



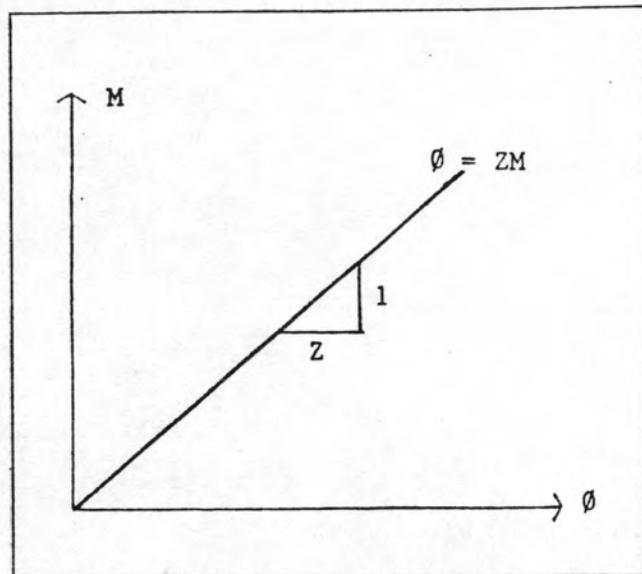
การวิเคราะห์โครงสร้างกึ่งข้อแข็ง

4.1 ความนำ

จากที่ได้กล่าวผ่านมาแล้วว่า พฤติกรรมของรอยต่อในโครงสร้างเหล็กเป็นส่วนมากจะมีลักษณะเป็นแบบไร้เชิงเส้น ดังนั้นในการวิเคราะห์โครงสร้างแบบนี้จึงเป็นการวิเคราะห์แบบไร้เชิงเส้น ในบทนี้จะกล่าวถึงวิธีที่ใช้วิเคราะห์โครงสร้างกึ่งข้อแข็ง โดยการอาศัยวิธีการทำซ้ำ (Iterative Method) ซึ่งจะสมมติให้รอยต่อมีพฤติกรรมเป็นแบบเชิงเส้น และคำนวณกลับไปกลับมา จนกระทั่งได้ค่าโมเมนต์และมุมเปลี่ยนที่สอดคล้องกันตามสมการรอยต่อที่กำหนดให้ วิธีที่จะกล่าวถึงนี้จะ เป็นวิธีที่ใช้ในการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการศึกษาในวิชานี้ด้วย ซึ่งรายละเอียดต่าง ๆ ของโปรแกรมแสดงอยู่ในภาคผนวก

ในการวิเคราะห์โครงสร้างกึ่งข้อแข็งที่จะกล่าวถึงต่อไป จะมีข้อสมมุติฐานที่สำคัญ ๆ ดังนี้คือ

- 1) ผลของแรงเฉือนและแรงในแนวแกนที่มีต่อการเปลี่ยนรูปร่าง (Deformation) ของรอยต่อจะมีน้อยมาก
- 2) วัสดุที่ใช้เป็นชิ้นส่วนในโครงสร้างจะมีพฤติกรรมเป็นแบบเชิงเส้นทั้งหมด
- 3) รอยต่อที่ใช้ในโครงสร้างอาจจะมีพฤติกรรมเป็นแบบเชิงเส้นหรือไร้เชิงเส้น
- 4) ชิ้นส่วนของโครงสร้างจะถือว่า มีลักษณะตรง และมีหน้าตัดคงที่ตลอดความยาว
- 5) การวิเคราะห์จะใช้ได้เฉพาะโครงสร้างที่รับน้ำหนักบรรทุกแบบสถิตย์ (Static Loads) เท่านั้น
- 6) การวิเคราะห์ที่ใช้เป็นการวิเคราะห์ในอันดับแรก (1st Order Analysis)
- 7) ในการวิเคราะห์จะไม่คิดผลเนื่องจาก Axial Load Transfer ที่รอยต่อ



รูปที่ 4.1 ความสัมพันธ์ของ โมเมนต์และมุม เปลี่ยนของรอยต่อที่มีพฤติกรรม เป็นแบบเชิงเส้น

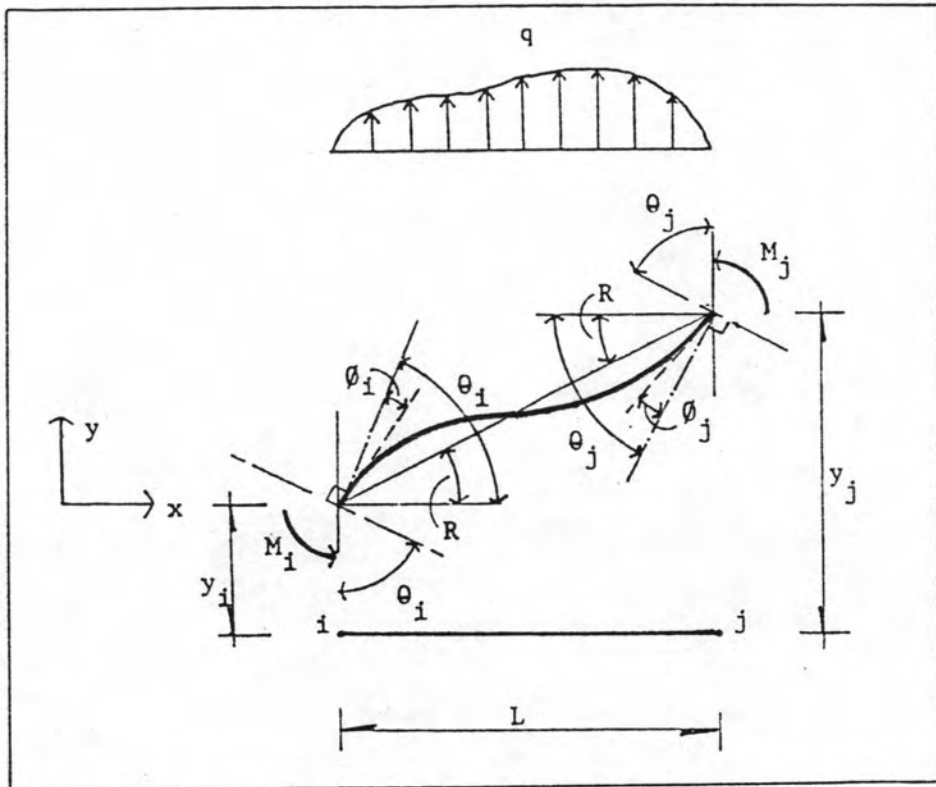
4.2 สตีฟเนสของชิ้นส่วนที่ปลาย เป็นรอยต่อที่มีพฤติกรรม เป็นแบบเชิงเส้น

จากรูปที่ 4.1 จะแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ของ โมเมนต์และมุม เปลี่ยนของรอยต่อที่มีพฤติกรรมเป็นแบบเชิงเส้น ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการดังสมการที่ (4.1)

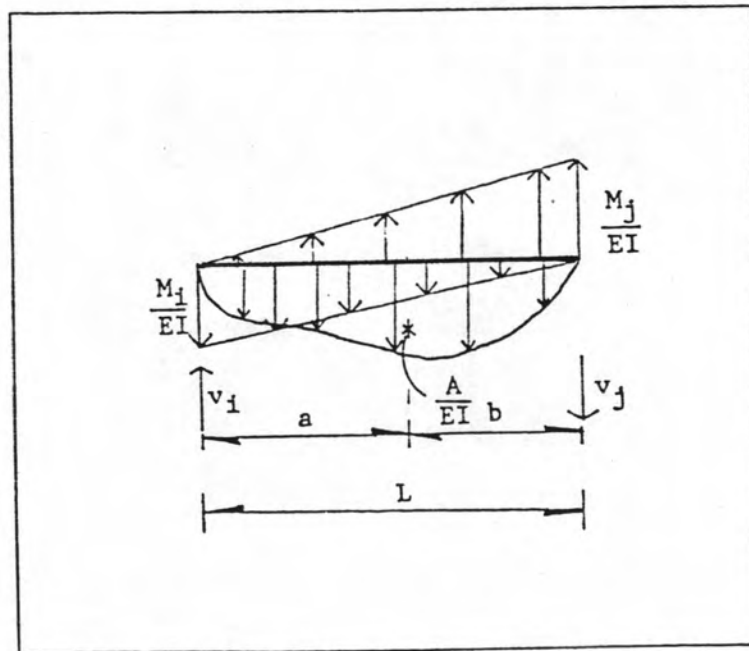
$$\phi = Z M \quad (4.1)$$

เพื่อที่จะหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงและการเคลื่อนที่เกิดขึ้นในชิ้นส่วน พิจารณา รูปที่ 4.2 ซึ่งแสดงชิ้นส่วนของโครงสร้างที่ปลายเป็นรอยต่อแบบเชิงเส้น และรับน้ำหนักบรรทุกกระทำใด ๆ ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงรูปร่างขึ้น

โดยวิธีคานเสมือน (Conjugate Beam) เราสามารถเขียนรูปแบบของคานเสมือน ดังรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.2 ชิ้นส่วนของโครงสร้างที่กลายเป็นรอยต่อที่มีพฤติกรรมแบบเชิงเส้นและมีการเปลี่ยนรูปร่างเมื่อรับแรงกระทำใด ๆ



รูปที่ 4.3 คานเสมือนและน้ำหนักบรรทุกทุกกระทำใด ๆ

แรงเฉือนจากคานเสมือนจะเท่ากับมุมเปลี่ยนแปลงสัณฐานที่ปลายคาน ดังนั้นจะได้

$$\text{ที่ปลาย } i \quad \theta_1 - \phi_1 - R = V_1 = m_1 L / 3EI - m_2 L / 6EI + Ab / EIL \quad (4.2)$$

$$\text{ที่ปลาย } j \quad \theta_2 - \phi_2 - R = V_2 = m_2 L / 3EI - m_1 L / 6EI - Aa / EIL \quad (4.3)$$

จากสมการที่ 4.1 ดังนั้นจะได้ $\phi_1 = Z_1 m_1$, $\phi_2 = Z_2 m_2$ และกำหนดให้

$$F_1 = L / (L + 3EIZ_1)$$

$$F_2 = L / (L + 3EIZ_2)$$

เราจะได้สมการที่ 4.2 และ 4.3 เป็น

$$\begin{aligned} m_1 = & 4EI/L (3F_1 / (4 - F_1 F_2)) \theta_1 + 6EI/L^2 (F_1 (2 + F_2) / (4 - F_1 F_2)) y_1 \\ & + 2EI/L (3F_1 F_2 / (4 - F_1 F_2)) \theta_2 - 6EI/L^2 (F_1 (2 + F_2) / (4 - F_1 F_2)) y_2 \\ & - (6A/L^2) (F_1 / (4 - F_1 F_2)) (2b - F_2 a) \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} m_2 = & 2EI/L (3F_2 F_1 / (4 - F_1 F_2)) \theta_1 + 6EI/L^2 F_2 (2 + F_1) / (4 - F_1 F_2) y_1 \\ & + 4EI/L (3F_2 / (4 - F_1 F_2)) \theta_2 - 6EI/L^2 F_2 (2 + F_1) / (4 - F_1 F_2) y_2 \\ & + (6A/L^2) (F_2 / (4 - F_1 F_2)) (2a - F_1 b) \end{aligned} \quad (4.5)$$

โดยที่

$-(6A/L^2) (F_1 / (4 - F_1 F_2)) (2b - F_2 a)$ คือ โมเมนต์ยึดแน่นที่ปลาย i (Fixed End Moment) เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระทำใด ๆ ดังในรูปที่ 4.2

$(6A/L^2) (F_2 / (4 - F_1 F_2)) (2a - F_1 b)$ คือ โมเมนต์ยึดแน่นที่ปลาย j (Fixed End Moment) เนื่องจากน้ำหนักบรรทุกกระทำใด ๆ ดังในรูปที่ 4.2

เมื่อตัดส่วนของโมเมนต์ยึดแน่นออกจะสามารถเขียนสมการของแรงเฉือนและการเคลื่อนที่ที่ปลายชิ้นส่วนได้เป็น

$$\begin{aligned}
 v_1 = & 6EI/L^2 F_1(2+F_3)/(4-F_1F_3) \theta_1 \\
 & + 12EI/L^3 (F_1+F_1F_3+F_3)/(4-F_1F_3) y_1 \\
 & + 6EI/L^2 F_3(2+F_1)/(4-F_1F_3) \theta_3 \\
 & - 12EI/L^3 (F_1+F_1F_3+F_3)/(4-F_1F_3) y_3
 \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned}
 v_3 = & -6EI/L^2 F_1(2+F_3)/(4-F_1F_3) \theta_1 \\
 & - 12EI/L^3 (F_1+F_1F_3+F_3)/(4-F_1F_3) y_1 \\
 & - 6EI/L^2 F_3(2+F_1)/(4-F_1F_3) \theta_3 \\
 & + 12EI/L^3 (F_1+F_1F_3+F_3)/(4-F_1F_3) y_3
 \end{aligned} \quad (4.7)$$

และแรงในแนวแกนที่ปลายชิ้นส่วนก็จะได้เป็น

$$u_1 = EA/L (x_1 - x_3) \quad (4.8)$$

$$u_3 = -EA/L (x_1 - x_3) \quad (4.9)$$

จากสมการที่ 4.4-4.9 เราสามารถเขียนสมการความสัมพันธ์ระหว่างแรงและการเคลื่อนที่ (Force-Displacement Relationship) ได้ดังแสดงในรูปที่ 4.4

จากรูปที่ 4.4 เราสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่สั้นลงได้เป็นดังสมการ 4.10

$$\{f\} = [S_L] \{d\} \quad (4.10)$$

$$\begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ m_i \\ u_j \\ v_j \\ m_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} F_i + F_j + F_i F_j & \frac{6EI}{L^2} F_i (2+F_j) & 0 & \frac{12EI}{L^3} F_i + F_j + F_i F_j & \frac{6EI}{L^2} F_j (2+F_i) \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} F_i (2+F_j) & \frac{4EI}{L} 3F_i & 0 & \frac{6EI}{L^2} F_i (2+F_j) & \frac{2EI}{L} 3F_i F_j \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} F_i + F_j + F_i F_j & \frac{6EI}{L^2} F_i (2+F_j) & 0 & \frac{12EI}{L^3} F_i + F_j + F_i F_j & \frac{6EI}{L^2} F_j (2+F_i) \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} F_j (2+F_i) & \frac{2EI}{L} 3F_i F_j & 0 & \frac{6EI}{L^2} F_j (2+F_i) & \frac{4EI}{L} 3F_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ \theta_i \\ x_j \\ y_j \\ \theta_j \end{bmatrix}$$

รูปที่ 4.4 ความสัมพันธ์ระหว่างแรงและการเคลื่อนที่ในระบบโหนด

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} \cos^2 \psi + \frac{12EI}{L^3} \sin^2 \psi \frac{(F_i + F_j + F_i F_j)}{4 - F_i F_j} & \left[\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3} \frac{(F_i + F_j + F_i F_j)}{4 - F_i F_j} \right] \cos \psi \sin \psi & -\frac{6EI}{L^2} \frac{F_i(2+F_j)}{4 - F_i F_j} \sin \psi & -\frac{EA}{L} \cos^2 \psi - \frac{12EI}{L^3} \sin^2 \psi \frac{(F_i + F_j + F_i F_j)}{4 - F_i F_j} & -\left[\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3} \frac{(F_i + F_j + F_i F_j)}{4 - F_i F_j} \right] \cos \psi \sin \psi & -\frac{6EI}{L^2} \frac{F_j(2+F_i)}{4 - F_i F_j} \sin \psi \\ \left[\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3} \frac{(F_i + F_j + F_i F_j)}{4 - F_i F_j} \right] \cos \psi \sin \psi & \frac{EA}{L} \sin^2 \psi + \frac{12EI}{L^3} \frac{(F_i + F_j + F_i F_j)}{4 - F_i F_j} \cos^2 \psi & \frac{6EI}{L^2} \frac{F_i(2+F_j)}{4 - F_i F_j} \cos \psi & -\left[\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3} \frac{(F_i + F_j + F_i F_j)}{4 - F_i F_j} \right] \cos \psi \sin \psi & -\frac{EA}{L} \sin^2 \psi - \frac{12EI}{L^3} \frac{(F_i + F_j + F_i F_j)}{4 - F_i F_j} \cos^2 \psi & \frac{6EI}{L^2} \frac{F_j(2+F_i)}{4 - F_i F_j} \cos \psi \\ -\frac{6EI}{L^2} \frac{F_i(2+F_j)}{4 - F_i F_j} \sin \psi & \frac{6EI}{L^2} \frac{F_i(2+F_j)}{4 - F_i F_j} \cos \psi & \frac{4EI}{L} \frac{3F_i}{4 - F_i F_j} & \frac{6EI}{L^2} \frac{F_i(2+F_j)}{4 - F_i F_j} \sin \psi & -\frac{6EI}{L^2} \frac{F_i(2+F_j)}{4 - F_i F_j} \cos \psi & \frac{2EI}{L} \frac{3F_i F_j}{4 - F_i F_j} \\ -\frac{EA}{L} \cos^2 \psi - \frac{12EI}{L^3} \sin^2 \psi \frac{(F_i + F_j + F_i F_j)}{4 - F_i F_j} & -\left[\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3} \frac{(F_i + F_j + F_i F_j)}{4 - F_i F_j} \right] \cos \psi \sin \psi & \frac{6EI}{L^2} \frac{F_i(2+F_j)}{4 - F_i F_j} \sin \psi & \frac{EA}{L} \cos^2 \psi + \frac{12EI}{L^3} \sin^2 \psi \frac{(F_i + F_j + F_i F_j)}{4 - F_i F_j} & \left[\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3} \frac{(F_i + F_j + F_i F_j)}{4 - F_i F_j} \right] \cos \psi \sin \psi & \frac{6EI}{L^2} \frac{F_j(2+F_i)}{4 - F_i F_j} \sin \psi \\ -\left[\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3} \frac{(F_i + F_j + F_i F_j)}{4 - F_i F_j} \right] \cos \psi \sin \psi & -\frac{EA}{L} \sin^2 \psi - \frac{12EI}{L^3} \frac{(F_i + F_j + F_i F_j)}{4 - F_i F_j} \cos^2 \psi & -\frac{6EI}{L^2} \frac{F_i(2+F_j)}{4 - F_i F_j} \cos \psi & \left[\frac{EA}{L} - \frac{12EI}{L^3} \frac{(F_i + F_j + F_i F_j)}{4 - F_i F_j} \right] \cos \psi \sin \psi & \frac{EA}{L} \sin^2 \psi + \frac{12EI}{L^3} \frac{(F_i + F_j + F_i F_j)}{4 - F_i F_j} \cos^2 \psi & -\frac{6EI}{L^2} \frac{F_j(2+F_i)}{4 - F_i F_j} \cos \psi \\ -\frac{6EI}{L^2} \frac{F_j(2+F_i)}{4 - F_i F_j} \sin \psi & \frac{6EI}{L^2} \frac{F_j(2+F_i)}{4 - F_i F_j} \cos \psi & \frac{2EI}{L} \frac{3F_j F_i}{4 - F_i F_j} & \frac{6EI}{L^2} \frac{F_j(2+F_i)}{4 - F_i F_j} \sin \psi & -\frac{6EI}{L^2} \frac{F_j(2+F_i)}{4 - F_i F_j} \cos \psi & \frac{4EI}{L} \frac{3F_j}{4 - F_i F_j} \end{bmatrix}$$

รูปที่ 4.5 สติฟเนสของชิ้นส่วนในระบบโกลบัล

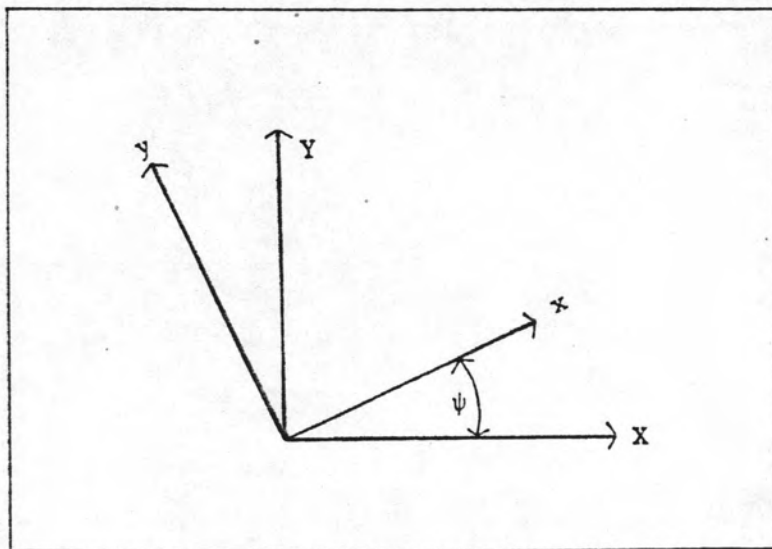
$$[T] = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

เพื่อที่จะเปลี่ยนสตีเฟนส์ในระบบโลคัลมาอยู่ในระบบโกลบัล ดังนั้นกำหนดให้ $[T]$ คือ Transformation Matrix ที่ซึ่งสามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ดังสมการที่ (4.11) โดยที่ ψ คือ มุมที่แกนระบบโลคัลทำกับแกนในระบบโกลบัลดังแสดงในรูปที่ 4.6 จากสมการที่ 4.10 และ 4.11 เราจะได้สตีเฟนส์ของชิ้นส่วนในระบบโกลบัลได้ดัง

๕๕

$$[S] = [T]^T [S_L] [T] \quad (4.12)$$

สมการที่ (4.12) สามารถแสดงรายละเอียดได้ในรูปที่ 4.5



รูปที่ 4.6 แกนอ้างอิงในระบบโลคัลและโกลบัล

4.3 การวิเคราะห์โครงแบบกึ่งข้อแข็งที่พฤติกรรมของรอยต่อเป็นแบบไร้เชิงเส้น

การวิเคราะห์โครงแบบกึ่งข้อแข็งที่ใช้ในการศึกษาในครั้งนี้ จะอาศัยวิธีการวิเคราะห์แบบสมมติให้รอยต่อมีพฤติกรรมแบบเชิงเส้น โดยใช้วิธีการทำซ้ำ (Iterative) เพื่อหาความสอดคล้องของแรงภายในและการเคลื่อนที่ที่เหมาะสม เมื่อโครงสร้างรับน้ำหนักบรรทุก

หลักการวิเคราะห์โครงสร้างโดยสมมติให้รอยต่อมีพฤติกรรมเป็นเชิงเส้น จะใช้วิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง (Direct Stiffness Method) (23) ซึ่งสติฟเนสของชิ้นส่วนในโครงสร้างได้แสดงไว้แล้วในรูปที่ 4.4 และ 4.5 เนื่องจากพฤติกรรมของรอยต่อจะเป็นแบบไร้เชิงเส้น เพื่อที่จะวิเคราะห์โครงสร้างแบบเชิงเส้นได้ จึงต้องสมมติให้รอยต่อมีเฟลกซิบิลิตี้ของรอยต่อเป็นค่าใดค่าหนึ่ง ลักษณะของการสมมติค่าเฟลกซิบิลิตี้ของรอยต่อจะแสดงดังในรูปที่ 4.7

จากรูปที่ 4.7 สมมติให้รอยต่อมีความสัมพันธ์ของโมเมนต์และมุมเปลี่ยนดังสมการที่ 4.13

$$\phi = g(M) \quad (4.13)$$

ในการวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธีการทำซ้ำ ในครั้งแรกจะสมมติให้รอยต่อแบบกึ่งข้อแข็งทุกอันในโครงสร้าง มีเฟลกซิบิลิตี้เท่ากับส่วนกลับของความชันเริ่มแรก (Initial Slope) สมมติให้เป็น Z_1 ดังนั้นเราจะได้สมการโมเมนต์และมุมเปลี่ยนที่สมมติเป็น

$$\phi = Z_1 M \quad (4.14)$$

รอยต่อทุกตัวในโครงสร้างจะถูกสมมติไปลักษณะนี้ โดยนำความสัมพันธ์ของโมเมนต์และมุมเปลี่ยนตามสมการที่ 4.14 ไปใช้ในการคำนวณสติฟเนสของชิ้นส่วน และโดยวิธีการรวมสติฟเนสโดยตรง ทำให้เราทราบค่าของโมเมนต์ที่เกิดขึ้นที่รอยต่อ สมมติให้เป็น M_1 ซึ่งจากสมการที่ 4.14 จะคำนวณมุมเปลี่ยนได้เป็น

$$\phi_1 = Z_1 M_1 \tag{4.15}$$

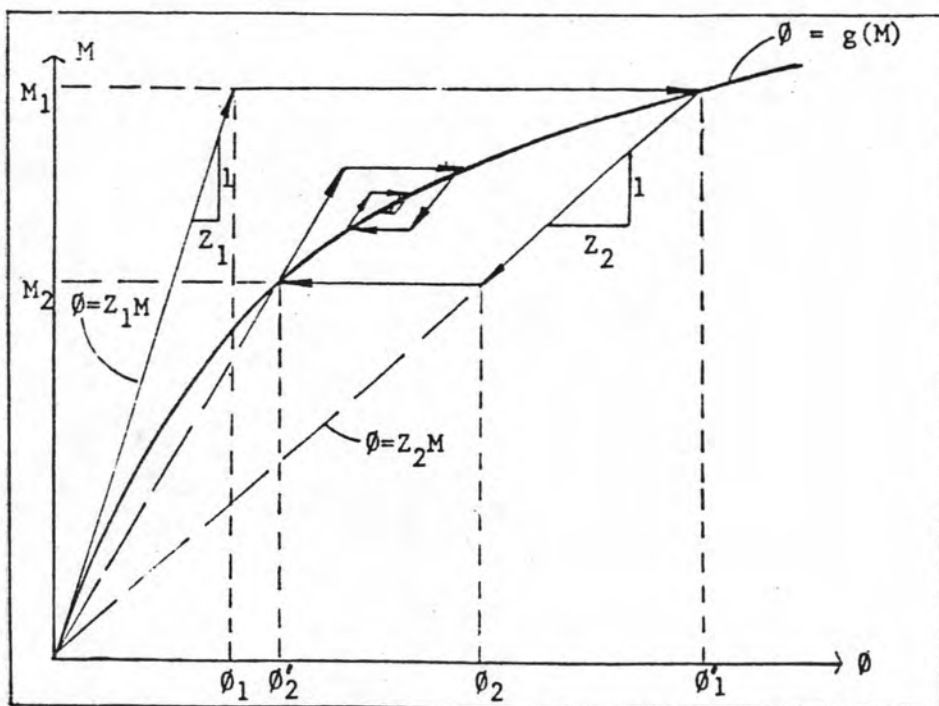
แต่จากสมการที่ 4.13 ซึ่งเป็นพฤติกรรมที่แท้จริงของรอยต่อเราจะคำนวณมุมเปลี่ยนของรอยต่อได้เป็น

$$\phi_1' = g(M_1) \tag{4.16}$$

ค่า ϕ_1 และ ϕ_1' จากสมการที่ 4.15 และ 4.16 จะนำมาเปรียบเทียบกันเพื่อให้รู้ถึงค่าความถูกต้องจากการคำนวณ ในกรณีที่ค่าความถูกต้องมีค่าน้อย ก็จะทำการวิเคราะห์อีกครั้งโดยการสมมติสมการเชิงเส้นใหม่ ซึ่งจะเป็นดังสมการที่ 4.17 และรูปที่ 4.7

$$\phi = Z_2 M \tag{4.17}$$

โดยที่ $Z_2 = \phi_1' / M_1$



รูปที่ 4.7 ลักษณะการสมมติเฟลกซิบิลิตีของรอยต่อเพื่อหาคำตอบจากการวิเคราะห์

วิธีการคำนวณจะซ้ำ ๆ กัน จนกระทั่งค่า ϕ และ ϕ' มีค่าแตกต่างกันอยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ ในกรณีที่โครงสร้างมีรอยต่อแบบกึ่งข้อแข็งมากกว่า 1 รอยต่อ วิธีการที่กล่าวมาก็จะใช้กับรอยต่อทุก ๆ ตัวพร้อม ๆ กันไป ซึ่งวิธีการวิเคราะห์จะสิ้นสุดลงก็ต่อเมื่อรอยต่อแบบกึ่งข้อแข็งทุกตัวมีค่าความแตกต่างของ ϕ และ ϕ' อยู่ในช่วงที่ยอมรับได้ทั้งหมด ซึ่งค่าความแตกต่างของมุมเปลี่ยนที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้กำหนดใช้เท่ากับ 0.01 เปอร์เซ็นต์ของค่า ϕ' ผลลัพธ์สุดท้ายของการวิเคราะห์โครงสร้างแบบกึ่งข้อแข็ง จะได้จากการวิเคราะห์โดยใช้เฟลกซิบิลิตีของรอยต่อที่ได้สมมติขึ้นเป็นครั้งสุดท้าย

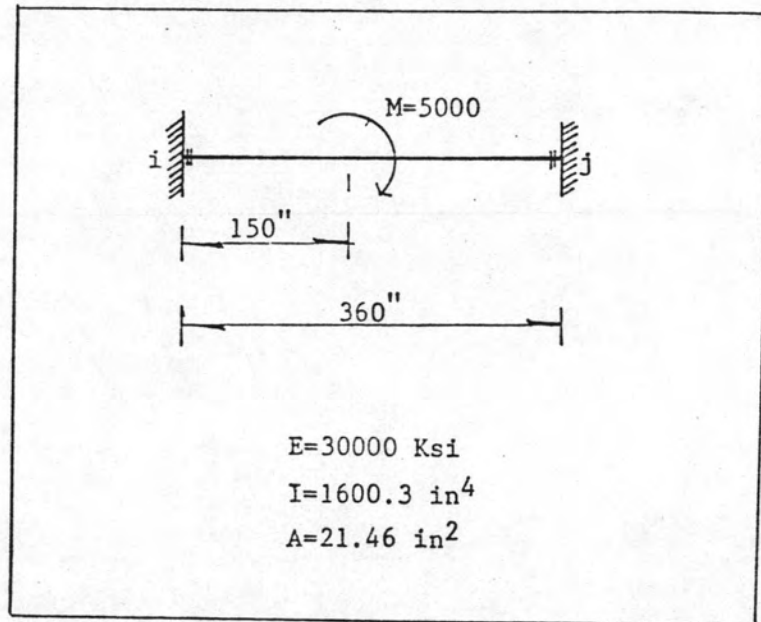
4.4 ความถูกต้องของวิธีการวิเคราะห์โครงแบบกึ่งข้อแข็ง

เพื่อที่จะแสดงให้เห็นถึงความเป็นไปได้และความถูกต้องของวิธีการทำซ้ำที่ได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 4.3 ดังนั้นโครงสร้างในลักษณะที่ง่าย ๆ ซึ่งสามารถคำนวณได้ด้วยมือ จึงถูกนำมาใช้เพื่อแสดงให้เห็นเป็นตัวอย่าง ในตัวอย่างนี้วิธีการทำซ้ำจะใช้เปรียบเทียบกับวิธีการคำนวณด้วยมือ โดยการเพิ่มแรงกระทำกับโครงสร้างขึ้นเป็นขั้น ๆ ไป

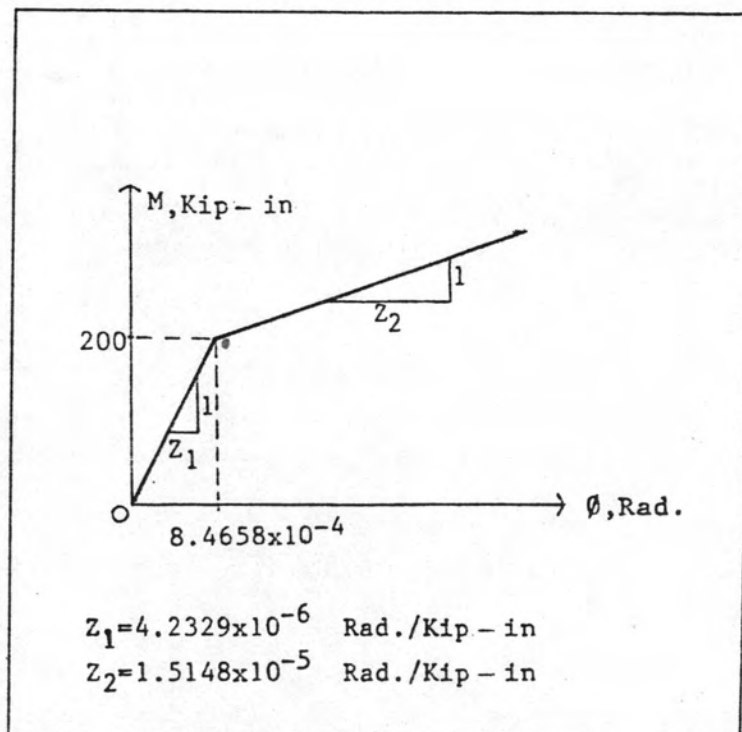
กำหนดให้โครงสร้างมีลักษณะตามรูปที่ 4.8 ซึ่งมีแรงกระทำเป็นโมเมนต์ที่มีทิศตามเข็มนาฬิกา มีขนาดเท่ากับ 5000 Kip-in กระทำที่ระยะ 150 นิ้วจากปลายด้านซ้ายของโครงสร้าง ที่ปลายทั้งสองของโครงสร้างจะเป็นรอยต่อแบบกึ่งข้อแข็งที่มีลักษณะเหมือนกันทั้งสองปลาย ลักษณะของโมเมนต์และมุมเปลี่ยนของรอยต่อจะแสดงในรูปที่ 4.9 ซึ่งมีลักษณะสมการเป็นแบบเชิงเส้นคู่ (Bi-Linear)

ในการวิเคราะห์โดยใช้มือจะแบ่งน้ำหนักที่กระทำเป็น 2 ชุดคือ ชุดแรกจะมีปริมาณเท่ากับ 2188.65 Kip-in จะเป็นชุดที่ใช้ในการวิเคราะห์ก่อน และชุดที่สองจะมีปริมาณเท่ากับ 2811.35 Kip-in จะใช้วิเคราะห์ต่อจากชุดแรก เหตุผลที่ต้องใช้โมเมนต์ในชุดแรกมีค่าเท่ากับ 2188.65 Kip-in ก็เพราะว่าโมเมนต์ที่ค่านี้จะทำให้โมเมนต์ของรอยต่อด้านขวาของโครงสร้างมีค่าเท่ากับ 200 Kip-in ซึ่งมีผลทำให้รอยต่อที่ด้านขวาของโครงสร้างมีค่าเฟลกซิบิลิตีเปลี่ยนเป็น Z_2

การวิเคราะห์หาค่าโมเมนต์ของรอยต่อสำหรับโครงสร้างนี้ จะคำนวณได้จากสมการที่ 4.18 และ 4.19 ผลของการวิเคราะห์ในแต่ละขั้นตอนจะแสดงในตารางที่ 4.1



รูปที่ 4.8 โครงสร้างแบบกึ่งข้อแข็งในตัวอย่างที่ 4.1



รูปที่ 4.9 ความสัมพันธ์ของโมเมนต์และมุมเปลี่ยนของรอยต่อในตัวอย่างที่ 4.1

$$M_1 = (M/L^3)(F_1/(4-F_1F_3))(2a^3(1-F_3) + 3ab(2a+F_3b) - b^3(4-F_3)) \quad (4.18)$$

$$M_3 = (M/L^3)(F_3/(4-F_1F_3))(2b^3(1-F_1) + 3ab(2b+F_1a) - a^3(4-F_1)) \quad (4.19)$$

ตารางที่ 4.1 ผลการคำนวณโครงสร้างในรูปที่ 4.8

ครั้งที่	เฟล็กซิบิลิตี้ของรอยต่อ		โมเมนต์ที่กระทำ	โมเมนต์ของรอยต่อ	
	ด้านซ้าย	ด้านขวา		ด้านซ้าย	ด้านขวา
1	4.2329×10^{-6}	4.2329×10^{-6}	-2188.65	-28.66	-200
2	4.2329×10^{-6}	1.5148×10^{-5}	-2811.35	-6.93	-95.89
รวม			-5000	-35.59	-295.89

การวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธีการทำซ้ำ จะทำการคำนวณกลับไปกลับมาจนได้ค่ามุมเปลี่ยนของรอยต่อที่ด้านซ้ายและขวาเท่ากับ -1.506×10^{-9} และ -2.299×10^{-3} Rad. ตามลำดับ และได้ค่าโมเมนต์ที่รอยต่อด้านซ้ายและขวาเท่ากับ -35.59 และ -295.89 Kip-in ตามลำดับ ซึ่งเป็นค่าที่เท่ากับคำตอบที่คำนวณได้โดยวิธีมือ สิ่งที่แตกต่างกันมากระหว่างวิธีการทำซ้ำกับวิธีการคำนวณโดยวิธีมือก็คือ วิธีการทำซ้ำคำนวณหาคำตอบโดยใช้ค่า Secant Flexibility ในขณะที่วิธีที่คำนวณด้วยมือใช้ Tangent Flexibility หลาย ๆ ค่า

ในตัวอย่างนี้ต้องการแสดงให้เห็นว่า สำหรับรอยต่อที่มีลักษณะของโมเมนต์และมุมเปลี่ยนเป็นแบบไร้เชิงเส้น ถ้าเราทราบจุดที่โมเมนต์และมุมเปลี่ยนที่ได้จากการวิเคราะห์และจากสมการของรอยต่อซึ่งมีความสอดคล้องกัน เราก็สามารถใช้ค่า Secant Flexibility ที่จุดเหล่านี้ ในการหาคำตอบของการวิเคราะห์ได้อย่างถูกต้องเช่นกัน

อย่างไรก็ตามคำตอบที่ได้จากการวิเคราะห์อาจจะ เป็นค่าที่ถูกต้องตามวิธีการคำนวณ แต่ในความเป็นจริงอาจจะไม่ถูกต้องก็ได้ ดังเช่น ในกรณีที่โครงสร้างได้รับแรงกระทำที่มีค่ามาก ๆ ในขณะที่รอยต่อในโครงสร้างมีความอ่อนมาก ผลลัพธ์ที่ได้จากการวิเคราะห์โครงสร้างประเภทนี้อาจจะได้ค่าโมเมนต์และมุมเปลี่ยนที่ไม่สามารถเกิดขึ้นจริงได้