บทที่ 2

ทฤษฎีและทบทวนวรรณคดีที่เกี่ยวข้อง

2.1 ทฤษฎีทางสถิติ

2.2.1 การวัดแนวโน้มสู่ส่วนกลาง (Central Tendency)

การวัดแนวโน้มสู่ส่วนกลาง เป็นการคำนวณค่ากลางของข้อมูลว่าอยู่ที่ใด ซึ่งเราสามารถใช้ค่ากลางบอกลักษณะของข้อมูลทำให้ผู้ใช้สามารถทราบถึงการแจกแจงของข้อมูลว่าเป็นอย่างไร สำหรับการวัดแนวโน้มสู่ส่วนกลางสามารถทำได้หลายวิธีดังนี้

1. ค่าเฉลี่ย (Mean)
2. มัธยฐาน (Median)
3. ฐานนิยม (Mode)

ก ค่าเฉลี่ย (Mean)

ค่าเฉลี่ยถือเป็นค่ากลางของข้อมูลแบบหนึ่ง เราจะใช้ค่าเฉลี่ยเป็นตัวแทนของข้อมูลที่นำมาคำนวณ สามารถคำนวณได้โดยนำผลรวมของข้อมูลหารด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด ดังสมการ (2.1)

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{N} \quad \text{.....(2.1)}$$

โดยที่ $\bar{X}$ = ค่าเฉลี่ย

$\sum X_i$ = ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด

N = จำนวนข้อมูลทั้งหมด

ข มัธยฐาน (Median)

มัธยฐาน คือ ค่าของข้อมูลที่มีตำแหน่งอยู่ตรงกลางของข้อมูลทั้งหมดเมื่อนำข้อมูลนั้นเรียงลำดับจากน้อยไปหามาก ดังนั้นจะมีข้อมูลอยู่ครึ่งหนึ่งที่น้อยกว่าค่ามัธยฐาน และมีข้อมูลอีก

ครึ่งหนึ่งที่มากกว่าค่ามัธยฐาน

ค ฐานนิยม (Mode)

ฐานนิยมของข้อมูลชุดใดชุดหนึ่งคือ ค่าของข้อมูลที่เกิดขึ้นบ่อยที่สุดหรือมีความถี่สูงที่สุดนั่นเอง

2.1.2 การวิเคราะห์ความถดถอย (Regression Analysis)

เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ของตัวแปรตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป โดยมีวัตถุประสงค์ที่จะประมาณ หรือพยากรณ์ค่าของตัวแปรตัวหนึ่งจากตัวแปรอื่น ๆ ที่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรที่ต้องการพยากรณ์ โดยจะมีการกำหนดหรือทราบตัวแปรอื่น ๆ ล่วงหน้าในกรณีของการถดถอยของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัว เรียกว่า ความถดถอยอย่างง่าย (Simple Regression) แต่ถ้าเป็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรมากกว่า 2 ตัว เรียกว่า ความถดถอยพหุคุณ (Multiple Regression)

ก การวิเคราะห์ความถดถอยอย่างง่าย

เป็นการศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัว หรือลักษณะที่สนใจศึกษา 2 ลักษณะ โดยที่ต้องทราบค่าของตัวแปรตัวหนึ่งหรือต้องกำหนดค่าของตัวแปรตัวหนึ่งไว้ล่วงหน้า ซึ่งค่าของตัวแปรที่ได้กำหนดไว้ล่วงหน้าเรียกว่า ตัวแปรอิสระ (Independent Variable) มักที่จะใช้สัญลักษณ์ X และค่าของตัวแปรที่ขึ้นอยู่กับตัวแปรที่กำหนดไว้ล่วงหน้าเรียกว่า ตัวแปรตาม (Dependent Variable) ใช้สัญลักษณ์ Y

สำหรับการวิเคราะห์ ในขั้นแรกจะนำเอาข้อมูลของตัวแปรทั้งสองมาเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ ซึ่งจะเรียกกราฟนี้ว่า แผนภาพการกระจาย (Scatter Diagram) ผู้วิเคราะห์จะต้องพิจารณาว่าความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสองจะอยู่ในรูปแบบใด เช่น เส้นตรง พาราโบลา อื่น ๆ ฯลฯ ในที่นี้จะศึกษาเฉพาะความสัมพันธ์ของตัวแปร X และ Y ในรูปเชิงเส้นหรือเส้นตรงเท่านั้น ซึ่งที่ความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปเชิงเส้น สามารถแสดงในรูปของสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$Y_i = \beta_o + \beta_1 X_i + e_i \quad ; \ I = 1,2,...N \quad .....(2.2)$$

โดยที่ Y_i = ตัวแปรตาม

X_i = ตัวแปรอิสระ

β_o = ส่วนตัดแกน Y หรือ คือค่าของ Y เมื่อ X มีค่าเป็นศูนย์

β_1 = สัมประสิทธิ์การถดถอย

e_i = ค่าคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น

การที่จะหาค่า β_o และ β_1 ได้จำเป็นต้องทราบค่า X และ Y ทุกค่าที่เกิดขึ้น ซึ่งเป็นไปได้ยาก ทางปฏิบัติเราจึงใช้ข้อมูลตัวอย่างขนาด n ในการประมาณค่า β_o และ β_1 ดังนั้นค่าประมาณของ Y คือ

$$\overline{Y}_i = \overline{\beta}_o + \overline{\beta}_1 X_i$$

หรือ $$\overline{Y}_i = a + b X_i \quad \text{.....(2.3)}$$

โดยที่ $\overline{\beta}_o = a$ และ $\overline{\beta}_1 = b$

การประมาณค่า β_o และ β_1 ด้วย a และ b ตามลำดับนั้น มีเป้าหมายเพื่อจะให้ความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่า Y_i ด้วย $\overline{Y}_i$ ค่าต่ำสุด โดยใช้วิธีที่เรียกว่า วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Square Method) ซึ่งเป็นวิธีที่ต้องการหาค่า a และ b ที่ทำให้ผลบวกของค่าคลาดเคลื่อนยกกำลังสองมีค่าน้อยที่สุด

เนื่องจาก $$Y_i = \beta_o + \beta_1 X_i + e_i$$

และ $$\overline{Y}_i = a + b X_i$$

$$\therefore \quad Y_i - \overline{Y}_i = e_i$$

ผลบวกของค่าคลาดเคลื่อนยกกำลังสอง = $\sum (Y_i - \overline{Y}_i)^2$

ดังนั้น วิธีกำลังสองน้อยที่สุดคือการหาค่า a และ b ที่ทำให้ $\sum (Y_i - \overline{Y}_i)^2$ มีค่าต่ำที่สุด ทำได้โดยการใช้อนุพันธ์เชิงส่วน (Partial Derivative) เทียบกับ a และ b แล้วให้เท่ากับศูนย์ จะได้

$$\beta_1 = b = \frac{\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n}}{\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}} \quad \text{.....(2.4)}$$

$$\beta_o = a = \frac{\sum Y_i}{n} - b \frac{\sum X_i}{n} \quad \text{.....(2.5)}$$

การประมาณค่า β_o และ β_1 ด้วย a และ b ตามลำดับนั้น โดยใช้วิธีกำลังสองน้อยที่สุด

จะทำให้ผลรวมของค่าคลาดเคลื่อนในการประมาณค่า Y_i ด้วย Y_i มีค่าเป็นศูนย์ และ $\Sigma (Y_i - \overline{Y}_i)^2$ มีค่าต่ำที่สุด

ข สหสัมพันธ์ (Correlation)

สหสัมพันธ์ เป็นการศึกษาถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่สนใจว่ามีความสัมพันธ์กันหรือไม่ และความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นไปในทิศทางใด ทราบได้โดยการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation Coefficient,r) เนื่องจากเป็นค่าที่แสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรโดยมีค่าตั้งแต่ 1.0 ถึง -1.0 สำหรับการแปลระดับความสัมพันธ์ได้ดังนี้ ถ้า r มีค่าเท่ากับ $\pm$ 1 หมายถึงจุดทุกจุดสามารถเขียนเส้นตรงผ่านได้หรือเส้นตรงไม่มีส่วนเบี่ยงเบนเลย ถ้า r มีค่าเป็นศูนย์ หมายถึงเส้นถดถอยนั้นใช้ไม่ได้หรือทำนายความสัมพันธ์ไม่ได้ ถ้า r มีค่าเข้าใกล้ศูนย์แสดงว่ามีความสัมพันธ์น้อยมาก ถ้า r มีค่าเข้าใกล้ $\pm$ 1 แสดงว่ามีความสัมพันธ์มาก ถ้า r มีค่าอยู่ระหว่าง $\pm$ 1 ก็ขึ้นอยู่กับการตัดสินใจของผู้ที่จะนำไปใช้ว่าจะยอมรับเส้นถดถอยนั้นมากน้อยเพียงไร

สมการ (2-6) เป็นสมการที่ใช้หาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ซึ่งหาได้จากข้อมูลโดยตรง

$$r = \frac{n \Sigma X_i Y_i - \Sigma X_i \Sigma Y_i}{\sqrt{\left[n\Sigma X_i^2 - (\Sigma X_i)^2 \right] \left[n\Sigma Y_i^2 - (\Sigma Y_i)^2 \right]}} \quad \text{.....(2.6)}$$

2.2 การหาค่า Relative Density

ค่าความหนาแน่นสัมพัทธ์ (Relative Density) ของดิน เป็นค่าที่ใช้บอกสภาพของดินในขณะนั้นว่ามีความหนาแน่นเป็นอย่างไร เมื่อเปรียบเทียบกับดินในสภาพหลวมที่สุดและแน่นที่สุด และสามารถหาค่าความหนาแน่นสัมพัทธ์ของดินได้จากการทดสอบในห้องปฏิบัติการ และจากการทดสอบในสนาม

ในปี ค.ศ. 1973 Holtz [4] ได้แนะนำให้ทดสอบค่าความหนาแน่นสัมพัทธ์ของดินในห้องปฏิบัติการกับดินชนิด cohesionless soil ที่มวลดินมีเม็ดดินขนาดเล็กกว่า 0.075 มม. อยู่ระหว่าง 8% - 12% ค่าความหนาแน่นสัมพัทธ์ของดินสามารถคำนวณหาได้จากปริมาณช่องว่าง

ระหว่างเม็ดดินตามสมการที่ 2.7 หรือคำนวณจากความหนาแน่นในสนาม (In-situ Dry Density) ความหนาแน่นต่ำสุด (Minimum Dry Density) และความหนาแน่นสูงสุด (Maximum Dry Density) ตามสมการ 2.8

$$D_r = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}} \quad \text{.....(2.7)}$$

หรือ

$$D_r = \frac{\gamma_{d\,max}(\gamma_d - \gamma_{d\,min})}{\gamma_d(\gamma_{d\,max} - \gamma_{d\,min})} \quad \text{.....(2.8)}$$

โดยที่ D_r = ความหนาแน่นสัมพัทธ์ของดิน

e_{min} = ปริมาณช่องว่างระหว่างเม็ดดิน (Void Ratio) ในมวลดินที่ค่าน้อยที่สุด

e_{max} = ปริมาณช่องว่างระหว่างเม็ดดิน (Void Ratio) ในมวลดินที่ค่ามากที่สุด

e = ปริมาณช่องว่างระหว่างเม็ดดิน (Void Ratio) ในมวลดินที่ต้องการหา

$\gamma_{d\,max}$ = ค่าหน่วยน้ำหนักแห้งของมวลดินเมื่อมวลดินมีความหนาแน่นสูงที่สุด

$\gamma_{d\,min}$ = ค่าหน่วยน้ำหนักแห้งของมวลดินเมื่อมวลดินมีความหนาแน่นน้อยที่สุด

γ_d = ค่าหน่วยน้ำหนักแห้งของมวลดินเมื่อมวลดินที่ต้องการหา

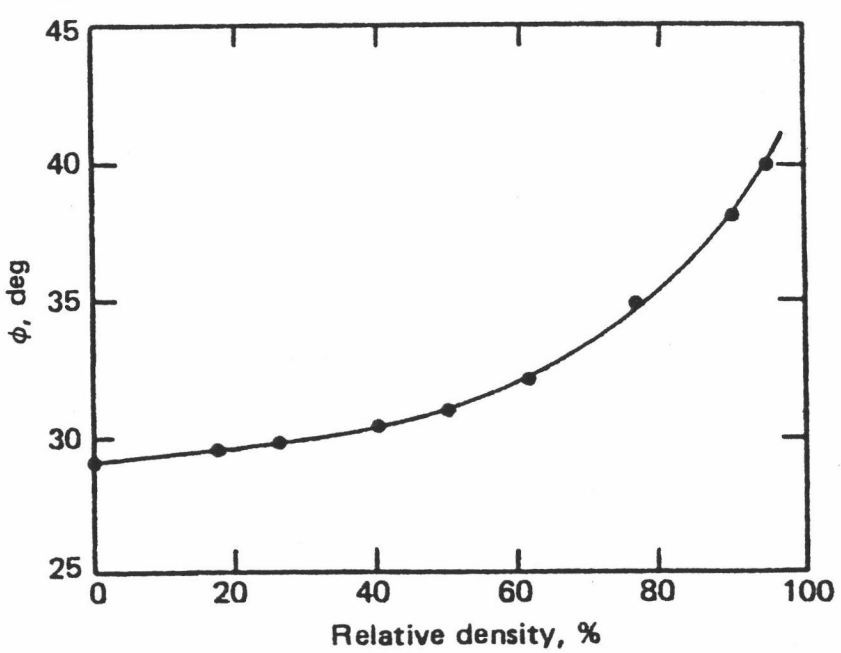
การหาค่าความหนาแน่นสัมพัทธ์ในสนามสามารถหาได้หลายวิธี เช่น Standard Penetration Test และ Cone Penetration Test เป็นต้น ซึ่งค่าความหนาแน่นสัมพัทธ์ที่หาได้จะบอกถึงคุณสมบัติของดิน เช่น ความต้านทานแรงเฉือนของดิน (Shear Strength) และความแน่นของดิน เป็นต้น

ในปี ค.ศ. 1968 D'Appolonia et al.[4] ได้เสนอความสัมพันธ์ระหว่าง Angle of Friction (ϕ) กับค่า Relative Density ของทรายชายฝั่งทางใต้ของทะเลสาบมิชิแกน ดังรูปที่ 2.1 ซึ่งค่าความหนาแน่นต่ำสุดและสูงสุดของทรายมีค่า 88.5 lb/ft^3 (13.91 kN/m^3) และ 110 lb/ft^3 (17.29 kN/m^3) ตามลำดับ

ในปี ค.ศ. 1956 Meyerhof [4] ได้เสนอความสัมพันธ์ระหว่าง Angle of Friction (ϕ) Standard Penetration Resistance และ Static Cone Penetration Resistance ตามตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง Relative Density , Penetration Resistance และ ϕ

State of Packing	Relative Density	Standard Penetration Resistance N , blows/ft	Static Cone Resistance q_c , ton/ft^2	Angle of Friction ϕ , deg
Very Loose	< 0.2	< 4	< 20	< 30
Loose	0.2 to 0.4	4 to 10	20 to 40	30 to 35
Compact	0.4 to 0.6	10 to 30	40 to 120	35 to 40
Dense	0.6 to 0.8	30 to 50	120 to 200	40 to 45
Very Dense	> 0.8	> 50	> 200	> 45

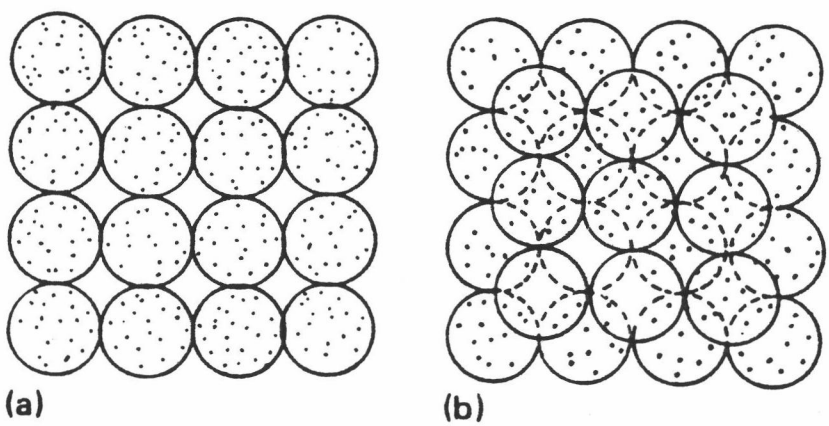


รูปที่ 2.1 ความสัมพันธ์ระหว่าง Angle of Friction และ Relative Density (D' Appolonia et al.,1968)

2.3 ปัจจัยที่มีผลต่อค่า Maximum Density และ Minimum Density

2.3.1 ผลกระทบเนื่องจากการจัดเรียงตัวของเม็ดดิน

ในดินชนิด Granular Soil เม็ดดินจะมีขนาดใหญ่เกินกว่าที่แรงดึงดูดระหว่างเม็ดดินจะมีผลทำให้เกิดการยึดเหนี่ยวระหว่างเม็ดดินได้ ดังนั้นความหนาแน่นของมวลดินจะขึ้นอยู่กับการจัดเรียงตัวกันของเม็ดดิน ในปี ค.ศ. 1983 Das [4] ได้อธิบายการจัดเรียงตัวของเม็ดดินในลักษณะ Packing โดยได้ตั้งสมมติฐานให้เม็ดดินเป็นรูปทรงกลมที่มีขนาดเท่า ๆ กัน แต่มีการจัดเรียงตัวในลักษณะแตกต่างกันเป็นผลทำให้มวลดินมีความแน่นแตกต่างกัน จากรูปที่ 2.2 พบว่าการจัดเรียงตัวแบบ Simple Cubical Packing และ Pyramidal Cubical Packing จะทำให้มีปริมาณช่องว่างในมวลดิน (Void Ratio) 0.91 และ 0.34 ตามลำดับ แต่ในสภาพตามธรรมชาติ เม็ดดินจะมีขนาดไม่เท่ากันและมีรูปทรงไม่เป็นรูปทรงกลม ดังนั้นการจัดเรียงตัวกันของเม็ดดินในมวลดินพบว่าเม็ดดินที่มีขนาดเล็กจะเข้าไปแทนที่ในช่องว่างระหว่างเม็ดดินทีมีขนาดใหญ่กว่า เพื่อที่จะทำให้ปริมาณช่องว่าง (Void) ในมวลดินลดลง



รูปที่ 2.2 ลักษณะการจัดเรียงตัวแบบ (a) Simple Cubical Packing (b) Pyramidal Cubical Packing (Das, 1984)

2.3.2 ผลกระทบเนื่องจากการกระจายของขนาดของเม็ดดิน

ในปี ค.ศ. 1973 Reitz [11] ได้ศึกษาผลกระทบของการกระจายของขนาดของเม็ดดิน (Particle Size Distribution) ที่มีต่อค่าความหนาแน่นของมวลดิน โดยทำการทดสอบทรายจากแม่น้ำมิสซิสซิปปี (Mississippi River) จำนวน 50 ตัวอย่าง ซึ่งมีการกระจายของขนาดของเม็ดดินตามรูปที่ 2.3 ทำการทดสอบหาค่าความหนาแน่นต่ำสุดและสูงสุดตามมาตรฐาน ASTM D2049-69 และหา Gradation โดยใช้ Sieve และ Hydrometer ผลการทดสอบที่ได้แสดงในตารางที่ 2.2 พบว่าค่า $\gamma_{d\,max}$ และ $\gamma_{d\,min}$ จะขึ้นอยู่กับค่า D_{60} และค่า Coefficient of Uniformity ดังตัวอย่างจากรูปที่ 2.4 เมื่อ C_u มากกว่า 2 และขนาดของ D_{60} ใหญ่ขึ้นจะให้ค่า $\gamma_{d\,max}$ เพิ่มขึ้น

ในปี ค.ศ. 1969 Koerner [9] ได้ศึกษาสูตรสำเร็จเพื่อใช้คำนวณค่า γ_{max} และ γ_{min} พบว่าค่าความหนาแน่นของมวลดินจะขึ้นอยู่กับลักษณะการกระจายของเม็ดดิน และรูปร่างของเม็ดดิน สมการที่ 2.9 และ 2.10 เป็นสมการที่ใช้คาดคะเนค่า γ_{max} และ γ_{min} ของมวลดิน ซึ่งใช้สำหรับดินชนิด Granular Soil ที่มีแร่ควอทซเป็นส่วนประกอบและมีค่า Specific Gravity เท่ากับ 2.65 สำหรับดินที่มีแร่ชนิดอื่นเป็นส่วนประกอบจะคูณค่า γ_{max} และ γ_{min} ด้วยสัดส่วนระหว่าง Specific Gravity

$$\gamma_{max} = 104 + \Delta\gamma_1 + \Delta\gamma_2 + \Delta\gamma_3 \quad \text{.....(2.9)}$$

เมื่อ γ_{max} คือ Maximum Density (lb/ft^3)

$\Delta\gamma_1$ คือ ค่าปรับแก้สำหรับ Particle Size

= +5 lb/ft^3 ถ้า $D_{10} > 2.0$ mm. (Gravel Size)

= +3 lb/ft^3 ถ้า $2.0 > D_{10} > 0.6$ mm. (Coarse Sand Size)

= 0 lb/ft^3 ถ้า $0.6 > D_{10} > 0.2$ mm. (Medium Sand Size)

= -5 lb/ft^3 ถ้า $0.2 > D_{10} > 0.06$ mm. (Fine Sand Size)

= -10 lb/ft^3 ถ้า $0.06 > D_{10} > 0.02$ mm. (Coarse Silt Size)

D_{10} = Effective Size of Soil

$\Delta\gamma_2$ คือ ค่าปรับแก้สำหรับ Gradation

= +12 lb/ft^3 ถ้า $C_u = 5.0$ (Well Graded)

= 0 lb/ft^3 ถ้า $C_u = 2.0$ (Medium Graded)

= -8 lb/ft^3 ถ้า C_u = 1.0 (Poorly Graded)

C_u = Coefficient of Uniformity

$\Delta\gamma_3$ คือ ค่าปรับแก้สำหรับ Particle Shape

= +6 lb/ft^3 ถ้า S = 0.7 (High Sphericity)

= 0 lb/ft^3 ถ้า S = 0.6 (Average Spheicity)

= -6 lb/ft^3 ถ้า S = 0.4 (Low Sphericity)

S = Sphericity

$$\gamma_{min} = 80 + \Delta\gamma_4 + \Delta\gamma_5 + \Delta\gamma_6 \quad \text{.....(2.10)}$$

เมื่อ γ_{min} คือ Minimum Density (lb/ft^3)

$\Delta\gamma_4$ คือ ค่าปรับแก้สำหรับ Particle Size

= +8 lb/ft^3 ถ้า D_{10} > 2.0 mm. (Gravel Size)

= +5 lb/ft^3 ถ้า 2.0 > D_{10} > 0.6 mm. (Coarse Sand Size)

= +1 lb/ft^3 ถ้า 0.6 > D_{10} > 0.2 mm. (Medium Sand Size)

= -5 lb/ft^3 ถ้า 0.2 > D_{10} > 0.06 mm. (Fine Sand Size)

= -10 lb/ft^3 ถ้า 0.06 > D_{10} > 0.02 mm. (Coarse Silt Size)

D_{10} = Effective Size of Soil

$\Delta\gamma_5$ คือ ค่าปรับแก้สำหรับ Gradation

= +6 lb/ft^3 ถ้า C_u = 5.0 (Well Graded)

= -2 lb/ft^3 ถ้า 5 > C_u > 2 (Medium Graded)

= -12 lb/ft^3 ถ้า 2 > C_u > 1 (Poorly Graded)

C_u = Coefficient of Uniformity

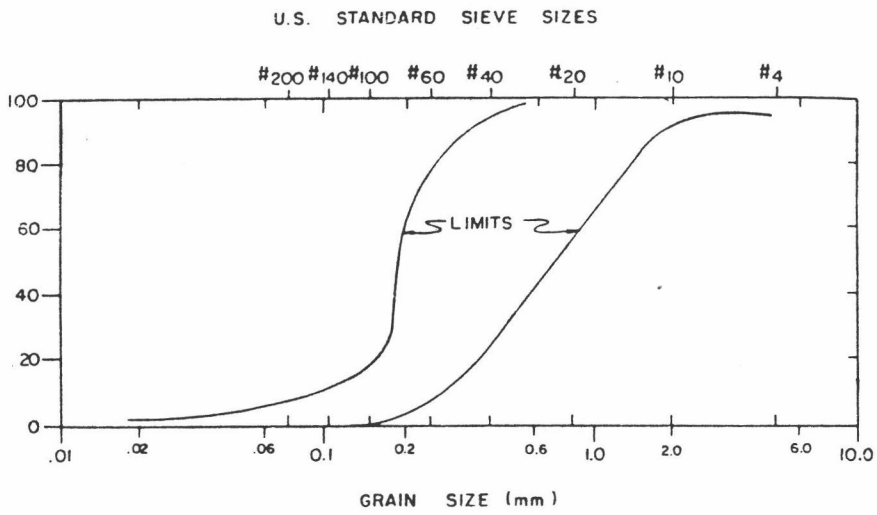
$\Delta\gamma_6$ คือ ค่าปรับแก้สำหรับ Particle Shape

= +11 lb/ft^3 ถ้า S = 0.7 (High Sphericity)

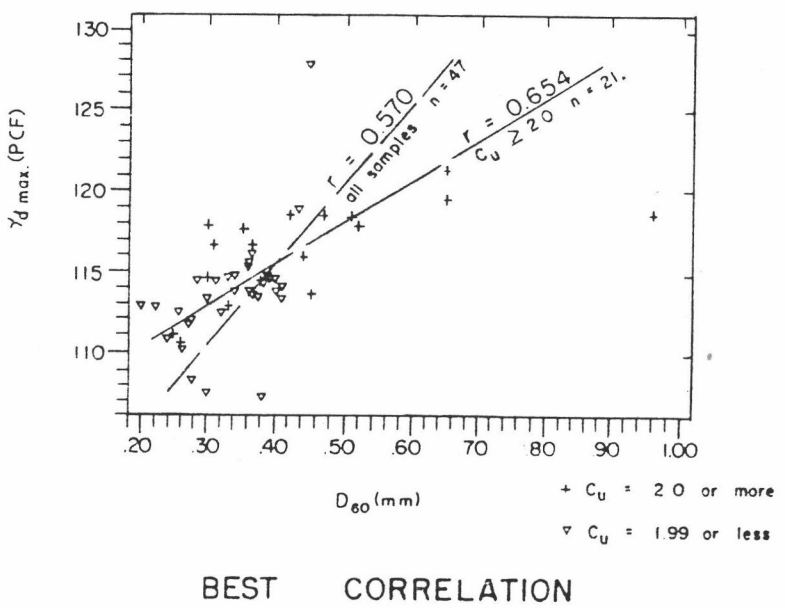
= +3 lb/ft^3 ถ้า S = 0.6 (Average Spheicity)

= -7 lb/ft^3 ถ้า S = 0.4 (Low Sphericity)

S = Sphericity



รูปที่ 2.3 Particle Size Distribution ของตัวอย่างที่ทำการทดสอบ (Reitz, 1973)



BEST CORRELATION

รูปที่ 2.4 ความสัมพันธ์ระหว่าง $\gamma_{d\ max.}$ กับ D_{60} (Reitz, 1973)

ตารางที่ 2.2 Density and Gradational Characteristics of Sample (Reitz, 1973)

Test	$\gamma_d$max, lb/ft^3	$\gamma_d$min, lb/ft^3	$\gamma_d$max,-$\gamma_d$min, lb/ft^3	D_{60},mm.	D_{10},mm.	C_u
A	127.8	106.5	21.3	0.45	0.24	1.88
B	113.8	95.0	18.8	0.40	0.22	1.82
C	114.6	95.9	18.7	0.40	0.27	1.48
1	118.2	95.6	22.6	0.47	0.225	2.09
3	117.9	96.7	21.2	0.30	0.145	2.07
4	116.7	93.9	22.8	0.31	0.14	2.21
5	112.8	90.1	22.7	0.22	0.15	1.47
6	117.6	95.9	21.7	0.35	0.15	2.33
7	112.9	88.3	24.6	0.20	0.15	1.33
8	110.5	87.4	23.1	0.26	0.17	1.53
9	114.2	90.6	23.6	0.375	0.215	1.74
10	114.5	90.9	23.6	0.39	0.20	1.95
11	117.8	96.1	21.7	0.52	0.225	2.31
12	115.4	90.9	24.5	0.36	0.195	1.85
13	114.6	87.7	26.9	0.33	0.17	1.94
14	113.9	88.5	25.4	0.36	0.18	2.00
15	113.2	89.4	23.6	0.41	0.215	1.91
16	114.2	88.6	25.6	0.38	0.217	1.75
17	115.9	91.4	24.5	0.44	0.22	2.00
18	112.0	87.5	24.5	0.275	0.165	1.67
19	111.0	83.8	27.2	0.248	0.094	2.61
20	114.6	86.6	28.0	0.30	0.149	2.00
21	116.7	86.6	30.1	0.375	0.175	2.14
22	115.2	90.2	25.0	0.36	0.22	1.63
23	114.8	89.2	25.6	0.34	0.215	1.59
24	118.9	90.1	28.8	0.435	0.24	1.81
25	112.5	87.3	25.2	0.255	0.14	1.82
26	118.3	95.3	23.0	0.42	0.175	2.40
27	112.3	85.3	27.0	0.32	0.21	1.52
28	121.1	95.4	25.7	0.65	0.20	3.25
29	113.6	90.2	23.4	0.365	0.22	1.66
30	113.2	87.4	25.8	0.30	0.18	1.66
31	113.8	89.2	24.6	0.34	0.20	1.70
32	116.0	84.1	31.9	0.365	0.215	1.70
33	114.3	82.5	31.8	0.315	0.12	1.50
34	114.0	85.5	28.5	0.41	0.15	2.74
35	114.3	88.8	25.5	0.285	0.168	1.69
36	112.9	82.2	30.7	0.33	0.15	2.20
37	118.3	96.2	22.1	0.96	0.27	3.57
38	113.5	90.5	23.0	0.45	0.195	2.30
39	108.1	85.0	23.1	0.275	0.19	1.45
40	107.2	87.2	20.0	0.38	0.20	1.90
41	111.7	86.8	24.9	0.27	0.19	1.42
42	110.1	87.7	22.4	0.26	0.175	1.48
43	107.5	80.2	27.3	0.30	0.24	1.25
44	113.2	83.5	29.7	0.375	0.20	1.87
48	118.1	94.5	23.6	0.51	0.205	2.49
49	119.2	94.5	24.7	0.65	0.22	2.97
50	110.9	83.2	27.7	0.237	0.142	1.67
Average x	114.57	89.71				

ในปี ค.ศ. 1973 Johnston [8] ได้เสนอว่าค่า Maximum และ Minimum Density ของ Cohesionless Soil ขึ้นอยู่กับ Grain-Size Distribution และค่า Specific Gravity ของดิน รูปที่ 2.5 แสดง Empirical Relationship ระหว่างค่า Minimum และ Maximum Dry Density กับ Coefficient of Uniformity ซึ่งเป็นค่าหนึ่งที่ใช้บอก Grain-Size Distribution ของดิน โดยกราฟนี้จะใช้สำหรับดินที่มีค่า Specific Gravity เท่ากับ 2.65 สำหรับดินที่มีค่า Specific Gravity ต่างจากนี้ค่า Minimum และ Maximum Dry Density หาได้โดยใช้อัตราส่วนของค่า Specific Gravity ไปคูณกับค่าที่อ่านจากกราฟ

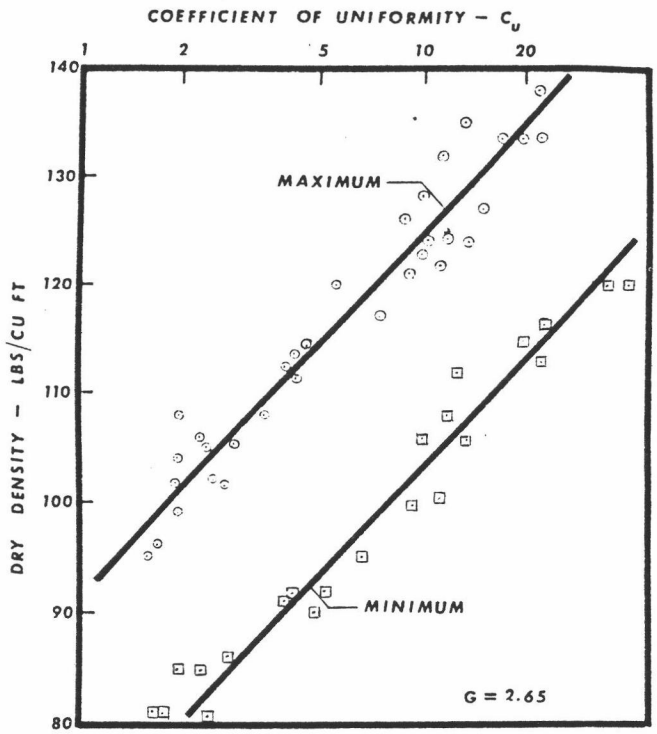
2.3.3 ผลกระทบเนื่องจากรูปร่างลักษณะของเม็ดดิน

ในปี ค.ศ. 1973 Holubes และ D' Appolonia [7] ได้ศึกษาผลกระทบของ Particle Shape ที่มีต่อค่า $\gamma_{d\ max.}$ และ $\gamma_{d\ min.}$ โดยนำตัวอย่างทราย 4 ชนิด ซึ่งมีคุณสมบัติและ Gradation ดังตารางที่ 2.3 และรูปที่ 2.6 พบว่ารูปร่างลักษณะของเม็ดทรายมีผลต่อปริมาณช่องว่างของทราย จากรูปที่ 2.7 แสดงให้เห็นว่าเม็ดทรายที่มีลักษณะเป็นเหลี่ยมคม (Angular) จะมีผลกระทบต่อค่า Maximum Void Ratio (e_{max}) มากกว่าเม็ดทรายที่มีลักษณะค่อนข้างกลม แต่รูปร่างลักษณะของเม็ดทรายจะมีผลต่อ Minimum Void Ratio (e_{min}) เพียงเล็กน้อย ดังนั้นผลต่างระหว่าง e_{max} กับ e_{min} จึงขึ้นอยู่กับรูปร่างลักษณะของเม็ดทราย จากนั้นนำทรายทั้ง 4 ชนิดไปทดสอบหา Axial Strain จะได้กราฟดังแสดงในรูปที่ 2.8 จากกราฟ พบว่าทรายที่มีค่าสัมประสิทธิความเหลี่ยมคม Coefficient of Angularity สูง (มีค่า e_{max} สูง) จะมี Axial Strain สูงกว่าทรายที่มีค่าสัมประสิทธิความเหลี่ยมคม Coefficient of Angularity ต่ำ (มีค่า e_{max} ต่ำ)

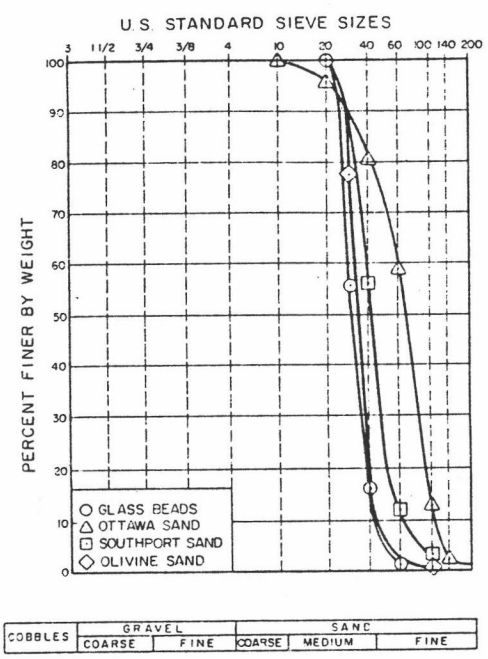
ตารางที่ 2.3 Index Properties of Glass Beads and Sands

Material	Coefficient of Angularity, E [a]	Specific Gravity, SG	Effective Diameter, D_{10}	Coefficient of Uniformity, C_u	Coefficient of Curvature, C_v
Glass Beads	1.16	2.48	0.40	1.5	1.05
Ottawa Sand	1.24	2.65	0.24	1.9	1.13
Southport Sand	1.55	2.68	0.15	1.8	0.86
Olivine Sand	1.64	3.25	0.38	1.5	1.10

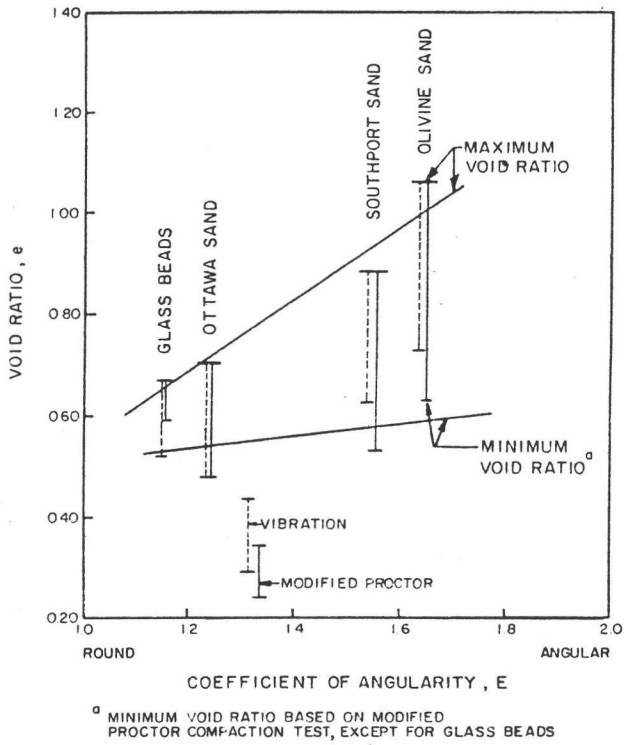
[a] E = 1 for spheres ; increase of E indicates increase of angularity



รูปที่ 2.5 Empirical Relationship between Maximum and Minimum Densities versus Coefficient of Unifomity (Johnston, 1973)

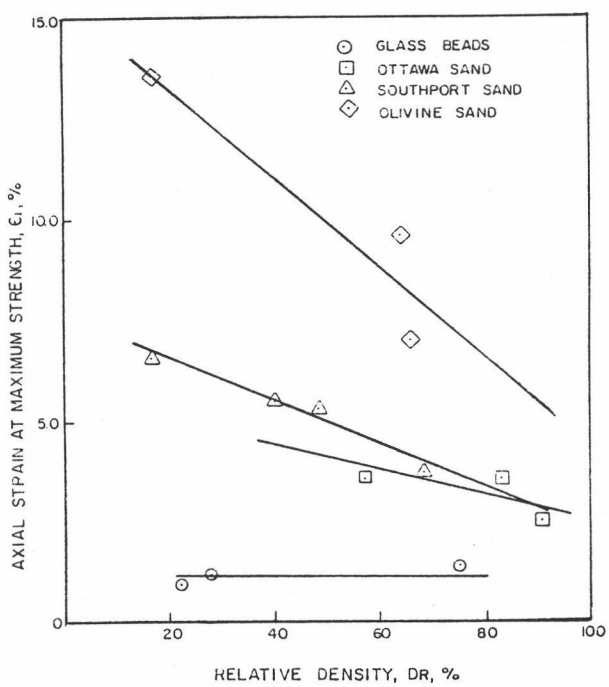


รูปที่ 2.6 Grain Size Curves (Holubec and D'Appolonia, 1973)



สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 2.7 Effect of Particle Shape on Minimum and Maximum Void Ratios (Holubec and D'Appolonia, 1973)



รูปที่ 2.8 Effect of Particle Shape on Axial Strain at Maximum Strength (Holubec and D'Appolonia, 1973)

ในปี ค.ศ. 1962 Rowe [4] ได้กล่าวว่า Strength ของ Cohesionless Soil จะขึ้นอยู่กับค่า Frictional Resistance ที่ผิวสัมผัสระหว่างเม็ดดิน การจัดเรียงตัวกันใหม่ของเม็ดดิน (Particle Rearragement) และการเคลื่อนที่ของเม็ดดินเพื่อจัดตัวเองใหม่ (Dilation) ตามสมการที่ 2.11 และรูปที่ 2.9

$$\phi_m = \phi_\mu + \beta \quad \text{.....(2.11)}$$

โดยที่ ϕ_m = Angle of Friction ของดินที่ Peak Strength

ϕ_μ = Angle of Sliding Friction ระหว่างผิวของเม็ดดิน

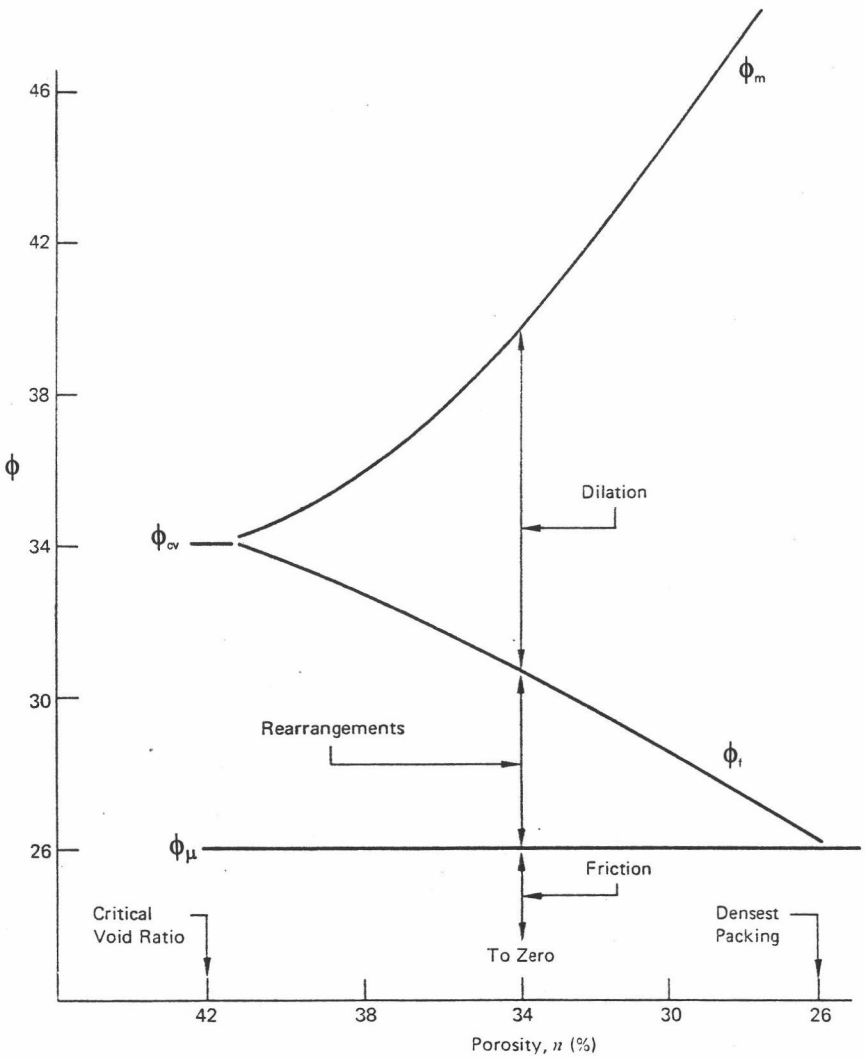
β = ผลกระทบของ Interlocking

ถ้าปัจจัยต่างๆ ของเม็ดดินเหมือนกัน เม็ดดินที่มีรูปร่างลักษณะเป็นเหลี่ยมคม (Angular) จะมีค่า ϕ มากกว่าเม็ดดินที่มีรูปร่างลักษณะกลม เพราะมี Degree of Interlocking มากกว่า ทำให้ค่า β สูงกว่า ตารางที่ 2.4 แสดงค่าทั่ว ๆ ไปของ ϕ และ ϕ_{cv} ของ Granular Soil

ในปี ค.ศ. 1966 Bromwell และ Dickey [4] ได้หาค่า tan ϕ_μ ของแร่ควอทซที่มีผิวขรุขระและผิวขรุขระมาก พบว่าแร่ควอทซที่มีผิวขรุขระมากจะให้ค่า tanϕ_μ มากกว่าของแร่ควอทซที่มีผิวขรุขระน้อยกว่า

ตารางที่ 2.4 Typical Values of ϕ_m and ϕ_{cv} for Granular Soils

Type of Soil	ϕ_m , deg	ϕ_{cv} , deg
Sand : Round Grains		
Loose	28 to 30	
Medium	30 to 35	26 to 30
Dense	35 to 38	
Sand : Angular Grains		
Loose	30 to 35	30 to 35
Medium	35 to 40	
Dense	40 to 45	
Sandy Gravel	34 to 48	33 to 36



รูปที่ 2.9 Components of Shear Strength in Granular Soil (Rowe, 1962)