บทที่ 2

การทบทวนผลงานที่ผ่านมา

2.1 ระบบขนส่งสาธารณะ (Public Transportation System)

ระบบขนส่งสาธารณะจัดเป็นรูปแบบของการเดินทางที่มีลักษณะเฉพาะ ตามแต่ละรูปแบบต่างๆ ซึ่งปัจจุบันกำลังได้รับความสนใจอย่างกว้างขวางโดยเฉพาะในเมืองที่มีสภาพการจราจรติดขัดมาก เพราะการใช้ระบบขนส่งสาธารณะเป็นการช่วยลดจำนวนรถส่วนตัวบนถนนให้ลดน้อยลง การวิเคราะห์การเดินทางโดยระบบขนส่งสาธารณะประกอบด้วยองค์ประกอบหลักๆ 3 ส่วนคือ

1. องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับผู้ใช้บริการ (Patronage or Trip Maker)
2. องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับการเดินทาง (Trip) และ
3. องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับตัวระบบขนส่ง (Transport System)

2.1.1 ผู้ใช้บริการ (Patronage or Trip Maker)

ตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับผู้ใช้บริการซึ่งอธิบายถึงผู้โดยสารหรือผู้ก่อให้เกิดการเดินทาง เป็นตัวแปรที่สะท้อนถึงสภาพเศรษฐกิจและสังคม (Socio-Economic) และสภาพแวดล้อมทางกายภาพ (Physical Environment) ภายในพื้นที่ศึกษา ตัวอย่างของตัวแปรประเภทนี้ได้แก่ เพศ (Sex) อายุ (Age) รายได้ (Income) ความเป็นเจ้าของรถยนต์ส่วนตัว (Car Ownership) เป็นต้น

2.1.2 การเดินทาง (Trip)

ลักษณะของการเดินทาง มักจะถูกกล่าวอ้างถึงและนำไปใช้มากที่สุดในแบบจำลองรูปแบบการเดินทาง (Modal Split Model) ซึ่งลักษณะของการเดินทางที่ใช้กันมากได้แก่ การแบ่งแยกชนิดของการเดินทาง (Stratification) ตามวัตถุประสงค์ของการเดินทาง (Trip Purpose) ซึ่งแบ่งได้เป็น 4 ประเภทหลักๆ คือ การเดินทางจากบ้านเพื่อไปทำงานและกลับบ้าน (Home Based Work : HBW) การเดินทางของนักเรียนจากบ้านเพื่อไปโรงเรียนและกลับบ้าน (Home Based School : HBS) การเดินทางจากบ้านเพื่อไปยัง

ที่อื่นๆและกลับบ้าน (Home Based Other : HBO) และการเดินทางจากที่อื่นๆ ที่ไม่ใช่บ้านไปยังจุดหมายปลายทางต่างๆ ซึ่งอาจจะเป็นบ้านหรือที่อื่นๆ (Non Home Based : NHB)

การแบ่งการเดินทางตามลักษณะเหล่านี้ช่วยให้สามารถแบ่งวัตถุประสงค์ของการเดินทางแต่ละประเภทให้ขึ้นอยู่กับแต่ละรูปแบบของการเดินทาง (Mode) ได้ หากเป็นแบบจำลองอื่นๆ อาจจะพิจารณาถึงลักษณะของการเดินทางแบบอื่นๆ ประกอบด้วย เช่น Trip Length เป็นต้น

2.1.3 ตัวระบบขนส่ง (Transport System)

ตัวแปรต่างๆที่อยู่ในกลุ่มของตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับตัวระบบขนส่งนี้ เป็นส่วนสำคัญมากที่จะใช้ในแบบจำลองรูปแบบการเดินทาง ตัวอย่างของตัวแปรในกลุ่มนี้ได้แก่ เวลาที่ใช้ในการรอคอย (Waiting Time) ค่าโดยสาร (Fare) เป็นต้น

ความสัมพันธ์ขององค์ประกอบทั้งสามข้างต้น จะเป็นปัจจัยกำหนดลักษณะของการเดินทางโดยระบบขนส่งสาธารณะประเภทต่างๆขึ้น ดังนั้นตัวแปรหลักๆ ที่จะทำการวิเคราะห์ระบบขนส่งสาธารณะก็จะเกี่ยวข้องกับองค์ประกอบพื้นฐานเหล่านี้

2.2 <u>แบบจำลองรูปแบบการเดินทาง (Modal Split Model)</u>

แบบจำลองรูปแบบการเดินทาง (Modal Split Model) เป็นแบบจำลองหนึ่งในแบบจำลองต่อเนื่อง (Sequencial Model) ที่ใช้ในการศึกษาและวางแผนการคมนาคมขนส่งในเมือง แบบจำลองต่อเนื่องจะประกอบด้วยแบบจำลอง 4 ขั้นตอน (Four Step Travel Estimation Process) ดังนี้ แบบจำลองการเกิดการเดินทาง (Trip Generation Model) แบบจำลองการกระจายของการเดินทาง (Trip Distribution Model) แบบจำลองรูปแบบการเดินทาง (Modal Split Model) และ แบบจำลองการจัดเส้นทางของการเดินทาง (Traffic Assignment)

แบบจำลองรูปแบบการเดินทาง (Modal Split Model) คือ แบบจำลองที่ใช้ในการจำลองการเลือกรูปแบบของการเดินทาง ในการวิจัยนี้จะเน้นศึกษาถึงการเลือกรูปแบบการเดินทางของระบบขนส่งสาธารณะ โดยเฉพาะรถโดยสารประจำทาง รถแท็กซี่ ฯลฯ โดยเริ่มจากการจำลองสภาพการเดินทางในปัจจุบัน (คิดออกมาเป็นจำนวนร้อยละของการเดินทางทั้งหมดที่เกิดขึ้น) จากนั้นจึงทดลองพยากรณ์ตัวแปรต่างๆ ย้อนกลับโดยแทนค่าในแบบจำลอง

ซึ่งจะทำให้ทราบปริมาณการเดินทางด้วยระบบขนส่งสาธารณะโดยรูปแบบต่างๆ ว่าใกล้เคียงกับที่เป็นจริงหรือไม่ ซึ่งต่อไปอาจใช้แบบจำลองนี้พยากรณ์ไปในอนาคตให้มีความเหมาะสมกับสภาพการณ์ที่ควรจะเป็นมากยิ่งขึ้น พร้อมกันนั้นก็สามารถใช้เป็นข้อมูลในการพิจารณาเพื่อปรับปรุงระบบขนส่งสาธารณะและทดสอบระบบใหม่ๆ ด้วย

2.2.1 ชนิดของแบบจำลองรูปแบบการเดินทาง (Type of Modal Split Model)

แบบจำลองรูปแบบการเดินทาง พอจะแบ่งตามประเภทของการพัฒนาได้เป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

- แบบจำลองการเกิดการเดินทางโดยระบบขนส่งมวลชนอย่างตรงๆ (Direct Generation of Transit Trips)
- แบบจำลองรูปแบบการเดินทางที่จุดปลาย (Trip End Modal Split Model)
- แบบจำลองรูปแบบการเดินทางแบบสับเปลี่ยนกัน (Trip Interchange Modal Split Model)

ก. แบบจำลองการเกิดการเดินทางโดยระบบขนส่งมวลชนอย่างตรงๆ (Direct Generation of Transit Trips)

แบบจำลองนี้เป็นแบบจำลองที่ง่ายที่สุดของแบบจำลองรูปแบบการเดินทาง ซึ่งการเดินทางที่เกิดขึ้นโดยระบบขนส่งมวลชนจะถูกสมมติให้มีความสัมพันธ์กับตัวแปรที่ก่อให้เกิดการเดินทาง และความสัมพันธ์นี้คงที่ตลอดช่วงเวลาที่ศึกษาหรือพยากรณ์

ข. แบบจำลองรูปแบบการเดินทางที่จุดปลาย (Trip End Modal Split Model)

เป็นแบบจำลองที่ใช้ในการประมาณ ค่าอัตราส่วนจำนวนร้อยละของจำนวนการเดินทางโดยรถส่วนตัว และเมื่อนำไปลบจากจำนวนการเดินทางที่จุดปลายต่างๆ จะได้ผลเป็นจำนวนผู้ใช้ระบบขนส่งมวลชน

ค. แบบจำลองรูปแบบการเดินทางแบบสับเปลี่ยนกัน (Trip Interchange Modal Split Model)

เป็นแบบจำลองที่จะประมาณอัตราส่วนของการเดินทางที่สับเปลี่ยนกัน (Trip Interchange) ระหว่างพื้นที่ โดยระบบขนส่งสาธารณะ (Public Transit) และรถยนต์

ส่วนตัว (Private Automobile)

ในการศึกษาลักษณะการเดินทางโดยระบบขนส่งสาธารณะครั้งนี้ จะพิจารณาหาการเดินทางด้วยระบบขนส่งสาธารณะโดยรูปแบบต่างๆ โดยคิดเป็นจำนวนร้อยละของการเดินทางทั้งหมดที่เกิดขึ้น ฉะนั้นจึงใช้วิธีจำลองรูปแบบการเดินทางแบบสับเปลี่ยนกัน เพราะแบบจำลองนี้จะประมาณอัตราส่วนของการเดินทางระหว่างพื้นที่ได้อย่างเหมาะสม รูปที่ 2.1 แสดงตำแหน่งแบบจำลองรูปแบบการเดินทางแบบสับเปลี่ยนกัน

2.3 แบบจำลองรูปแบบการเดินทางแบบ Multinomial Logit Model

ปัจจุบันมีแนวความคิดที่ใช้ในการสร้างแบบจำลองรูปแบบการเดินทางอยู่ 2 วิธีคือ

1. วิธีแบบ Aggregate Analysis
2. วิธีแบบ Disaggregate Analysis

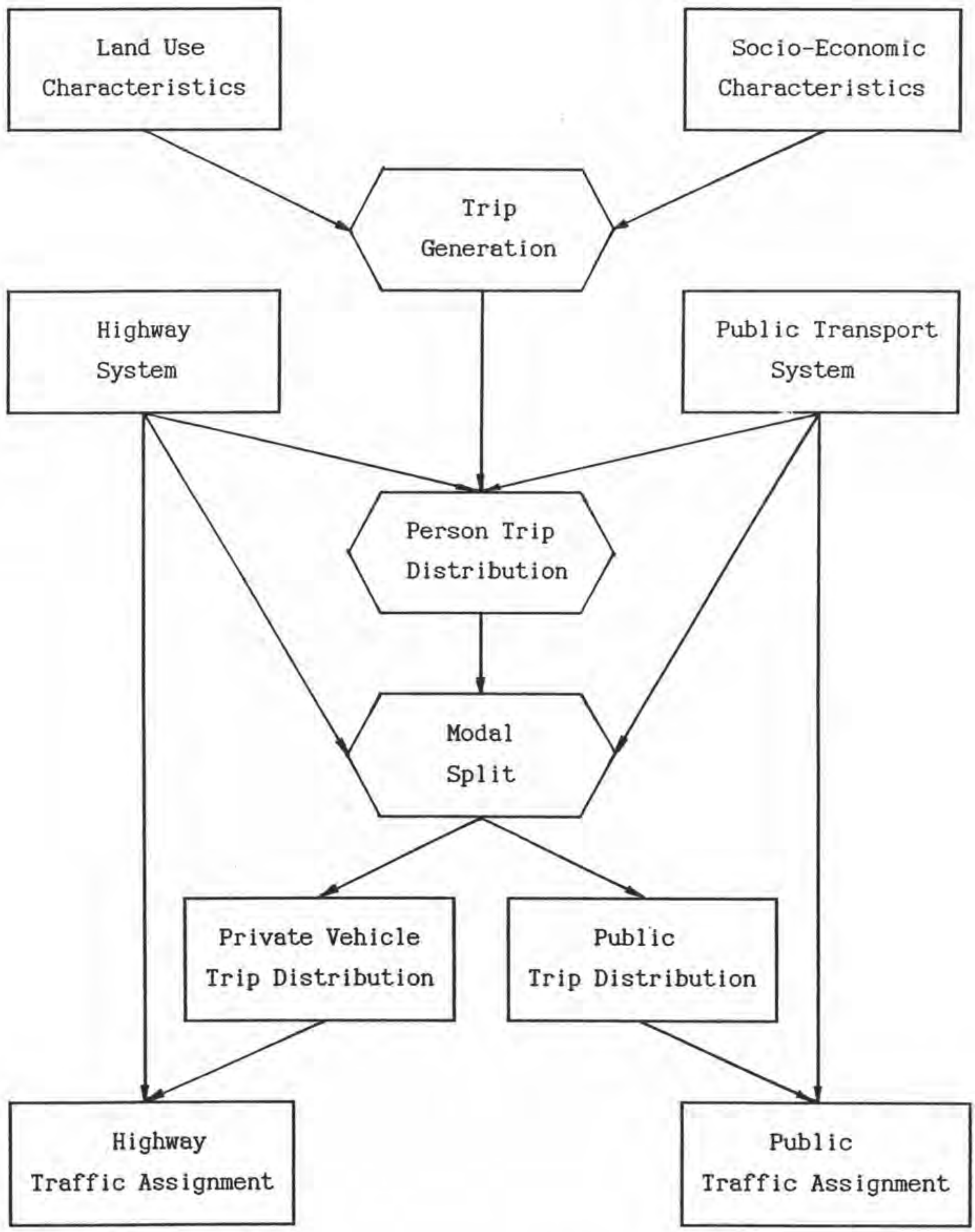
วิธีแรกเป็นการวิเคราะห์หารูปแบบการเดินทางอย่างกว้างๆ โดยอาศัยการสร้างความสัมพันธ์ระหว่าง การเดินทางกับตัวแปรทางด้านสภาพทางเศรษฐกิจและสังคม (Socio-Economic) ประชากร (Population) และรูปแบบของการเดินทาง (Trip Pattern) โดยจะใช้ข้อมูลที่เป็นตัวแทนของพื้นที่ย่อย (Zone) ต่างๆ ที่กำหนดไว้มาสร้างแบบจำลอง

ส่วนวิธีแบบ Disaggregate จะใช้ข้อมูลของแต่ละคน (Individual) หรือครัวเรือน (Household) ในการสร้างแบบจำลอง และอาศัยสมมุติฐานพื้นที่ฐานที่ว่า การเดินทางเกิดจากพฤติกรรมการตัดสินใจของแต่ละคน กล่าวคือ การตัดสินใจว่าจะเดินทางหรือไม่อย่างไร และโดยรูปแบบไหน ของผู้เดินทางที่ตัดสินใจนั้นจะมีทางเลือกมากมาย แต่เขาจะพยายามตัดสินใจเลือกทางเลือกที่เขาคิดว่าให้ค่าคุณประโยชน์ (Utility) สูงที่สุด โดยค่าคุณประโยชน์เหล่านี้อาจอยู่ในรูป ค่าใช้จ่าย เวลา เป็นต้น

2.3.1 ทฤษฎี Utility

ค่าคุณประโยชน์ (Utility)อยู่ในรูปของสมการคุณประโยชน์ (Utility Function) ซึ่งประกอบด้วย 2 ส่วนคือ Deterministic Utility และ Random Utility ดังสมการ

$$U_i = V_i + \varepsilon_i$$



รูปที่ 2.1 แสดงตำแหน่งของแบบจำลองรูปแบบการเดินทางแบบสับเปลี่ยนกัน (Trip Interchange Modal Split Model) ในแบบจำลองต่อเนื่อง (Sequencial Model)

โดยที่ U_i คือ ค่า Utility ของทางเลือกที่ i

V_i คือ ส่วนที่เป็น Deterministic Utility หรือ System Component ของทางเลือกที่ i

ε_i คือ ส่วนที่เป็น Random Utility หรือ Random Component ของทางเลือกที่ i

ก. Deterministic Utility

คือส่วนของตัวแปรที่สามารถทราบค่าแน่นอนจากการเก็บรวบรวมข้อมูลต่างๆ โดยค่า Utility ของแต่ละทางเลือกจะถูกกำหนดให้อยู่ในรูป Utility ที่เป็นฟังก์ชั่นของ Service Attribute (X) และพารามิเตอร์ (β) ดังนี้

$$U = f(X, \beta)$$

ตัวอย่างของลักษณะของทางเลือก (Service Attribute) แสดงไว้ในตารางที่ 2.1 (Ishida,1985)

ถ้าให้สมการดังกล่าว เป็นฟังก์ชั่นอยู่ในรูปของสมการ Linear Function

$$U = \sum_{k=1}^{K} \beta_k X_k$$

ซึ่งเป็นรูปแบบสมการ Utility Function ที่ใช้กันมากในการทำแบบจำลองแบบ Disaggregate Model

ข. Random Utility

คือส่วนที่รวมเอาความไม่แน่นอนของ Utility หรือ ส่วนที่ไม่ทราบค่าแน่นอนเข้าด้วยกัน Random Utility ประกอบด้วย 3 ส่วนใหญ่ๆ คือ

1. Unobserved Attribute คือส่วนของตัวแปรบางตัวที่มีอิทธิพลต่อการตัดสินใจเลือกที่เราอาจจะไม่ได้คำนึงถึง เช่น ความสะดวกสบาย ความปลอดภัย ฯลฯ

2. Unobserved Taste Variation คือพวกค่านิยมต่างๆ

3. Measurement Error คือความผิดพลาดที่เกิดจากการสำรวจเก็บข้อมูล รวมทั้งความไม่เที่ยงตรงของเครื่องมือที่นำมาใช้ในการวัดค่า

ตารางที่ 2.1 แสดงตัวอย่างของ Service Attributes

Time
Total travel time
Out-of-vehicle time (walking time, waiting time, transfer time)
In-vehicle time (time in feeder vehicle, time in line-haul vehicle)
Reliability (variance in travel time)
Frequency of service
Cost to user
Direct transportation charges such as fares, toll fees, fuel and parking fees
Indirect cost such as the cost of maintenance, insurance and deterioration
Safety
Probability of accident
Comfort and convenience for user
Walking distance
Physical comfort
Psychological comfort

ดังนั้น ในการที่จะทำให้ผู้เดินทาง ตัดสินใจเลือกรูปแบบการเดินทางได้อย่างถูกต้อง โดยที่มีข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการตัดสินใจเลือกสมบูรณ์อยู่แล้ว จึงจำเป็นต้องเพิ่มส่วนที่ไม่รู้ค่าแน่นอน (Random Utility) ดังนั้นสมการ Utility Function จะเป็น

$$U = \sum_{k=1}^{K} \beta_k X_k + \varepsilon = V + \varepsilon$$

หรือ

$$U_i = V_i + \varepsilon_i$$

ผลการคิดค่า Random Utility เพิ่มลงไปในสมการ Utility Function จะทำให้การคำนวณหาทางเลือกของผู้ที่ตัดสินใจเลือกทำได้ลำบาก เพราะไม่ทราบค่าที่แน่นอนของ Utility ของแต่ละทางเลือก ดังนั้นจึงอาศัยหลักการทางคณิตศาสตร์ (Probability) เข้ามาช่วย ดังนี้

ถ้าให้ผู้ตัดสินใจ เลือกทางเลือกที่ให้ค่าคุณประโยชน์ (Utility) แก่เขาสูงที่สุด ดังนั้น ผู้ตัดสินใจจะเลือกทางเลือกที่ i ก็ต่อเมื่อค่า Utility ของทางเลือกที่ i มีค่ามากกว่าค่า Utility ของทางเลือกที่ j โดยที่ทางเลือกที่ j หมายถึง ทางเลือกอื่นๆ ที่มีให้เลือก ซึ่งเขียนเป็นสมการคือ

$$U_i \geqslant U_j$$

ดังนั้นค่าความน่าจะเป็นของผู้ตัดสินใจเลือกคนที่ n จะเลือกทางเลือกที่ i สามารถแทนได้ด้วยสมการดังนี้

$$P_n(i) = Pr(U_{in} \geqslant U_{jn}) \quad ; \quad \forall j \in J_n \text{ และ } j \neq 1$$

และเนื่องจาก $U_{in} = V_{in} + \varepsilon_{in}$ และ $U_{jn} = V_{jn} + \varepsilon_{jn}$ ดังนั้น

$$P_n(i) = Pr(V_{in} + \varepsilon_{in} \geqslant V_{jn} + \varepsilon_{jn})$$

$$= Pr(V_{in} - V_{jn} \geqslant \varepsilon_{jn} - \varepsilon_{in})$$

ถ้าให้ $\varepsilon'_{n} = \varepsilon_{jn} - \varepsilon_{in}$ และ มีรูปแบบการกระจายเป็นแบบ Normal Distribution โดยมี Probability Density Function (PDF) คือ

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

เมื่อ $-\infty < \varepsilon < \left(\frac{V_{in} - V_{jn}}{\sigma}\right)$

ดังนั้นจะได้ ความน่าจะเป็นของผู้ตัดสินใจเลือกคนที่ n จะเลือกทางเลือกที่ i คือ

$$P_n(i) = \int_{-\infty}^{\left(\frac{V_{in} - V_{jn}}{\sigma}\right)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\mu^2} d\mu$$

จะเห็นได้ว่าสมการที่ได้อยู่ในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ที่ยาก ไม่เหมาะสมที่จะนำไปใช้ในการวิเคราะห์ ดังนั้นจึงกำหนดให้ ε'_{ω} มีรูปแบบการกระจายเป็น Gumbel Distribution (Weibull Distribution) แทน เพราะว่าการกระจายแบบ Gumbel Distribution มีลักษณะใกล้เคียงและคล้ายคลึงกับการกระจายแบบ Normal Distribution (ดังแสดงในรูปที่ 2.2) แต่จะมีรูปแบบของสมการทางคณิตศาสตร์ที่ง่ายกว่าและสะดวกต่อการนำไปใช้ในการวิเคราะห์ (Richards and Ben-Akiva,1975)

ถ้าให้ ε'_{ω} มีรูปแบบการกระจายเป็น Gumbel Distribution โดยมี Cumulative Density Function (CDF) คือ

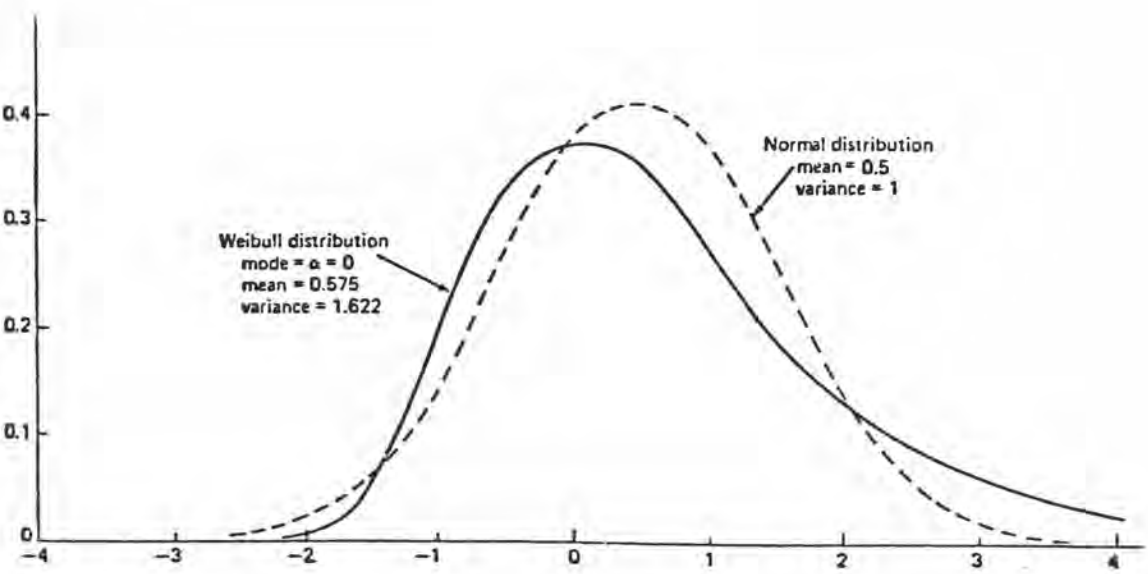
$$F(\varepsilon) = \exp\left[-e^{-\mu(\varepsilon-\eta)}\right] \qquad ; \mu > 0$$

และมี Probability Density Function (PDF) คือ

$$f(\varepsilon) = \mu e^{-\mu(\varepsilon-\eta)} \exp\left[-e^{-\mu(\varepsilon-\eta)}\right]$$

โดยที่ η = Location Parameter

μ = Positive Scale Parameter



รูปที่ 2.2 การเปรียบเทียบการกระจายของ Normal Distribution กับ Gumbel Distribution (Weibull Distribution)

Gumbel Distribution จะมีคุณสมบัติพื้นฐานดังนี้

1. Mode = η

2. Mean = $\eta + \frac{\gamma}{\mu}$ โดยที่ γ เป็น Euler Constant ($\gamma \approx 0.577$)

3. Variance $V(\varepsilon) = \frac{\pi^2}{6\mu^2}$

4. ถ้า ε มีรูปแบบการกระจายเป็น Gumbel Distribution โดยมีพารามิเตอร์ (η , μ) และมีค่า V, α (โดย $\alpha > 0$) เป็นค่าคงที่สเกลาร์ (Scalar Constant) ดังนั้น ($V + \alpha\varepsilon$) ก็จะมีรูปแบบการกระจายเป็น Gumbel Distribution ด้วย โดยมีพารามิเตอร์ ($V + \alpha\eta$, $\frac{\mu}{\alpha}$)

5. ถ้า ε_1 และ ε_2 เป็น Independent Gumbel-Distributed Variates โดยมีพารามิเตอร์ (η_1, μ) และ (η_2, μ) ตามลำดับ ดังนั้น ถ้าให้ $\varepsilon^* = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ เป็น Logistically Distributed จะได้ว่า Cumulative Distribution Function (CDF) ของ ε^* จะเป็น

$$F(\varepsilon^*) = \frac{1}{1 + e^{\mu(\eta_2 - \eta_1 - \varepsilon^*)}}$$

6. ถ้า ε_1 และ ε_2 เป็น Independent Gumbel-Distributed Variates โดยมีพารามิเตอร์ (η_1, μ) และ (η_2, μ) ตามลำดับ ดังนั้น max ($\varepsilon_1, \varepsilon_2$) จะเป็น Gumbel Distributed โดยมีพารามิเตอร์ $\left[\frac{1}{\mu} \ln (e^{\mu\eta_1} + e^{\mu\eta_2}), \mu\right]$ ดังนี้

$$\max(\varepsilon_1, \varepsilon_2) \sim G\left[\frac{1}{\mu} \ln (e^{\mu\eta_1} + e^{\mu\eta_2}), \mu\right]$$

7. ทำนองเดียวกับข้อ 6. ถ้าให้ ($\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_J$) เป็น j Independent Gumbel-Distributed Variates โดยมีพารามิเตอร์ (η_1, μ), (η_2, μ), .., (η_J, μ) ตามลำดับ ดังนั้น $\max_J(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_J)$ ก็จะเป็น Gumbel Distributed โดยมีพารามิเตอร์ $\left[\frac{1}{\mu} \ln \sum_{j=1}^{J} e^{\mu\eta_j}, \mu\right]$ ดังนี้

$$\max(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_J) \sim G\left[\frac{1}{\mu} \ln \sum_{j=1}^{J} e^{\mu\eta_j}, \mu\right]$$

2.3.2 ทฤษฎี Multinomial Logit

จากคุณสมบัติของ Gumbel Distribution ที่กล่าวมาแล้วข้างต้น ช่วยทำให้สามารถวิเคราะห์หาสมการของ Multinomial Logit Modelได้ง่ายขึ้น Domencich และ Mcfadden (1975) ได้วิเคราะห์หาสมการ Multinomial Logit โดย ให้ $\eta = 0$ ดังนั้นความน่าจะเป็นของการเลือกทางเลือกที่ i = 1 จากทางเลือกทั้งหมด J_n คือ

$$P_n(i) = Pr\left[U_1 \geqslant \max U_j \right] \quad ; \ \forall j \in J_n \text{ และ } j \neq 1$$

$$P_n(1) = Pr\left[V_{1n} + \varepsilon_{1n} \geqslant \max_{j=2,..,J_n} (V_{jn} + \varepsilon_{jn}) \right]$$

และกำหนดให้ $U^* = \max_{j=2,..,J_n} (V_{jn} + \varepsilon_{jn})$

จากคุณสมบัติขอ 7 ; $U^* \sim G\left[\frac{1}{\mu} \ln \sum_{j=2}^{J_n} e^{\mu V_{jn}}, \mu \right]$

จากคุณสมบัติข้อ 4 ; และ $U_n^* = V_n^* + \varepsilon_n^*$ ดังนั้น

$$V_n^* = \frac{1}{\mu} \ln \sum_{j=2}^{J_n} e^{\mu V_{jn}}$$

โดยที่ ε_n^* เป็น Gumbel Distribution โดยมีพารามิเตอร์ $(0,\mu)$

$$P_n(1) = Pr\left[V_{1n} + \varepsilon_{1n} \geqslant V_n^* + \varepsilon_n^* \right]$$

$$= Pr\left[(V_n^* + \varepsilon_n^*) - (V_{1n} + \varepsilon_{1n}) \leqslant 0 \right]$$

และจากคุณสมบัติข้อ 5. จะได้

$$P_n(1) = \frac{1}{1 + e^{\mu(V_n^* - V_{1n})}}$$

$$= \frac{e^{\mu V_{1n}}}{e^{\mu V_{1n}} + e^{\mu V_n^*}}$$

$$= \frac{e^{\mu V_{in}}}{e^{\mu V_{in}} + \exp(\ln \sum_{j=2}^{J_n} e^{\mu V_{jn}})}$$

$$= \frac{e^{\mu V_{in}}}{e^{\mu V_{in}} + \sum_{j=2}^{J_n} e^{\mu V_{jn}}}$$

$$P_n(1) = \frac{e^{\mu V_{in}}}{\sum_{j=1}^{J_n} e^{\mu V_{jn}}}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นของผู้ตัดสินใจเลือกคนที่ n จะเลือกทางเลือกที่ i จากทางเลือกทั้งหมด J_n คือ

$$P_n(i) = \frac{e^{\mu V_{in}}}{\sum_{j=1}^{J_n} e^{\mu V_{jn}}}$$

สมการดังกล่าว คือสมการ Multinomial Logit ที่นำไปใช้ในแบบจำลองรูปแบบการเดินทาง

2.4 <u>การประมาณค่าพารามิเตอร์</u>

การประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ใน Utility Function ของแบบจำลองโดยทั่วไป จะใช้วิธีการทางสถิติต่างๆ เข้าช่วยในการประมาณค่าพารามิเตอร์ เช่นวิธี Least Square Method และวิธี Maximum Likelihood Method เป็นต้น โดยจะต้องพิจารณาจากรูปแบบของสมการความน่าจะเป็น (Probability Function) ที่พารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณค่าแฝงอยู่ ในการศึกษานี้จะกล่าวถึงเฉพาะวิธี Maximum Likelihood Method ซึ่งเป็นวิธีที่เหมาะสมกับกรณีของแบบจำลอง Multinomial Logit Model

2.4.1 วิธี Maximum Likelihood Estimation Method

วิธีนี้เป็นวิธีที่จะทำให้ความน่าจะเป็นที่พารามิเตอร์ ซึ่งได้ถูกประมาณค่าขึ้นมีค่าขึ้นเท่ากับหรือใกล้เคียงกับค่าพารามิเตอร์จริงของข้อมูลนั้นมากที่สุด ซึ่งสามารถทำได้โดยการ Maximize Log Likelihood Function (L^*)

สมการ Likelihood Function (L^*) จะเป็นผลคูณของความน่าจะเป็นที่คนที่ n จะเลือกทางเลือก ดังสมการ

$$L^* = \prod_{n=1}^{N} \prod_{i \in J_n} P_n(i)^{Y_{in}}$$

โดย J_n = จำนวนทางเลือกที่กำหนดให้

N = จำนวนข้อมูลทั้งหมด

Y_{in} = ตัวแปรที่กำหนดการเลือก (Indicator Variable)

= มีค่าเป็น 1 เมื่อ คนที่ n เลือกทางเลือกที่ i

= มีค่าเป็น 0 เมื่อ คนที่ n เลือกทางเลือกอื่นๆ

ในกรณีของแบบจำลอง Multinomial Logit Model ซึ่งมีรูปแบบของแบบจำลองเป็น

$$P_n(i) = \frac{e^{\beta' X_{in}}}{\sum_{j=1}^{J_n} e^{\beta' X_{jn}}}$$

ดังนั้นสมการ Likelihood Function จะเป็น

$$L^* = \prod_{n=1}^{N} \prod_{i \in J_n} \left[\frac{e^{\beta' X_{in}}}{\sum_{j=1}^{J_n} e^{\beta' X_{jn}}} \right]^{Y_{in}}$$

เปลี่ยนให้อยู่ในรูปของผลบวกโดยการ Take Natural Logarithem ดังนั้น

$$L = \ln(L^*) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{i \in J_n} Y_{in} \left(\beta' X_{in} - \ln \sum_{j \in J_n} e^{\beta' X_{jn}}\right)$$

จะหาค่า $\hat{\beta}$ ซึ่งจะทำให้ความน่าจะเป็นที่ $\hat{\beta} = \beta$ จริง มีค่ามากที่สุด โดยการ Maximize Log Likelihood Function ดังนี้

หา First Derivative ของ L โดยให้ Coefficient เทียบเท่ากับศูนย์ ดังนั้นจะได้ Necessary First - Order Condition คือ

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{\beta}_k} = \sum_{n=1}^{N} \sum_{i \in J_n} Y_{in} \left[X_{ink} - \frac{\sum_{j \in J_n} (e^{\beta' X_{jn}} \cdot X_{jnk})}{\sum_{j \in J_n} e^{\beta' X_{jn}}} \right] = 0$$

หรือจัดให้อยู่ในรูปแบบสมการดังนี้

$$\sum_{n=1}^{N} \sum_{i \in J} \left[Y_{in} - P_n(i) \right] X_{ink} = 0$$

โดยที่ $k = 1,2,\ldots,K$ (K คือจำนวนพารามิเตอร์ทั้งหมดที่ต้องการให้มีอยู่ในแบบจำลอง)

ต่อไปทำการหา Second Derivative ของ L ดังนี้

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \hat{\beta}_k \partial \hat{\beta}_l} = - \sum_{n=1}^{N} \sum_{i \in J} P_n(i) \left[x_{ink} - \sum_{j \in J_n} X_{jnk} P_n(j) \right] \left[x_{inl} - \sum_{j \in J_n} X_{jnl} P_n(j) \right]$$

เพราะฉะนั้นก็จะได้สมการ K สมการ มีตัวแปร K ตัว สามารถแก้สมการหาค่า β' ได้โดยใช้คอมพิวเตอร์เข้าช่วย การคำนวณโดยคอมพิวเตอร์จะใช้การทำ Iteration ด้วยวิธีของ Newton-Raphson ดังแสดงในรูปที่ 2.3

คุณสมบัติของการประมาณค่าโดยวิธี Maximum Likelihood Method ในกรณีของ Multinomial Logit ซึ่ง Mcfadden (1974) ได้แสดงให้เห็นว่าค่า L ที่ได้จากสมการข้างต้นจะเป็น Globally Concave ดังนั้น ถ้าค่าของ $\hat{\beta}$ ที่ได้จากสมการเป็นจริงแล้ว ค่าดังกล่าวจะมีค่าเดียวเท่านั้น และจะทำให้ Likelihood Function ให้ค่าสูงสุดจริง

ข้อดีของวิธี Maximum Likelihood Method

เมื่อ $N \dashrightarrow \infty$ จะได้ว่า

1. $\lim_{n \to \infty} \Pr \left[\beta_1 - \theta < \hat{\beta}_1 < \beta_1 + \theta \right] = 0$

นั่นคือ Expected Value $E(\hat{\beta}_1) = \beta$ เมื่อ β_1 เป็น Random Variable

2. การกระจาย (Distribution) ของ β จะใกล้เคียงกับการกระจายปกติ (Normal Distribution) ซึ่งเรียกคุณสมบัตินี้ว่า Asymptotically Normal

3. วิธี Maximum Likelihood Method จะมีคุณสมบัติ Asymptotically Efficient คือ Variance ของค่า β ที่ได้จะมีค่าต่ำที่สุด (เมื่อเทียบกับวิธีอื่นๆ ที่ใช้)

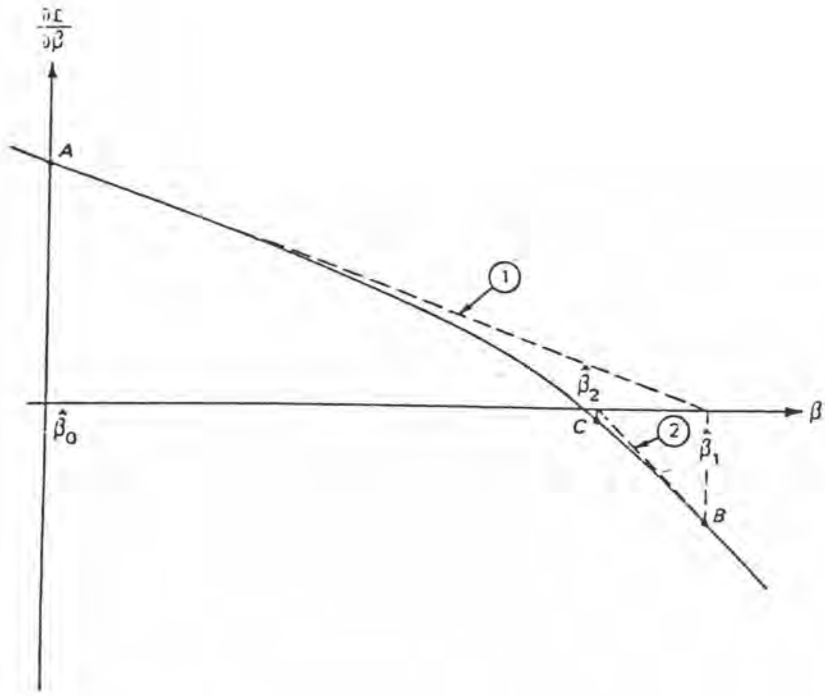
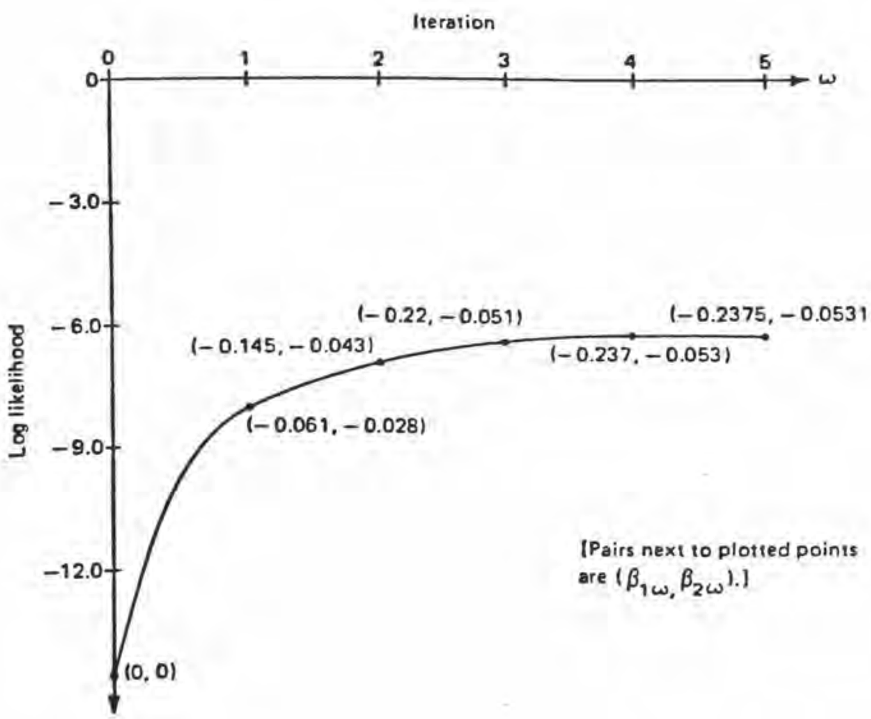


Illustration of Newton-Raphson algorithm

รูปที่ 2.3 แสดงการประมาณค่าพารามิเตอร์ โดยอาศัยการทำ Iteration ด้วยวิธีของ Newton-Raphson



รูปที่ 2.4 ลักษณะการ Convergence ของการประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง

2.4.2 การทดสอบค่าพารามิเตอร์

เป็นการทดสอบค่าทางสถิติที่ใช้ในการพิจารณาว่าพารามิเตอร์ที่ประมาณขึ้นโดยวิธี Maximum Likelihood Method นั้นอยู่ในเกณฑ์ที่ใช้ได้หรือยอมรับได้หรือไม่

วิธีทางสถิติที่ใช้ทดสอบที่สำคัญแบ่งได้ดังนี้

ก. T-Test

ข. Likelihood Ratio Test

ค. Goodness-of-Fit Measure

ก่อนที่จะทำการทดสอบค่าพารามิเตอร์โดยวิธีทางสถิติดังกล่าวข้างต้น ควรที่จะทดสอบพวกเครื่องหมาย (Sign) และ ค่าของพารามิเตอร์ที่ประมาณได้ว่า มีความสอดคล้องกับความเป็นจริงหรือไม่ เช่น พารามิเตอร์ของตัวแปรค่าใช้จ่ายในการเดินทาง ควรที่จะมีเครื่องหมายเป็นลบ เพราะจะสอดคล้องกับความจริงที่ว่า ค่าใช้จ่ายในการเดินทางยิ่งมาก โอกาสที่คนจะเลือกทางเลือกนั้นก็จะยิ่งน้อยลง เป็นต้น

ก. T-Test

เป็นการทดสอบว่าตัวแปรที่ใช้มีอิทธิพลต่อการพยากรณ์ผลของแบบจำลองหรือไม่ ค่าทางสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$t_{n-k,\alpha/2} = \frac{\hat{\beta}_k - \beta_k}{\sqrt{Var(\hat{\beta}_k)}}$$

โดยที่ $\hat{\beta}_k$ = ค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการประมาณค่า

β_k = ค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริง

$Var(\hat{\beta}_k)$ = ความแปรปรวน (Variance) ของพารามิเตอร์ที่ประมาณขึ้น

n = จำนวนข้อมูลที่ใช้ประมาณค่า

$n-k$ = Degree of Freedom

ในการทดสอบว่าตัวแปร X_k มีอิทธิพลต่อการทำนาย Y ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)$ หรือไม่นั้น ทำได้โดยตั้งสมมุติฐานหลักในการทดสอบดังนี้

$$H_o : \beta_k = 0$$

ดังนั้น

$$\Pr\left[-t_{n-k,\alpha/2} < \frac{\hat{\beta}_k - \beta_k}{\sqrt{Var(\hat{\beta}_k)}} < t_{n-k,\alpha/2}\right] = 1 - \alpha$$

พิจารณาที่ k = 1 ทั้งนี้เนื่องจากใช้ $\hat{\beta}_k$ เพียงตัวเดียว ประมาณค่า β_k โดยจะพิจารณาจากผลการคำนวณได้ดังนี้

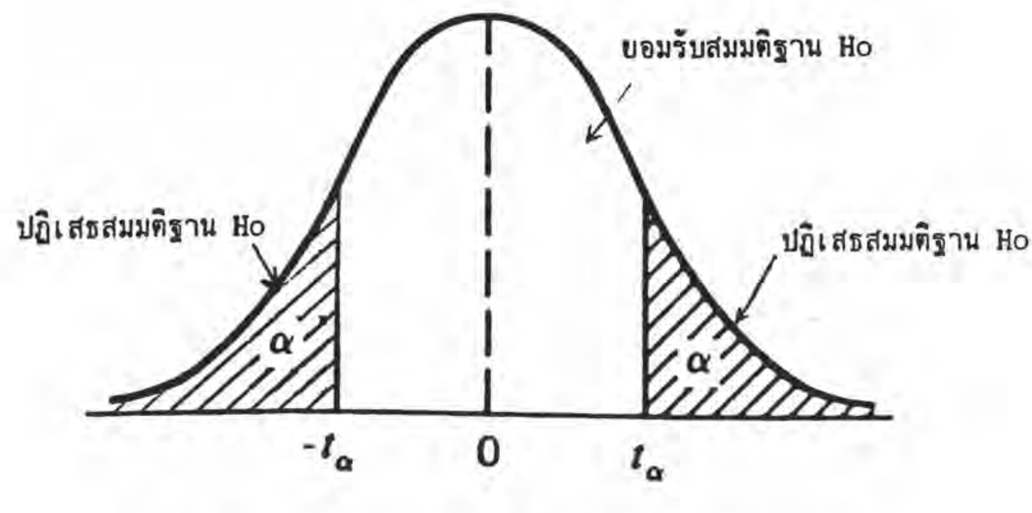
1. ถ้าผลที่คำนวณได้คือ $\dfrac{\hat{\beta}_k - \beta_k}{\sqrt{Var(\hat{\beta}_k)}} < \left| t_{n-1,\alpha/2} \right|$

แสดงว่า เรายอมรับสมมุติฐาน $H_o : \beta_k = 0$ ซึ่งสรุปได้ว่า Y ไม่ขึ้นกับค่า X_k ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)$

2. ถ้าผลที่คำนวณได้คือ $\dfrac{\hat{\beta}_k - \beta_k}{\sqrt{Var(\hat{\beta}_k)}} > \left| t_{n-1,\alpha/2} \right|$

แสดงว่าอยู่ในบริเวณวิกฤต ดังนั้น เราจะปฏิเสธสมมุติฐาน $H_o : \beta_k = 0$ ซึ่งสรุปได้ว่า ตัวแปร X_k มีอิทธิพลต่อการทำนายของค่า Y ที่ระดับความเชื่อมั่น $(1-\alpha)$

สำหรับการประยุกต์ใช้งานในแบบจำลองรูปแบบการเดินทาง โดยมากจะใช้ที่ระดับความเชื่อมั่น 90% (ค่า t = ± 1.282) หรือ 95% (ค่า t = ± 1.645)



รูปที่ 2.5 แสดงการทดสอบสมมติฐานด้วยค่า t-Statistic

ข. Likelihood Ratio Test

ค่าทางสถิติที่ใช้ทดสอบในกรณีนี้คือ

$$-2\left[L(0) - L(\hat{\beta}) \right]$$

โดยที่ L(0) คือ ค่าของ Log Likelihood Function เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ทุกตัวด้วย 0

$L(\hat{\beta})$ คือ ค่าของ Log Likelihood Function เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ด้วย $\hat{\beta}$

ในการทดสอบนี้จะตั้งสมมุติฐานหลักในการทดสอบว่า

H_o : พารามิเตอร์ทุกตัวเป็น 0

เราจะพิจารณาผลที่คำนวณได้ดังนี้ คือ ถ้า $-2\left[L(0) - L(\hat{\beta}) \right]$ มีค่ามากๆ เราจะปฏิเสธสมมุติฐานที่ว่า พารามิเตอร์ทุกตัวเป็น 0 ที่ระดับนัยสำคัญ (Level of Significance) 0.01

ค. Goodness-of-Fit Measure

การทดสอบด้วยวิธี Goodness-of-Fit Measure จะคล้ายกับการทดสอบค่า R^2 (ค่าสัมประสิทธิ์สหพันธ์ : Correlation Coefficient) ของวิธี Least Square คือ ใช้ในการทดสอบว่า สมการที่สร้างขึ้นมาจากตัวพารามิเตอร์ที่ประมาณค่าขึ้นมานั้น สามารถใช้แทนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่พิจารณาได้มากน้อยเพียงใด ซึ่งแบ่งการทดสอบออกเป็น 2 อย่าง ดังนี้

1. Likelihood Ratio Index (ρ^2)

มีรูปแบบของสมการคือ $$\rho^2 = 1 - \frac{L(\hat{\beta})}{L(0)}$$

โดยที่ L(0) คือ ค่าของ Log Likelihood Function เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ทุกตัวเป็น 0

$L(\hat{\beta})$ คือ ค่าของ Log Likelihood Function เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ด้วย $\hat{\beta}$

ค่า ρ^2 นี้จะคล้ายกับค่า R^2 กล่าวคือ จะมีค่ามากขึ้นเสมอ เมื่อเราเพิ่มจำนวนตัวแปร ดังนั้นเราจึงไม่ควรพิจารณาค่า ρ^2 เพียงอย่างเดียว และค่า ρ^2 จะมีค่าอยู่ระหว่าง

ช่วง -1 ถึง 1 เสมอ ทั้งนี้เพราะว่าค่า $L(0) > L(\hat{\beta})$

การพิจารณาผลที่คำนวณได้ คือ ถ้าค่าของ ρ^2 เท่ากับ -1 หรือ 1 แสดงว่าสมการที่ได้สามารถแทนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่พิจารณาได้อย่างสมบูรณ์ และถ้าค่าของ ρ^2 เท่ากับ 0 แสดงว่า สมการดังกล่าวไม่สามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรที่พิจารณาได้เลย หรืออีกนัยหนึ่งก็คือ ตัวแปรอิสระ (Independent Variable ; X) ไม่มีอิทธิพลต่อตัวแปรตาม (Dependent Variable ; Y)

ในการทดลองวัด Goodness-of-Fit โดยใช้ค่า ρ^2 นี้ ถ้าค่า ρ^2 มีค่ามากกว่า 0.2 ขึ้นไปก็อยู่ในระดับที่ยอมรับได้ (Halcrow Fox Associates, 1984)

2. The Overall Percent Correctly Estimated

คือค่าเปอร์เซนต์ความถูกต้องในการประมาณค่า ซึ่งแสดงได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

สมมุติลองใช้แบบจำลองรูปแบบการเดินทาง มาทดสอบกับข้อมูลที่เก็บมาใหม่จำนวน 115 ข้อมูล โดยได้ผลการพยากรณ์ทางเลือก (Predict Choice) ดังนี้

Actual Choice	Predicted Choice		Total
	Auto	Transit	
Auto	58	4	62
Transit	4	49	53
Total	62	53	115

ดังนั้น เปอร์เซนต์การพยากรณ์ว่าใช้ Mode Auto ถูกต้อง = 58/62 = 93.55 %

เปอร์เซนต์การพยากรณ์ว่าใช้ Mode Transit ถูกต้อง = 49/53 = 92.45 %

เปอร์เซนต์การพยากรณ์ทุก Mode โดยรวมถูกต้อง (Overall Percent Correctly Estimated) = (58 + 49)/115 = 93.04 %