสถานการณ์นั้น

2.3 ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

สำหรับผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องในการศึกษาเกี่ยวกับการทดสอบอัตตสหสัมพันธ์ในการวิเคราะห์ความถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายนั้น นักสถิติหลายท่านได้ศึกษาไว้ ซึ่งส่วนนี้จะเสนอเฉพาะผลงานวิจัยที่สำคัญพอสังเขปเท่านั้น

M.L.King (1981 : 67-82) ได้ศึกษาถึงอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบเดอร์บินวัตสันและตัวสถิติทดสอบอัลเตอร์เนทีฟเดอร์บินวัตสัน เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น 15, 30, 60 โดยที่รูปแบบอัตตสหสัมพันธ์เป็นแบบ AR(1) และอัตตสหสัมพันธ์ทางบวก

ซึ่งได้ข้อสรุปว่า อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบทั้ง 2 ตัว จะเพิ่มขึ้นเมื่อระดับอัตตสหสัมพันธ์เพิ่มขึ้น และอำนาจทดสอบของตัวสถิติทดสอบอัลเตอร์เนทีฟเดอร์บินวัตสันจะเด่นกว่าตัวสถิติทดสอบเดอร์บินวัตสันเมื่อค่า $\rho = 0.1, 0.2, \ldots, 0.4$