# การวิเคราะห์โครงสร้างแผ่นพื้นท้องเรียบ ด้วยวิธีอย่างง่าย

นาย วัฒนชัย สมิทธากร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
ภาควิชาวิศวกรรมโยธา
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พ.ศ. 2534

ISBN 974-579-401-5

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

017160

i 10313485

# A Simplified Method of Analysis for Flat Plate Structures

Mr. Watanachai Smittakorn

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Engineering

Department of Civil Engineering

Graduate School

Chulalongkorn University

1991

| | |
|---|---|
| หัวข้อวิทยานิพนธ์ | การวิเคราะห์โครงสร้างแผ่นพื้นท้องเรียบ ด้วยวิธีอย่างง่าย |
| โดย | นาย วัฒนชัย สมิทธากร |
| ภาควิชา | วิศวกรรมโยธา |
| อาจารย์ที่ปรึกษา | ศาสตราจารย์ ดร.เอกสิทธิ์ ลิ้มสุวรรณ |

---

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย
( ศาสตราจารย์ ดร.ถาวร วัชราภัย )

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
( ศาสตราจารย์ วัฒนา ธรรมมงคล )

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
( ศาสตราจารย์ ดร.เอกสิทธิ์ ลิ้มสุวรรณ )

..... กรรมการ
( ศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาตรี )

..... กรรมการ
( รองศาสตราจารย์ ดร.การุญ จันทรางศุ )

วัฒนชัย สมิทธากร : การวิเคราะห์โครงสร้างแผ่นพื้นห้องเรียบ ด้วยวิธีอย่างง่าย
( A SIMPLIFIED METHOD OF ANALYSIS FOR FLAT PLATE STRUCTURES )
อ.ที่ปรึกษา : ศ.ดร.เอกสิทธิ์ ลิ้มสุวรรณ , 73 หน้า. ISBN 974-579-401-5

งานวิจัยนี้ ได้เสนอการวิเคราะห์โครงสร้างแผ่นพื้นห้องเรียบด้วยวิธีอย่างง่ายในแบบ 2 มิติ โดยศึกษาจากผลการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนท์เอลเลเมนต์ในแบบ 3 มิติเป็นเกณฑ์ และประยุกต์แนวความคิดของเสาเสมือนซึ่งกำหนดค่าสติฟเนสขึ้นอยู่กับสติฟเนสของเสา และสติฟเนสยึดโยง ในวิธีอย่างง่ายนี้จะกำหนดให้คำนวณค่าสติฟเนสของพื้น และสติฟเนสของเสาด้วยหน้าตัดที่คงที่ตลอดความยาว ความสัมพันธ์ระหว่างสติฟเนสยึดโยงกับตัวแปรหลัก 2 ตัวแปรคือ ความหนาของแผ่นพื้น และสัดส่วนความกว้างต่อความยาวช่วงของแผ่นพื้นนั้น ได้จากการวิเคราะห์แบบจำลองของโครงสร้างด้วยวิธีไฟไนท์เอลเลเมนต์ ที่มีจำนวนช่วงเสา 1 ถึง 4 ช่วง การศึกษาพบว่าสติฟเนสยึดโยงนี้แปรผันโดยตรงกับค่ากำลังสามของความหนาของพื้น และมีความสัมพันธ์กับสัดส่วนความกว้างต่อความยาวช่วงของแผ่นพื้นในรูปสมการโพลีโนเมียลอันดับที่สอง

การวิเคราะห์โครงสร้างแผ่นพื้นห้องเรียบด้วยวิธีอย่างง่ายตามที่เสนอในงานวิจัยนี้ จะใช้ได้อย่างดีกับโครงสร้างแผ่นพื้นโดยไม่จำกัดจำนวนช่วงเสา ที่มีสัดส่วนด้านยาวต่อด้านสั้นไม่เกินสอง และหากแผ่นพื้นมีสัดส่วนความกว้างต่อความยาวช่วงไม่เกิน 1.0 การวิเคราะห์จะให้ผลที่ใกล้เคียงกับวิธีไฟไนท์เอลเลเมนต์มาก โดยจะมีความคลาดเคลื่อนเพียงร้อยละ 3 แต่จะมากขึ้นเมื่อสัดส่วนความกว้างต่อความยาวช่วงมากขึ้น โดยความคลาดเคลื่อนจะมากที่สุดประมาณร้อยละ 20 เมื่อสัดส่วนความกว้างต่อความยาวช่วงแผ่นพื้นประมาณ 2.0 การวิเคราะห์โครงสร้างพื้นหลายช่วงที่มีความยาวช่วงไม่เท่ากัน หากช่วงที่ติดกันไม่เกินสองเท่า วิธีอย่างง่ายจะให้ค่าโมเมนต์ในเสาที่มีความคลาดเคลื่อนไม่เกินร้อยละ 11 ที่เสาต้นริมและไม่เกินร้อยละ 24 ที่เสาต้นใน เมื่อเปรียบเทียบกับการวิเคราะห์ด้วยวิธีไฟไนท์เอลเลเมนต์

หลักการส่วนใหญ่ของการวิเคราะห์ด้วยวิธีอย่างง่ายนี้จะคล้ายกับวิธีเฟรมเสมือน แต่จะแตกต่างกันเฉพาะค่าสติฟเนสเชิงบิด ในวิธีเฟรมเสมือนให้ความสำคัญกับขนาดเสาและความกว้างของพื้นเป็นตัวแปรหลัก แต่วิธีอย่างง่ายในงานวิจัยนี้จะให้ความสำคัญกับสัดส่วนความกว้างต่อความยาวช่วงของแผ่นพื้นเป็นตัวแปรหลัก ผลการวิเคราะห์ด้วยวิธีทั้งสองจึงให้ค่าที่แตกต่างกันพอสมควร หากสัดส่วนของขนาดเสาต่อความยาวช่วงเกินกว่า 1/9 หรือน้อยกว่า 1/11 แต่หากค่าสัดส่วนของขนาดเสาต่อความยาวช่วงอยู่ระหว่างค่านี้ การวิเคราะห์ด้วยวิธีอย่างง่ายและวิธีเฟรมเสมือน จะให้ค่าที่แตกต่างกันไม่เกินร้อยละ 20 การใช้ความสัมพันธ์ของสติฟเนสยึดโยงอาจพิจารณาเป็นเส้นตรงกับสัดส่วนความกว้างต่อความยาวช่วงของแผ่นพื้นหากสัดส่วนความกว้างต่อความยาวช่วงมีค่าระหว่าง 0.75-1.50 การวิเคราะห์ด้วยวิธีอย่างง่ายจะให้ค่าแตกต่างจากวิธีไฟไนท์เอลเลเมนต์ไม่เกินร้อยละ 10

ภาควิชา วิศวกรรมโยธา ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา

ปีการศึกษา 2534 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....

WATANACHAI SMITTAKORN : A SIMPLIFIED METHOD OF ANALYSIS FOR FLAT PLATE STRUCTURES. THESIS ADVISOR: PROF.EKASIT LIMSUWAN,Ph.D. 73 PP.

A simplified method for analysing flat plate structures in 2 dimensions has been developed from an analytical model of finite element in 3 dimensions, applying a concept of equivalent column as which stiffness depends on column stiffness and attached stiffness. However, the simplified method presented in this thesis introduces column stiffness and slab stiffness in accordance with prismatic member of constant cross-section. Attached stiffness or torsional stiffness is controlled by 2 major parameters as slab thickness and panel width to span ratio. The analytical model for determining relationship of the attached stiffness has been considered only when number of spans vary from 1 to 4. And it has been found that the attached stiffness is proportional to cubic of slab thickness and may be represented in second degree polynomial of panel width to span ratio.

The simplified method can be used for flat plate structures of any spans as panel ratio less than two. If panel width to span ratio less than 1.0, the solution of the simplified method will show well agreement with the finite element method as the variation within 3%. Some discrepancies are found when the width to span ratio is larger, but the maximum one has been shown up to 20% as for the width to span ratio is about 2.0. In case of multi-span structures with different span length, and the adjacent span is less than two, the deviation of bending moment at exterior column will be within 11 % and within 24% of the one at interior columns.

Conceptually, the simplified method is similarly to the equivalent frame method, the difference is only the torsional stiffness as which column size and panel width becomes more influenced in the equivalent frame method while ratio of panel width to span becomes more critical in the simplified method. Comparison studies have found some discrepancies between these two methods if the column size to panel ratio is between 1/9 and 1/11. On the other hand, if the ratio is beyond this limitation, the difference will be larger than 20%. The linear relationship of the attached stiffness with the panel width to span ratio has shown reasonable agreement with the finite element method when the panel width to span ratio is between 0.75-1.50 with discrepancies only 10%.

ภาควิชา วิศวกรรมโยธา ..... ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา วิศวกรรมโยธา .....

ปีการศึกษา 2534 ..... ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....

# กิตติกรรมประกาศ

ในการทำวิทยานิพนธ์นี้ ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร.เอกสิทธิ์ ลิ้มสุวรรณ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งได้ให้ความรู้และคำแนะนำต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ รวมทั้งความกรุณาตรวจสอบและแก้ไขวิทยานิพนธ์จนสำเร็จลุล่วงไปอย่างสมบูรณ์ และขอกราบขอบพระคุณ ท่านคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ อันประกอบด้วย ศาสตราจารย์ วัฒนา ธรรมมงคล ศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาตรี และรองศาสตราจารย์ ดร.การุญ จันทรางศุ ซึ่งได้กรุณาให้คำแนะนำและตรวจแก้ไขข้อบกพร่องของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ อีกทั้งขอขอบคุณพนักงาน บริษัท เอ็ม แอนด์ อี คอนซัลแทนท์ จำกัด ทุกท่านที่ได้ช่วยเหลือและให้กำลังใจมาโดยตลอด

ท้ายสุดนี้ ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ซึ่งได้ให้โอกาสในการศึกษาเล่าเรียนและกำลังใจตลอดการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

วัฒนชัย สมิทธากร

# สารบัญ

หน้า


บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ
กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ
สารบัญ ..... ช
สารบัญตาราง ..... ฌ
สารบัญรูป ..... ญ
คำอธิบายสัญลักษณ์ ..... ฏ

บทที่

1. บทนำ ..... 1
   ความเป็นมา ..... 1
   งานวิจัยที่ผ่านมา ..... 3
   วัตถุประสงค์ ..... 5
   ขอบเขตของการวิจัย ..... 5
   ขั้นตอนและวิธีดำเนินการวิจัย ..... 6
   ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ ..... 6
2. วิธีการและทฤษฎี ..... 7
   แบบจำลองที่ใช้ในวิธีไฟไนท์เอลเลเมนต์ ..... 7
   การจำลองแบบโครงสร้างแผ่นพื้นท้องเรียบ เพื่อการวิเคราะห์ด้วยวิธีอย่างง่าย ... 9
   การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีเปลี่ยนตำแหน่ง ..... 11
   การหาค่าสติฟเนสยึดโยง (Attached stiffness) จากผลลัพธ์ของวิธีไฟไนท์
   เอลเลเมนต์ ..... 13

หน้า

3. ผลการวิเคราะห์และหาความสัมพันธ์เชิงพฤติกรรม ..... 16
ความสัมพันธ์ระหว่างสติฟเนสยืดโยงกับตัวแปรต่าง ๆ ..... 17
4. เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ ..... 20
ตัวอย่างที่ 1 (จำนวนช่วงเสา) ..... 20
ตัวอย่างที่ 2 (สัดส่วนความกว้างต่อความยาวช่วงของพื้น) ..... 22
ตัวอย่างที่ 3 (ความยาวของช่วงของพื้นมีค่าไม่เท่ากัน) ..... 24
ตัวอย่างที่ 4 (เปรียบเทียบกับวิธีเฟรมเสมือน) ..... 25
ตัวอย่างที่ 5 (การพิจารณาความสัมพันธ์ของสติฟเนสยืดโยง กับสัดส่วนความกว้างต่อความยาวช่วงของพื้นเป็นเส้นตรง) ..... 27
5. สรุปผลการวิจัย ..... 29

รายการอ้างอิง ..... 32
ภาคผนวก ก. เปรียบเทียบแบบจำลอง ..... 35
ภาคผนวก ข. วิธีเฟรมเสมือนสำหรับโครงสร้างแผ่นพื้นท้องเรียบ ..... 38
ภาคผนวก ค. รายการตารางประกอบ ..... 43
ภาคผนวก ง. รายการรูปประกอบ ..... 56
ประวัติผู้เขียน ..... 73

# สารบัญตาราง

หน้า


ตารางที่ 3.1 ตัวแปรสำหรับแบบจำลองต้นแบบโครงสร้างแผ่นพื้นท้องเรียบที่จะทำการศึกษาและค่าที่กำหนดให้ ..... 44

ตารางที่ 3.2 ผลการคำนวณค่าสติฟเนสยึดโยง, $K_c$ เมื่อเปลี่ยนค่าความหนาของพื้น, h ... 45

ตารางที่ 3.3 ผลการคำนวณค่าสติฟเนสยึดโยง, $K_c$ เมื่อเปลี่ยนค่าความยาวของช่วงพื้น, $L_1$ ..... 46

ตารางที่ 3.4 ผลการคำนวณค่าสติฟเนสยึดโยง, $K_c$ เมื่อเปลี่ยนค่าความกว้างของพื้น, $L_2$ . 47

ตารางที่ 3.5 ผลการคำนวณค่าสติฟเนสยึดโยง, $K_c$ เมื่อเปลี่ยนค่าสติฟเนสของเสา, $K_c$ .. 48

ตารางที่ 3.6 ผลการคำนวณค่าสติฟเนสยึดโยง, $K_c$ เพิ่มเติมเมื่อเปลี่ยนค่าความยาวช่วงของพื้น, $L_1$ และความกว้างของพื้น, $L_2$ สำหรับโครงสร้าง 3 ช่วงเสา ... 49

ตารางที่ 4.1 เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์โครงสร้างตามตัวอย่างที่ 1 ซึ่งมีจำนวนช่วงเสาแตกต่างกัน ..... 50

ตารางที่ 4.2 เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์โครงสร้างตามตัวอย่างที่ 2 ซึ่งมีค่าสัดส่วนความกว้างต่อความยาวช่วงของพื้นแตกต่างกัน ..... 51

ตารางที่ 4.3 เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์โครงสร้างตามตัวอย่างที่ 3 ซึ่งความยาวช่วงของพื้นมีค่าไม่เท่ากัน ..... 52

ตารางที่ 4.4 เปรียบเทียบค่าโมเมนต์ในแผ่นพื้นที่ตำแหน่งเสา จากการวิเคราะห์โครงสร้างตามตัวอย่างที่ 4 ระหว่างวิธีอย่างง่ายและวิธีเฟรมเสมือน ซึ่งโครงสร้างตัวอย่างมีขนาดของเสา และสัดส่วนความกว้างต่อความยาวช่วงของพื้นแตกต่างกัน ..... 53

ตารางที่ 4.5 เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์โครงสร้างตามตัวอย่างที่ 5 เมื่อพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสติฟเนสยึดโยงกับสัดส่วนความกว้างต่อความยาวช่วงของพื้นเป็นเส้นตรง ..... 54

ตารางที่ ก.1 แสดงค่าโมเมนต์ที่ถ่ายจากพื้นเข้าสู่เสา (หน่วย ตัน.เมตร) ..... 55

# สารบัญรูป

หน้า


รูปที่ 1.1 นิยามของเฟรมเสมือน ..... 57
รูปที่ 1.2 โครงสร้างของเฟรมเสมือน ..... 58
รูปที่ 2.1 แบบจำลองโครงสร้างแผ่นพื้นท้องเรียบ ..... 59
รูปที่ 2.2 คุณสมบัติของหน้าตัดพื้นที่ใช้คำนวณหาค่าสติฟเนส ..... 60
รูปที่ 2.3 คุณสมบัติของหน้าตัดเสาที่ใช้คำนวณหาค่าสติฟเนส ..... 61
รูปที่ 2.4 ลักษณะของเสาเสมือน ..... 62
รูปที่ 2.5 การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีเปลี่ยนตำแหน่งของโครงข้อแข็งชั้นเดียว ..... 63
รูปที่ 3.1 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาของแผ่นพื้น, h กับสติฟเนสยึดโยงที่เสาต้นริม, $K_{t1}$ ..... 64
รูปที่ 3.2 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาของแผ่นพื้น, h กับสติฟเนสยึดโยงที่เสาต้นใน, $K_{t2}$ ..... 65
รูปที่ 3.3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนความกว้างต่อความยาวช่วงของพื้น, $L_2/L_1$ กับสติฟเนสยึดโยงที่เสาต้นริม, $K_{t1}$ ..... 66
รูปที่ 3.4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนความกว้างต่อความยาวช่วงของพื้น, $L_2/L_1$ กับสติฟเนสยึดโยงที่เสาต้นใน, $K_{t2}$ ..... 67
รูปที่ 3.5 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสติฟเนสของเสา, $K_c$ กับสติฟเนสยึดโยง สำหรับโครงสร้าง 3 ช่วงเสา ..... 68
รูปที่ 3.6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความหนาของแผ่นพื้น, h กับสติฟเนสยึดโยง, $K_t$ สำหรับโครงสร้าง 3 ช่วงเสา ..... 69
รูปที่ 3.7 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนความกว้างต่อความยาวช่วงพื้น, $L_2/L_1$ กับสติฟเนสยึดโยง, $K_t$ สำหรับโครงสร้าง 3 ช่วงเสา ..... 70
รูปที่ ก.1 โครงสร้างแผ่นพื้นท้องเรียบ 1 ช่วงเสา ..... 71
รูปที่ ก.2 แบบจำลองที่แทนโครงสร้างเสาด้วยชิ้นส่วนตัน ..... 72

## คำอธิบายสัญลักษณ์

$a$ = ระยะระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับที่รองรับทางซ้าย

$b$ = ระยะระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับที่รองรับทางขวา

$C_1$ = ความลึกของเสา

$C_2$ = ความกว้างของเสา

$E$ = โมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุ

$h$ = ความหนาของพื้น

$I_c$ = โมเมนต์ความเฉื่อยของเสา

$I_s$ = โมเมนต์ความเฉื่อยของพื้น

$K$ = สติฟเนสรวมของโครงสร้าง

$K_c$ = สติฟเนสของเสา

$K_{ec}$ = สติฟเนสของเสาเสมือน

$K_s$ = สติฟเนสของพื้น

$K_t$ = สติฟเนสยึดโยง (Attached stiffness)

$K_{t1}$ = สติฟเนสยึดโยงที่เสาต้นริม

$K_{t2}$ = สติฟเนสยึดโยงที่เสาต้นใน

$L_1$ = ความยาวช่วงของพื้น

$L_2$ = ความกว้างของพื้น

$L_c$ = ความสูงระหว่างชั้น

$M_E$ = โมเมนต์ภายนอกที่กระทำที่จุดต่อ

$M_F$ = โมเมนต์ในแผ่นพื้นที่ยึดแน่นปลาย

$N$ = จำนวนช่วงเสา

$P$ = น้ำหนักบรรทุกเป็นจุด

$w$ = น้ำหนักบรรทุกกระจายสม่ำเสมอ

$\theta_c$ = มุมหมุนของเสา

$\theta_s$ = มุมหมุนของพื้น

$\Delta\theta$ = ผลต่างของมุมหมุนของพื้น และมุมหมุนของเสา