ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

นายภมรเมษย์ เลาหวิรุฬห์กุล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2558
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING CONCEPT-RICH MATHEMATICS INSTRUCTION MODEL ON MATHEMATICAL CONCEPT AND CONNECTION ABILITY OF TENTH GRADE STUDENTS

Mr. Pamornmate Laohawiroongool

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum and Instruction
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2015
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
โดย	นายภมรเมษย์ เลาหวิรุฬห์กุล
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	อาจารย์ ดร. ไพโรจน์ น่วมนุ่ม

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. บัญชา ชลาภิรมย์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(อาจารย์ ดร. ไพโรจน์ น่วมนุ่ม)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(ดร. สุพัตรา ผาติวิสันติ์)

ภมรเมษย์ เลาหวิรุฬห์กุล : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING CONCEPT-RICH MATHEMATICS INSTRUCTION MODEL ON MATHEMATICAL CONCEPT AND CONNECTION ABILITY OF TENTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ. ดร. ไพโรจน์ น่วมนุ่ม, 172 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์กับกลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 2) เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์กับกลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 3) เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ในช่วงก่อนเรียนและช่วงหลังเรียน

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 เป็นนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์จำนวน 46 คน และกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติจำนวน 46 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (t-test)

ผลการวิจัยพบว่า

1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5683369227 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORDS: CONCEPT-RICH MATHEMATICS INSTRUCTION MODEL / MATHEMATICAL CONCEPT / MATHEMATICAL CONNECTION ABILITY

PAMORNMATE LAOHAWIROONGOOL: EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING CONCEPT-RICH MATHEMATICS INSTRUCTION MODEL ON MATHEMATICAL CONCEPT AND CONNECTION ABILITY OF TENTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: PAIROT NOUMNOM, Ed.D., 172 pp.

The purposes of this research were 1) to compare the mathematical concepts after learning of tenth grade students between groups learning by using Concept-Rich Mathematics Instruction model and conventional approach 2) to compare the connection ability after learning of tenth grade students between groups learning by using Concept-Rich Mathematics Instruction model and conventional approach 3) to compare the connection ability of tenth grade students learning by using Concept-Rich Mathematics Instruction model between before and after learning.

The subjects were tenth grade students of Samutsakornburna school in the second semester of the academic year 2015. There were 46 students in the experimental group and 46 students in the control group. The instruments for data collection were mathematical concept test and mathematical connection ability tests. The data were analyzed by arithmetic mean, standard deviation and t-test.

The results of the study revealed that

1) the mathematical concepts of tenth grade students learning by using Concept-Rich Mathematics Instruction model were higher than those of students learning by using conventional approach at a .05 level of significance,

2) the connection ability of tenth grade students learning by using Concept-Rich Mathematics Instruction model were higher than those of students learning by using conventional approach at a .05 level of significance, and

3) the connection ability of tenth grade students learning by using Concept-Rich Mathematics Instruction model after learning were higher than those before at a .05 level of significance.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี จากความเมตตาและความกรุณาอย่างสูงจาก อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ที่เสียสละเวลาอันมีค่าของอาจารย์ในการ ให้คำแนะนำ ให้คำปรึกษา และตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องนานานัปการ ในการทำวิทยานิพนธ์ตั้งแต่เริ่มต้นจนสิ้นสุดด้วยความกรุณาและความเอาใจใส่เสมอมา ตลอดจนเป็นตัวอย่างที่ดีของการเป็นครูและการเป็นผู้วิจัยที่สามารถเอาไปเป็นแบบอย่างได้ในอนาคต ยิ่งไปกว่านั้นอาจารย์ยังให้ความรู้ และทักษะต่างๆ ในการทำวิจัยและสามารถนำไปใช้ได้ในอนาคตข้างหน้า ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณอาจารย์เป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่าน ที่กรุณาให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการทำวิทยานิพนธ์ ทำให้วิทยานิพนธ์ของผู้วิจัยมีความถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.พัชรี ปิยะภัณฑ์ อาจารย์ชาญ เขตจัตุรัส และอาจารย์ปรุง อินทมาตร์ ที่ท่านได้เสียสละเวลาเป็นผู้ทรงคุณวุฒิ ให้ความช่วยเหลือและคำแนะนำต่างๆ ในการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทำวิทยานิพนธ์ จนได้เครื่องมือที่สมบูรณ์และเป็นประโยชน์ในการเก็บข้อมูลวิทยานิพนธ์

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์อนงค์ สุสุขเสียง ที่ให้ความช่วยเหลือในการติดต่อประสานงานในการเข้าไปเก็บข้อมูลและทดลองใช้เครื่องมือในการทำวิทยานิพนธ์ และให้ความช่วยเหลือในทุกๆเรื่องด้วยดีตลอดมา ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์รจนาพรณ์ ติ๊บปัน ที่ได้ให้ความช่วยเหลือในการควบคุมชั้นเรียนและช่วยเหลือในทุกๆเรื่องด้วยดีเสมอมา และกราบขอบพระคุณผู้อำนวยการ คณาจารย์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/2 และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/4 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ ที่ได้ให้ความร่วมมือและช่วยเหลือในการทดลองใช้เครื่องมือ และเก็บข้อมูลทำวิทยานิพนธ์เป็นอย่างดี

ท้ายสุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ คุณแม่ พี่สาว และเพื่อนๆ ของผู้วิจัยเป็นอย่างสูงที่ให้ความรัก ความเข้าใจ คอยเป็นกำลังใจที่สำคัญให้ผู้วิจัยผ่านพ้นอุปสรรคต่างๆ ด้วยดีตลอดมา

คุณค่าและประโยชน์ของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดา-มารดา และคณาจารย์ทุกท่าน ที่ได้อบรมสั่งสอนประสิทธิ์ประสาทความรู้ทั้งหมดทั้งปวงแก่ผู้วิจัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ
กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ
สารบัญ ..... ช
สารบัญตาราง ..... ฎ
บทที่ 1 บทนำ 1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1
คำถามวิจัย 5
วัตถุประสงค์ของการวิจัย 5
สมมติฐานการวิจัย 6
ขอบเขตการวิจัย 10
คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย 11
ประโยชน์ที่ได้รับ 13
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 14
1. รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ 15
1.1 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ 15
1.2 ลักษณะสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ 17
1.3 ขั้นตอนตามรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ 20
1.4 บทบาทครูและนักเรียน 22
2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 25
2.1 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 25

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

หน้า

2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 28
2.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 31
2.4 แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 35
2.5 การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 41
3. ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ 42
3.1 ความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ 42
3.2 ความสำคัญของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ 44
3.3 ลักษณะของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ 45
3.4 แนวทางการพัฒนาการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ 48
3.5 การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ 49
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 52
4.1 งานวิจัยที่พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 53
4.2 งานวิจัยที่พัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ 56
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย 61
1. การศึกษาเอกสารตำราและรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง 61
2. การออกแบบการวิจัย 62
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 63
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 64
4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 64
4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 77
5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล 88
5.1. ขั้นเตรียมการ 88
5.2 ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล 89

หน้า

6. การวิเคราะห์ข้อมูล 90
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย 91
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 92
ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ กับกลุ่มที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 92
ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ กับกลุ่มที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 93
ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน .. 94
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 96
สรุปผลการวิจัย 101
อภิปรายผลการวิจัย 101
ข้อเสนอแนะ 111
รายการอ้างอิง 113
ภาคผนวก 122
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือ 123
ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย 125
ภาคผนวก ค ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของกลุ่มตัวอย่างก่อนทดลอง 132
ภาคผนวก ง ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนทดลอง 134

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

หน้า

ภาคผนวก จ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวมรวมข้อมูล..... 136

ภาคผนวก ฉ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 148

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 172

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญตาราง

ตารางที่ 1 แสดงบทบาทครูและบทบาทนักเรียนในแต่ละขั้นตอนของรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ 22

ตารางที่ 2 แบบแผนการทดลอง 62

ตารางที่ 3 แสดงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันกับแผนการจัดการเรียนรู้ 66

ตารางที่ 4 แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของสำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม 72

ตารางที่ 5 แสดงเกณฑ์การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ 85

ตารางที่ 6 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test independent) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนกลุ่มทดลอง กับกลุ่มควบคุม 93

ตารางที่ 7 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test independent) ของคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง กับกลุ่มควบคุม 93

ตารางที่ 8 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-Paired Sample Test) ของคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน 94

ตารางที่ 9 แสดงผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 1 (ค 31101)ของคะแนนสอบกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม 133

ตารางที่ 10 แสดงผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 36 คะแนน) 135

ตารางที่ 11 แสดงโครงสร้างของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 137

ตารางที่ 12 แสดงโครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน 140

ตารางที่ 13 แสดงโครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน 144

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างมีระบบและระเบียบแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างละเอียดรอบคอบ สามารถสร้างข้อคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและสามารถแก้ปัญหาได้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข อีกทั้งคณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับ แบบรูปและความสัมพันธ์เพื่อให้ได้ข้อสรุปและการนำไปใช้ประโยชน์ เนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากลที่สามารถใช้เพื่อการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่างๆ ได้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2546 และ 2551) จากความสำคัญของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดังกล่าว หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จึงได้กำหนดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ในหลักสูตรทุกระดับชั้น ตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาจนถึงชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปใช้แก้ปัญหา การดำเนินชีวิตและศึกษาต่อ มีเหตุผล มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ พัฒนาการคิดอย่างเป็นระบบ และมีความคิดสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551)

อย่างไรก็ตาม การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากผลการศึกษาและผลการประเมินทั้งในระดับชาติและระดับนานาชาติ พบว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับที่ควรปรับปรุง โดยผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2553 – 2557 คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ที่ 14.99 คะแนน 22.73 คะแนน 22.73 คะแนน 20.48 คะแนน และ21.74 คะแนนตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำของการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนร้อยละ 50 และผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2553 – 2557 คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ที่ 24.18

คะแนน 32.08 คะแนน 26.95 คะแนน 25.45 คะแนน และ 24.45 คะแนนตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำของการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนร้อยละ 50 เช่นเดียวกัน (สำนักงานทดสอบทางการศึกษา, 2558) ซึ่งสอดคล้องกับผลการประเมินโครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับนานาชาติ (Trends in International Mathematics and Science Study หรือ TIMSS) พบว่าสถิติคะแนนเฉลี่ย TIMSS วิชาคณิตศาสตร์ของไทยมีแนวโน้มลดลงอย่างต่อเนื่องโดยปี ค.ศ. 1995 ค.ศ. 1999 ปี ค.ศ. 2007 และปี ค.ศ. 2011 ได้ 522 คะแนน 467 คะแนน 441 คะแนน และ 427 คะแนนตามลำดับ นอกจากนี้ยังสอดคล้องกับผลการประเมินโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment : PISA) ประเทศไทยได้คะแนนเฉลี่ยการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในปี ค.ศ. 2000 ค.ศ. 2003 ค.ศ. 2006 และ ค.ศ. 2009 อยู่ที่ 431 คะแนน 417 คะแนน 417 คะแนน และ 419 คะแนนตามลำดับซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของโออีซีดีคือ 500 คะแนน

ข้อมูลข้างต้นสะท้อนให้เห็นว่านักเรียนไทยยังมีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ไม่ดีพอทั้งเรื่องความรู้พื้นฐาน การนำความรู้ไปใช้งาน รวมถึงทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องพัฒนานักเรียนให้มีความรู้ ความสามารถทางคณิตศาสตร์ให้อยู่ในระดับที่น่าพอใจ ซึ่งพื้นฐานสำคัญที่จะต้องพัฒนาคือ ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดสำคัญหรือความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาของคณิตศาสตร์ ในด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์จำนวน และการให้เหตุผลอย่างมีระบบ รวมถึงคุณลักษณะภายนอกของสิ่งของ อันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ (Good, 1959: 118) มโนทัศน์ถือเป็นส่วนสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก เพราะมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ความสำเร็จทางการเรียนคณิตศาสตร์นั้นขึ้นอยู่กับความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ถูกต้องในสิ่งที่ได้เรียนรู้ หากว่านักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดีและถูกต้องแล้ว ก็จะสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีด้วยเช่นกัน (อภิลักษณ์ เคนไชยวงศ์, 2555)

นอกจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้ว ยังควรพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ควบคู่กันไปด้วย ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของนักเรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหาหรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมทำให้นักเรียนได้พัฒนาความรู้และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (อัมพร ม้าคนอง, 2554: 60) ซึ่งความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ เนื่องจากการเชื่อมโยงจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่เรียนในห้องเรียนได้ดีขึ้น และมองเห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ในแง่ของการเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์ที่สามารถนำไปใช้กับศาสตร์สาขาอื่นได้ (อัมพร ม้าคนอง, 2547: 101) อีกทั้งความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้จะช่วยให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีความหมายมากขึ้น การที่นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ในการแก้ปัญหา การอภิปรายและการจำลองปรากฏการณ์ที่อยู่ในโลกแห่งความเป็นจริง และการสื่อสารความคิดและข้อมูลที่ซับซ้อนในลักษณะที่ละเอียดและชัดเจน การนำเสนอของปัญหาช่วยให้มองสิ่งต่าง ๆ ได้ทั่วและชัดเจนขึ้น ทำให้นักเรียนอธิบายปัญหาและหาคำตอบได้ (NCTM, 1989: 84-86)

จากความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษารูปแบบการสอนเพื่อใช้เป็นฐานคิดสำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จะช่วยพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนควบคู่กันไป ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาและพบรูปแบบการสอนที่น่าสนใจ คือ *รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์* (The Concept-Rich Mathematics Instruction Model)

รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ เป็นรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่พัฒนาโดยนักการศึกษาชื่อ เมียร์ เบน-เฮอร์ (Meir Ben-Hur, 2006) เป็นรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจน โดยผู้เรียนเป็นผู้สร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองผ่านบริบทที่การเรียนรู้โดยอาศัยกระบวนการแอบสแตรกชั้น การสะท้อนคิด (Reflection) และการแลกเปลี่ยนความรู้ความคิด มีการนำมโนทัศน์ใหม่ไปใช้งานในบริบทต่างๆ ที่หลากหลายรวมถึงบริบทชีวิตจริง ผ่านการแก้ปัญหา และมีการตรวจสอบความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน ซึ่งมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 5 ขั้นตอนดังนี้ (Meir Ben-Hur, 2006: 12)

ขั้นที่ 1 ขั้นฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ (Practice) เป็นขั้นที่เน้นทำให้นักเรียนมีความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจน โดยให้มีการนำความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวไปใช้งาน โดยครูคอยช่วยเหลือ ตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ (Decontextualization) เป็นขั้นที่เน้นให้นักเรียนวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่จากบริบทการเรียนรู้ที่สัมพันธ์กับมโนทัศน์หรือความรู้ใหม่ โดยอาศัยความรู้เดิม กระบวนสะท้อนคิด (Reflection) โดยครูให้คำแนะนำและช่วยเหลือ พร้อมตรวจสอบความถูกต้องและความครบถ้วนของลักษณะสำคัญ

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปความหมายของมโนทัศน์ (Meaning) เป็นขั้นที่เน้นให้นักเรียนสรุปความหมายของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่ โดยใช้ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่ที่รวบรวมได้จาก ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ โดยมีครูให้คำแนะนำ และตรวจสอบความถูกต้องของมโนทัศน์หรือที่มาของความรู้

ขั้นที่ 4 ขั้นนำมโนทัศน์ไปใช้งานกับบริบทที่คุ้นเคย (Recontextualization) เป็นขั้นที่เน้นให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ที่ชัดเจน โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนนำมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ไปใช้แก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือการทำกิจกรรม โดยครูช่วยเหลือให้คำแนะนำ ตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

ขั้นที่ 5 ขั้นฝึกนำความเข้าใจในมโนทัศน์ไปใช้งานจริง (Realization) เป็นขั้นที่เน้นให้นักเรียนนำความเข้าใจในมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ไปใช้งานกับบริบทอื่นๆ ที่ไม่คุ้นเคย ซึ่งรวมไปถึงบริบทของชีวิตจริง โดยครูช่วยเหลือให้คำแนะนำ ตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

จากการศึกษารูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ พบว่ามีความเป็นไปได้ที่จะนำไปจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ เนื่องจากพบงานวิจัยที่ใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ไปพัฒนามโนทัศน์ (Nindi Citra Setia Dewi, 2013) อีกทั้งจากการวิเคราะห์ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่าขั้นนำมโนทัศน์ไปใช้งานกับบริบทที่คุ้นเคย (Recontextualization) และขั้นฝึกนำความเข้าใจในมโนทัศน์ไปใช้งานจริง (Realization) เป็นขั้นที่เอื้อให้นักเรียนเกิด

ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากนักเรียนจะต้องเชื่อมโยงมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รวมไปถึงการแก้ปัญหาสถานการณ์ชีวิตจริงหรือที่ใกล้เคียงกับชีวิตจริง

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ไปใช้ในการการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และศึกษาผลของการจัดกิจกรรมเรียนรู้ในด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยเลือกเนื้อหาเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เนื่องจากมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันเป็นเนื้อหาที่ยาก มีความสลับซับซ้อน ประกอบด้วยแนวความคิดต่างๆ รวมเข้าด้วยกัน และเป็นเนื้อหาที่แทรกอยู่ในทุกๆ สาขาที่เกี่ยวข้องคณิตศาสตร์ (Lioyd and Wilson, 1998) นอกจากนี้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันยังเป็นเนื้อหาที่เป็นพื้นฐานในการเรียนเนื้อหาด้านอื่นๆเช่น ฟังก์ชันลอการิทึม ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ลิมิตและความต่อเนื่อง และแคลคูลัส เป็นต้น หากนักเรียนมีมโนทัศน์เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันที่ดีจะช่วยให้สามารถเรียนเรื่องอื่นๆได้ ดังนั้นการจัดกิจกรรมเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันน่าจะเป็นประโยชน์ที่ช่วยให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น

คำถามวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ จะช่วยทำให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นหรือไม่

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ดังต่อไปนี้

1. เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์กับกลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการ

สอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์กับกลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ในช่วงก่อนเรียนและช่วงหลังเรียน

สมมติฐานการวิจัย

รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ เป็นเน้นให้นักเรียนมีความเข้มข้นของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนเป็นผู้สร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากบริบทที่สัมพันธ์กับมโนทัศน์โดยอาศัยความรู้และประสบการณ์เดิม การสะท้อนคิด (Reflection) และการสรุปความรู้ผ่านการใช้ภาษาพูดและภาษาเขียน(Discourse) รวมถึงให้นักเรียนนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างไปขยายความรู้สู่ประสบการณ์ผ่านการแก้ปัญหา โดยครูมีหน้าที่ช่วยเหลือ ให้คำแนะนำ ตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (Meir Ben-Hur, 2006)

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ที่ส่งผลต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยตรงคือ งานวิจัยของ นินดี้ ซีตร้า ซีเทีย เดวี่ (Nindi Citra Setia Dewi, 2013) ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

นินดี้ ซีตร้า ซีเทีย เดวี่ (Nindi Citra Setia Dewi, 2013) ได้ทำการวิจัยโดยนำรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ มีความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องเศษส่วนมากกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนโดยใช้วิธีปกติ

นอกจากนี้ผู้วิจัยยังศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับ กระบวนการแอบสแตรกชัน โมเดลการปรับมโนทัศน์ และการจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐาน ซึ่งแนวคิดดังกล่าวมีความใกล้เคียงกับรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ที่ส่งผลต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นข้อมูลในการกำหนดสมมติฐานการวิจัย ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

นาเดีย กองเป็ง (2555) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบแสตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์พบว่า 1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการคือสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ 2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ไวท์ และมิเชลมอร์ (White and Mitchelmore, 2003) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการสอนตามแนวคิดของกระบวนการแอบสแตรกชันเชิงประจักษ์ (the empirical abstraction) ที่มีต่อมโนทัศน์เรื่องมุมของนักเรียนเกรด 3 และ เกรด 4 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามกระบวนการแอบสแตรกชันเชิงประจักษ์ มีมโนทัศน์เรื่องมุมสูงกว่าก่อนการทดลอง

รู-เด หลิว, มิน ซ่ง, ยี่ ดิง และ เดก จาง (Ru-De Liu, Min Zong, Yi Ding and Dake Zhang, 2015) ได้ทำการศึกษาการพัฒนามโนทัศน์เรื่อง ทศนิยม ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาโดยใช้วิธีการปรับมโนทัศน์ พบว่า นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาที่ 4 – 6 มีความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องทศนิยมมากขึ้นและมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนน้อยลง

ซามารา ราเชล ไซเกอร์ (Samara Rachel Zeiger, 2015) ได้ทำการศึกษาบทบาทของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการสร้างมโนทัศน์ โดยการเก็บตัวอย่างชิ้นงานของนักเรียนที่ได้จากการสื่อสารผ่านการพูด การเขียน และการแลกเปลี่ยนความคิด พบว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีส่วนทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

แรมส์เดน (Ramsden, 1997) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ด้วยบริบทสำหรับนักเรียนอายุ 16 ปีในหลักสูตร Science : The Salters Approach โดยการนำบริบทที่ใกล้ตัวนักเรียน เช่น อาหาร เสื้อผ้า และกีฬา มาใช้ในการเรียนรู้มโนทัศน์เกี่ยวกับ ธาตุ สารประกอบ การเปลี่ยนแปลงทาง

เคมี และตารางธาตุ พบว่าการได้ลงมือทำกิจกรรมต่างๆ ที่หลากหลายด้วยตนเองผ่านบริบทใกล้ตัวที่นักเรียนสนใจ ทำให้นักเรียนเรียนรู้ได้อย่างสนุกสนาน

แฟตมา เมิร์ฟ อูลูซอย และ แอเซม ซีดา โอเนน (Fatma Merve Ulusoy and Aysem Seda Onen, 2014) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยบริบทเป็นฐานที่มีต่อการเรียนวิชาเคมี พบว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยบริบทเป็นฐาน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเคมีได้กีกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จากงานวิจัยข้างต้น ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการตั้งสมมติฐานเกี่ยวกับความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ เมื่อผู้วิจัยวิเคราะห์แนวคิดและขั้นตอนของรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์แล้วพบว่า มีขั้นที่เอื้อให้นักเรียนเกิดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ขั้นนำมโนทัศน์ไปใช้งานกับบริบทที่คุ้นเคย (Recontextualization) เป็นขั้นที่นักเรียนจะต้องเชื่อมโยงมโนทัศน์ใหม่ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ไม่ซับซ้อน และขั้นฝึกนำความเข้าใจในมโนทัศน์ไปใช้งานจริง (Realization) เป็นขั้นที่นักเรียนจะต้องเชื่อมโยงมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ไปใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ชีวิตจริงหรือที่ใกล้เคียงกับชีวิตจริง

นอกจากนี้ผู้วิจัยยังได้ศึกษางานวิจัยที่มีความใกล้เคียงกับรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ที่ส่งผลต่อความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือ โมเดลการปรับมโนทัศน์ และการจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐาน เพื่อเป็นข้อมูลในการกำหนดสมมติฐานการวิจัย ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

อาทิตยา สำราญอินทร์ (2553) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทาง

คณิตศาสตร์พบว่า 1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างจากกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 2 . นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

บุญญิสา แซ่หล่อ (2550) ได้ศึกษาผลของการบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิต โดยใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่านักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาคณิตศาสตร์ มีเข้าใจเนื้อหาลึกซึ้ง และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ต่อชีวิตจริง

บพิธ กิจมี (2551) ได้ศึกษาความสนใจในคณิตศาสตร์และการตระหนักถึงประโยชน์ของคณิตศาสตร์จากการใช้บริบทเป็นฐานในการจัดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 โรงเรียนบ้านเมืองคอน จังหวัดเชียงใหม่ พบว่านักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรมชุมนุมส่วนใหญ่ตระหนักถึงประโยชน์ของคณิตศาสตร์ และมองเห็นว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนมาสามารถนำไปใช้ได้จริงในชีวิตประจำวัน

วรรณศิริ หลงรัก (2553) ได้ศึกษาผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบทเรื่องสถิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการเชื่อมโยง และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนป้อมนาคราชสวาทยานนท์ จังหวัดสมุทรปราการ พบว่า กิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบทเรื่องสถิติ ส่งผลที่ดีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการเชื่อมโยง และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ลีแอน อาร์ เคทเทอร์ลีน-เกลเลอร์ ,เดวิด เจชาร์ด และแฮงค์ ไฟน์ (Leanne R. Ketterlin-Geller, David J. Chard and Hank Fien, 2008) ได้ทำการศึกษาเรื่องการสร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนระดับต่ำ โดยทำการแบ่งนักเรียนเป็นสองกลุ่ม นักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนต่ำเป็นกลุ่มทดลอง และนักเรียนความสามารถทางการเรียนระดับกลางเป็นกลุ่มควบคุม โดยใช้นวัตกรรมพัฒนามโนทัศน์เชิง

บริบทกับกลุ่มทดลอง พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการขยายความรู้ผ่านหลักสูตรได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม

ดังนั้นผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่ได้รับการเรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของในช่วงหลังเรียนสูงกว่าในช่วงก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ขอบเขตการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 10 สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

3. ตัวแปรที่ศึกษา มีดังนี้

3.1 ตัวแปรต้น คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3.2 ตัวแปรตาม คือ

3.2.1 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3.2.2 ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ เมียร์ เบน-เฮอร์ (Meir Ben-Hur) ที่เน้นให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ผ่านบริบทการเรียนรู้ที่คุ้นเคยกับนักเรียน โดยนักเรียนใช้ความรู้เดิมในการสังเกต วิเคราะห์ และสะท้อนคิด เพื่อแยกลักษณะสำคัญของมโนทัศน์จากบริบทการเรียนรู้ และใช้การแลกเปลี่ยนเรียนรู้และการสะท้อนคิดในการสรุปมโนทัศน์ด้วยตนเอง รวมถึงให้นักเรียนได้นำความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้งานกับบริบทอื่นๆ ที่หลากหลาย โดยครูมีหน้าที่ช่วยเหลือ ให้คำแนะนำ ตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน สำหรับขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มี 5 ขั้นตอนดังนี้ (Meir Ben-Hur, 2006: 12)

1.1 ขั้นฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ (Practice) เป็นขั้นที่ผู้สอนนำเสนอปัญหา สถานการณ์ หรือกิจกรรม จากนั้นให้นักเรียนนำความรู้เดิมที่จำเป็นไปใช้ในการแก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือการทำกิจกรรม โดยครูคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำ รวมถึงตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

1.2 ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ (Decontextualization) เป็นขั้นที่ผู้สอนนำเสนอบริบทที่สัมพันธ์กับมโนทัศน์ใหม่ จากนั้นให้นักเรียนใช้ความรู้เดิมจากขั้นที่ 1.1 ในการสังเกต วิเคราะห์ สร้างแบบรูปและความสัมพันธ์ เพื่อให้ได้ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่จากบริบทการเรียนรู้ดังกล่าว ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนแลกเปลี่ยนความรู้ความคิด และใช้การสะท้อนคิด (Reflect) โดยครูคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำตลอดจนตรวจสอบความถูกต้องและความครบถ้วนของลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่

1.3 ขั้นสรุปความหมายของมโนทัศน์ (Meaning) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนนำลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่จากขั้นที่ 1.2 มาสรุปความหมายของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่ ด้วยวิธีการสรุปความรู้ผ่านการแลกเปลี่ยนความรู้ความคิด และใช้การสะท้อนคิด (Reflect) โดยครูคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำและตรวจสอบความถูกต้อง รวมถึงปรับแก้ไขให้มีความถูกต้อง

1.4 ขั้นนำมโนทัศน์ไปใช้งานกับบริบทที่คุ้นเคย (Recontextualization) เป็นขั้นที่ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ที่ชัดเจน โดยนักเรียนฝึกนำมโนทัศน์

ใหม่หรือความรู้ใหม่ที่สรุปได้ในขั้นที่ 1.3 ไปใช้งานกับบริบทที่คุ้นเคย ซึ่งอาจอยู่ในรูปของการแก้ปัญหา การแก้สถานการณ์ปัญหา หรือการทำกิจกรรม โดยครูคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำ รวมถึงตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

1.5 ขั้นฝึกนำความเข้าใจในมโนทัศน์ไปใช้งานจริง (Realization) เป็นขั้นที่เน้นให้นักเรียนฝึกนำความเข้าใจในมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ไปใช้งานกับบริบทอื่นที่ไม่คุ้นเคย นอกเหนือจากบริบททางคณิตศาสตร์รวมถึงบริบทของชีวิตจริง ซึ่งอาจอยู่ในรูปของการแก้ปัญหา การแก้สถานการณ์ปัญหา หรือการทำกิจกรรม โดยครูคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำ รวมถึงตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดรวบยอดและความเข้าใจที่มีต่อเนื้อหาใดเนื้อหาหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการได้เรียนรู้หรือได้รับประสบการณ์ที่หลากหลายในเรื่องนั้นๆ สามารถอธิบายลักษณะร่วมของสิ่งที่เหมือนกันเข้าด้วยกันและแยกความแตกต่างของสิ่งที่แตกต่างกันออกจากกัน และสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงการแสดงที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

ในงานวิจัยนี้ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์วัดจากคะแนนที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4. ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์หรือช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ แบ่งออกเป็นการเชื่อมโยงความรู้ภายในคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น และการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ในงานวิจัยนี้พิจารณาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 3 ด้าน ตามแนวคิดของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 360) ดังต่อไปนี้

4.1 ด้านการระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา

คือ ความสามารถในการระบุรายละเอียดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็น ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและจำเป็นในการแก้ปัญหาได้

4.2 ด้านการอธิบายแนวทางการแก้ปัญหา คือ ความสามารถในการอธิบายแนวทางในการแก้ปัญหาโดยอาศัยความรู้ในด้าน 4.1 เพื่อนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง

4.3 ด้านการยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตจริงที่ใกล้เคียงกับปัญหาที่นักเรียนพบ คือความสามารถในการยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือใกล้เคียงชีวิตจริงที่จำเป็นต้องอาศัยความรู้ในด้าน 4.1 ในการแก้ปัญหา

ในงานวิจัยนี้ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์วัดจากคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจนขึ้นและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

2. ครูสามารถนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ไปใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ชัดเจนและมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

3. ข้อมูลจากการวิจัยครั้งนี้ จะเป็นแนวทางและเป็นประโยชน์ต่อผู้วิจัยหรือผู้ที่เกี่ยวข้องทางการศึกษาในการนำการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ไปปรับปรุงให้มีความเหมาะสมและสมบูรณ์ในการสอนคณิตศาสตร์มากขึ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์

1.1 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์

1.2 ลักษณะสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์

1.3 ขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์

1.4 บทบาทครูและนักเรียน

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.4 แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.5 การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3. ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

3.2 ความสำคัญของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

3.3 ลักษณะของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

3.4 แนวทางการพัฒนาการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

3.5 การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยที่พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

4.2 งานวิจัยที่พัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

1. รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์

1.1 แนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์

รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ มาจากชื่อภาษาอังกฤษคือ Concept-Rich Mathematics Instruction Model ซึ่งพัฒนาจากแนวคิดของนักการศึกษาคณิตศาสตร์ที่ชื่อว่า เมียร์ เบน-เฮอร์ โดยมีแนวคิดพื้นฐานคือ ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสท์ (Constructivist Theory) (Meir Ben-Hur, 2006) ซึ่งมีสาระสำคัญคือ นักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยวิธีการที่ต่างกัน โดยอาศัยประสบการณ์และโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิม ความสนใจและแรงจูงใจภายในตนเองเป็นจุดเริ่มต้น และครูมีหน้าที่จัดการให้นักเรียนได้ปรับขยายโครงสร้างทางปัญญาของนักเรียนเอง ภายใต้ ข้อสมมติฐานต่อไปนี้ “สถานการณ์ที่เป็นปัญหาและปฏิสัมพันธ์ทางสังคมก่อให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญา เป็นแรงจูงใจภายในให้เกิดกิจกรรมการไตร่ตรองเพื่อขจัดความขัดแย้งนั้น ซึ่งการไตร่ตรองบนฐานแห่งประสบการณ์และโครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่เดิมภายใต้การมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม กระตุ้นให้มีการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา (ไพจิตร สดวกการ, 2543)

นอกจากนี้ยังพัฒนามาจากโมเดลการปรับมโนทัศน์ (Conceptual Change Model) ซึ่งเป็นกระบวนการที่มโนทัศน์ภายในจิตใจของบุคคลเกิดการเปลี่ยนแปลงจากกลุ่มของมโนทัศน์กลุ่มหนึ่งไปยังอีกกลุ่มหนึ่ง (Posner and others, 1982) นอกจากนี้ยังมีแนวคิดที่เชื่อว่ารูปแบบการปรับมโนทัศน์ยังเป็นการแก้ไขการเข้าใจผิด เริ่มด้วยมโนทัศน์ที่ยังไม่ได้แก้ไข นักเรียนจะต้องแยกแยะมโนทัศน์ที่ผิดพลาดของตนเอง และแก้ไขมโนทัศน์เหล่านั้น (Chi and Roscoe, 2002) ซึ่งพิจารณาการปรับมโนทัศน์เป็นสองระยะ โดยที่ระยะแรกเกี่ยวกับการปรับความรู้เดิมที่มีอยู่ของนักเรียน และอีกระยะคือการปรับความรู้ใหม่ที่ได้เผชิญ

ในกระบวนการสร้างมโนทัศน์หรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ของรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ มีกระบวนการที่พัฒนามาจากกระบวนการแอบสแตรกชัน (Abstraction Process) ซึ่งเป็นกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแนวคิดโดยการสกัดหรือดึงหรือแยกคุณลักษณะออกจากสถานการณ์ต่างๆ เป็นการสร้างกลุ่มแนวคิดบางอย่างโดยการพิจารณาจากคุณสมบัติของวัตถุต่างๆ ว่ามีคุณสมบัติเพียงพอที่จะอยู่ในกลุ่มนั้นหรือไม่ และนำไปสู่การตระหนักถึงคุณลักษณะที่สำคัญของแนวคิดหรือองค์ประกอบของกลุ่มได้ (Dienes, 1963:57-59 อ้างถึงใน นาเดีย กองเป็ง) นอกจากนี้กระบวนการแอบแสตรกชันยังมีจุดเน้นอยู่ที่การตระหนักในความคล้ายคลึงกันของสิ่งต่างๆ บนพื้นฐานของประสบการณ์ของผู้เรียน (Piaget, 1997 อ้างถึงใน นาเดีย กองเป็ง)

และในกระบวนการสร้างมโนทัศน์หรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ของรูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ มีการใช้บริบทเข้ามาเกี่ยวข้องซึ่งสอดคล้องและมีความคล้ายคลึงกับการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐาน (Context-based Learning) ที่เป็นการจัดการเรียนการสอนที่เน้นภาพรวมของสิ่งแวดล้อมให้เกิดการเรียนรู้โดยการใช้บริบทที่เกี่ยวข้องกับสิ่งแวดล้อมของนักเรียน ซึ่งวิธีการนี้มุ่งเน้นการแสดงความคิดเห็นของนักเรียน เพื่อลดช่องว่างของระดับความรู้ของนักเรียนแต่ละคนที่มีไม่เท่ากันและนำไปสู่การแก้ปัญหาร่วมกันในที่สุด

รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ เป็นแนวการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนมีการพัฒนาหรือสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้มีความเข้มข้น โดยเริ่มจากการทำให้ผู้เรียนมีความชัดเจนในความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์โดยการให้ผู้เรียนนำความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาผ่านกิจกรรมที่ผู้สอนนำเสนอ จากนั้นให้ผู้เรียนสร้างมโนทัศน์ใหม่โดยการใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ กระบวนการสะท้อนคิด (Reflection) และการแลกเปลี่ยนความรู้ความคิด ในการวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของความรู้ใหม่และแยกลักษณะสำคัญนั้นๆ ออกมา ผ่านบริบทการเรียนรู้ที่มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ใหม่ จากนั้นให้ผู้เรียนนำลักษณะสำคัญทั้งหมดที่สามารถแยกออกมาได้นำมาสรุปเป็นความหมายของมโนทัศน์หรือที่มาของความรู้ และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนนำมโนทัศน์ใหม่ไปใช้งานกับบริบทการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ รวมไปถึงบริบทอื่นๆ ที่นอกเหนือจากบริบททางคณิตศาสตร์ซึ่งรวมบริบทของชีวิตจริงหรือใกล้เคียงกับชีวิตจริง โดยผู้สอนทำหน้าที่ในการตรวจสอบ ปรับแก้ข้อผิดพลาดของนักเรียนให้มีความเข้าใจที่ถูกต้อง (Meir Ben-Hur, 2006)

1.2 ลักษณะสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์

รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ เป็นรูปแบบการสอนที่เมียร์ เบน-เฮอร์ (Meir Ben-Hur, 2006) เป็นผู้เริ่มต้นแนวคิด ซึ่งมีลักษณะสำคัญต่างๆ ดังนี้

1) เป็นรูปแบบการสอนที่เน้นให้ความรู้ทางคณิตศาสตร์หรือมโนทัศน์มีความชัดเจน

รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ เป็นรูปแบบการสอนที่เน้นการทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในความรู้หรือมโนทัศน์มากยิ่งขึ้น โดยให้นักเรียนนำความรู้หรือมโนทัศน์ไปสัมพันธ์กับบริบทการเรียนรู้ซึ่งอาจอยู่ในรูปของ ตัวอย่าง ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือการทำกิจกรรมต่างๆ โดยนำความรู้ไปใช้งานผ่านกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งในรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ มุ่งเน้นให้ความรู้หรือมโนทัศน์ทั้งสองส่วนให้มีความชัดเจน นั่นคือ ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ และ มโนทัศน์ใหม่ทางคณิตศาสตร์

2) เป็นรูปแบบการสอนที่เน้นให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ใหม่ผ่านบริบทการเรียนรู้

รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ เป็นรูปแบบการสอนที่ใช้บริบทการเรียนรู้เป็นฐานในการสร้างมโนทัศน์ใหม่ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านบริบทการเรียนรู้จะเน้นให้นักเรียนเกิดการระดมความคิดโดยใช้ความรู้พื้นฐาน ลดช่องว่างของระดับความรู้ของนักเรียนแต่ละคนที่มีไม่เท่ากันและนำไปสู่การแก้ปัญหาร่วมกันในที่สุด นอกจากนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านบริบทการเรียนรู้ทำให้นักเรียนมีความรู้ที่สามารถนำไปใช้ในการแก้ไขสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกันได้และจะส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ได้ด้วยตนเองอย่างไม่มีที่สิ้นสุด (Darkwah, 2006:p. 15, อ้างอิงใน ขนิษฐา สว่างจิตต์, 2555)

3) การสร้างมโนทัศน์ใหม่โดยใช้กระบวนการสะท้อนคิด (Reflection)

รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ เป็นรูปแบบการสอนที่ให้ผู้เรียนพินิจพิเคราะห์และพิจารณาสิ่งต่างๆ ด้วยเหตุผลโดย อาศัยประสบการณ์โครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่ ซึ่งการไตร่ตรองบนฐานแห่งประสบการณ์ โครงสร้างทางปัญญา และการ

มีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม จะกระตุ้นให้มีการสร้างโครงสร้างใหม่ทางปัญญา (ไพจิตร สดวกการ, 2543) ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์นั้น นักเรียนจะใช้กระบวนการสะท้อนคิดหลังจากได้แลกเปลี่ยนความรู้ความคิดกับเพื่อนร่วมชั้นเพื่อตรวจสอบ ทบทวนผลที่ได้จากการทำงานหรือกิจกรรมถึงความถูกต้องและความครบถ้วน

4) การสร้างมโนทัศน์ใหม่จากการสร้างความรู้โดยใช้ภาษาพูดและภาษาเขียน (Discourse)

รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ เป็นรูปแบบการสอนที่ให้ผู้เรียนสร้างความรู้โดยใช้ภาษาพูดและภาษาเขียน (Discourse) จากการอภิปรายแลกเปลี่ยน แบ่งปันข้อมูลและความคิดเห็น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะพัฒนาการสะท้อนคิดของนักเรียนอีกด้วย ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์นั้น นักเรียนจะใช้กระบวนการสร้างความรู้ผ่านภาษาในขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่เพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลของลักษณะสำคัญที่ได้เพื่อนำไปสู่การสะท้อนคิด และขั้นสรุปความหมายของมโนทัศน์และที่มาของความรู้เพื่อแลกเปลี่ยนข้อคาดการณ์ที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์หรือที่มาของความรู้

5) การตรวจสอบข้อผิดพลาดและการปรับแก้ข้อผิดพลาด

คือการตรวจสอบความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน ข้อผิดพลาดต่างๆ ที่อาจเกิดขึ้นจากการนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหา หรือการสรุปความรู้ มีการแก้ไขข้อผิดพลาดดังกล่าวเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่ถูกต้อง โดยเมียร์ เบน-เฮอร์ได้ทำการแยกประเภทของข้อผิดพลาดไว้ดังต่อไปนี้ (Meir Ben-Hur, 2006)

(1) ข้อผิดพลาดเชิงระบบ (Systematic Error) เป็นความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการใช้เครื่องมือของนักเรียน อาจเป็นการอ่านค่าที่คลาดเคลื่อน ครูที่มีประสบการณ์ที่มากพอจะสามารถคาดการณ์ความคลาดเคลื่อน ที่จะเกิดขึ้นได้ ตัวอย่างเช่น ความผิดพลาดจากการใช้เครื่องมือในการวัดของนักเรียนอาจเป็นการอ่านค่าผิดหรือการใช้หน่วยผิด เป็นต้น

(2) ข้อผิดพลาดที่เกิดจากมโนทัศน์พื้นฐาน (Preconceptions) เป็นความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการยึดมโนทัศน์พื้นฐานในการคิดมากจนเกิดไป สามารถแยกได้ ลักษณะ

คือ การใช้ความรู้เกินเงื่อนไข (Overgeneralization) และการใช้ความรู้แบบจำกัดเงื่อนไข (Undergeneralization)

(2.1) การใช้ความรู้เกินเงื่อนไข (Overgeneralization) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการเข้าใจในมโนทัศน์อย่างไม่แท้จริง เมื่อเจอตัวอย่างความรู้ หรือสาระความรู้ที่ใกล้เคียงกัน ทำให้เกิดการเข้าใจผิดว่าเป็นความรู้ความเข้าใจเดียวกัน ยกตัวอย่างเช่น นักเรียนใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทากอรัสไปใช้หาความยาวด้านที่ยาวที่สุดของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ เป็นต้น

(2.2) การใช้ความรู้แบบจำกัดเงื่อนไข (Undergeneralization) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการจำกัดความเข้าใจในความรู้ เมื่อเจอตัวอย่างความรู้ หรือสาระความรู้ ที่มีพื้นฐานเดียวกัน ทำให้เกิดการตั้งเงื่อนไขขึ้นมาทำให้จำกัดความเข้าใจในความรู้ใหม่ไปด้วย ยกตัวอย่างเช่น นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาอัตราส่วนโดยใช้สมบัติบางประการของเศษส่วน เป็นต้น

(3) ข้อผิดพลาดที่เกิดความเชื่อที่ผิดที่มีต่อมโนทัศน์ (Counterintuitive Concepts) เป็นข้อผิดพลาดที่เกิดจากการเข้าใจความรู้อย่างผิวเผิน ทำให้เกิดความเชื่อที่ผิด จนนำไปสู่การนำไปใช้ที่ผิด ยกตัวอย่างเช่นในการโยนเหรียญเที่ยงตรง 1 เหรียญจำนวน 10 ครั้งได้ผลออกหัว 10 ครั้งครั้งที่ 11 นักเรียนจึงเข้าใจว่าเหรียญจะออกหัวแน่นอน โดยลืมคิดว่า โอกาสจำนวนออกหัวและจำนวนออกก้อย มีความเป็นไปได้เท่ากัน

จากที่กล่าวมาจะสังเกตเห็นการจำแนกประเภทของข้อผิดลาดที่ในลักษณะต่างๆ ซึ่งในการปรับแก้ข้อผิดพลาดนั้น Meir Ben-Hur ได้นำเสนอ 6 หลักการสอนเพื่อฟื้นฟูมโนทัศน์ดังต่อไปนี้ (Ben-Hur, 2006)

1) การแลกเปลี่ยนบทบาท (Reciprocity) เป็นวิธีการที่เน้นการเพิ่มบทบาทให้กับผู้เรียน ให้ผู้เรียนมีการแลกเปลี่ยนความรู้ความคิดระหว่างนักเรียนกับนักเรียน หรือนักเรียนกับครู เพื่อสะท้อนให้เห็นว่านักเรียนมีความคิด ความเข้าใจ ในเรื่องนั้นๆอย่างไร

2) การยืดหยุ่นไปตามลักษณะผู้เรียน (Flexibility) เป็นวิธีการที่เน้นการปรับวิธีการสอนให้สอดคล้องและเหมาะสมกับลักษณะของผู้เรียน เช่นการอธิบายความรู้ที่เป็นพื้นฐานในการ

เรียนรู้ (prerequisite) การนัดเรียนเพิ่ม หรืออาจมีการสลับบทเรียนเอาเนื้อหาที่ต่อเนื่องกันมาสอนก่อน หรือเนื้อหาที่เป็นพื้นฐานมาสอนก่อน เป็นต้น

3) การใช้ตัวแทนมโนทัศน์อื่น ๆ (Alternative Mental Representation) เป็นวิธีการยกตัวอย่างที่เป็นตัวแทนมโนทัศน์ที่ทำให้นักเรียนเห็นภาพมโนทัศน์ได้ชัดเจนมากขึ้น ครูอาจอธิบายประกอบเพิ่ม หรือเลือกใช้การอธิบายโดยใช้สื่อกลางที่หลากหลายเช่น คำพูด ภาษา รูปภาพ กราฟ หรือสัญลักษณ์ เป็นต้น

4) การตระหนักเกี่ยวกับการรู้คิด (Meta-Cognitive Awareness) เป็นวิธีการที่ให้นักเรียนตระหนักในความคิดของตนเอง ทบทวนงานของตนเอง สะท้อนความเข้าใจของตนเอง โดยอาจจะสะท้อนผ่านการแก้ปัญหา หรือตอบคำถามที่ครูตั้งขึ้น เป็นต้น

5) การสื่อสารด้วยวิธีการที่เหมาะสม (Appropriate Communication) วิธีการนี้เป็นการใช้เทคนิคการสื่อสารให้เหมาะสมกับผู้เรียนเช่น ไม่ควรเริ่มสอนในเทอมของคณิตศาสตร์ แต่ควรเริ่มจากการเปรียบเปรยข้อมูลที่มีอยู่ก่อน หรือกล่าวนำโดยตัวแทนอื่นๆ ที่ยังไม่อยู่ในรูปข้อความภาษาหรือสัญลักษณ์ของคณิตศาสตร์ก่อน เป็นต้น

6) การออกแบบการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียน (Constructive Interaction Among Learners) เป็นวิธีการที่ให้ผู้เรียนมีปฏิสัมพันธ์กันเองภายใต้การชี้นำและการดูแลของผู้สอน เพื่อให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับเรื่องที่เรียน และให้เพื่อนที่เก่งกว่าช่วยเพื่อนที่อ่อนกว่า เช่น การเรียนรู้แบบร่วมมือ (Co-Operative Learning) การทำงานเป็นคู่ หรือการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นในห้องเรียน เป็นต้น

1.3 ขั้นตอนตามรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์

เมียร์ เบน-เฮอร์ (Meir Ben-Hur, 2006) ได้เสนอขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ไว้ว่าประกอบด้วย 5 ขั้นตอนที่สำคัญ สรุปสาระสำคัญได้ดังนี้

1) ขั้นฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ (Practice) เป็นขั้นที่ทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจที่ชัดเจนในความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในการเรียนมโนทัศน์ใหม่ โดยการให้ผู้เรียน

ฝึกนำความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวไปใช้ในการแก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือการทำกิจกรรม ที่มีความสัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกับความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ โดยผู้สอนคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำ รวมถึงตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

2) ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ (Decontextualization) เป็นขั้นที่ให้ผู้เรียนวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่ โดยผู้สอนนำเสนอบริบทที่สัมพันธ์กับมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ ซึ่งอาจเป็น ตัวอย่าง ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือกิจกรรม จากนั้นให้ผู้เรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์จากขั้นที่ 1) ขั้นฝึกความรู้เดิม ในการวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่จากบริบทดังกล่าวและใช้การสะท้อนคิด โดยผู้สอนทำหน้าที่ถามคำถามกระตุ้นความคิดผู้เรียน ให้เวลาผู้เรียนในการคิด กระตุ้นให้นักเรียนตอบสนองในการทำกิจกรรมและเปรียบเทียบคำตอบตนเองกับเพื่อน ตลอดจนตรวจสอบลักษณะสำคัญว่ามีความถูกต้องและครบถ้วนหรือไม่ อาจมีการแก้ไขกรณีที่มีข้อผิดพลาด หรืออาจแนะลักษณะสำคัญเพิ่มเติมในกรณีไม่ครบถ้วน

3) ขั้นสรุปความหมายของมโนทัศน์ (Meaning) เป็นขั้นที่ให้ผู้เรียนสรุปความหมายของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่ โดยนำลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่จากขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ มาสรุปความหมายของมโนทัศน์ใหม่ในรูปภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์หรือสรุปที่มาของความรู้ใหม่ โดยผู้สอนกระตุ้นให้ผู้เรียนสรุปเป็นภาษาและสัญลักษณ์ตามความเข้าใจของนักเรียนโดยใช้ภาษาของนักเรียน จากนั้นครูช่วยเหลือและให้คำแนะนำ รวมถึงตรวจสอบความถูกต้องของความหมายของมโนทัศน์และที่มาของความรู้และปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

4) ขั้นนำมโนทัศน์ไปใช้กับบริบทที่คุ้นเคย (Recontextualization) เป็นขั้นที่ทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ที่ชัดเจน โดยผู้เรียนฝึกนำความรู้ใหม่ไปใช้งานกับบริบทที่คล้ายคลึงกับบริบทในขั้น 2) ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของการแก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือการทำกิจกรรม โดยผู้สอนคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำ รวมถึงตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

5) ขั้นฝึกนำความเข้าใจในมโนทัศน์ไปใช้งานจริง (Realization) เป็นขั้นที่ให้ผู้เรียนนำมโนทัศน์หรือความรู้ไปใช้งานได้จริง โดยผู้เรียนฝึกขยายความรู้ใหม่ไปใช้งานกับบริบทอื่น

นอกเหนือบริบททางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนมากกว่าในขั้น 2) ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของการแก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือการทำกิจกรรม โดยผู้สอนคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำ รวมถึงตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

1.4 บทบาทครูและนักเรียน

จากการที่ผู้วิจัยศึกษาขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ สามารถสรุปบทบาทของครู และบทบาทของนักเรียนในแต่ละขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ได้ดังแสดงในตารางที่ 1 ดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงบทบาทครูและบทบาทนักเรียนในแต่ละขั้นตอนของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์

ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทางของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์	**บทบาทของครู**	**บทบาทของนักเรียน**
ขั้นที่ 1 ขั้นฝึกความรู้เดิม (Practice)	1. ครูนำเสนอบริบทซึ่งอาจเป็นปัญหา หรือตัวอย่าง เป็นต้น ที่มีกับความสัมพันธ์กับมโนทัศน์หรือความรู้เดิม 2. ตรวจสอบข้อผิดพลาดของนักเรียน 3. แก้ไขข้อผิดพลาดของนักเรียน	1. นักเรียนนำมโนทัศน์หรือความรู้เดิมมาใช้งานกับบริบท 2. นำเสนอผลการนำมโนทัศน์หรือความรู้ไปใช้งาน 3. นักเรียนปรับแก้ข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้น
ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ (Decontextualization)	1. ครูนำเสนอบริบทซึ่งอาจเป็นปัญหา หรือตัวอย่าง เป็นต้น ที่มีกับความสัมพันธ์กับมโนทัศน์หรือความรู้ใหม่ 2. ครูให้นักเรียนสังเกตลักษณะที่สำคัญจากบริบทที่กำหนดให้	1. นักเรียนใช้ความรู้เดิมในการวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของบริบท 2. นักเรียนคิดวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์หรือที่มาของความรู้ ตามข้อ

ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทางของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์	บทบาทของครู	บทบาทของนักเรียน
	3. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดวิเคราะห์และ	คำถามของครู 3. นักเรียนแลกเปลี่ยนข้อ
	เปรียบเทียบมโนทัศน์หรือที่มาของความรู้ และให้เวลานักเรียนในการคิด 4. ครูกระตุ้นให้นักเรียนได้ลักษณะสำคัญทีหลากหลายหรือที่มาของความรู้ และทำการเปรียบเทียบกับคำตอบของเพื่อนและกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนคิดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญหรือที่มาของความรู้ของตนเอง 5. ให้ความช่วยเหลือนักเรียนในการชี้แนะกรณีได้ลักษณะสำคัญหรือสาเหตุที่เป็นที่มาของความรู้ยังไม่ครบถ้วนหรือไม่ถูกต้อง	ค้นพบที่ได้หรือลักษณะสำคัญที่ได้กับเพื่อน เปรียบเทียบลักษณะสำคัญหรือที่มาของความรู้กับของเพื่อน และสะท้อนคิดผลของการวิเคราะห์ลักษณะหรือที่มาของความรู้ของตนเอง 4.นักเรียนนำเสนอลักษณะสำคัญหรือที่มาของความรู้ที่ได้จากการวิเคราะห์
ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปความหมายของมโนทัศน์ (Meaning)	1. ให้นักเรียนสรุปโดยใช้ลักษณะสำคัญหรือที่มาของความรู้ที่ได้จากขั้นที่ 2 ทั้งหมดโดยใช้ภาษาสัญลักษณ์ของตนเอง 2. ตรวจสอบความถูกต้องจากสิ่งที่นักเรียนสรุปและปรับความ	1. นักเรียนนำลักษณะสำคัญหรือที่มาของความรู้ที่ได้จากขั้นที่ 2 ทั้งหมดมาสรุปโดยใช้ภาษาสัญลักษณ์ของตนเอง 2. นักเรียนนำเสนอสิ่งที่สรุป 3. นักเรียนปรับความเข้าใจของตนเอง

ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทางของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์	บทบาทของครู	บทบาทของนักเรียน
	เข้าใจของนักเรียน 3. ปรับสิ่งที่นักเรียนสรุปให้เป็นภาษาที่เป็นทางการ หรือภาษาทางคณิตศาสตร์	
ขั้นที่ 4 ขั้นนำมโนทัศน์ไปใช้งานกับบริบทที่คุ้นเคย (Recontextualization)	1. ครูนำเสนอบริบทซึ่งอาจเป็นปัญหา หรือตัวอย่าง เป็นต้น ที่มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์หรือความรู้ใหม่ที่ใกล้เคียงกับขั้นที่ 2 2. ครูสาธิตการใช้มโนทัศน์หรือความรู้ร่วมกับนักเรียน 3. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำมโนทัศน์หรือความรู้ไปใช้งาน 4. ครูช่วยเหลือนักเรียนในกรณีที่นักเรียนต้องการความช่วยเหลือ 5. ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจของนักเรียน	1. นักเรียนนำมโนทัศน์หรือความรู้มาใช้งานกับบริบท 2. นำเสนอผลการนำมโนทัศน์หรือความรู้ไปใช้งาน 3. นักเรียนขอความช่วยเหลือ จากครูเมื่อเกิดข้อสงสัย 4. นักเรียนปรับแก้ข้อผิดพลาด
ขั้นที่ 5 ขั้นฝึกนำความเข้าใจในมโนทัศน์ไปใช้งานจริง (Realization)	1. ครูนำเสนอบริบทซึ่งอาจเป็นปัญหา หรือตัวอย่าง เป็นต้น ที่มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์หรือความรู้ใหม่และสอดคล้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือใกล้เคียง 2. ครูช่วยเหลือนักเรียนในกรณี	1. นักเรียนนำมโนทัศน์หรือความรู้ใหม่มาใช้งานกับบริบท 2. นำเสนอผลการนำมโนทัศน์หรือความรู้ไปใช้งาน 3. นักเรียนขอความช่วยเหลือจากครูเมื่อเกิดข้อ

ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทางของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์	บทบาทของครู	บทบาทของนักเรียน
	ที่นักเรียนต้องการความช่วยเหลือ 3. ตรวจสอบความถูกต้องและความเข้าใจของนักเรียน	สงสัย 4. นักเรียนปรับแก้ข้อผิดพลาด

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ ตรงกับภาษาอังกฤษกับคำว่า Concept มีคำที่ใช้ในภาษาไทยคำอื่น ๆ ที่มีความหมายเดียวกัน เช่น มโนภาพ มโนมติ สังกัป หรือความคิดรวบยอด โดยความหมายที่ใช้มีลักษณะสอดคล้องและไม่แตกต่างกันมาก สำหรับความหมายของมโนทัศน์นั้นได้มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายไว้ ดังต่อไปนี้

กานเย่ (Gagne, 1970:182) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจขั้นสุดท้ายในสิ่งใดสิ่งหนึ่งของแต่ละบุคคล โดยเกิดจากการได้รับประสบการณ์ที่หลากหลายเกี่ยวกับสิ่งนั้น แล้วใช้ลักษณะของสิ่งนั้นมาจัดกลุ่มเพื่อให้เกิดความคิด ความเข้าใจโดยสรุป

เฟลด์แมน (Feldman, 1990: 259) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง การจัดกลุ่มวัตถุ เหตุการณ์ หรือบุคคลที่มีสมบัติคล้ายคลึงกันเข้าไว้ด้วยกัน ทำให้มีความเข้าใจในสิ่งต่างๆได้ง่าย และทำให้จำแนก สิ่งใหม่ให้อยู่ในรูปที่เข้าใจตามพื้นฐาน

แมคคาวน์ และรุพ (McCown and Roup, 1992: 338) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้ การสังเกตหรือการสะสมประสบการณ์ โดยมโนทัศน์อาจเป็นวัตถุ เหตุการณ์หรือความสัมพันธ์ที่มีลักษณะแตกต่างกันหรือเหมือนกันโดยสามารถสรุปรวมสิ่งต่าง ๆ เข้าด้วยกันและสามารถแยกแยะความแตกต่างออกจากกันได้

สลาวิน (Slavin, 2005) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดที่เป็นนามธรรมที่ถูกสร้างจากตัวอย่างเฉพาะ เช่น ลูกบอลสีแดง เสื้อสีแดง ตัวอย่างเหล่านี้แสดงถึงความคิดรวบยอดอย่างง่ายของคำว่า “สีแดง”

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537: 55) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์หมายถึง ความเข้าใจทั้งหมดของบุคคลเกี่ยวกับสิ่งของหรือเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่ง โดยอยู่ในรูปของนามธรรมที่เกิดจากการสรุปการรับรู้ลักษณะของสิ่งนั้น

พรรณี ชูทัย (2540: 240 – 241) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่จะมองถึงสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกันไว้เป็นสิ่งเดียวกันได้ นั่นคือการเรียนรู้ลักษณะที่แยกสิ่งของ การกระทำ หรือความคิดออกเป็นประเภทต่าง ๆ

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน “ภาพตัวแทน” หมวดหมู่ของวัตถุ สิ่งของแนวคิดหรือปรากฏการณ์ซึ่งมีลักษณะทั่วไปคล้ายกัน

กรรณิการ์ วิทยา (2550: 17-18) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ หรือความคิดรวบยอด หมายถึง ความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้าที่อาจเป็นวัตถุ การกระทำ ความคิดหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ โดยสามารถอธิบายลักษณะร่วมหรือความแตกต่างของสิ่งเร้านั้น ๆ จากกระบวนการรับรู้ การจัดลำดับขั้นและการแยกประเภท สรุปเป็นความเข้าใจขั้นสุดท้ายออกมาทางภาษาในรูปสัญลักษณ์ได้

ราชบัณฑิตยสถาน (2551: 83) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์หมายถึง ภาพตัวแทนหรือความคิดในสมองที่แทนสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งตัวแทนในสมองนั้นอาจประกอบไปด้วยคุณสมบัติที่เป็นลักษณะเฉพาะร่วมกันของสิ่งนั้น โดยในสิ่งหรือเรื่องเดียวกัน แต่ละบุคคลอาจมีมโนทัศน์ที่แตกต่างกันได้ตามลักษณะที่แตกต่างกันของสิ่งนั้น

จากความหมายของมโนทัศน์ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดและความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกิดจากการได้เรียนรู้หรือได้รับประสบการณ์ที่หลากหลายในเรื่องนั้นๆ สามารถอธิบายลักษณะร่วมของสิ่งที่เหมือนกันเข้าด้วยกันและแยกความแตกต่างของสิ่งที่แตกต่างกันออกจากกัน

สำหรับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

กู๊ด (Good, 1959: 118) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความคิดสำคัญหรือความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาของคณิตศาสตร์ ในด้านการคำนวณ ความสัมพันธ์จำนวน และการให้เหตุผลอย่างมีระบบ รวมถึงคุณลักษณะภายนอกของสิ่งของ อันเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

คูนีย์ เดวิส และแฮนเดอร์สัน (Cooney, Davis and Henderson, 1975: 85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความเข้าใจของผู้เรียนเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ และสามารถสรุปความเข้าใจนั้นออกมาในรูปของบทนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้นได้

เอกเกน และ คอชาค (Eggen and Kauchak, 1995: 71) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้

ทูมาซีส (Toumasis, 1995: 98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในขั้นสุดท้ายที่เกิดจากการเรียนรู้ของผู้เรียน และผู้เรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งที่สัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กันออกจากกันได้

ชวาร์ส และ เฮอร์โควิทซ์ (Schwarz and Hershkowitz, 1999: 363) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นบทนิยามทางคณิตศาสตร์

ชาร์ลเวิร์ท (Charlesworth, 2005: 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กรอบความรู้ที่สร้างขึ้นจากการจัดประเภทการจำแนกประเภทของข้อมูลโดยนักเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

พรรณทิพย์ ม้ามณี (2532: 29) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจและความสามารถของผู้เรียนในการย่อเนื้อหา เก็บใจความของเนื้อความ สร้างเป็นรูปแบบทั่วไป และนำไปใช้ได้

อัญชลีรัตน์ รอดเลิศ (2553: 16) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องใดเรื่องหนึ่ง ซึ่งเกิดจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้ และสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็นนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร ขั้นตอน หรือ วิธีการทางคณิตศาสตร์และสมบัติต่าง ๆ

อัมพร ม้าคนอง (2554) ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบาย รวมทั้งเป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจที่มีต่อเนื้อหาใดเนื้อหาหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการได้เรียนรู้หรือได้รับประสบการณ์ที่หลากหลายในเรื่องนั้นๆ สามารถอธิบายลักษณะร่วมของสิ่งที่เหมือนกันเข้าด้วยกันและแยกความแตกต่างของสิ่งที่แตกต่างกันออกจากกัน และสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาเป็น ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์

2.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ ถือเป็นส่วนสำคัญของการเรียนรู้เป็นอย่างมาก เพราะผู้ที่มีมโนทัศน์ใดมโนทัศน์หนึ่ง ย่อมมีความเข้าใจในเรื่องราวหรือสิ่งนั้นอย่างสมบูรณ์ นำไปสู่การต่อสร้างองค์ความรู้และการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ ซึ่งสามารถเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมที่มีอยู่ และนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาได้ จะเห็นได้ว่ามโนทัศน์นั้นมีความสำคัญอย่างมาก ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ดังนี้

ออซูเบล (Ausubel, 1968: 505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมต่าง ๆ ของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้าน

ความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจ ล้วนแล้วแต่ต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

เดอ เซคโค (De Cecco, 1968: 402-416) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่เราจะตอบสนองสิ่งเร้าทีละอย่างเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่าง ๆ เป็นกลุ่ม ทำให้การตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ การรู้จักเป็นการจัดการสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เช่น การที่แยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร อยู่ในพวกใด แล้วใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานต่อไป

3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้มากขึ้น เช่น เมื่อมีการเรียนรู้หนึ่ง ๆ เราสามารถนำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำ เช่น การพบสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม จากนั้นเมื่อเราพบสัตว์ชนิดเดียวกันเราก็จะสามารถแยกแยะได้

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้เราทราบว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใด เหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใด เหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใด แล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้นการมีมโนทัศน์ที่กว้างขวางก็เท่ากับการทำให้เรารู้จักการแก้ปัญหาที่มากขึ้น

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องอาศัยการสื่อสารในรูปการฟัง การพูด การอ่าน และการเขียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

คูนีย์ เดวิส และเฮนเดอร์สัน (Cooney, Davis and Henderson,1975: 89-90) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ได้แก่

1. เราสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์ เรื่องจำนวนตรรกยะ จะสามารถบอกได้ว่า จำนวน ๆ หนึ่งเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่เพราะเหตุใด เป็นต้น

2. มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้

3. มโนทัศน์ทำให้เราค้นพบความรู้ใหม่

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์ (2523: 10) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนรู้และดำรงชีวิตของมนุษย์ โดยมนุษย์จะต้องสร้าง มโนทัศน์อยู่เสมอ เมื่อมีสิ่งใหม่ๆเข้ามาในระบบประสาทก็จะทำให้เกิดการเรียนรู้ใหม่อยู่เสมอ

สุรางค์ โค้วตระกูล (2533: 206) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่ามโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ถ้าไม่มีมโนทัศน์เป็นพื้นฐาน เพราะมโนทัศน์จะช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการต่าง ๆ และสามารถที่จะแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ นอกจากนี้มโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือที่จะช่วยในการสื่อความหมายที่จะให้คนเรามีปฏิสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน

นาตยา ปิลันธนานนท์ (2542: 125) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ว่า การที่ผู้เรียนมีมโนทัศน์นั้น ทำให้ผู้เรียนสามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างเป็นระเบียบ ทำให้จำได้ง่ายและสามารถหยิบฉวยความรู้นั้นไปใช้ให้เกิดประโยชน์ได้

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 58-59) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญในการกำหนดความเป็นมนุษย์ เนื่องจากมโนทัศน์ทำหน้าที่ในการทำความเข้าใจและใช้เหตุผลของมนุษย์ โดยสมองเป็นตัวกำหนดมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องใดเรื่องหนึ่งเป็นกรอบคร่าวๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจในสิ่งนั้นๆว่าคืออะไร ประกอบด้วยอะไรบ้าง

ยลนภา พลชัย (2548: 19) กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา ช่วยในการสื่อสาร สื่อความหมายต่างๆ ในวิชาคณิตศาสตร์อีกทั้งยังช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้รวดเร็วและชัดเจนถูกต้องยิ่งขึ้น

อรยา อัญโย (2553: 37) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะมโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนสามารถจัดระบบความรู้ไว้อย่างเป็นระเบียบ ทำให้จำง่าย สามารถจัดประเภท สรุปและมองสิ่งใดสิ่งหนึ่งในลักษณะร่วมกัน เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องได้รวดเร็วขึ้น และการใช้สื่อนวัตกรรมที่มีความหลากหลายในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จะทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ในเรื่องต่างๆ ได้ดี

ศิรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา (2554: 44) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งถ้าหากนักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้ว จะช่วยให้นักเรียนสามารถให้เหตุผล แก้ปัญหา ค้นพบหลักการ สมบัติ และความรู้อื่นๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น

นาเดีย กองเป็ง (2555: 28) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพราะมโนทัศน์จะสามารถทำให้ผู้เรียนสามารถแยกแยะประเภทของสิ่งต่างๆ ซึ่งจะช่วยในการทำความเข้าใจ การจัดระบบข้อมูล และการให้เหตุผล และยังเป็นสิ่งที่ส่งเสริมการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ๆ ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกันและสามารถนำความรู้ที่ได้ไปแก้ปัญหาในเรื่องอื่นๆ ต่อไป

อภิลักษณ์ เคนไชยวงศ์ (2555, ออนไลน์) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เพราะความสำเร็จทางการเรียนคณิตศาสตร์นั้นขึ้นอยู่กับความเข้าใจในมโนทัศน์ที่ถูกต้องในสิ่งที่ได้เรียนรู้ หากว่านักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดีและถูกต้องแล้ว ก็จะสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีด้วยเช่นกัน

จากความสำคัญของมโนทัศน์ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวจึงสามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สามารถช่วยจัดระบบความรู้ได้อย่างเป็นระเบียบ และเป็นส่วนช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และยังเป็นสิ่งที่ส่งเสริมการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ๆ ที่มีลักษณะเชื่อมโยงกัน และสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้

2.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ตามลักษณะหรือกฎเกณฑ์ที่แตกต่างกันออกไปดังนี้

เบลล์ (Bell, 1981: 124 อ้างถึงใน นาเดีย กองเป็ง, 2555: 48) ได้กล่าวถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ มี 3 แบบคือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เป็นการจัดประเภทของจำนวนความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนและการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน เช่น หก แปด IV เป็นต้น

2. มโนทัศน์ทางสัญลักษณ์ เป็นข้อตกลงเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความหมายและสมบัติของจำนวน เช่น การทราบว่าตัวเลขในจำนวน 275 ว่าตัวเลขแต่ละตัวหมายถึงอะไรเช่น 2 หมายถึง 200, 7 หมายถึง 70 และ 5 หมายถึง 5 ดังนั้น 275 หมายถึง 200 + 70 + 5

3. มโนทัศน์ในการประยุกต์ เป็นการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์กับมโนทัศน์ทางสัญลักษณ์ไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และใช้ในสาขาที่เกี่ยวข้อง เช่น ความยาวพื้นที่และปริมาตร เป็นต้น

รุซเซล (Russell, 1956: 124-125 อ้างถึงใน วิมลรัตน์ ศรีสุข, 2551: 27) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 8 ประเภทดังนี้คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concepts) คือ มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

2. มโนทัศน์เรื่องเวลา (Concepts of Time) เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวัน หรือฤดูต่างๆ

3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concepts) เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบด้วยมโนทัศน์ในเรื่องเวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัดความแน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่นๆ

4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Concepts of the self) คือ การที่บุคคลมีความคิดว่าตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร

5. มโนทัศน์ทางสังคม (Social Concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศีลธรรม และพฤติกรรมต่างๆ ที่แสดงออกมา

6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงามและขึ้นกับมโนทัศน์ทางสังคม เช่น สุนทรียภาพในการเขียน ดนตรี

7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (Concepts of Humor) มีพัฒนาอยู่ขอบเขตของสังคมบางสิ่งเป็นเรื่องที่ขบขันของสังคมหนึ่งแต่อาจไม่ขบขันอีกสังคมหนึ่งก็ได้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่นๆ (Miscellaneous Concepts) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

เดอ เซคโค (De Cecco, 1968: 390-398) ได้แบ่งประเภทมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน (Conjunction Concepts) หมายถึงมโนทัศน์ที่เกิดจากการมีส่วนร่วมของลักษณะเฉพาะตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดสีเขียว ดอกไม้สีแดง สุนัขขนยาวสีขาว หรือสิ่งที่เราพบเห็นได้ทั่วไปมีลัษณะร่วมกันได้แก่ รูปร่าง ขนาด สี เป็นต้น มโนทัศน์ต่างๆ ที่เราคุ้นเคยในชีวิตประจำวันมักเป็นมโนทัศน์แบบร่วมลักษณะ

2. มโนทัศน์แยกลักษณะ (Disjunction Concepts) หมายถึงมโนทัศน์ที่เปิดโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือสองอย่างร่วมกันเช่น คำว่า “กา” อาจเป็นนกกาหรือกาต้มน้ำ หรือเครื่องหมายกากบาท (x) ก็ได้ ส่วนสัญลักษณ์ “0” อาจเป็นจำนวนศูนย์ (zero) หรือวงกลมหรือตัวโอในภาษาอังกฤษ หรือไข่ฟองหนึ่งก็ได้ เป็นต้น

3. มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (Relation Concepts) หมายถึงมโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์สภาวะหรือสิ่งเร้าตั้งแต่สองอย่างขึ้นไป เช่น การนำไม้ขีดไปสัมพันธ์กับบุหรี่ เพราะเราใช้ไม้ขีดไฟจุดบุหรี่ หรือภาษีเงินได้สัมพันธ์กับรายได้ เป็นต้น

กานเย่ (Gange, อ้างถึงใน นาเดีย กองเป็ง, 2555: 30) ได้กล่าวถึงมโนทัศน์ไว้ 2 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์รูปธรรม (Concrete Concept) คือ ความสามารถของคนที่จะบอกว่าสิ่งใดเป็นอะไรจัดอยู่จำพวกไหน ประเภทใด โดยอาศัยคุณสมบัติหรือคุณลักษณะ

2. มโนทัศน์นามธรรม (Defined Concept) คือ ความสามารถในการบอกความหมายของสิ่งของใดๆ หรือบอกลักษณะของสิ่งของที่เป็นนามธรรม

จุนห์กี้ และ โนวาคซ์กี้ (Juhnke and Nowaczyk 1998 :231-232 อ้างถึงใน วิมลรัตน์ ศรีสุข, 2551: 28) ได้แบ่งประเภทของมโนทัศน์เป็น 2 ลักษณะคือ

1. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ชัดเจน (Welldefined Concept) เป็นมโนทัศน์ที่เราสามารถให้คำจำกัดความเฉพาะโดยมีคุณลักษณะที่เป็นไปตามกฎบางกฎ

2. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความม่เด่นชัด (Idefined Concept) เป็นรายการสิ่งของวัตถุหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่เราถือว่าเทียบเท่ากันเพื่อวัตถุประสงค์ในการจำแนก

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ (2528: 235) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์ชนิดเชื่อมโยง (Conjunctive Concept) หมายถึง การจัดประเภทของสิ่งต่างๆ โดยใช้กฎเกณฑ์บางอย่างร่วมกันมักเชื่อมโยงด้วยคำว่า “และ” เช่น สัตว์สีเท้าหมายถึงอินทรีย์ที่มีขนยาวปกคลุมร่างกายและมีสี่เท้า ดังนั้นแมว สุนัข เสือ จึงจัดเป็นสัตว์สี่เท้า คนสวย หมายถึง คนที่หน้าตารูปร่างสมส่วน ดังนั้นอาภัสราจึงเป็นคนสวยเพราะหน้าตาดีและรูปร่างสมส่วน เป็นต้น

2. มโนทัศน์ชนิดแยกแยะ (Disjunctive Concept) หมายถึง การจัดประเภทของสิ่งต่างๆ โดยใช้กฎเกณฑ์บางอย่างแยกแยะกันออกไปตามความแตกต่างที่ปรากฏ มโนทัศน์ชนิดนี้มักใช้คำว่า “หรือ” เข้าไปเกี่ยวข้องกับการจัดประเภทของสิ่งนั้นด้วย เช่น คนที่เป็นอธิการบดีคือบุคคลที่จบปริญญาเอกหรือปริญญาโทแต่ทำงานด้านบริหารมาแล้ว 5 ปี คนเก่ง หมายถึง คนที่เรียนเก่งหรือเล่นกีฬาเก่งเป็นต้น

ประยูร อาษานาม (2537: 21) จ้าแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์เกี่ยวกับคุณสมบัติ (Qualitative Concept) เป็นการจำแนกสิ่งต่างๆตามขนาด รูปร่างและสี ซึ่งมนุษย์สามารถรับรู้และสัมผัสได้

2. มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับปริมาณ (Quantitative Concept) เป็นลักษณะนามธรรม เช่น จำนวนและการนับ เป็นต้น

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537 : 49) ได้กล่าวว่า มโนทัศน์ ในแต่ละวิชานั้นอาจไม่เหมือนกัน แต่สรุปได้เป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. ประเภทที่แบ่งตามธรรมชาติ ได้แก่ ความเป็นนามธรรม จำนวนสมาชิกกลุ่ม และการสรุปความแคบความกว้าง

2. ประเภทที่แบ่งตามโครงสร้าง ได้แก่ ลักษณะเดิมที่ปรากฏ การแสดงความสัมพันธ์เกี่ยวกับขนาด ที่ตั้ง และทิศทาง

3. ประเภทที่แบ่งตามหน้าที่ ได้แก่ การตอบสนองต่อสิ่งของหรือเหตุการณ์ หรือพฤติกรรมที่เกิดจากเหตุการณ์นั้นๆ

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ (2549: 33) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภทดังนี้

1. มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม เช่น ทะเล ลม พืช สัตว์ เป็นต้น

2. มโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว ความสวย โต๊ะ เก้าอี้ เป็นต้น

จากที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวมาข้างต้นนี้เกี่ยวกับประเภทของมโนทัศน์ สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์สามารถแบ่งได้หลายประเภทตามแนวคิดของแต่ละบุคคล ซึ่งอาจแบ่งตามลักษณะของมโนทัศน์ที่จัดประเภทร่วมกันหรือประเภทแยกกันหรือจัดตามหน้าที่หรือโครงสร้างของมโนทัศน์ตามแนวคิดที่แตกต่างกันออกไป

2.4 แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความเป็นนามธรรม ดังนั้นผู้สอนจึงควรต้องเรียนรู้แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ให้แก่ผู้เรียน เพื่อที่นักเรียนจะสามารถสรุปมโนทัศน์ต่าง ๆ ได้ด้วยตนเอง และนำไปใช้ประโยชน์ได้ทั้งในการเรียนรู้ขั้นสูงขึ้นรวมถึงการแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ไว้ดังนี้

เดอ เซคโค (De Cecco, 1968: 416-418) ได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ให้กับนักเรียน โดยการดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

1. คาดหวังการกระทำ คือ การตั้งจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมเพื่อทราบว่านักเรียนมีพฤติกรรมอย่างไรหลักจากเรียนมโนทัศน์ไปแล้ว

2. เลือกลักษณะเฉพาะที่เด่นของมโนทัศน์มาสอน เพื่อลดความสับสนวุ่นวาย

3. แสดงภาษาซึ่งใช้แทนมโนทัศน์ที่ต้องการจะสอน โดยเขียนบนกระดานหรือบอร์ดก็ได้

4. ยกตัวอย่างมโนทัศน์ที่สอดคล้องและไม่สอดคล้องกับมโนทัศน์ที่จะสอน

5. แสดงตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอนให้นักเรียนมองเห็นแล้วตอบว่าตัวอย่างใดที่ใช่และตัวอย่างใดที่ไม่ใช่

6. แสดงตัวอย่างอื่นที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน ถามและให้นักเรียนตอบว่าใช่หรือไม่ใช่มโนทัศน์ที่เรียน

7. แสดงตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอน ให้นักเรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน

8. ให้นักเรียนเขียนอธิบายความหมายของมโนทัศน์ที่เรียน

9. เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามและตรวจงานนักเรียน เพื่อรายงานผลให้เขาทราบและให้การเสริมแรงอื่นๆ

โพสเนอร์และคณะ (Posner and others , 1982: 211-227) ได้กล่าวถึงโมเดลการปรับมโนทัศน์ ซึ่งเป็นโมเดลที่เป็นแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ให้กับนักเรียนและการปรับมโนทัศน์เป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้ และมีเงื่อนไข 4 ประการที่จำเป็นสำหรับการปรับมโนทัศน์ คือ

1. นักเรียนจะต้องเกิดความไม่พอใจในมโนทัศน์ที่มีอยู่ โดยจะต้องเผชิญหน้ากับปัญหาหรือสถานการณ์แปลกๆ ซึ่งหาข้อสรุปไม่ได้ และคลายความเชื่อถือต่อมโนทัศน์ที่มีอยู่ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น

2. มโนทัศน์ใหม่จะต้องเป็นมโนทัศน์ที่เข้าใจได้ง่าย โดยนักเรียนจะต้องสามารถมองเห็นได้ว่ามโนทัศน์ใหม่ก่อให้เกิดประสบการณ์เพียงพอสำหรับการแสวงหาความรู้ต่างๆ อย่างไร

3. มโนทัศน์ใหม่จะต้องดูน่าเชื่อถือ อย่างน้อยมโนทัศน์ใหม่จะต้องสามารถนำไปแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ได้ นอกจากนี้มโนทัศน์ดังกล่าวจะต้องสอดคล้องกับความรู้ในสาขาอื่นๆ อีกด้วย

4. มโนทัศน์ใหม่จะต้องมีประโยชน์สำหรับการใช้ในบริบทอื่น มโนทัศน์ดังกล่าวจะต้องมีศักยภาพที่จะขยายขอบเขตของการแสวงหาความรู้อื่น

กันเทอร์ เอสท์ และ ชแวบ (Gunter, Estes and Schwab, 1990: 103-119) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของโมเดลที่เป็นแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ให้กับนักเรียน โดยโมเดลดังกล่าวประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การระบุรายการ (Listing) เป็นการระบุคำหรือรายการที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ ซึ่งเป็นการยกตัวอย่างรายการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้อง โดยรายการหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องที่ระบุอาจได้มาจากความรู้เดิม ประสบการณ์เดิมหรือจากเนื้อหาที่เรียนในชั้นเรียน

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่ม (Grouping) เป็นการจัดกลุ่มรายการหรือสิ่งที่มีลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ไว้ด้วยกัน ซึ่งเป็นขั้นการพิจารณาถึงลักษณะสำคัญของรายการหรือกลุ่มของสิ่งที่ระบุ ว่ามี

ลักษณะสำคัญอย่างไร โดยใช้เหตุผลอธิบายว่าเหตุใดรายการหรือกลุ่มของสิ่งที่ระบุเหล่านี้จึงอยู่กลุ่มเดียวกัน

ขั้นที่ 3 การกำหนดชื่อกลุ่มมโนทัศน์ (Labeling) เป็นการหาความสำพันธ์ของรายการที่จัดกลุ่มไว้ ซึ่งเป็นการกำหนดชื่อให้กับกลุ่มมโนทัศน์ที่จัดขึ้น

ขั้นที่ 4 การจัดกลุ่มใหม่ (Regrouping) เป็นการวิเคราะห์เพื่อจัดหมวดหมู่ใหม่ตามความสัมพันธ์ ซึ่งเป็นการใช้คำถามนำเพื่อยืนยันรายการ หรือสิ่งที่ระบุในแต่ละกลุ่มมโนทัศน์เดิมนั้น หรือพิจารณาเพื่อจัดเรียนเป็นกลุ่มมโนทัศน์ใหม่ได้

ขั้นที่ 5 การสังเคราะห์ (Synthesizing) เป็นการสรุปรวบรวมข้อมูลเพื่อนำไปสู่การจัดรูปทั่วไป ซึ่งเป็นการพิจารณากลุ่มมโนทัศน์ทั้งหมดและสรุปให้อยู่ในรูปทั่วไปโดยคำนึงถึงลำดับและความสำคัญของข้อมูล

ลาสลี่ย์ แมทซ์ซีนสกี และ โรว์เลย์ (Lasley, Matczynski and Rowley, 2002: 176-202) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของโมเดลที่เป็นแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ให้กับนักเรียนโดยโมเดลดังกล่าวประกอบด้วย 5 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การผลิตข้อมูล (Data Generation) ในขั้นแรกต้องการให้นักเรียนตรวจสอบข้อมูลซึ่งข้อมูลอาจมาจากครูหรือนักเรียน และข้อมูลต้องเพียงพอที่นักเรียนจะสามารถจัดกลุ่มแยกประเภทตามมโนทัศน์ได้

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Grouping) เป็นการจัดกลุ่มของข้อมูลที่มีลักษณะร่วมกันเป็นกลุ่มมโนทัศน์เดียวกัน ครูเป็นผู้ตรวจสอบว่านักเรียนทุกคนเข้าใจถึงความสัมพันธ์ในกลุ่มของข้อมูล

ขั้นที่ 3 การตั้งชื่อกลุ่ม (Labeling) เป็นการตั้งชื่อมโนทัศน์ที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลแต่ละกลุ่ม ซึ่งนักเรียนต้องสามารถอธิบายเหตุผลถึงความสัมพันธ์ของกลุ่มได้

ขั้นที่ 4 การขยายความประเภทข้อมูล (Expanding Category) เป็นการสำรวจความหมายและความสัมพันธ์ของแต่ละกลุ่ม นักเรียนได้นำเสนอการจัดประเภท เพิ่มทักษะการคิดให้กับนักเรียน ครูต้องขยายความเข้าใจในมโนทัศน์ของนักเรียน โดยการระบุข้อมูลเพิ่มเติมและโดยการวิเคราะห์เหตุผลของนักเรียนในการเพิ่มข้อมูลในแต่ละกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การสรุปปิด (Closure) ขั้นสุดท้าย เป็นการสรุปสิ่งที่เรียนรู้เพื่อดูพัฒนาการและความเข้าใจที่เกิดขึ้นของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ นักเรียนต้องจัดประเภทของข้อมูลให้อยู่ในรูปทั่วไปหรือลักษณะทั่วไป และอธิบายว่าแต่ละกลุ่มมีความสัมพันธ์กับกลุ่มอื่นอย่างไร

ไวท์ และ มิทเชลมอร์ (White and Mitchelmore, 2002: 2-6) ได้กล่าวเกี่ยวกับกระบวนการพัฒนามโนทัศน์ โดยกระบวนการดังกล่าวเรียกว่ากระบวนการแอบสแตรกชัน ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า เป็นกระบวนการสร้างมโนทัศน์โดยผ่านการสังเกตความคล้ายคลึงจากกระบวนการ หรือความสัมพันธ์ หรือวัตถุต่างๆ ที่มีความเกี่ยวข้องกับมโนทัศน์และสามารถสรุปเป็นมโนทัศน์ใหม่ได้

ชาร์ลเวิร์ท (Charlesworth, 2005: 29-34) ได้เสนอขั้นตอนการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเด็กเล็ก ซึ่งขั้นตอนเหล่านี้สามารถใช้ได้กับการสอนทั่วๆ ไปด้วย โดยการจัดการเรียนการสอนดังกล่าวมีทั้งหมด 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. ประเมินสภาพที่นักเรียนเป็นอยู่ (Assess) เพื่อให้ทราบความรู้ของนักเรียน อันจะนำไปสู่การวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งนักเรียนแต่ละคนย่อมมีความแตกต่างกัน

2. ตั้งวัตถุประสงค์ (Choose Objectives) เมื่อประเมินสภาพในขั้นที่ 1 แล้วครูนำสภาพนั้นมาช่วยในการตั้งวัตถุประสงค์ โดยอย่างน้อยต้องตั้งวัตถุประสงค์ให้นักเรียนที่อ่อนได้เรียนรู้เพิ่มขึ้นเท่ากับนักเรียนที่เก่ง

3. วางแผนการจัดประสบการณ์ที่ทำให้นักเรียนได้บรรลุวัตถุประสงค์ (Plan experiences) ต้องพึงระลึกว่าเด็กเล็กจะเรียนได้ดีในประสบการณ์ตามธรรมชาติ

4. เลือกวัสดุ อุปกรณ์หรือสื่อต่างๆ ที่จะนำมาใช้ในการเรียนการสอน (Select materials) โดยสื่อต้องเป็นสื่ออย่างดี ทำอย่างดี ปลอดภัยต่อเด็ด ต้องออกแบบเพื่อให้นักเรียนเข้าถึงมโนทัศน์นั้นๆ สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ และเหมาะสมกับระดับของนักเรียน

5. ปฏิบัติการสอนนักเรียนตามแผนที่วางไว้ (Teach)

6. ประเมินว่านักเรียนเรียนรู้สิ่งที่ต้องการสอนหรือไม่ (Evaluate) ถ้าเรียนรู้แล้วกลับไปเริ่มที่ขั้นตอนที่ 2 แต่ถ้ายังไม่เกิดการเรียนรู้ครูต้องกลับไปเริ่มที่ขั้นตอนที่ 1 อีกครั้ง

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537: 49) ได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ให้กับนักเรียนโดยครูต้องให้นักเรียนได้เกิดการฝึกทักษะต่าง ๆ ดังนี้

1. รู้จักสังเกต พิจารณา

2. รู้จักเปรียบเทียบความต่างและความคล้าย

3. รู้จักคัดเลือกเฉพาะสิ่งที่สำคัญและเป็นประโยชน์

4. รู้จักจัด รวบรวมสิ่งที่คัดเลือกได้เป็นประเภท หมวดหมู่

5. ความสามารถในการสร้างความหมายเพื่อให้เกิดความเข้าใจและประโยชน์ที่จะนำไปใช้

นาตยา ปิลันธนานนท์ (2542: 22) ได้กล่าวถึงแนวทางเพื่อพัฒนามโนทัศน์ให้กับนักเรียน คือ การสอนแบบนิรนัย (Deductive) และ การสอนแบบอุปนัย (Inductive)

การสอนแบบนิรนัย (Deductive)

1. กำหนดมโนทัศน์ที่จะสอนและแจ้งให้นักเรียนทราบ

2. อธิบายความหมายของมโนทัศน์นี้

3. ให้นักเรียนดูและคัดเลือกสิ่งที่เป็นตัวอย่างและไม่ใช่ตัวอย่างของมโนทัศน์นี้

4. ให้นักเรียนเสนอตัวอย่างใหม่เพิ่มเติมที่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์นี้

5. ให้นักเรียนสรุปและอธิบายอีกครั้งว่ามโนทัศน์นี้เป็นอย่างไร

การสอนแบบอุปนัย (Inductive)

1. ไม่บอกมโนทัศน์และไม่อธิบายความหมายของมโนทัศน์นั้นให้แก่นักเรียน

2. ให้นักเรียนเลือกตัวอย่าง แล้วให้นักเรียนคัดเลือกว่า ตัวอย่างเหล่านี้ตัวอย่างใดที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันและตัวอย่างใดที่ไม่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน

3. ให้นักเรียนสังเกตลักษณะที่มีอยู่ร่วมกันในตัวอย่างที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันนั้นให้นักเรียนคิดตั้งชื่อคำหรือกลุ่มคำจากตัวอย่างเหล่านี้

4. ให้นักเรียนสรุป อธิบายควายหมายของคำหรือกลุ่มคำที่ตั้งขึ้นว่าหมายความว่าอย่างไร

อัมพร ม้าคนอง (2546: 2) เสนอทฤษฎีการเรียนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนามโนทัศน์ของดีนส์ ประกอบด้วยกฎหรือหลัก 4 ข้อดังนี้

1. กฎของภาวะสมดุล กฎนี้กล่าวว่า ความเข้าใจที่แท้จริงในมโนทัศน์นั้นเป็นพัฒนาการที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียน 3 ขั้นคือ

ขั้นที่หนึ่ง เป็นพื้นฐานที่ผู้เรียนประสบกับมโนทัศน์ในรูปแบบที่ไม่มีโครงสร้างใด ๆ เช่น การที่เด็กเรียนรู้จากของเล่นชิ้นใหม่โดยการเล่นของเล่นนั้น

ขั้นที่สอง เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้พบกิจกรรมที่มีโครงสร้างมากขึ้น ซึ่งเป็นโครงสร้างที่คล้ายคลึงกับโครงสร้างของมโนทัศน์ที่ผู้เรียนจะได้เรียน

ขั้นที่สาม เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะเห็นได้ถึงการนำมโนทัศน์เหล่านั้นไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ขั้นตอนทั้งสามเป็นกระบวนการที่ดีนส์เรียกว่า วัฏจักรการเรียนรู้ (Learning Cycle) ซึ่งเป็นสิ่งที่เด็กจะต้องประสบพบในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ๆ

2. กฎความหลากหลายของการรับรู้ (The Perceptual Variability Principle) กฎนี้เสนอแนะว่าการเรียนรู้มโนทัศน์จะมีประสิทธิภาพดีเมื่อผู้เรียนมีโอกาสรับรู้มโนทัศน์เดียวกันในหลายๆ รูปแบบ ผ่านบริบททางกายภาพ นั่นคือ การจัดสิ่งที่เป็นรูปธรรมที่หลากหลายให้ผู้เรียนเพื่อให้เข้าใจโครงสร้างทางมโนทัศน์เดียวกันนั้นจะช่วยในการได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

3. กฎความหลากหลายทางคณิตศาสตร์ (The Mathematical Variability Principle) กฎข้อนี้กล่าวว่า การอ้างอิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หรือการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นถ้าตัวแปรที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้นเปลี่ยนไป ในขณะที่คงซึ่งไว้เฉพาะตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้นๆ เช่นการสอนมโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน กับตัวแปรที่ควรเปลี่ยนไป คือ ขนาดของมุม ความยาวของด้าน แต่สิ่งที่ควรคงไว้คือ ลักษณะสำคัญของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ต้องมีด้านสี่ด้าน และด้านตรงข้ามขนานกัน

4. กฎการสร้าง (The Constructivist Principle) กฎข้อนี้ให้ความสำคัญกับการสร้างความรู้ว่า ผู้เรียนควรได้พัฒนามโนทัศน์จากประสบการณ์ในการสร้างความรู้เพื่อก่อให้เกิดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญและมั่นคง จากพื้นฐานดังกล่าว จะนำไปสู่การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ต่อไป กฎข้อนี้เสนอแนะให้ผู้สอนจัดสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม เพื่อให้ผู้เรียนสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมนั้น และสามารถวิเคราะห์สิ่งที่สร้างนั้นต่อไปได้

จากแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ สามารถสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ ครูต้องจัดเตรียมกิจกรรมการเรียนรู้ให้เหมาะกับมโนทัศน์ที่จะสอน มีการเตรียมความพร้อมอาจได้มาจาก ความรู้เดิม หรือ ประสบการณ์เดิมของผู้เรียน มีกรณีตัวอย่างให้ผู้เรียนพิจารณา แล้วทำการแยกลักษณะ แยกประเภท ทำการจัดหมวดหมู่แล้วสรุปให้เป็นลักษณะหรือภาษาสัญลักษณ์ทั่วไป รวมถึงการอธิบายลักษณะของมโนทัศน์ที่สรุป

2.5 การประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หากต้องการตรวจสอบว่านักเรียนมีมโนทัศน์มากน้อยเพียงใด จำเป็นต้องมีการประเมินมโนทัศน์ซึ่งนักการศึกษาได้กล่าวถึงการประเมินมโนทัศน์ไว้ดังต่อไปนี้

เฟรย์เยอร์ เฟรดดิค และ คลอสไมเออร์ (Frayer, Fredick and Klausmier, 1969: 218-244) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องวิเคราะห์มโนทัศน์ในเนื้อหาเชิงคณิตศาสตร์ที่ต้องการวัด แล้วจึงออกข้อสอบให้ตรงกับมโนทัศน์ที่ได้วิเคราะห์ไว้

วิลสัน (Wilson, 1971: 645-670 อ้างถึงใน พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 62) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ซึ่งความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นหมายถึงความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาต่างๆ ที่ได้เรียนรู้มาแล้วมาสัมพันธ์กันเช่น

1.) มุมต่อไปนี้ มุมใดเป็นมุมป้าน

ก.) 45° ข.) 90°

ค.) 135° ง.) 180°

2.) ข้อใดมีการเรียงลำดับเศษส่วนที่มีค่าเข้าใกล้ 1 ได้ถูกต้อง

ก.) $\frac{3}{4}, \frac{3}{2}, \frac{1}{3}, \frac{7}{8}, \frac{4}{3}$ ข.) $\frac{7}{8}, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$

ค.) $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}$ ง.) $\frac{3}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{4}{3}$

โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520: 222) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า เป็นการวัดความคิดเชิงนามธรรม คือ เป็นการวัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้ทราบว่าเด็กมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพียงใด ดังนั้น ข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจึงมีข้อคำถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

1.) ไก่ 50 ตัวราคา 600 บาทจะหาราคาไก่ 1 ตัว จะคิดโดยวิธีใดที่เร็วที่สุด

ก.) วิธีบวก ข.) วิธีลบ

ค.) วิธีคูณ ง.) วิธีหาร

จากการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้สามารถสรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นการวัดความคิดในเชิงนามธรรม เป็นการวัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ หรือ วัดพฤติกรรมด้าน พุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ดังนั้นข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจึงมีข้อคำถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

3. ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาความหมายของทักษะการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991: 102) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือ การผสมผสานแนวคิดที่มีความเกี่ยวข้องกันให้รวมเป็นองค์ประกอบเดียวกัน ซึ่งแบ่งออกเป็น

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกัน ไปสัมพันธ์กันให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้ และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนของผู้เรียนมีความหมาย

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่สองสาขาขึ้นไป ภายใต้เนื้อเรื่องที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬา

หรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ความเข้าใจและทักษะวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไปจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพชีวิตจริง

ค็อกฟอร์ด (Coxford, 1995) ให้ความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการเชื่อมโยงแนวคิดและกระบวนการของเนื้อหา ใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ในหลักสูตรอื่นๆ ที่คณิตศาสตร์เกี่ยวข้องได้ ใช้คณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันได้ มองคณิตศาสตร์ในภาพรวม ประยุกต์ใช้แนวคิดและรูปแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาในศาสตร์สาขาอื่นๆ และเห็นคุณค่าของการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ ตระหนักถึงความเสมอภาคของการนำเสนอเนื้อหาเดียวกัน

โพธิ์ทิพย์ วัชรสวัสดิ์ (2547: 8) กล่าวถึงการเชื่อมโยงว่าเป็นกระบวนการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของ คน หรือแนวคิด ซึ่งการเชื่อมโยงแนวคิดเป็นกระบวนการทางปัญญาในการนำสิ่งต่างๆ เช่น ความรู้ ประสบการณ์ หรือเหตุการณ์ตั้งแต่ 2 อย่างขึ้นไปมาเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

อเนก พุทธิเดช (2548: 43) กล่าวถึงความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า การเชื่อมโยงเป็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่นำความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่เดิม และประสบการณ์ที่มีมา ผสมผสานหรือมาสัมพันธ์กัน ทำให้เกิดเป็นองค์ความรู้ใหม่ โดยแบ่งเป็นการเชื่อมโยงระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท, 2551) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และความริเริ่มสร้างสรรค์ในการนำความรู้ เนื้อหาสาระและหลักการทางคณิตศาสตร์มาสร้างความสัมพันธ์เป็นเหตุเป็นผลระหว่างความรู้และทักษะกระบวนการที่มีในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับงานที่เกี่ยวข้องเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา และการเรียนรู้แนวคิดใหม่ที่ซับซ้อนหรือสมบูรณ์ขึ้น

อัมพร ม้าคนอง (2554: 60) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการ

สัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหาหรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม ทำให้ผู้เรียนได้พัฒนาความรู้และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

มะลิวัลย์ ทองอินทร์ (2555: 7) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ทักษะการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง การนำความรู้ เนื้อหาสาระและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่หรือช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น

จากความหมายของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ที่นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอมา สามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์หรือช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้

3.2 ความสำคัญของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

ในการเรียนคณิตศาสตร์ นักเรียนจะต้องรู้จักสร้างการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่เป็นรูปธรรมกับกระบวนการรวมเนื้อหาและวิธีการต่าง ๆ คณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน และจะต้องรู้จักการสร้างการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สู่ชีวิตจริง จะเห็นได้ว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญอย่างมาก ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1989: 84-86) กล่าวถึงความสำคัญของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ทักษะการเชื่อมโยงมีประโยชน์ในการแก้ปัญหา การอภิปราย และการจำลองปรากฏการณ์ที่อยู่ในโลกแห่งความเป็นจริง และการสื่อสารความคิดและข้อมูลที่ซับซ้อนในลักษณะที่ละเอียดและชัดเจน การนำเสนอของปัญหาช่วยให้มองสิ่งต่าง ๆ ได้ทั่วและชัดเจนขึ้น ทำให้นักเรียนอธิบายปัญหาและหาคำตอบได้

บลาสคอฟ และ ชาเซน (Blaskopf and Chazen, 2001: 625) กล่าวถึงความสำคัญของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า ตัวอย่างการเชื่อมโยงช่วยให้นักเรียนตระหนัก

ว่าคณิตศาสตร์เป็นจริง มีความหมายและมีประโยชน์สำหรับทุกคน การเชื่อมโยงภายในคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจและเห็นคุณค่าในคณิตศาสตร์มากขึ้น

กรมวิชาการ (2545: 203) กล่าวถึงความสำคัญของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า มีการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในวิชาชีพบางอย่างโดยตรง เช่น การตัดเย็บเสื้อผ้า งานคหกรรมเกี่ยวกับอาหาร งานเกษตร งานออกแบบสร้างหีบห่อบรรจุภัณฑ์ต่าง ๆ รวมถึงการนำคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับชีวิตความเป็นอยู่ประจำวัน เช่น การซื้อขาย การชั่ง ตวง วัด การคำนวณระยะทางและเวลาที่ใช้ในการเดินทาง การวางแผนในการออมเงินไว้ใช้ในช่วงบั้นปลายของชีวิต

อัมพร ม้าคนอง (2547: 101) กล่าวถึงความสำคัญของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า การเชื่อมโยงมีความสำคัญและจำเป็นสำหรับการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย เนื่องจากการเชื่อมโยงจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่เรียนในห้องเรียนได้ดีขึ้น และมองเห็นความสำคัญของคณิตศาสตร์ในแง่ของการเป็นเครื่องมือที่เป็นประโยชน์ที่สามารถนำไปใช้กับศาสตร์สาขาอื่นได้

จากความสำคัญของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ สามารถสรุปได้ว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในการเรียนสาขาวิชาอื่น ๆ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันตลอดจนนำไปแก้ปัญหาสถานการณ์ในชีวิตจริง ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนเห็นคุณค่าและความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

3.3 ลักษณะของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาลักษณะของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ระบุลักษณะของทักษะการเชื่อมโยมความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991: 102) ได้แบ่งลักษณะของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้เป็น 2 ลักษณะ ได้แก่

1. การเชื่อมโยงภายในวิชา เป็นการนำเนื้อหาภายในวิชาเดียวกัน ไปสัมพันธ์กันให้ผู้เรียนได้ประยุกต์ความรู้ และทักษะไปใช้ในชีวิตจริง ช่วยให้นักเรียนทำความเข้าใจถึงความแตกต่างของเนื้อหาวิชา รวมทั้งพีชคณิต เรขาคณิต และตรีโกณมิติ ซึ่งจะทำให้การเรียนของผู้เรียนมีความหมาย

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่สองสาขาขึ้นไป ภายใต้เนื้อเรื่องที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬา หรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ความเข้าใจและทักษะวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไปจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพชีวิตจริง

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2547: 50-51) ได้กล่าวถึงทักษะการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์เป็นไปได้หลายลักษณะดังนี้

1. การเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ เช่น การเรียนรู้เกี่ยวกับเหลี่ยมการสร้างสูตร การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ต้องเชื่อมโยงกับความรู้เดิมเรื่องพื้นที่สี่เหลี่ยมผืนผ้าในสองประเด็น คือ พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมเป็นครึ่งหนึ่งของพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยพื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้าคือความกว้าง คูณ ความยาว ดังนั้นสูตรการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมคือ ½ x ฐาน x สูง

2. การเชื่อมโยงระหว่างเรื่องต่าง ๆ ของคณิตศาสตร์ เช่น การลบ เป็นการดำเนินการตรงข้ามของการบวก การคูณเป็นการบวกซ้ำ ๆ การคูณและการเป็นการดำเนินการตรงข้ามกัน เป็นต้น

3. การเชื่อมโยงแบบจำลองหลาย ๆ แบบสู่ความคิดรวบยอดอันเดียว เช่น การให้นักเรียนสร้างหน่วยวัดที่ไม่เป็นมาตรฐานตามความต้องการของตนเอง ก็จะได้หน่วยที่ไม่เป็นมาตรฐาน ๆ หลาย ๆ ลักษณะ แต่ทุกหน่วยยำไปสู่ความคิดรวบยอดเดียวกันว่าเป็นหน่วยการวัดที่ไม่เป็นมาตรฐาน

4. การเชื่อมโยงความคิดรวบยอดไปสู่วิธีคิดคำนวณ เช่น ในการเรียนรู้เรื่องหน่วยการวัด เด็กต้องเกิดความคิดรวบยอดว่าจำนวนต่าง ๆ จะมาบวกลบกันได้ต้องมีหน่วยการวัดเดียวกัน ดังนั้นถ้าหากจำนวนเหล่านั้นมีหน่วยต่างกัน จึงต้องมีการเปลี่ยนหน่วยให้เหมือนกันก่อน

5. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวันและคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยการกำหนดหน่วยการเรียนรู้เป็นวิถีทางหนึ่งที่สนับสนุน ส่งเสริมการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน การกำหนดหน่วยการเรียนรู้เปิดโอกาสให้เด็ก ได้ศึกษา สำรวจ สืบค้นเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ ที่ตนสนใจ ได้มีโอกาสแสดงความคิดริเริ่ม ได้สร้างสิ่งต่าง ๆ ในขณะเดียวกัน

ยังคงเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยหน่วยการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์เอง หรือเป็นหน่วยการเรียนรู้กลางที่คณิตศาสตร์เรียนรู้ร่วมกับวิชาอื่น ๆ ก็ได้

อัมพร ม้าคนอง (2547: 101) กล่าวว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถของผู้เรียนในการสัมพันธ์ความรู้หรือปัญหาคณิตศาสตร์ที่เรียนมากับความรู้ ปัญหาหรือสถานการณ์อื่นที่ตนเองพบ การเชื่อมโยงอาจทำได้หลากหลาย แต่ที่นิยมทำกันในห้องเรียนคณิตศาสตร์ มี 3 ประเภท ดังนี้

1. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน
2. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ที่ผู้เรียนเรียนกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่น ๆ
3. การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์หรือสาขาวิชาอื่น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท, 2551: 99-114) ได้เสนอตัวอย่างการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ดังนี้

1. การเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์ เช่น การเชื่อมโยงสาระเรขาคณิตกับพีชคณิต

2. การเชื่อมโยงระหว่างวิชา เป็นการรวมศาสตร์ต่าง ๆ ตั้งแต่สองสาขาขึ้นไป ภายใต้เนื้อเรื่องที่เกี่ยวข้องกันให้มาสัมพันธ์กัน เช่น วิชาคณิตศาสตร์กับวิชาวิทยาศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สังคม กีฬา หรือศิลปะ เป็นการเรียนรู้โดยใช้ความรู้ความเข้าใจและทักษะวิชาต่าง ๆ มากกว่า 1 วิชาขึ้นไปจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ที่ลึกซึ้งและตรงกับสภาพชีวิตจริง

จากการศึกษาลักษณะของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ สามารถสรุปได้ว่า ลักษณะของการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 3 ลักษณะ คือ 1.) การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงสาระคณิตศาสตร์ด้วยกันเอง 2.) การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น เป็นการเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง และ 3.) การเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เป็นการเชื่อมโยงระหว่างวิชาคณิตศาสตร์กับสิ่งที่เกิดขึ้นในสภาพแวดล้อมปัจจุบัน

3.4 แนวทางการพัฒนาการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาจำนวนมากได้ระบุถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991) กล่าวถึงการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ว่า ครูมีบทบาทในการพัฒนาความคิดรวบยอด กระบวนการและการเชื่อมโยงทักษะทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. สาธิตความรู้ในเรื่องความคิดรวบยอดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2. นำเสนอคณิตศาสตร์ในลักษณะเช่นเดียวกับเครือข่ายการเชื่อมโยงความคิดรวบยอดและกระบวนการร่วมกัน

3. เน้นให้เกิดการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นและเป็นการเชื่อมโยงในชีวิตประจำวัน

4. ร่วมทำกิจกรรมกับนักเรียน โดยส่งเสริมความเข้าใจในความคิดรวบยอดกระบวนการและการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

5. ร่วมกันอภิปรายคณิตศาสตร์ โดยขยายความเข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดกระบวนการและการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

กรมวิชาการ (2545: 203-205) กล่าวว่าองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมการพัฒนาการเรียนรู้ทักษะและกระบวนการเชื่อมโยง มีดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์อย่างเด่นชัดในเรื่องนั้น

2. มีความรู้ในเนื้อหาที่จะนำไปเชื่อมโยงกับสถานการณ์หรืองานอื่น ๆ ที่ต้องการเป็นอย่างดี

3. มีทักษะในการมองเห็นความเกี่ยวข้อง เชื่อมโยงระหว่างความรู้และทักษะและกระบวนการที่มีในเนื้อหานั้นกับงานที่เกี่ยวข้องด้วย

4. มีทักษะในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่ต้องเกี่ยวข้องด้วย

5. มีความเข้าใจในการแปลความหมายของคำตอบที่หาได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่ามีความเป็นไปได้หรือสอดคล้องกับสถานการณ์นั้นอย่างสมเหตุสมผล

ในการจัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ นั้นผู้สอนอาจจัดกิจกรรมหรือสถานการณ์สอดแทรกในการเรียนรู้อยู่เสมอเพื่อให้ผู้เรียนได้เห็นการนำความรู้ เนื้อหาสาระและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ผู้สอนกำหนดขึ้น เพื่อให้ผู้เรียนเห็นความเชื่อมโยงของคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ หรือเห็นการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

อัมพร ม้าคนอง (2554: 61) กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า สิ่งสำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้คือ ผู้เรียนต้องมีความรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องที่จะนำไปเชื่อมโยงได้เป็นอย่างดี มีประสบการณ์ในการมองเห็นความเกี่ยวข้องสัมพันธ์ของสิ่งที่จะเชื่อมโยงและมีทักษะการเชื่อมโยงหรือสร้างความสัมพันธ์ในทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาทักษะการเชื่อมโยงจึงไม่ควรแยกเนื้อหาที่สัมพันธ์กันออกแต่ควรสอนร่วมกันไป เช่น สอนทั้งจำนวนและการดำเนินการ พีชคณิตเรขาคณิต เพื่อให้ผู้เรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน และสามารถเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ อันจะทำให้เข้าใจภาพรวมของคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น ผู้สอนต้องตระหนักถึงประเด็นนี้ และพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน

จากแนวทางการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้ สามารถสรุปได้ว่า แนวการการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้พัฒนาความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน โดยไม่ควรไม่ควรแยกเนื้อหาที่สัมพันธ์กันออกแต่ควรสอนร่วมกันไป รวมถึงการส่งเสริมนักเรียนนำความคิดรวบยอดไปใช้แก้ปัญหาตลอดจนปัญหาในชีวิตจริง

3.5 การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ หากต้องการตรวจสอบว่านักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด จำเป็นต้องมีการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ซึ่งนักการศึกษาได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

คูนีย์ (Cooney, 1999: 12-13, อ้างถึงใน พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2547: 147-148) กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ ควรให้ผู้เรียนมีความสามารถดังนี้

1. สามารถเชื่อมโยงความรู้ระหว่างคณิตศาสตร์สาขาต่างๆ

2. สามารถเชื่อมโยงความรู้ระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในโลกแห่งความจริง

การมีความรู้และความเข้าใจคณิตศาสตร์อย่างซาบซึ้งนั้นต้องประกอบด้วยการมีความรู้ในเนื้อหาและการนำความรู้ไปใช้ได้ ดังนั้นการบูรณาการแนวคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างคณิตศาสตร์สาขาต่าง ๆ หรือระหว่างคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ จะช่วยให้ผู้เรียนมีความชัดเจนในแนวคิดและเกิดความลึกซึ้งกับสิ่งที่เรียน

จากจุดเน้นการเรียนการสอนที่ปรับเปลี่ยนจากการสอนความรู้และทักษะในการคำนวณไปเป็นการพัฒนาให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในหลักการทางคณิตศาสตร์ มีทักษะพื้นฐานที่เพียงในการนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ที่ต้องเผชิญ ดังนั้นผู้เรียนจะต้องได้รับประสบการณ์ที่หลากหลายที่จะช่วยให้เกิดความเข้าใจได้ด้วยการมีประสบการณ์ในการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างคณิตศาสตร์สาขาต่าง ๆ หรือการเชื่อมโยงความรู้ระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริงซึ่งเป็นศาสตร์อื่น ๆ จึงจะทำให้คณิตศาสตร์มีความหมายกับผู้เรียนมากยิ่งขึ้น

ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ นั้น สามารถประเมินผลได้จากการทำกิจกรรมการเรียนการสอนในห้องเรียน เช่น การตอบคำถาม การทำงานภาคปฏิบัติของผู้เรียน และการทำโครงงานคณิตศาสตร์

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนว่า เป็นการวัดเพื่อตรวจสอบว่านักเรียนสามารถทำสิ่งต่อไปนี้ได้หรือไม่

1. สามารถมองปัญหาคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ในภาพรวมก่อนแล้วจึงวิเคราะห์เนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่โจทย์กำหนดให้ว่าตรงกับสาระเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องใด มีความสัมพันธ์หรือเชื่อมโยงกันในเรื่องใดและสามารถนำไปเชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์อื่นๆ นอกเหนือจากที่โจทย์กำหนดให้ได้หรือไม่

2. สำรวจปัญหาและอธิบายผลที่ได้จากการเชื่อมโยงเนื้อหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้การให้เหตุผลได้

3. สร้างแนวคิดใหม่หรือแนวทางการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์จากการเชื่อมโยงความรู้ที่เป็นพื้นฐานแนวคิดของคณิตศาสตร์ในเรื่องต่างๆ ได้

4. ประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อหาความสัมพันธ์และความเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ได้ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หรือปัญหาในชีวิตประจำวัน

5. ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ว่ามีอยู่ในชีวิตประจำวัน สามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เข้ากับชีวิตประจำวันได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ประเมินได้จากความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของทักษะดังนี้

1. เปรียบเทียบความรู้ของแต่ละสาระ

2. เชื่อมโยงสถานการณ์จริงกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

3. หาข้อสรุปจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

4. เชื่อมโยงความรู้ในแต่ละสาระทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ เพื่อนำไปสู่การเรียนรู้มโนทัศน์ที่ซับซ้อน

5. สรุปสาระสำคัญที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ

อัมพร ม้าคนอง (2554: 181) กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มี 3 ประเภทใหญ่ ๆ คือ

1. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ เป็นการเชื่อมโยงหรือแสดงความสัมพันธ์กันของเนื้อหา สาระ องค์ความรู้ หรือกระบวนการภายในคณิตศาสตร์

2. การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น เป็นการแสดงความสัมพันธ์หรือเชื่อมโยงกระบวนการทางคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ในเรื่องเดียวกันหรือเรื่องที่เกี่ยวข้องกัน

3. การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน เป็นการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับสิ่งใกล้ตัวหรือสิ่งที่เกิดขึ้นจริงในชีวิตประจำวัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงนั้น ส่วนใหญ่ประเมินการเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับคณิตศาสตร์ และระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตประจำวัน ซึ่งมักจะเกี่ยวข้องกับการนำความรู้ไปใช้แก้ไขปัญหาในชีวิตจริง

จากการศึกษาการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ ในงานวิจัยนี้จึงใช้แนวทางการประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) โดยใช้แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ตามกรอบแนวคิด ดังต่อไปนี้

ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ มาสัมพันธ์กับความรู้หรือแนวคิดที่เกี่ยวข้อง เพื่อใช้ในการเรียนรู้เนื้อหาทางคณิตศาสตร์หรือช่วยในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดให้ ซึ่งมีองค์ประกอบที่แสดงถึงความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 3 ด้าน คือ

1 ความสามารถในการระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา โดยสามารถระบุรายละเอียดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็น ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและจำเป็นในการแก้ปัญหาได้

2 ความสามารถในการอธิบายแนวทางการแก้ปัญหา โดยสามารถอธิบายแนวทางในการแก้ปัญหาโดยอาศัยความรู้ในด้าน 1 เพื่อนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง

3 ความสามารถในการยกตัวอย่างหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงที่ใกล้เคียงกับปัญหาที่นักเรียนพบ โดยสามารถยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือใกล้เคียงชีวิตจริงที่จำเป็นต้องอาศัยความรู้ในด้าน 1 ในการแก้ปัญหา

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งงานวิจัยในประเทศและงานวิจัยต่างประเทศ พบว่า มีนักการศึกษาและนักวิจัยได้ทาการศึกษาเกี่ยวกับ การพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

4.1 งานวิจัยที่พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

อัญชลีรัตน์ รอดเลิศ (2553) ได้ทำการศึกษาเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนาและเอกสารสรุปมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ 0.05

อาทิตยา สาราญอินทร์ (2553) ได้ทำการศึกษาเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ มีมโนทัศน์สูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สุนันท์ อ่อนน้อม (2554) ได้ทำการศึกษาเรื่อง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความคิดรวบยอดและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาว สาหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนสามารถทาแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดและแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัดความยาว ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 โดยมีคะแนนเฉลี่ยร้อยละ 70.80 และ 75.27 ตามลาดับ

นาเดีย กองเป็ง (2555) ได้ทาการศึกษาเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยปกติ อย่างมีนัยสาคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

งานวิจัยต่างประเทศ

เคนเนท โทบิน (Kenneth Tobin, 1986) ได้ทำการศึกษาผลการใช้การสรุปความรู้โดยใช้ภาษาพูดและภาษาเขียนโดยให้เวลานักเรียนที่มีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และวิชาศิลปภาษา พบว่าจากการศึกษาในวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนที่ได้รับการใช้สรุปความรู้โดยใช้ภาษาพูดและภาษาเขียนโดยให้เวลา มีผลการเรียนทางคณิตศาสตร์ที่ดีกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

แรมส์เดน (Ramsden, 1997) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ด้วยบริบทสำหรับนักเรียนอายุ 16 ปีในหลักสูตร Science : The Salters Approach โดยการนำบริบทที่ใกล้ตัวนักเรียน เช่น อาหาร เสื้อผ้า และกีฬา มาใช้ในการเรียนรู้มโนทัศน์เกี่ยวกับ ธาตุ สารประกอบ การเปลี่ยนแปลงทางเคมี และตารางธาตุ พบว่าการได้ลงมือทำกิจกรรมต่างๆ ที่หลากหลายด้วยตนเองผ่านบริบทใกล้ตัวที่นักเรียนสนใจ ทำให้นักเรียนเรียนรู้ได้อย่างสนุกสนาน

เฮล (Hail, 2001) ได้ทำการศึกษา การใช้การนำเสนอหลากหลายแบบที่มีต่อความรู้ของนักเรียนและมโนทัศน์พีชคณิตขั้นพื้นฐาน โดยการนำเสนอหลายๆ แบบประกอบการเขียนบนพื้นฐานประสบการณ์ ภาษาพูด การใช้สื่อจริงสัมผัสได้ กราฟ ตารางและสัญลักษณ์ทางการเขียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่เรียนวิชาเตรียมพีชคณิตจานวน 29 คน ผู้ทดลองใช้การนาเสนอหลายๆแบบเพื่อให้นักเรียนเข้าใจตัวแปร สมการ และการแก้สมการ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนใช้กราฟและสื่อจริงที่สัมผัสได้ในการได้มาซึ่งความรู้เกี่ยวกับการดาเนินการทางสัญลักษณ์ นักเรียนดังกล่าวได้ใช้กราฟและสื่อจริงและสัมผัสได้ในการอธิบายการดาเนินการทางสัญลักษณ์และจุดที่ดาเนินการผิด นอกจากนี้การใช้สื่อจริงยังช่วยให้นักเรียนสามารถแก้สมการได้

มิตเชลมอร์ และ ไวท์ (Mithchelmore and White, 2007) ได้ทำการวิจัยเชิงคุณภาพเพื่อศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนที่เรียกว่า “การสอนสำหรับกระบวนการแอบสแตรกชัน (Teaching for Abstraction Approach)” ที่มีต่อมโนทัศน์ และการประยุกต์เรื่องอัตราและอัตราส่วนของนักเรียนเกรด 8 โดยทาการศึกษานักเรียน 3 กลุ่ม คือ กลุ่มสูง กลุ่มกลาง และกลุ่มต่ำ พบว่า นักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม มีมโนทัศน์เรื่องอัตราและอัตราส่วนสูงกว่าการทดลองและสามารถแก้ปัญหาเรื่อง อัตราส่วนและอัตราส่วนได้อย่างเหมาะสม

เกรย์ และ ทอลล์ (อ้างถึงใน Mitchelmore and White, 2007) ได้ทำการสังเคราะห์และนำเสนอเกี่ยวกับกระบวนการแอบสแตรกชันในวิชาคณิตศาสตร์ในหลายหัวข้อเช่น จานวนเต็ม เศษส่วน พีชคณิตและฟังก์ชัน จากหลากหลายประเทศ ได้แก่ อังกฤษ มาเลเซีย บราซิล และตุรกี พวกเขาอธิบายว่ากระบวนการแอบสแตรกชันทางคณิตศาสตร์เกิดขึ้นผ่านกลไกธรรมชาติของสมองมนุษย์ที่มีความซับซ้อน เกิดเป็นปรากฏการณ์ที่ถูกบีบอัด และกลายเป็นสิ่งที่พวกเขาเรียกว่ามโนทัศน์ที่สามารถคิดได้ (thinkable concepts) ข้อเสนอแนะจากงานวิจัยกล่าวว่าการพัฒนาการสอนมโนทัศน์ในระยะยาวนั้นควรจัดหลักสูตรที่ทำให้มีการผลิตมโนทัศน์ที่สามารถคิดได้ในทุกๆขั้นตอน ซึ่งสามารถทำได้ถ้านักการศึกษามีความตระหนักในกระบวนการแอบสแตรกชัน เช่น เมื่อนักเรียนต้องการสิ่งที่เรียกว่ามโนทัศน์แบบแยกส่วน (abstract-apart concepts) ควรได้รับการศึกษาจากแนวคิดที่เป็นนามธรรมทั่วไป

โคพารานและคณะ (Koparan and others, 2010) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของสื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่พัฒนาตามแนวคิดการจัดเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 9 เรื่อง เศษส่วน พบว่า สื่อการเรียนรู้ที่พัฒนาตามแนวคิดการจัดการเรียนรู้เพื่อการปรับมโนทัศน์มีผลต่อการเพิ่มผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดดังกล่าวส่งเสริมให้นักเรียนตระหนักถึงความรู้ที่มีอยู่และค้นหาความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ส่งเสริมให้นักเรียนได้อธิบายมโนทัศน์ที่ถูกต้องเปรียบเทียบความคิดกับบุคคลอื่น และได้สะท้อนความคิดของตนเอง โดยผลสัมฤทธิ์ที่เพิ่มขึ้นได้มาจากการทดสอบการอธิบายความหมายของเศษส่วน ประเภทของเศษส่วนและเศษส่วนที่เท่ากัน การเรียงลำดับจำนวนที่อยู่ในรูปเศษส่วน และอธิบายสมบัติของการดำเนินการเหล่านี้ ซึ่งองค์ประกอบของการวัดผลสัมฤทธิ์ดังกล่าวเป็นการวัดเกี่ยวกับมโนทัศน์ของเศษส่วน

นินดิ ซิตร้า ซีเทีย เดวี่ (Nindi Citra Setia Dewi, 2013) ได้ทำการศึกษางานวิจัยโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนเพื่อพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องเศษส่วน ระดับประถมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ มีความเข้าใจเรื่องเศษส่วนมากกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนโดยใช้วิธีปกติ

แฟตมา เมิร์ฟ อูลูซอย และ แอเซม ซีดา โอเนน (Fatma Merve Ulusoy and Aysem Seda Onen, 2014) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยบริบทเป็นฐานที่มีต่อการเรียนวิชาเคมี พบว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยบริบทเป็นฐาน มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาเคมีได้กีกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

รู-เด หลิว, มิน ซ่ง, ยี่ ดิง และ เดก จาง (Ru-De Liu, Min Zong, Yi Ding and Dake Zhang, 2015) ได้ทำการศึกษาการพัฒนามโนทัศน์เรื่อง ทศนิยม ของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษา โดยใช้วิธีการปรับมโนทัศน์ พบว่า นักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาที่ 4 – 6 มีความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องทศนิยมมากขึ้นและมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนน้อยลง

แคเธอรีนา ไคเมอร์ และ อเล็กแซนเดรีย กรอชเนอร์ (Katharina Kiemer and Alexander Groshner, 2015) ได้ทำการศึกษา ผลของการใช้นวัตกรรมห้องเรียนแบบสรุปความรู้โดยใช้ภาษาพูดและภาษาเขียนที่มีต่อแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการใช้นวัตกรรมห้องเรียนแบบสรุปความรู้โดยใช้ภาษาพูดและภาษาเขียนมีแรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ที่ดีมากกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

ซามารา ราเชล ไซเกอร์ (Samara Rachel Zeiger, 2015) ได้ทำการศึกษาบทบาทของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการสร้างมโนทัศน์ โดยการเก็บตัวอย่างชิ้นงานของนักเรียนที่ได้จากการสื่อสารผ่านการพูด การเขียน และการแลกเปลี่ยนความคิด พบว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีส่วนทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

4.2 งานวิจัยที่พัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยในประเทศ

ไพจิตร สดวกการ (2538) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้ โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จานวน 145 คน เป็นกลุ่มทดลอง 2 ห้องเรียน จำนวน 75 คน และกลุ่มควบคุม 2 ห้องจำนวน 70 คน ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนซึ่งได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติ

วิสต์มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ และนักเรียนที่เรียนรู้ด้วยกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์มีความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้สูงกว่านักเรียนที่ได้รับกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ

บุญญิสา แซ่หล่อ (2550) ทำการศึกษาเรื่อง บูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ ในเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิต โดยใช้สถานการณ์จริงสาหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ไปทดลองใช้ โดยกลุ่มตัวอย่างได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการเชื่อมโยงในสองแบบ คือการเชื่อมโยงภายในเนื้อหาคณิตศาสตร์ และ การเชื่อมโยงในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ชีวิตจริง ผลการศึกษาพบว่า หลังการทดลองนักเรียนที่ได้รับการบูรณาการมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงและความสามารถด้านความลึกในการเข้าใจเนื้อหาสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

บพิธ กิจมี (2551) ได้ศึกษาความสนใจในคณิตศาสตร์และการตระหนักถึงประโยชน์ของคณิตศาสตร์จากการใช้บริบทเป็นฐานในการจัดกิจกรรมชุมนุมคณิตศาสตร์ของนักเรียนช่วงชั้นที่ 3 โรงเรียนบ้านเมืองคอน จังหวัดเชียงใหม่ พบว่านักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรมชุมนุมส่วนใหญ่ตระหนักถึงประโยชน์ของคณิตศาสตร์ และมองเห็นว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนมาสามารถนำไปใช้ได้จริงในชีวิตประจำวัน

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2551) ทำการศึกษาเรื่อง การนำกิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้คิด (CGI) ที่ใช้ ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา สาหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ไปทดลองใช้ โดยส่วนหนึ่งของกิจกรรมการเรียนรู้ข้างต้น เป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนฝึกเชื่อมโยงเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง

วรรณศิริ หลงรัก (2553) ได้ศึกษาผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบทเรื่องสถิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการเชื่อมโยง และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนป้อมนาคราชสวาทยานนท์ จังหวัดสมุทรปราการ พบว่า กิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบทเรื่องสถิติ ส่งผลที่ดีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการเชื่อมโยง และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

กัณฑิมาพร ส้มเพ็ชร์ (2555) ได้ทำการศึกษาเรื่อง ผลการพัฒนาสมรรถนะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตร โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบซิปปา สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่เรียนโดยการจัดการเรียนรู้แบบซิปปา เรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรมีสมรรถนะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ศุภลักษณ์ ครุฑคง (2556) ได้ทำการศึกษาเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการทดลองพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่าก่อนทดลอง และ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

สุนันทา บ้านกล้วย (2556) ได้ทำการศึกษาเรื่อง ผลของการจัดการเรียนสอนแบบ 4 MAT ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การวัด ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการศึกษาพบว่า ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เรื่องการวัดหลังได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบ 4 MAT สูงกว่าก่อนได้รับการจัดการเรียนการสอนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

อิสริยา ปรมัตถากร (2556) ทำการศึกษาเรื่อง การพัฒนาความรู้และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และ นักเรียนกลุ่มทดลองมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

งานวิจัยต่างประเทศ

เซมิรา เมวาเร็กซ์ และ บราชา คาร์มาสกี (Zemira R. Mevarech and Bracha Kramarski, 1999) ทำการศึกษาเรื่อง ผลของการปลูกฝังการฝึกการรู้การคิดในการเรียนรู้แบบร่วมมือที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตัวอย่างประชากรคือ นักเรียนเกรด 7 จานวน 174 คน เป็นนักเรียนในประเทศอิสราเอล ผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่เรียนแบบได้รับการสอนโดยใช้การฝึกการรู้คิดในการเชื่อมโยงโครงสร้างและการเลือกกลวิธี มีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนแบบการฝึกการรู้คิดโดยการฝึกการรู้คิดโดยการเลือกกลวิธีแต่ไม่มีการฝึกการรู้คิดโดยการเชื่อมโยงโครงสร้าง และนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบการฝึกการรู้คิดในการเลือกกลวิธีแต่ไม่มีการฝึกการรู้คิดโดยการเชื่อมโยงโครงสร้างมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ โดยไม่มีการฝึกการรู้คิดในการเชื่อมโยงโครงสร้างและการฝึกการรู้คิดโดยการเลือกกลวิธี

เอสรา (Esra, 2007: 1189 – 1195) ยืนยันว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ส่งผลต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยเอสราได้ออกแบบสิ่งแวดล้อมทางการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Learning Environment) เพื่อช่วยในการเรียนรู้มโนทัศน์เรื่อง ลิมิต ของนักเรียนในวิชาแคลคูลัส ผลการวิจัยพบว่า สิ่งแวดล้อมทางการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ส่งผลต่อการเรียนรู้และการสร้างมโนทัศน์เรื่องลิมิต โดยนักเรียนที่ได้เรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ประสบความสาเร็จในการมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างลิมิตและสถานการณ์ในชีวิตจริงมากกว่านักเรียนที่เรียนรู้ตามปกติ และพบว่านักเรียที่ได้เรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์มีอุปสรรคในการทาความเข้าใจลิมิตน้อยกว่านักเรียนที่เรียนรู้ตามปกติ ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่าสิ่งแวดล้อมทางการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ควรนามาใช้เมื่อต้องการออกแบบสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เกนส์เบิร์ก (Gainsberg, 2007) กล่าวว่า คณิตศาสตร์ศึกษาจะเน้นความสำคัญเกี่ยวกับ การเชื่อมโยงในชีวิตประจำวันในการเรียนการสอน สิ่งตีพิมพ์ที่มีอยู่บ่งบอกถึงสภาพเป็นจริงในห้องเรียนที่มีการฝึกฝนเกี่ยวกับการเชื่อมโยงในชีวิตประจำวันไม่บ่อยครั้งมากนักและทาอย่างเร่งรีบ แต่ในการเรียนสองถึงสามครั้งจะมีการเน้นเฉพาะเพื่อสอบ ฉะนั้นทาอย่างไรที่ครูจะเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับ

ชีวิตประจำวัน ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยสำรวจครูคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา จานวน 62 คน ในเรื่องความเข้าใจในการประยุกต์ใช้การเชื่อมโยงกับชีวิตประจาวัน วัตถุประสงค์ของการวิจัยคือ การสร้างการเชื่อมโยงในการสอน ผลการวิจัยพบว่า การสร้างความเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับชีวิตประจาวันเป็นสิ่งสำคัญ และสนับสนุนสิ่งตีพิมพ์ที่เกี่ยวกับทำอย่างไรในการช่วยเหลือนักเรียนที่มีลักษณะแตกต่างกันในการเรียนคณิตศาสตร์

ลีแอน อาร์ เคทเทอร์ลีน-เกลเลอร์ ,เดวิด เจชาร์ด และแฮงค์ ไฟน์ (Leanne R. Ketterlin-Geller, David J. Chard and Hank Fien, 2008) ได้ทำการศึกษาเรื่องการสร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนระดับต่ำ โดยทำการแบ่งนักเรียนเป็นสองกลุ่ม นักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนต่ำเป็นกลุ่มทดลอง และนักเรียนความสามารถทางการเรียนระดับกลางเป็นกลุ่มควบคุม โดยใช้นวัตกรรมพัฒนามโนทัศน์เชิงบริบทกับกลุ่มทดลอง พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการขยายความรู้ผ่านหลักสูตรได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้งในและต่างประเทศ แม้จะไม่พบว่า รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ส่งผลต่อการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยตรง แต่เมื่อวิเคราะห์กระบวนการของรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ พบว่า รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์เป็นรูปแบบการสอนที่อาศัยกระบวนการแอบสแตรกชันในการสร้างมโนทัศน์ ซึ่งมีงานวิจัยที่รองรับว่ากระบวนการแอบสแตรกชันส่งผลต่อการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ เป็นรูปแบบการสอนที่เชื่อมให้ผู้เรียนได้เห็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง จึงทำให้เชื่อได้ว่ารูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ สามารถส่งผลต่อการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. การศึกษาเอกสาร ตำรา และรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

ซึ่งแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. การศึกษาเอกสารตำราและรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1.1 ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากห้องสมุดและอินเตอร์เน็ต งานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อวิเคราะห์ประเด็นที่เป็นปัญหาในการทำวิจัย และศึกษาแนวทางดำเนินการวิจัย พร้อมทั้งศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ และแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

1.2 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน รวมถึงศึกษาเนื้อหาเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จากหนังสือสาระการเรียนรู้พื้นฐานเล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่

4-6 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 หนังสือคู่มือครู (สสวท, 2551) และหนังสืออ่านประกอบอื่นๆ เพื่อเป็นแนวทางในการวิเคราะห์มโนทัศน์และความรู้เพื่อจัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.3 ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา และข้อมูลจากอินเตอร์เน็ตที่เกี่ยวข้องกับวิธีการวิจัย หลักการวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับหลักการและวิธีสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และเกณฑ์การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้ระเบียบวิธีการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi Experimental Study) ที่ประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยแบบแผนการทดลองมีลักษณะดังนี้

ตารางที่ 2 แบบแผนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	ทดสอบก่อนการทดลอง	ทดลอง	ทดสอบหลังการทดลอง
E	-ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์	X	-มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ -ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์
C	-ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์	~X	-มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ -ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการวิจัย

E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental Group)

C แทน กลุ่มควบคุม (Control Group)

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสมุทรสาคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ใช้การสุ่มแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 10 สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งเป็นโรงเรียนขนาดใหญ่ที่มีนักเรียนทุกระดับความสามารถ โดยสุ่มเลือกมาสองห้องให้ห้องหนึ่งเป็นห้องทดลอง และอีกห้องเป็นห้องควบคุม ตามขั้นตอน ดังนี้

1) ผู้วิจัยนำคะแนนสอบกลางภาคและปลายภาครายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 1 (ค 31101) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 ของนักเรียนทั้ง 10 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2) ผู้วิจัยเลือกนักเรียน 2 ห้องเป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยการพิจารณาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) มีค่าใกล้เคียงกันมากที่สุด ได้แก่เป็นนักเรียนชั้น ม.4/2 และ ม.4/4 จาก ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{X}$) คือ 35.70 และ 36.80 ตามลำดับและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) เท่ากับ 6.11 และ 6.34 ตามลำดับ

3) ผู้วิจัย นำค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยค่าการทดสอบที (t-test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานไม่แตกต่างกัน

4) ผู้วิจัยจึงทำการจับสลากเพื่อจัดกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม.4/4 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ และนักเรียนห้อง ม.4/2 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 2 ชนิดคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติและเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ

4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

4.1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ผู้วิจัยดำเนินการสร้าง ดังนี้

4.1.1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ของ Meir Ben-Hur (2006) โดยมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรม ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ (Practice)

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ (Decontextualization)

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปความหมายของมโนทัศน์ (Meaning)

ขั้นที่ 4 ขั้นนำมโนทัศน์ไปใช้งานกับบริบทที่คุ้นเคย (Recontextualization)

ขั้นที่ 5 ขั้นฝึกนำความเข้าใจในมโนทัศน์ไปใช้งานจริง (Realization)

4.1.1.2 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ ที่พัฒนาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รวมถึงศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของเนื้อหาวิชา กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล เพื่อวิเคราะห์มโนทัศน์และความรู้ทางคณิตศาสตร์(ดังปรากฏในตารางที่ 3) และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

4.1.1.3 วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลองซึ่งประกอบด้วยเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

4.1.1.4 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 20 แผน ใช้สอน 26 คาบ โดยแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนระบุรายละเอียดหัวข้อเรื่อง มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ (ดังปรากฏในตารางที่ 4) สื่อการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผลการเรียนรู้

4.1.1.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 20 แผนใช้สอน 26 คาบ ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องและเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข

4.1.1.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มทดลอง

4.1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ผู้วิจัยดำเนินการสร้างดังนี้

4.1.2.1 ศึกษาหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ ที่พัฒนาตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รวมถึงศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของเนื้อหาวิชา กิจกรรมการจัดการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลเพื่อวิเคราะห์มโนทัศน์และความรู้ทางคณิตศาสตร์(ดังปรากฏในตารางที่ 3) และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการสอน

4.1.2.2 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำนวน 20 แผน ใช้สอน 26 คาบ โดยแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนระบุรายละเอียดหัวข้อเรื่อง สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ ขั้นเตรียมความพร้อมและสร้างแรงจูงใจ ขั้นจัดกิจกรรม ขั้นพัฒนาทักษะ สื่อการเรียนรู้ และการวัดและประเมินผลการเรียนรู้

4.1.2.3 วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม สำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลองซึ่งประกอบด้วยเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

4.1.2.4 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จำนวน 20 แผนใช้สอน 26 คาบ ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องและเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข

4.1.2.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มควบคุม

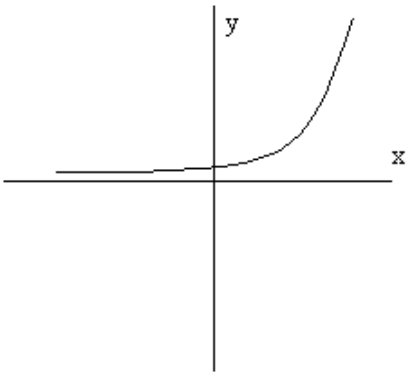
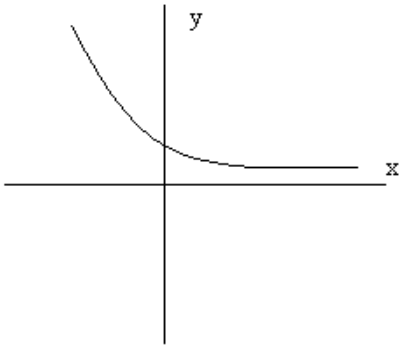
ตารางที่ 3 แสดงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันกับแผนการจัดการเรียนรู้

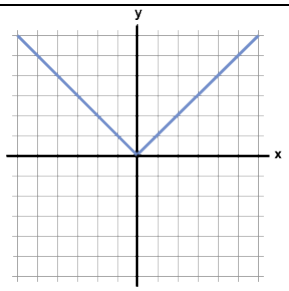
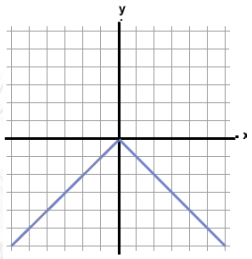
แผนการจัดการเรียนรู้ที่	**มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์**
1	*มโนทัศน์ที่ 1 ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ เซต B (Cartesian Product)* ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ เซต B คือเซตของคู่อันดับ (a, b) ทั้งหมดซึ่ง a เป็นสมาชิกของเซต A และ b เป็นสมาชิกของเซต B และเขียนแทนด้วย A x B เมื่อ A และ B ไม่เป็นเซตว่าง
2	*มโนทัศน์ที่ 2 ความสัมพันธ์จากเซต A ไปเซต B* ถ้า r แทนความสัมพันธ์ที่ $r \subset A \times B$ เรากล่าวว่า r เป็นความสัมพันธ์จากเซต A ไปเซต B
	มโนทัศน์ที่ 3 การเท่ากันของสมาชิกในความสัมพันธ์จากเซต A ไปเซต B กำหนด r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B โดยที่ (a, b) และ (c, d) เป็นสมาชิกของ r ถ้า (a, b) = (c, d) แล้วจะได้ a = c และ b = d
	มโนทัศน์ที่ 4 ความสัมพันธ์ใน A ความสัมพันธ์ใน A หมายถึง ความสัมพันธ์จากเซต A ไปยังเซต A
3	*มโนทัศน์ที่ 5 โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์* เมื่อ r เป็นความสัมพันธ์ โดยที่ $r \neq \phi$ แล้ว โดเมนของความสัมพันธ์ r คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับใน r เขียนแทนด้วย D_r

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
	เรนจ์ของความสัมพันธ์ r คือ เซตของสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับใน r เขียนแทนด้วย R_r
4	*มโนทัศน์ที่ 6 ที่มาของวิธีการหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์* <u>กรณีที่ความสัมพันธ์อยู่ในรูปสมการ</u> การหาโดเมนของความสัมพันธ์ดำเนินการโดยจัด y ให้อยู่ในรูปของ x เพื่อพิจารณาค่า x ใดบ้างที่ทำให้หาค่า y ได้ และ (x, y) เป็นสมาชิกของ r การหาเรนจ์ของความสัมพันธ์ดำเนินการโดย จัด x ให้อยู่ในรูปของ y เพื่อพิจารณาค่า y ใดบ้างที่ทำให้หาค่า x ได้ และ (x, y) เป็นสมาชิกของ r <u>กรณีที่ความสัมพันธ์อยู่ในรูปกราฟ</u> การหาโดเมนของความสัมพันธ์ดำเนินการโดยลากเส้นกราฟมายังแกน X เพื่อพิจาณาค่า x ที่ทำให้หาค่า y ได้ และ (x, y) เป็นสมาชิกของ r การหาเรนจ์ของความสัมพันธ์ดำเนินการโดย ลากเส้นกราฟมายังแกน Y เพื่อพิจาณาค่า y ที่ทำให้หาค่า x ได้ และ (x, y) เป็นสมาชิกของ r
5	*มโนทัศน์ที่ 7 ฟังก์ชัน* ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้นหรือถ้า(x, y) หรือ(x, z) ∈ f แล้ว y = z
	มโนทัศน์ที่ 8 ที่มาของวิธีการตรวจสอบความเป็นฟังก์ชันจากความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิก วิธีการตรวจสอบความเป็นฟังก์ชันจากความสัมพันธ์ที่อยู่ในรูปเซตของคู่อันดับ ด้วยการพิจารณาจากสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับ หากสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับซ้ำกัน แล้วสมาชิกตัวหลังของคู่อันนั้นต่างกัน แสดงว่าความสัมพันธ์นั้นไม่เป็นฟังก์ชัน เนื่องจากสมาชิกในโดเมนแต่ละตัวของความสัมพันธ์จะจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น
6	*มโนทัศน์ที่ 9 ที่มาของวิธีการตรวจสอบความเป็นฟังก์ชันโดยใช้กราฟ (Vertical Line Test)* วิธีการตรวจสอบความเป็นฟังก์ชันจากกราฟของความสัมพันธ์ โดยการลากเส้นตรงขนานกับแกน y ถ้าเส้นตรงดังกล่าวตัดกราฟของความสัมพันธ์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
	มากกว่า 1 จุดแล้ว ความสัมพันธ์นั้นไม่เป็นฟังก์ชัน เนื่องจาก สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวของความสัมพันธ์ (แกน X) จะจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ (แกน Y) เพียงตัวเดียวเท่านั้น
	มโนทัศน์ที่ 10 สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน ถ้า f เป็นฟังก์ชันและ (x, y) เป็นสมาชิกของ f แล้ว y เป็นค่าของฟังก์ชัน f ที่ x เขียนแทนด้วย f(x)
7	*มโนทัศน์ที่ 11 ฟังก์ชันเชิงเส้น* ฟังก์ชันเชิงเส้น คือฟังก์ชันที่สมาชิก (x, y) ใดๆ เขียนแทนได้ในรูป y = ax + b เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงใดๆ และa ≠ 0
8	*มโนทัศน์ที่ 12 ลักษณะกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น* ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันที่เขียนแทนในรูป y = ax + b เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงใดๆ และ a ≠ 0 จะมีกราฟเป็นเส้นตรง โดยที่ 1) ถ้า a > 0 กราฟจะทำมุมแหลมกับแกน x ในทิศตามเข็มนาฬิกา 2) ถ้า a < 0 กราฟจะทำมุมป้านกับแกน x ในทิศทวนเข็มนาฬิกา 3) กราฟตัดแกน Y ที่จุด (0, b)
9	*มโนทัศน์ที่ 13 การแทนสถานการณ์ด้วยฟังก์ชันเชิงเส้น* การแทนสถานการณ์ด้วยฟังก์ชันเชิงเส้น คือการเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ 2 ปริมาณของสถานการณ์ให้สามารถเขียนอยู่ในรูป y = ax + b เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงใดๆ
10	*มโนทัศน์ที่ 14 ฟังก์ชันกำลังสอง* ฟังก์ชันกำลังสอง คือฟังก์ชันที่สมาชิก (x, y) ใด ๆ สามารถเขียนได้อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ เมื่อ a ≠ 0
11	*มโนทัศน์ที่ 15 ลักษณะของกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง* กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง ที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ เมื่อ a ≠ 0 มีชื่อเรียกว่า พาราโบลา โดยที่ 1) a > 0 กราฟจะมีลักษณะเป็นพาราโบลาหงาย จุดยอดเป็นจุดต่ำสุด

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
	2) $a < 0$ กราฟจะมีลักษณะเป็นพาราโบลาคว่ำ จุดยอดเป็นจุดสูงสุด 3) ถ้าฟังก์ชันอยู่ในรูป $y = a(x-h)^2 + k$ จุดยอดคือจุด (h, k) 4) กำหนด $y_1 = a_1x^2$ และ $y_2 = a_2x^2$ 4.1) ถ้า $\|a_1\| > \|a_2\| > 0$ แล้ว $y_1 > y_2$ 4.2) ถ้า $\|a_1\| < \|a_2\| < 0$ แล้ว $y_1 < y_2$
12	*มโนทัศน์ที่ 16 จุดวกกลับ* จุดวกกลับ คือ จุดยอดของพาราโบลา ถ้า $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใดๆ เมื่อ $a \neq 0$ แล้ว 1) ถ้า $a > 0$ แล้ว จุดวกกลับ คือ จุดต่ำสุด 2) ถ้า $a < 0$ แล้ว จุดวกกลับ คือ จุดสูงสุด 3) จุดวกกลับสามารถหาได้จากสูตร $(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$
13	*มโนทัศน์ที่ 17 คำตอบของสมการกำลังสองที่สัมพันธ์กับกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง* คำตอบของสมการ $ax^2+bx+c = 0$ สัมพันธ์กับ กราฟของฟังก์ชันกำลังสองในรูป $y =ax^2+bx+c$ โดยที่ 1) ถ้ากราฟไม่ตัดแกน X แสดงว่า สมการที่กำหนดให้ ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 2) ถ้ากราฟตัดแกน X เพียงหนึ่งจุด แสดงว่า สมการที่กำหนดให้มีคำตอบเป็นจำนวนจริง 1 คำตอบ 3) ถ้ากราฟตัดแกน X สองจุด แสดงว่า สมการที่กำหนดให้มีคำตอบเป็นจำนวนจริง 2 คำตอบ
14	*มโนทัศน์ที่ 18 ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล* ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล คือฟังก์ชันที่สมาชิก (x, y) ใด ๆ สามารถเขียนได้อยู่ในรูป $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$
15	*มโนทัศน์ที่ 19 ลักษณะกราฟของฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล* ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียลอยู่ในรูป $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$ กราฟของฟังก์ชันจะมีลักษณะโค้ง ตัดแกน Y ที่จุด (0, 1) และกราฟไม่ตัดแกน

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
	X มีลักษณะดังนี้ 1) เมื่อ a > 1  2) เมื่อ 0 > a > 1 
16	*มโนทัศน์ที่ 20 การแทนสถานการณ์ด้วยฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล* การแทนสถานการณ์ด้วยฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล คือการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณ 2 ปริมาณในสถานการณ์ให้อยู่ในรูป $y = a^x$ เมื่อ $a>0$ และ $a \neq 1$
17	*มโนทัศน์ที่ 21 ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์* ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ คือฟังก์ชันที่สมาชิก (x, y) ใด ๆ สามารถเขียนได้อยู่ในรูป $y = \|x-a\| + c$ เมื่อ a และ c เป็นจำนวนจริง
18	*มโนทัศน์ที่ 22 ลักษณะกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์* กราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ที่เขียนอยู่ในรูป $y = \|x-a\| + c$ เมื่อ a และ c ประกอบด้วยรังสีสองเส้น โดยที่ 1) a > 0 กราฟจะมีลักษณะหงาย จุดยอดเป็นจุดต่ำสุดมีลักษณะดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
	 2) a < 0 กราฟจะมีลักษณะคว่ำ จุดยอดเป็นจุดสูงสุดมีลักษณะดังนี้  3) จุดยอดคือจุด (a, c)
19	*มโนทัศน์ที่ 23 ความสัมพันธ์ระหว่างกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ในรูป y =|x-a| + c กับคำตอบของสมการ |x-a| + c = 0* คำตอบของสมการ |x-a| + c = 0 สัมพันธ์กับ กราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ในรูป y =|x-a| + c โดยที่ 1) ถ้ากราฟไม่ตัดแกน X แสดงว่า สมการที่กำหนดให้ ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง 2) ถ้ากราฟตัดแกน X เพียงหนึ่งจุด แสดงว่า สมการที่กำหนดให้มีคำตอบเป็นจำนวนจริง 1 คำตอบ 3) ถ้ากราฟตัดแกน X สองจุด แสดงว่า สมการที่กำหนดให้มีคำตอบเป็นจำนวนจริง 2 คำตอบ
20	*มโนทัศน์ที่ 24 ฟังก์ชันขั้นบันได* ฟังก์ชันขั้นบันได คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง และมีค่าของฟังก์ชันเป็นค่าคงตัวเป็นช่วงๆ มากกว่าสองช่วง
	มโนทัศน์ที่ 25 กราฟของฟังก์ชันขั้นบันได กราฟของฟังก์ชันขั้นบันได คือ กราฟของฟังก์ชันที่มีลักษณะคล้ายขั้นบันได

ตารางที่ 4 แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของสำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์	**กลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ**
ขั้นเตรียมความพร้อมสร้างแรงจูงใจ ครูทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียน เช่น การสนทนาพูดคุยเกี่ยวกับความรู้พื้นฐาน หรืออาจยกตัวอย่างสถานการณ์หรือตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับความรู้พื้นฐาน เพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียนมา	
ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ซึ่งประกอบไปด้วยขั้นตอนย่อยต่อไปนี้ **ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้** **ขั้นที่ 1 ขั้นฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ (Practice)** เป็นขั้นที่ผู้สอนนำเสนอปัญหาสถานการณ์ หรือกิจกรรม จากนั้นให้นักเรียนนำความรู้เดิมที่จำเป็นไปใช้ในการแก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือการทำกิจกรรม โดยครูคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำ รวมถึงตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน สามารถนำมาจัดกิจกรรมได้ดังนี้ - ครูนำเสนอปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือกิจกรรม ที่มีสัมพันธ์กับความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ซึ่งอาจอยู่ในรูปใบงานหรือใบกิจกรรม และชี้แจงรายละเอียดในใบ - ครูนำเสนอปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือกิจกรรม ที่มีสัมพันธ์กับความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ซึ่งอาจอยู่ในรูปใบงานหรือใบกิจกรรม และชี้แจงรายละเอียดในใบงานหรือใบกิจกรรมและการทำงาน - นักเรียนลงมือแก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือทำกิจกรรม ในใบงานหรือใบกิจกรรมที่ครูแจก - ครูสังเกตข้อผิดพลาดจากการทำงานหรือการทำกิจกรรมในใบงานหรือใบกิจกรรม	ครูสอนตามคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ที่ระบุในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ให้นักเรียนมีส่วนร่วมคิด ร่วมกระทำโดยมีครูวางแผนการจัดกิจกรรมที่เหมาะสมเพื่อกระตุ้นนักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ส่งเสริมความคิดและเอื้อต่อการที่นักเรียนจะได้พัฒนาตนเองตามความต้องการและเต็มศักยภาพของนักเรียน โดยดำเนินการจัดกิจกรรมดังนี้ **ขั้นจัดกิจกรรม** - ครูนำเสนอบทเรียนใหม่โดยการอธิบาย มีการถาม-ตอบ การใช้กิจกรรม ใบงาน หรือสื่อต่างๆ ประกอบเพื่อให้นักเรียนได้รับประสบการณ์การเรียนรู้- ครูยกตัวอย่างสิ่งที่ใช่และสิ่งที่ไม่ใช่

กลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์	กลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
- ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้จากการทำใบงานหรือใบกิจกรรม - ครูชี้ให้เห็นข้อผิดพลาดและร่วมกันแก้ไขข้อผิดพลาดที่พบ **ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (Decontextualization)** เป็นขั้นที่ผู้สอนนำเสนอบริบทที่สัมพันธ์กับมโนทัศน์ใหม่ จากนั้นให้นักเรียนใช้ความรู้เดิมจากขั้นที่ 1 ในการสังเกต วิเคราะห์ สร้างแบบรูปและความสัมพันธ์เพื่อให้ได้ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่จากบริบทการเรียนรู้ดังกล่าว ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนแลกเปลี่ยนความรู้ความคิด และใช้การสะท้อนคิด (Reflect) โดยครูคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำตลอดจนตรวจสอบความถูกต้องและความครบถ้วนของลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่ สามารถนำมาจัดกิจกรรมได้ดังนี้ - ครูนำเสนอบริบทของมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ ซึ่งอาจเป็น ตัวอย่าง ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือกิจกรรมซึ่งอาจอยู่ในรูปใบงานหรือใบกิจกรรม และชี้แจงรายละเอียดในใบงานหรือใบกิจกรรมและการทำงาน - นักเรียนลงมือทำใบงานหรือใบกิจกรรมโดยการใช้ความรู้เดิมในการวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่จากบริบทที่ครูนำเสนอ - ครูใช้คำถามระดับสูงในการกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนคิดในการค้นหาลักษณะสำคัญหรือที่มาของความรู้ โดยอาจเป็นการเปรียบเทียบความเหมือน ความต่าง หรือเหตุผลที่เป็นที่มาของความรู้เป็นต้น	มโนทัศน์ เพื่อให้นักเรียนได้มีความใจมโนทัศน์มากขึ้น - ครูดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ แสดงความคิดเห็น มีการอภิปราย และใช้คำถามนำกระตุ้นการถาม-ตอบเพื่อให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องที่เรียน - ครูคอยให้ความช่วยเหลือนักเรียนและเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย - ครูตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน โดยอาจยกตัวอย่างของมโนทัศน์ แล้วถามคำถาม **ขั้นพัฒนาทักษะ** - ครูนำเสนอปัญหาสถานการณ์หรือให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่สอน - นักเรียนคิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง กรณีที่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ครูต้องใช้คามนำเพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียน

กลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์	กลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
- ครูให้เวลานักเรียนได้คิด วิเคราะห์ลักษณะสำคัญดังกล่าว และกระตุ้นให้นักเรียนทำกิจกรรม - ครูกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนคิดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญหรือเหตุผลที่มาของความรู้ที่ค้นพบของตนเอง และให้ผู้เรียนแลกเปลี่ยนความรู้ความคิดกับเพื่อนร่วมชั้น เพื่อทบทวนคำตอบของตนเองและเพื่อนร่วมชั้น - ครูตรวจสอบความครบถ้วนและความถูกต้องของลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ กรณีที่พบลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ที่ไม่ถูกต้อง ครูชี้ให้เห็นหรืออธิบายเหตุผลที่ทำให้ไม่เป็นลักษณะสำคัญ กรณีไม่ครบถ้วนครูอาจให้ความช่วยเหลือจนให้ได้ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ที่ถูกต้องและครบถ้วน **ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปความหมายของมโนทัศน์ (Meaning)** เป็นขั้นที่ให้นักเรียนนำลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่จากขั้นที่ 2 มาสรุปความหมายของมโนทัศน์ใหม่หรือที่มาของความรู้ใหม่ ด้วยวิธีการสรุปความรู้ผ่านการแลกเปลี่ยนความรู้ความคิด และใช้การสะท้อนคิด (Reflect) โดยครูคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำและตรวจสอบความถูกต้อง รวมถึงปรับแก้ไขให้มีความถูกต้อง สามารถนำมาจัดกิจกรรมได้ดังนี้ - ครูให้นักเรียนร่วมกันนำลักษณะสำคัญมาสรุปความหมายของมโนทัศน์หรือที่มาและเหตุผลของความรู้ โดยอาจให้คาดเดาก่อนเขียนสรุป โดยใช้ภาษาที่ไม่เป็นทางการ อาจให้ทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม รายคู่ หรือรายบุคคล	- ครูอาจสุ่มนักเรียนนำเสนอวิธีแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียนโดยครูและเพื่อนร่วมชั้นเรียนคนอื่นร่วมกันตรวจสอบคำตอบว่าคำตอบที่ได้ มีความถูกต้องหรือไม่ กรณีที่นักเรียนไม่สามารถนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องและชัดเจนได้ ครูอาจช่วยเพิ่มเติมข้อมูลให้แก่นักเรียน - ครูนำเสนอปัญหาสถานการณ์ ที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์และมีความสอดคล้องกับชีวิตจริง เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกทักษะเพิ่มเติม พร้อมทั้งคอยให้คำแนะนำช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น - นักเรียนคิดแก้ปัญหาด้วยตนเอง กรณีที่นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ ครูต้องใช้คามนำเพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียน - ครูอาจสุ่มนักเรียนนำเสนอวิธีแก้ปัญหาหน้าชั้นเรียนโดยครูและเพื่อนร่วมชั้นเรียนคนอื่นร่วมกันตรวจสอบคำตอบว่าคำตอบที่ได้ มีความถูกต้องหรือไม่ กรณีที่นักเรียนไม่สามารถนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องและชัดเจนได้ ครูอาจช่วยเพิ่มเติมข้อมูลให้แก่นักเรียน

กลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์	กลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
- นักเรียนสรุปความหมายของมโนทัศน์หรือที่มาของวิธีการ โดยการแลกเปลี่ยนความรู้ความคิด ผ่านการพูดคุย มีการสะท้อนคิด และร่วมกันนำเสนอหน้าชั้นเรียน - ครูช่วยเหลือในการสรุปมโนทัศน์ หรือ ที่มาของวิธีการให้เป็นภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นทางการรวมถึงตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่ผิดพลาด **ขั้นที่ 4 ขั้นนำมโนทัศน์ไปใช้งานกับบริบทที่คุ้นเคย (Recontextualization)** เป็นขั้นที่ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ที่ชัดเจน โดยนักเรียนฝึกนำมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ที่สรุปได้ในขั้นที่ 1.3 ไปใช้งานกับบริบทที่คุ้นเคย ซึ่งอาจอยู่ในรูปของการแก้ปัญหาการแก้สถานการณ์ปัญหา หรือการทำกิจกรรม โดยครูคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำ รวมถึงตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน สามารถนำมาจัดกิจกรรมได้ดังนี้ - ครูนำเสนอบริบทของมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ ซึ่งมีความคล้ายคลึงกับที่เคยนำเสนอในใบงานหรือใบ กิจกรรมก่อนหน้า ซึ่งอาจเป็นปัญหา สถานการณ์ปัญหาหรือกิจกรรม ซึ่งอาจอยู่ในรูปใบงานหรือใบกิจกรรม และชี้แจงรายละเอียดในการทำงาน - นักเรียนลงมือแก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือทำกิจกรรมในใบงานหรือใบกิจกรรมที่ครูแจก - ครูสังเกตข้อผิดพลาดจากการทำงานหรือการทำกิจกรรมในใบงานหรือใบกิจกรรม - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้จากการทำใบงานหรือใบกิจกรรม	- ครูเชื่อมโยงความรู้ในสิ่งที่ได้เรียนรู้กับสิ่งที่นักเรียนสามารถพบได้ในชีวิตจริง เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์หรือเรื่องที่เรียนมากยิ่งขึ้น

Chulalongkorn University

กลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์	กลุ่มควบคุมที่เรียนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ
- ครูชี้ให้เห็นข้อผิดพลาดและร่วมกันแก้ไขข้อผิดพลาดที่พบ **ขั้นที่ 5 ขั้นฝึกนำความเข้าใจมโนทัศน์ไปใช้งานจริง (Realization)** เป็นขั้นที่เน้นให้นักเรียนฝึกนำความเข้าใจในมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ไปใช้งานกับบริบทอื่นที่ไม่คุ้นเคยนอกเหนือจากบริบททางคณิตศาสตร์รวมถึงบริบทของชีวิตจริง ซึ่งอาจอยู่ในรูปของการแก้ปัญหา การแก้สถานการณ์ปัญหา หรือการทำกิจกรรม โดยครูคอยช่วยเหลือและให้คำแนะนำ รวมถึงตรวจสอบและปรับแก้ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน สามารถนำมาจัดกิจกรรมได้ดังนี้ - ครูนำเสนอบริบทของมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ ซึ่งเป็นบริบทอื่นนอกเหนือจากบริบททางคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจเป็นปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือกิจกรรม ซึ่งอาจอยู่ในรูปใบงานหรือใบกิจกรรม และชี้แจงรายละเอียดในใบงานหรือใบกิจกรรมและการทำงาน - นักเรียนลงมือแก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหา หรือทำกิจกรรมในใบงานหรือใบกิจกรรมที่ครูแจก - ครูสังเกตข้อผิดพลาดจากการทำงานหรือการทำกิจกรรมในใบงานหรือใบกิจกรรม - ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้จากการทำใบงานหรือใบกิจกรรม - ครูชี้ให้เห็นข้อผิดพลาดและร่วมกันแก้ไขข้อผิดพลาดที่พบ	
ขั้นสรุปสิ่งเรียนรู้ **-** ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความรู้และมโนทัศน์ที่ได้จากการเรียนรู้ เปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย และมอบหมายชิ้นงานหรือการบ้าน เพื่อให้นักเรียนนำส่งในครั้งต่อไป	

4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

4.2.1 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ครอบคลุมเนื้อหา ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ใช้ในการทดสอบหลังเรียน เกณฑ์การให้คะแนนคือ คำตอบที่ถูกข้อละ 1 คะแนน คำตอบที่ผิดข้อละ 0 คะแนน ซึ่งมีรายละเอียดวิธีการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

4.2.1.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากตำรา เอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

4.2.1.2 ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4.2.1.3 สร้างตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และกำหนดจำนวนข้อสอบของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับคำอธิบาย มโนทัศน์ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม

4.2.1.4 สร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือกจำนวน 55 ข้อ โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนนคือ คำตอบที่ถูกข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ผิดข้อละ 0 คะแนน

4.2.1.5 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชันที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน ตรวจสอบความเหมาะสมใน 3 ด้าน ได้แก่ ความตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษาของคำถาม และให้ข้อเสนอนะเพิ่มเติม ซึ่งพบว่าข้อสอบทุกข้อมีความตรงเชิงเนื้อหา แต่มีข้อสอบบางข้อที่ต้องได้รับการแก้ไขในส่วนของความถูกต้องของข้อสอบและความเหมาะสมของภาษา ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมและสิ่งที่ต้องแก้ไข ตามประเด็นต่อไปนี้

1) ความเหมาะสมของภาษา ควรใช้ภาษาในโจทย์ให้เข้าใจง่าย ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุง

โจทย์เดิม

8) กำหนด A = {2, 4, 6, 8 ....} และความสัมพันธ์ r ในข้อใดต่อไป**ไม่เป็น**ความสัมพันธ์ใน A

ก. r = {(2, 10), (12, 18), (20, 126)} ข. r = {(4, 4), (38, 38), (46, 46)}

ค. r = {(12, 144), (14, 196), (24, 673)} ง. r = {(20, 2), (40, 4), (60, 6)}

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

8) กำหนด A = {2, 4, 6, 8 ....} เซตของคู่อันดับในข้อใดต่อไป**ไม่เป็น**ความสัมพันธ์ใน A

ก. r = {(2, 10), (12, 18), (20, 126)} ข. r = {(4, 4), (38, 38), (46, 46)}

ค. r = {(12, 144), (14, 196), (24, 673)} ง. r = {(20, 2), (40, 4), (60, 6)}

2) ประเด็นอื่นๆ ควรปรับตัวเลือกเพื่อให้นักเรียนได้คิด และตัวเลือกในโจทย์ควรมีความชัดเจน ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุง

โจทย์เดิม

1) กำหนด A = { a, 2a, 3a, 4a} และ B = {b, 2b, 3b} คู่อันดับใดต่อไปนี้เป็นสมาชิกของ A x B

ก. (ab) ข. (a , 3b) ค. (ab, 12ab) ง. (3a, 4b)

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

1) กำหนด A = { a, 2a, 3a, 4a} และ B = {b, 2b, 3b} คู่อันดับใดต่อไปนี้เป็นสมาชิกของ A x B

ก. (ab) ข. (3a , 3b) ค. (ab, 12ab) ง. (3a, 4b)

4.2.1.6 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับแก้ไขตามข้อแนะนำ แล้วนำไปทดลองใช้ กับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง คือโรงเรียนศรัทธาสมุทร จำนวน 40 คน จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ดังที่กล่าวตามข้อ 5.1.4 จากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของ Kuder Richardson-20 (KR-20) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยมีเกณฑ์ค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยากและอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 45 ข้อ

4.2.1.7 ทำการคัดเลือกข้อสอบเพื่อใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างและกลุ่มควบคุมจำนวน 30 ข้อ แล้วทำการหาคุณภาพเครื่องมืออีกครั้งนึ่ง ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง 0.84

ค่าความยาก 0.30 – 0.63

ค่าอำนาจจำแนก 0.20 – 0.70

4.2.1.8 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างและกลุ่มควบคุม

4.2.2 แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มี 2 ชุด คือ

- ชุดที่ 1 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนการทดลอง ครอบคลุมเนื้อหา เซต จำนวนจริง และเลขยกกำลัง ซึ่งนักเรียนเคยเรียนมาแล้วในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 1 ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 มาใช้ในการสร้างแบบวัด

- ชุดที่ 2 สร้างขึ้นเพื่อใช้วัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลอง ครอบคลุมเนื้อหาเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน มาใช้ในการสร้างแบบวัด

ซึ่งแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ชุด เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ มีขั้นตอนการสร้างดังนี้

4.2.2.1 ศึกษา เอกสาร งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

4.2.2.2 ศึกษาเนื้อหาที่จะนำมาใช้ในการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง ชุดที่ 1 และ ชุดที่ 2 จากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

4.2.2.3 กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ชุด ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย ซึ่งสรุปได้ว่า ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยความสามารถของนักเรียน 3 ด้าน คือ

1) ด้านการระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา

คือ ความสามารถในการระบุรายละเอียดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็น ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและจำเป็นในการแก้ปัญหาได้

โดยสามารถประเมินได้จากการตอบคำถามในประเด็นดังต่อไปนี้

ระบุเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับสถานการณ์ปัญหา

เพื่อให้นักเรียนแสดงว่านักเรียนสามารถระบุหัวข้อ หรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและจำเป็นต้องใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา

ระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในรูป ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์

เพื่อให้นักเรียนแสดงว่านักเรียนสามารถระบุทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ ที่สัมพันธ์กับหัวข้อ หรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องและจำเป็นต้องใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหา

2) ด้านการอธิบายแนวทางการแก้ปัญหา คือ ความสามารถในการอธิบายแนวทางในการแก้ปัญหาโดยอาศัยความรู้ในด้าน 1 เพื่อนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง

โดยสามารถประเมินได้จากการตอบคำถามในประเด็นดังต่อไปนี้

อธิบายแนวทางในการแก้สถานการณ์ปัญหา โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เป็นทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามหรือสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์

เพื่อให้นักเรียนแสดงว่านักเรียนสามารถอธิบายแนวทางการแก้ปัญหา โดยการนำข้อมูลในสถานการณ์มาสัมพันธ์กับความรู้จนสามารถสร้างแนวคิดหรือแนวทางการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้ และเขียนอธิบายแนวทางการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอน

3) ด้านการยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตจริงที่ใกล้เคียงกับปัญหาที่นักเรียนพบ คือ ความสามารถในการยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือใกล้เคียงชีวิตจริงที่จำเป็นต้องอาศัยความรู้ในด้าน 1 ในการแก้ปัญหา

โดยสามารถประเมินได้จากการตอบคำถามในประเด็นดังต่อไปนี้

ยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือใกล้เคียงชีวิตจริง ที่จำเป็นต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ระบุเป็น ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามหรือสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์

เพื่อให้นักเรียนแสดงว่านักเรียนสามารถยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือใกล้เคียงชีวิตจริง ที่จำเป็นต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เดียวกันกับโจทย์ปัญหา

นอกจากนี้ยังมีการกำหนดน้ำหนักคะแนนในแต่ละองค์ประกอบ โดย **ด้านที่ 1** การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาให้ 3 คะแนน **ด้านที่ 2** การอธิบายแนว

ทางการแก้ปัญหาให้ 3 คะแนน และใน**ด้านที่ 3** การยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาสถานการณ์ในชีวิตจริงให้ 3 คะแนน

4.2.2.4 สร้างแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

4.2.2.4.1 สร้างแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ โดยกำหนดสถานการณ์ปัญหามีคำถามย่อย 4 ข้อ ซึ่งถามตามองค์ประกอบของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ด้านที่ 1 มี 2 ข้อย่อย ด้านที่ 2 มี 1 ข้อย่อย และด้านที่ 3 มี 1 ข้อย่อย

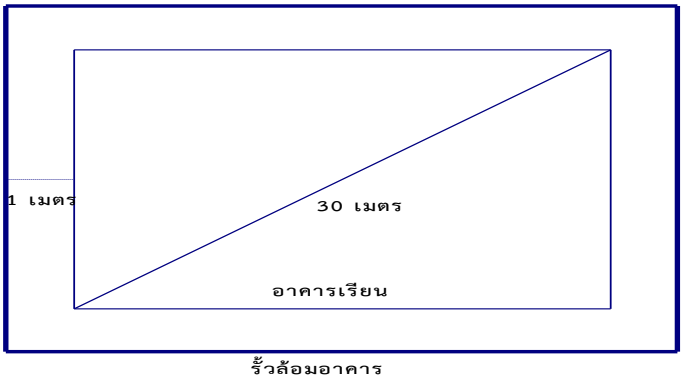
4.2.2.4.2 สร้างเกณฑ์การสังเคราะห์จากนักการศึกษาคณิตศาสตร์และปรับเพื่อความชัดเจนในการประเมินตรวจให้คะแนน เกณฑ์การให้คะแนนแต่ละข้อเต็ม 9 คะแนน ดังปรากฏในตารางที่ 5

4.2.2.4.3 นำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษาของคำถาม และให้ข้อเสนอนะเพิ่มเติม ซึ่งพบว่าข้อสอบทุกข้อมีความตรงเชิงเนื้อหา แต่มีข้อสอบบางข้อที่ต้องได้รับการแก้ไขในส่วนของความถูกต้องของข้อสอบและความเหมาะสมของภาษา ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมและสิ่งที่ต้องแก้ไข ตามประเด็นต่อไปนี้

1) ความถูกต้องของคำถาม โดยควรปรับปรุงสถานการณ์ให้เป็นบริบทที่นักเรียนคุ้นเคย ดังนี้

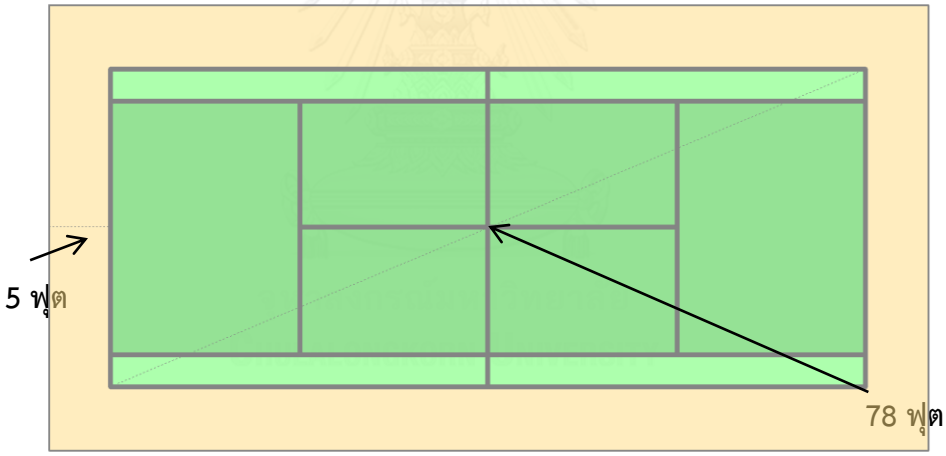
โจทย์เดิม

ข้อที่ 4 ผู้อำนวยการโรงเรียนสอนดีวิทยาให้ผู้รับเหมาก่อสร้างสร้างอาคารเรียนรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีเส้นทแยงมุมยาว 30 เมตร และมีด้านยาวมากกว่าด้านกว้าง 6 เมตร หากต้องการสร้างรั้วไม้ล้อมรอบอาคาร โดยให้รั้วไม้ห่างจากอาคารด้านละ 1 เมตร รั้วไม้จะมีความยาวทั้งหมดเท่าไร



โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

ข้อที่ 4 ผู้ว่าราชการจังหวัดให้ผู้รับเหมาก่อสร้างสร้างสนามเทนนิสรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีเส้นทแยงมุมยาว 78 ฟุต และมีด้านยาวมากกว่าด้านกว้าง 42 ฟุต หากต้องการสร้างรั้วเหล็กล้อมรอบสนาม โดยให้รั้วเหล็กห่างจากสนามด้านละ 5 ฟุต รั้วไม้จะมีความยาวทั้งหมดเท่าไร



2) ความเหมาะสมของภาษา ควรปรับปรุงภาษาของโจทย์บางข้อเพื่อให้โจทย์มีความชัดเจนและสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ดังนี้

โจทย์เดิม

ข้อที่ 1 ในการสำรวจความนิยมของนักท่องเที่ยวพบว่า มีผู้ที่ชอบดื่มน้ำผลไม้หรือน้ำอัดลมเป็นประจำจำนวน 150 คน มีผู้ที่ชอบดื่มน้ำผลไม้ 87 คน ชอบดื่มน้ำอัดลม 95 คน จงหาจำนวนนักท่องเที่ยวที่ชอบดื่มทั้งน้ำผลไม้และน้ำอัดลม

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

ข้อที่ 1 ผลจากการสำรวจความนิยมในการดื่มน้ำผลไม้หรือน้ำอัดลมของนักท่องเที่ยวพบว่าผู้ที่ชอบดื่มน้ำผลไม้หรือน้ำอัดลมเป็นประจำมีจำนวน 150 คน ชอบดื่มน้ำผลไม้มี 87 คน ชอบดื่มน้ำอัดลมมี 95 คน จงหาจำนวนนักท่องเที่ยวที่ชอบดื่มทั้งน้ำผลไม้และน้ำอัดลม

4.2.2.4.4 นำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทั้ง 2 ชุดที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง คือโรงเรียนสมุทรสาครวุฒิชัยจำนวน 36 คน จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ตามที่กำหนดจากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของ สัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยมีเกณฑ์ค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป โดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยากและอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 4 ข้อ

4.2.2.4.5 นำข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 4 ข้อ ไปหาคุณภาพเครื่องมืออีกครั้งนึ่ง ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.94
ค่าความยาก	0.41 – 0.52
ค่าอำนาจจำแนก	0.63 – 0.86

4.2.2.4.6 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

4.2.2.5 สร้างแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

4.2.2.5.1 สร้างแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน ซึ่งเป็นข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ โดยกำหนดสถานการณ์ปัญหามีคำถามย่อย 4 ข้อ ซึ่งถามตามองค์ประกอบของความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ด้านที่ 1 มี 2 ข้อย่อย ด้านที่ 2 มี 1 ข้อย่อย และด้านที่ 3 มี 1 ข้อย่อย

4.2.2.5.2 สร้างเกณฑ์การสังเคราะห์จากนักการศึกษาคณิตศาสตร์ และปรับเพื่อความชัดเจนในการประเมินตรวจให้คะแนน เกณฑ์การให้คะแนนแต่ละข้อเต็ม 9 คะแนน ดังปรากฏในตารางที่ 5

4.2.2.5.3 นำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ที่สร้างขึ้นให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษาของคำถาม และให้ข้อเสนอนะเพิ่มเติม ซึ่งพบว่าข้อสอบทุกข้อมีความตรงเชิงเนื้อหา แต่มีข้อสอบบางข้อที่ต้องได้รับการแก้ไขในส่วนของความถูกต้องของข้อสอบและความเหมาะสมของภาษา ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมและสิ่งที่ต้องแก้ไข ตามประเด็นต่อไปนี้

1) ควรปรับภาษาของข้อคำถาม เพื่อให้โจทย์มีความชัดเจนและสมบูรณ์ยิ่งขึ้น ดังนี้

โจทย์เดิม

ข้อที่ 2 ทศพรมีเงินในกระปุกออมสิน 795 บาท ทศพลมีเงินในกระปุกออมสิน 1520 บาท โดยทศพรจะหยอดกระปุกเพิ่มเดือนละ 200 บาท ในขณะที่ทศพลจะหยอดกระปุกเพิ่มเดือนละ 150 บาท หากทั้งทศพรกับทศพลหยอดกระปุกไปเรื่อยๆ โดยไม่นำเงินออกมาใช้ จงหาว่าในเดือนที่เท่าไรทศพรจึงจะมีเงินในกระปุกออมสินมากกว่าทศพล

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

ข้อที่ 2 ทศพรมีเงินในกระปุกออมสิน 795 บาท โดยเขาจะหยอดกระปุกเพิ่มเดือนละ 200 บาท ในขณะที่ทศพลมีเงินในกระปุกออมสิน 1520 บาท โดยเขาจะหยอดกระปุกเพิ่มเดือนละ 150 บาท หากทั้งทศพรกับทศพลหยอดกระปุกไปเรื่อยๆ โดยไม่นำเงินออกมาใช้ จงหาว่าในเดือนที่เท่าไรทศพรจึงจะมีเงินในกระปุกออมสินมากกว่าทศพล

4.2.2.5.4 นำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทั้ง 2 ชุดที่ปรับปรุงแล้วไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง คือโรงเรียนสมุทรสาครวุฒิชัยจำนวน 33 คน จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ตามที่กำหนดจากนั้นนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของ

แบบทดสอบโดยใช้สูตรของ สัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป รวมทั้งหาค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยมีเกณฑ์ค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไปโดยได้ข้อสอบที่มีค่าความยากและอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดจำนวน 8 ข้อ

4.2.2.5.5 ทำการคัดเลือกข้อสอบเพื่อใช้กับนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจำนวน 4 ข้อ ไปหาคุณภาพเครื่องมืออีกครั้งนึ่ง ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง 0.87

ค่าความยาก 0.33 – 0.48

ค่าอำนาจจำแนก 0.42 – 0.59

4.2.2.5.6 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

4.2.2.6 สร้างเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ชุด ตามกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

4.2.2.7 นำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนมาตรวจให้คะแนน โดยใช้เกณฑ์ตามตารางที่ 5 ทั้งนี้จะมีการสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติมในกรณีที่นักเรียนตอบคำถามไม่ชัดเจน

ตารางที่ 5 แสดงเกณฑ์การประเมินความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้

เกณฑ์	**คะแนน**
ด้านที่ 1 การระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา	
1.1 ระบุเนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับสถานการณ์ปัญหา	
- ระบุหัวข้อหรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและครบถ้วน - มีร่องรอย หลักฐานที่แสดงถึง หัวข้อหรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและครบถ้วน	1.5

เกณฑ์	คะแนน
- ระบุหัวข้อหรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ แต่ยังไม่ครบถ้วน - มีร่องรอย หลักฐานที่แสดงถึง หัวข้อหรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ แต่ยังไม่ครบถ้วน	1
- ระบุหัวข้อหรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน แต่ยังไม่ครบถ้วน - มีร่องรอย หลักฐานที่แสดงถึง หัวข้อหรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน แต่ยังไม่ครบถ้วน	0.5
- ระบุหัวข้อหรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหายังไม่ถูกต้อง - มีร่องรอย หลักฐานที่แสดงถึง หัวข้อหรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหายังไม่ถูกต้อง - ไม่ตอบคำถามในข้อนี้	0
1.2 ระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ในรูป ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์	
- ระบุ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับหัวข้อหรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์ในข้อ 1.1 ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน - มีร่องรอย หลักฐานที่แสดงถึง ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับหัวข้อหรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์ในข้อ 1.1 ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน	1.5
- ระบุ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับหัวข้อหรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์ในข้อ 1.1 ได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่แต่ยังไม่ครบถ้วน - มีร่องรอย หลักฐานที่แสดงถึง ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับหัวข้อหรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์ในข้อ 1.1 ได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่แต่ยังไม่ครบถ้วน	1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

เกณฑ์	คะแนน
- ระบุ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับหัวข้อหรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์ในข้อ 1.1 ได้ถูกต้องเป็นบางส่วนแต่ยังไม่ครบถ้วน - มีร่องรอย หลักฐานที่แสดงถึง ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับหัวข้อหรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์ในข้อ 1.1 ได้ถูกต้องเป็นบางส่วนแต่ยังไม่ครบถ้วน	0.5
- ระบุ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับหัวข้อหรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์ในข้อ 1.1 ยังไม่ถูกต้อง - มีร่องรอย หลักฐานที่แสดงถึง ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับหัวข้อหรือชื่อเรื่องทางคณิตศาสตร์ในข้อ 1.1 ยังไม่ถูกต้อง - ไม่ตอบคำถามในข้อนี้	0
ด้านที่ 2 การอธิบายแนวทางการแก้ปัญหาให้	
2. อธิบายแนวทางในแก้สถานการปัญหา โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์	
- อธิบายแนวทางในการแก้ปัญหาที่นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้อย่างชัดเจน - มีร่องรอยหรือหลักฐานที่แสดงถึงแนวทางการแก้ปัญหาที่นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้อย่างชัดเจน	3
- อธิบายแนวทางในการแก้ปัญหาได้ชัดเจนเป็นส่วนใหญ่ - มีร่องรอยหรือหลักฐานที่แสดงถึงแนวทางการแก้ปัญหาได้ชัดเจนเป็นส่วนใหญ่	2
- อธิบายแนวทางในการแก้ปัญหาได้ชัดเจนเป็นบางส่วน - มีร่องรอยหรือหลักฐานที่แสดงถึงแนวทางการแก้ปัญหาได้ชัดเจนเป็นบางส่วน	1
- อธิบายแนวทางในการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน - มีร่องรอยหรือหลักฐานที่แสดงถึงแนวทางการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน	0

เกณฑ์	คะแนน
ด้านที่ 3 ด้านการระบุตัวอย่างหรือสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือวิชาอื่นๆ ที่ใกล้เคียงกับปัญหาที่นักเรียนพบ	
3. ยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือใกล้เคียงชีวิตจริง ที่จำเป็นต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ระบุเป็น ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามหรือสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์	
- ยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือใกล้เคียงชีวิตจริง ที่ใช้ความรู้ที่ระบุได้อย่างครบถ้วน	3
- ยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือใกล้เคียงชีวิตจริง ที่ใช้ความรู้ที่ระบุในข้อ 1.1 ได้เป็นส่วนใหญ่	2
- ยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือใกล้เคียงชีวิตจริง ที่ใช้ความรู้ที่ระบุในข้อ 1.1 ได้เป็นบางส่วน	1
- ยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือใกล้เคียงชีวิตจริง ที่ไม่ได้ใช้ความรู้ที่ระบุในข้อ 1.1 - ยกตัวอย่างสถานการณ์เดียวกันกับสถานการณ์ปัญหา - ไม่ตอบข้อคำถามนี้	0

5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มด้วยตนเอง โดยมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

5.1. ขั้นเตรียมการ

5.1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ สำหรับกลุ่มทดลองและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

5.1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

5.1.3 ผู้วิจัยทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงโรงเรียนที่จะไปทำการเก็บข้อมูลซึ่งอยู่ใน เขตพื้นที่

การศึกษามัธยมศึกษาเขต 10 สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

5.2 ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

5.2.1 ผู้วิจัยทำการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยใช้คะแนนสอบกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียนในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 ซึ่งเป็นคะแนนที่สะท้อนให้เห็นถึงความรู้เชิงมโนทัศน์และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่านักเรียนกลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 36.80 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มทดลองคือ 6.11 และกลุ่มควบคุมมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ที่ 35.70 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มควบคุมคือ 6.34 เมื่อทำการทดสอบค่าที (t-test independent) พบว่าคะแนนสอบกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 ของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน ซึ่งหมายความว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน

ดังนั้นในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จึงสามารถใช้การทดสอบค่าที (t-test independent) ได้

5.2.2 ผู้วิจัยทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้เวลาในการทำแบบทดสอบ 1 ชั่วโมง

ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ในหน้า 85 พบว่าคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 8.88 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.77 กลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 9.18 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.76 เมื่อทำการทดสอบค่าที (t-test independent) พบว่าความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลองไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ดังนั้นในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม จึงสามารถใช้การทดสอบค่าที (t-test independent) ได้

5.2.3 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่มด้วยตนเอง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 โดยสอนในชั่วโมงเรียนปกติตามตารางสอนของโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ กลุ่มละ 2 คาบต่อสัปดาห์ ซึ่งกลุ่มทดลองใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ และกลุ่มควบคุมใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ โดยสอนในเนื้อหาความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เป็นเวลารวม 26 คาบ (คาบละ 50 นาที) รวมระยะในการสอน 13 สัปดาห์ ตั้งแต่วันที่ 9 พฤศจิกายน 2558 ถึงวันที่ 5 กุมภาพันธ์ 2559

5.2.4 เมื่อดำเนินการสอนตามเนื้อหาที่กำหนดไว้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบ 26 คาบแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบหลังทดลองกับผู้เรียนทั้ง 2 กลุ่มโดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5.2.5 นำผลการทดสอบมาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์ในหน้าที่ 85 และทำการวิเคราะห์ข้อมูล

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำผลการทดสอบจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน มาตรวจให้คะแนนแล้ววิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (SPSS for windows) โดยทำการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

6.1 เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ด้วยการทดสอบค่า ที (t-test independent)

6.2 เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมโดยใช้คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ด้วยการทดสอบค่า ที (t-test independent)

6.3 เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองระหว่างก่อนการทดลองและหลังการทดลอง โดยใช้คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัด

ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองและหลังการทดลอง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ด้วยการทดสอบค่า ที (t-test dependent)

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

7.1 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

7.1.1 ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาคุณภาพของแบบวัดมโนทัศน์โดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบ TAP เพื่อหาค่าความเที่ยง ความยากง่าย และอำนาจจำแนกของแบบทดสอบปรนัย

7.1.2 ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาคุณภาพแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบ B-Index เพื่อหาค่าความเที่ยง ความยากง่าย และอำนาจจำแนกของแบบทดสอบอัตนัย

7.1.3 ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อวิเคราะห์ผลการวิจัยโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Science: SPSS) for window version 23.0 เพื่อการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ความแปรปรวน การวิเคราะห์ค่าที (t-test independent) และการวิเคราะห์ค่าเอฟ (F-test)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมผู้วิจัยนำมาวิเคราะห์ข้อมูล สามารถนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลตามวัตถุประสงค์การวิจัย ดังนี้

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ กับกลุ่มที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ กับกลุ่มที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ กับกลุ่มที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ในการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยนำคะแนนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ไปหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตารางที่ 6

ตารางที่ 6 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test independent) ของคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง กับกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S.D.	t
กลุ่มทดลอง	46	16.80	3.56	2.97*
กลุ่มควบคุม	46	14.33	4.40	

**p<.05*

จากตารางที่ 6 พบว่าคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 16.80 จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.56 และคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มควบคุม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 14.33 จากคะแนนเต็ม 30 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.40 และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยสองค่าที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระจากกัน (t-Independent Sample test) พบว่าคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์สูงกว่ากลุ่มนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ กับกลุ่มที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ในการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยนำคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน ไปหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตารางที่ 7

ตารางที่ 7 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-test independent) ของคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง กับกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S.D.	t
กลุ่มทดลอง	46	15.33	4.47	2.091*
กลุ่มควบคุม	46	13.14	5.49	

**p<.05*

จากตารางที่ 7 พบว่าคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 15.33 จากคะแนนเต็ม 36 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.47 และคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มควยคุม มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 13.14 จากคะแนนเต็ม 36 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.49 และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยสองค่าที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างที่เป็นอิสระจากกัน (t-Independent Sample test) พบว่าคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน

ในการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน ผู้วิจัยนำคะแนนจากแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียน ไปหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแสดงดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าที (t-Paired Sample Test) ของคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองในช่วงก่อนเรียนและหลังเรียน

กลุ่มทดลอง	n	$\bar{x}$	S.D.	t
ก่อนเรียน	46	8.88	3.77	10.413*
หลังเรียน	46	15.33	4.47	

**p<.05*

จากตารางที่ 8 พบว่าคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 8.88 จากคะแนนเต็ม 36 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.77 และคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 15.33 จากคะแนนเต็ม 36 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.47 และเมื่อทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยสองค่าที่ได้จากกลุ่มตัวอย่างสองกลุ่มที่ไม่เป็นอิสระจากกัน (t-Paired Sample test) พบว่าคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ในช่วงหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์กับกลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์กับกลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ในช่วงก่อนเรียนและช่วงหลังเรียน

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน เขต 10 กระทรวงศึกษาธิการ จังหวัดสมุทรสาคร

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ใช้การสุ่มแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 10 สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งเป็นโรงเรียนขนาดใหญ่ที่มีนักเรียนทุกระดับความสามารถจำนวน 10 ห้องเรียน โดยผู้วิจัยได้สุ่มเลือกมาสองห้องให้ห้องหนึ่งเป็นห้องทดลอง และอีกห้องเป็นห้องควบคุม

ผู้วิจัยเลือกกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมเป็นนักเรียนชั้น ม.4/4 และ ม.4/2 จากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 ของนักเรียนทั้ง 10 ห้อง โดยกลุ่มที่เลือกจะมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต $\bar{x}$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าใกล้เคียงกันมากที่สุดคือ 36.80 และ 35.70 ตามลำดับ จากนั้นผู้วิจัย นำค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยค่าการทดสอบที (t-test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานไม่แตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงทำการจับสลากเพื่อจัดกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม.4/4 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ และนักเรียนห้อง ม.4/2 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ จากนั้นผู้วิจัยจึงดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเวลา 1 ชั่วโมง

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ชนิดคือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติที่ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 จำนวน 20 แผนใช้ในการทดลองสอง 26 คาบซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้แต่ละแผนมีองค์ประกอบ คือ มาตรฐานการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อ/แหล่งเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล บันทึกหลังการสอน จากนั้นนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบพิจารณาความถูกต้อง

และความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อนำข้อเสนอแนะไปปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสมที่จะใช้ในการเรียนการสอน

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้สร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยพิจารณาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ รวมถึงที่มาของความรู้เชิงวิธีการ และข้อตกลงการใช้สัญลักษณ์ ลักษณะของแบบวัดเป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน ซึ่งครอบคลุมเนื้อหาและตัวชี้วัดตามตารางวิเคราะห์หลักสูตรที่ได้สร้างขึ้น จากนั้นผู้วิจัยนำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความเหมาะสมและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วจึงนำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษาข้องข้อคำถามและให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม เมื่อผู้วิจัยดำเนินการแก้ไขปรับปรุงตามคำแนะนำแล้ว จึงนำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด พบว่า

- แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มีค่าความเที่ยงเป็น 0.84 ค่าความยากเป็น 0.30 – 0.63 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.20 – 0.70

2.2 แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน

ผู้วิจัยได้สร้างแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) โดยพิจารณาลักษณะที่แสดงออกถึงความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ใน 3 ด้าน คือ 1)ความสามารถของนักเรียนในการระบุถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องและจำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2)ความสามารถของนักเรียนในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับแนวทางการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ 3)ความสามารถของนักเรียนในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์จากปัญหาเดิมสู่ปัญหาใหม่ทางคณิตศาสตร์ ลักษณะของแบบวัดเป็นข้อสอบแบบอัตนัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จำนวน 4 ข้อข้อละ 9 คะแนนซึ่งครอบคลุมเนื้อหาและตัวชี้วัดตามตารางวิเคราะห์หลักสูตรที่ได้สร้างขึ้น จากนั้นผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนเสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความเหมาะสมและให้ข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วจึงนำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษาข้องข้อคำถามและให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม เมื่อผู้วิจัยดำเนินการแก้ไขปรับปรุงตามคำแนะนำแล้ว จึงนำแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนทั้งสองฉบับไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง ผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด พบว่า

แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.94 ค่าความยากเป็น 0.41 – 0.52 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.63 – 0.86

แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.87 ค่าความยากเป็น 0.33 – 0.48 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.42 – 0.59

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยดำเนินการสอนทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมด้วยตนเอง โดยมีขั้นตอนการดำเนินงานดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ สำหรับกลุ่มทดลองและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

1.3 ผู้วิจัยทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงโรงเรียนที่จะไปทำการเก็บข้อมูลซึ่งอยู่ใน เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 10 สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 จัดกลุ่มตัวอย่างตามวิธีการที่กล่าวถึงในการกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

2.2 ทดสอบก่อนทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.3 ดำเนินการสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 โดยสอนในชั่วโมงเรียนปกติตามตารางสอนของโรงเรียนใช้เวลารวม 24 คาบ (คาบละ 50 นาที) รวมระยะในการสอน 12 สัปดาห์

2.4 เมื่อดำเนินการสอนตามเนื้อหาที่กำหนดไว้ในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบ 20 แผนแล้ว ผู้วิจัยทำการทดสอบหลังทดลอง โดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

2.5 นำผลการทดสอบมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูล

จากนั้นผู้วิจัยนำคะแนนที่ได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์ โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1. เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์กับกลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test)

2. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์กับกลุ่มที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test)

3. เปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ในช่วงก่อนเรียนและช่วงหลังเรียน โดยคำนวณหา

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test)

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

1) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3) นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

อภิปรายผลการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยนำเสนอการอภิปรายผลการวิจัยเป็น 2 ตอน ดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทาง

สถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1 ที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ทั้งนี้อาจมีเหตุผลสนับสนุนดังนี้

ผู้วิจัยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ที่เน้นให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น โดย อาศัยการสังเกตการวิเคราะห์จากบริบทที่มีความคุ้นเคยกับประสบการณ์ของนักเรียน โดยแยกแยะลักษณะสำคัญของมโนทัศน์นั้นๆ จนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง รวมถึงให้นักเรียนได้นำความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ไปใช้งานกับบริบทอื่นๆ ที่หลากหลายโดยมี 5 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ (Practice) นักเรียนได้รับประสบการณ์จากการนำความรู้เดิมมาใช้ ซึ่งทำให้ผู้เรียนมีความรู้ที่ถูกต้องและเพียงพอต่อการนำไปสร้างมโนทัศน์ใหม่ เช่น จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ฟังก์ชัน เมื่อนักเรียนในกลุ่มทดลองได้ฝึกความรู้เดิม เรื่อง ผลคูณคาร์ทีเซียน ความสัมพันธ์ และโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์เรื่องความสัมพันธ์จาก A ไป B ว่าเป็นสับเซตของ A x B นักเรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจาก A ไป B โดยไม่ผิดเลยแม้แต่ข้อเดียว เมื่อเทียบจากการใช้ความรู้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ความสัมพันธ์ ซึ่งยังมีข้อผิดพลาดอยู่บ้าง

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ (Decontextualization) ในการจัดกิจกรรมในขั้นนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอบริบทการเรียนรู้ของมโนทัศน์ให้นักเรียนค้นหาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์นั้น ทำให้นักเรียนได้วิเคราะห์ลักษณะสำคัญโดยอาศัยการสังเกต มีการใช้คำถามกระตุ้นความรู้ความเข้าใจ ทำให้นักเรียนมีการเชื่อมโยงความรู้เดิมมาช่วยในการค้นหาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์นั้น มีการอภิปรายร่วมกัน แลกเปลี่ยนความรู้ความคิดกัน ซึ่งสอดคล้องกับที่ อัมพร ม้าคนอง (2546) กล่าวว่า การเรียนรู้มโนทัศน์จะมีประสิทธิภาพเมื่อผู้เรียนมีโอกาสพัฒนามโนทัศน์เดียวกันในหลากหลายรูปแบบผ่านบริบททางกายภาพ หรือสิ่งที่ผู้เรียนสัมผัสหรือสังเกตได้ นั่นคือ การจัดสิ่งที่เป็นรูปธรรมที่หลากหลายให้กับผู้เรียน เพื่อให้เข้าใจโครงสร้างทางมโนทัศน์เดียวกันซึ่ง จะช่วยในการได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และจะทำให้ผู้เรียนสามารถนำมโนทัศน์นั้นไปใช้ด้วยความเข้าใจ และยังสอดคล้องกับแนวคิดของ วิไลวรรณ ตรีศรีชะนะมา (2537) ที่กล่าวว่า หากต้องการให้ผู้เรียน

เกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการสังเกต การพิจารณา และรู้จักเปรียบเทียบความแตกต่างและความคล้าย

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปความหมายของมโนทัศน์ (Meaning) ในการจัดกิจกรรมในขั้นนี้ผู้เรียนจะร่วมกันประมวลข้อมูลมาสรุปเป็นข้อคาดการณ์เกี่ยวกับมโนทัศน์จากลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ นอกจากนั้นในขั้นนี้ผู้วิจัยและนักเรียนยังได้ร่วมกันปรับสิ่งที่สรุปเกี่ยวกับมโนทัศน์ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อีกด้วย ซึ่งสอดคล้องกับแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ของ เดอ เซคโค (De Cecco, 1968) ที่กล่าวว่า แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ให้กับนักเรียน ครูควรให้นักเรียนเขียนอธิบายความหมายของมโนทัศน์ที่เรียน และแสดงภาษาซึ่งใช้แทนมโนทัศน์ที่ต้องการจะสอน

ขั้นที่ 4 ขั้นนำมโนทัศน์ไปใช้งานกับบริบทที่คุ้นเคย (Recontextualization) ในการจัดกิจกรรมในขั้นนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอบริบทใหม่ที่มีความใกล้เคียงกับบริบทที่ใช้ในการค้นหาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ เพื่อให้นักเรียนนำมโนทัศน์ใหม่ที่สรุปได้ไปใช้งาน จนเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์มากยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 5 ขั้นฝึกนำความเข้าใจในมโนทัศน์ไปใช้งานจริง (Realization) ในการจัดกิจกรรมในขั้นนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอบริบทที่สัมพันธ์มโนทัศน์กับชีวิตจริง ทำให้นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงของมโนทัศน์ที่เรียนกับชีวิตจริงและยังได้ประยุกต์ใช้สู่องค์ความรู้ใหม่ๆ ทั้งในและนอกห้องเรียน

จากกระบวนการทั้ง 5 ขั้นตอนข้างต้น ทำให้นักเรียนในกลุ่มทดลองได้สร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองอย่างค่อยเป็นค่อยไป โดยเริ่มจากการทำให้นักเรียนมีความรู้ที่ถูกต้องและเพียงพอต่อการสร้างมโนทัศน์ใหม่และนำความรู้นั้นมาวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของ มโนทัศน์ แล้วสรุปเป็นข้อความของตนเอง ตลอดจนเห็นตัวอย่างการใช้งานของมโนทัศน์ และได้รับประสบการณ์การนำมโนทัศน์ไปใช้งานผ่านการแก้ปัญหากับบริบทที่หลากหลาย ทำให้มีความเข้าใจ มโนทัศน์มากขึ้น ส่งผลให้นักเรียนในกลุ่มทดลองมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องและสามารถนำไปใช้ได้ เมื่อพิจารณาการสร้างมโนทัศน์ในกลุ่มควบคุม ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกลุ่มควบคุมนั้น ในขั้นแรกขั้นเตรียมความพร้อมและสร้างแรงจูงใจ ถึงจะมีการทบทวนความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียน แต่ส่วนใหญ่นั้นการดำเนินไปของชั้นเรียนจะอยู่ในรูปการถามตอบ มีการอธิบายเพิ่มเติมบ้างในกรณีที่ผู้เรียนมีข้อสงสัยเพิ่มเติม ซึ่งจะแตกต่างจากห้องทดลองที่ได้ทำกิจกรรมเพื่อทำให้มโนทัศน์เดิมหรือความรู้เดิมมีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น ในขั้นจัดกิจกรรม ถึงแม้นักเรียนจะสามารถสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองได้ในคาบเรียน แต่ส่วนใหญ่การเรียนรู้มโนทัศน์ของนักเรียนในกลุ่มควบคุมยังอยู่ภายใต้การชี้นำของผู้วิจัย

และกระบวนการสร้างมโนทัศน์ของนักเรียนกลุ่มทดลองเป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นไปประจำ อีกทั้งยังมีการสะท้อนคิดหรือการแลกเปลี่ยนความรู้หรือประสบการณ์การเรียนรู้กับเพื่อนร่วมห้องไม่บ่อยเท่ากลุ่มทดลอง และในขั้นพัฒนาทักษะ ถึงแม้นักเรียนจะสามารถนำความรู้ไปสัมพันธ์กับบริบทปัญหาต่างๆ ได้ แต่ก็ยังต้องอาศัยความช่วยเหลือหรือคำแนะนำจากผู้วิจัยอยู่มาก จึงอาจส่งผลให้กลุ่มควบคุมมีความเข้าใจในมโนทัศน์ไม่เท่ากับกลุ่มทดลอง จึงอาจเป็นเหตุผลที่ทำให้กลุ่มทดลองมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม

ยกตัวอย่างเช่น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ฟังก์ชัน ของกลุ่มทดลอง ในขั้นที่ 1 ขั้นฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ (Practice) ซึ่งมีความรู้พื้นฐานคือเรื่อง ความสัมพันธ์ พบว่าจากการจัดกิจกรรมในขั้นนี้ นักเรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจาก A ไป B ได้ถูกต้องโดยไม่ผิดเลยแม้แต่ข้อเดียว เมื่อเทียบจากการใช้ความรู้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ความสัมพันธ์ ซึ่งยังมีข้อผิดพลาดอยู่บ้าง ในขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ (Decontextualization) และขั้นที่ 3 ขั้นสรุปความหมายของมโนทัศน์ (Meaning) พบว่านักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องความสัมพันธ์ ใช้ในการแยกแยะลักษณะสำคัญของมโนทัศน์เรื่อง ฟังก์ชัน เช่น “ผมสังเกตว่าสมาชิกตัวหน้าในคู่อันดับของความสัมพันธ์ไม่ซ้ำกันครับ” หรือ “สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับจับคู่กับสมาชิกตัวหลังเพียงตัวเดียวครับ” จนสามารถสร้างข้อสรุปได้ด้วยตนเองว่า “ฟังก์ชันคือความสัมพันธ์ที่สมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับแตกต่างกันทั้งหมด” จากนั้นในขั้นที่ 4 ขั้นนำมโนทัศน์ไปใช้งานกับบริบทที่คุ้นเคย (Recontextualization) ผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนนำมโนทัศน์เรื่อง ฟังก์ชันไปใช้งานโดยการตรวจสอบว่าความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชัน สังเกตได้ว่า นักเรียนสามารถนำความเข้าใจในมโนทัศน์มาใช้ตรวจสอบความสัมพันธ์ได้ โดยเหตุผลที่นักเรียนให้ประกอบสะท้อนให้เห็นว่านักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์อย่างลึกซึ้ง เช่น “ความสัมพันธ์นี้ เป็นฟังก์ชันเพราะสมาชิกตัวหน้าต่างกันทั้งหมด” หรือ “ความสัมพันธ์นี้ ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะ y^2 เกิดจาก x ที่เป็นได้ทั้งจำนวนจริงบวก และจำนวนจริงลบ” เป็นต้น ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ฟังก์ชันของกลุ่มควบคุม จากการถามตอบในเรื่องความสัมพันธ์ พบว่ายังมีนักเรียนบางส่วนที่ยังตอบคำถามไม่ถูกต้องเกี่ยวกับความสัมพันธ์ ในการสร้างมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ผู้วิจัยต้องใช้คำถามนำหลายคำถามและยกตัวอย่างประกอบหลายตัวอย่าง กว่าผู้เรียนจะสามารถสร้างมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันได้ และจากการนำมโนทัศน์ไปใช้งานโดยการตรวจสอบว่าความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชัน สังเกตได้ว่า นักเรียนให้เหตุผลประกอบได้ยังไม่ดีเท่าที่ควร เช่น “ความสัมพันธ์นี้ เป็นฟังก์ชันเพราะสมาชิกตัว

หน้าจับคู่กับสมาชิกตัวหลังแตกต่างกัน” หรือ “ความสัมพันธ์นี้ ไม่เป็นฟังก์ชัน เพราะถ้าจะเป็นฟังก์ชันต้องเป็น x^2” เป็นต้น

จะเห็นได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์นั้นสามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ นินดิ ซิตร้า ซีเทีย เดวี่ (Nindi Citra Setia Dewi, 2013) ที่ได้ทำการวิจัยโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนเพื่อพัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์เรื่องเศษส่วน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ มีความเข้าใจเรื่องเศษส่วนมากกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนโดยใช้วิธีปกติ และยังสอดคล้องกับงานวิจัยที่มีแนวคิดใกล้เคียงกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์คือ นาเดีย กองเป็ง (2555) ที่ทำการศึกษา เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ซึ่งกระบวนการแอบสแตรกชัน เป็นกระบวนการที่มีความใกล้เคียงกับรูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ซึ่งผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจ รรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีมโนทัศน์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และในปี 2007 มิทเชอร์มอร์และไวท์ (Mitchemore and White) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และการประยุกต์เรื่องอัตราและอัตราส่วน ของนักเรียนเกรด 8 โดยทาการศึกษานักเรียน 3 กลุ่ม คือ กลุ่มสูง กลุ่มกลาง และกลุ่มต่ำ พบว่านักเรียนทั้ง 3 กลุ่มมีมโนทัศน์เรื่องอัตราและอัตราส่วน สูงกว่าก่อนการทดลอง นอกจากนั้นยังสอดคล้องกับงานวิจัยที่อาศัยกระบวนการสร้างความรู้ผ่านภาษาพูดและภาษาเขียน (Discourse) ของซามารา ราเชล ไซเกอร์ (Samara Rachel Zeiger, 2015) ที่ได้ทำการศึกษาบทบาทของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในการสร้างมโนทัศน์ โดยการเก็บตัวอย่างชิ้นงานของนักเรียนที่ได้จากการสื่อสารผ่านการพูด การเขียน และการแลกเปลี่ยนความคิด พบว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีส่วนทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น

ดังนั้น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ จึงส่งผลให้นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตอนที่ 2 ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

2.1 จากผลการวิจัย ที่พบว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 2 ที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ทั้งนี้อาจมีเหตุผลสนับสนุน ดังนี้

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ทำให้นักเรียนกลุ่มทดลองได้ฝึกการเชื่อมโยงความรู้ทุกครั้งของการเรียนเนื้อหาในแต่ละมโนทัศน์ และจากขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในความรู้เดิม และสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมสู่การสร้างมโนทัศน์ หลังจากนั้นจึงมีการส่งเสริมให้เกิดการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับบริบททางคณิตศาสตร์และบริบทชีวิตจริงผ่านการประยุกต์ใช้ความรู้และการแก้ปัญหา ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ที่ส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ (Practice) ซึ่งเป็นขั้นที่ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้นซึ่งเป็นพื้นฐานในการเรียนมโนทัศน์ใหม่โดยการจัดกิจกรรมในขั้นนี้ นักเรียนจะได้ฝึกการเชื่อมโยงความรู้เดิม เป็นการเปิดโอกาสให้เชื่อมโยงไปยังความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนผ่านมา และทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องและเพียงพอต่อการสร้างมโนทัศน์

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ (Decontextualization) ในการจัดกิจกรรมในขั้นนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอบริบทการเรียนรู้ของมโนทัศน์ให้นักเรียนค้นหาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์นั้น ทำให้นักเรียนได้วิเคราะห์ลักษณะสำคัญโดยอาศัยการสังเกต มีการใช้คำถามกระตุ้น

ความรู้ความเข้าใจ ทำให้นักเรียนมีการเชื่อมโยงความรู้เดิมมาช่วยในการค้นหาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์นั้น มีการอภิปรายร่วมกัน แลกเปลี่ยนความรู้ความคิดกัน

ขั้นที่ 4 ขั้นนำมโนทัศน์ไปใช้งานกับบริบทที่คุ้นเคย (Recontextualization) ในการจัดกิจกรรมในขั้นนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอบริบทใหม่ที่มีความใกล้เคียงกับบริบทที่ใช้ในการค้นหาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ เพื่อให้นักเรียนนำมโนทัศน์ใหม่ที่สรุปได้ไปใช้งาน เป็นการเน้นให้เกิดการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 5 ขั้นฝึกนำความเข้าใจในมโนทัศน์ไปใช้งานจริง (Realization) ในการจัดกิจกรรมในขั้นนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอบริบทที่สัมพันธ์มโนทัศน์กับชีวิตจริง ทำให้นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงของมโนทัศน์ที่เรียนกับชีวิตจริงและยังได้ประยุกต์ใช้สู่องค์ความรู้ใหม่ๆ ทั้งในและนอกห้องเรียน

ซึ่งเมื่อวิเคราะห์จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์กับกลุ่มควบคุมแล้ว พบว่า ในขั้นแรกขั้นเตรียมความพร้อมและสร้างแรงจูงใจ ถึงจะมีการทบทวนความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่จะเรียน แต่ส่วนใหญ่นั้นการดำเนินไปของชั้นเรียนจะอยู่ในรูปการถามตอบ มีการอธิบายเพิ่มเติมบ้างในกรณีที่ผู้เรียนมีข้อสงสัยเพิ่มเติม ซึ่งจะแตกต่างจากห้องทดลองที่ได้ทำกิจกรรมเพื่อทำให้ความรู้เดิมมีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น ในขั้นจัดกิจกรรม นักเรียนห้องควบคุมในบางครั้งจะได้เห็นการเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่จากผู้สอน ซึ่งต่างจากห้องทดลองที่จะต้องเชื่อมโยงความรู้เดิมเพื่อสร้างมโนทัศน์ใหม่หรือความรู้ใหม่ และในขั้นพัฒนาทักษะถึงแม้นักเรียนจะสามารถนำความรู้ไปสัมพันธ์กับบริบทปัญหาต่างๆ ได้ แต่ก็ยังต้องอาศัยความช่วยเหลือหรือคำแนะนำจากผู้วิจัยอยู่มาก ซึ่งอาจจะส่งผลให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ได้ไม่ดีเท่าที่ควร

ยกตัวอย่างเช่น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ฟังก์ชันขั้นบันได ของกลุ่มทดลอง ผู้วิจัยสังเกตได้จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียนในขั้นที่ 4 ขั้นนำมโนทัศน์ไปใช้งานกับบริบทที่คุ้นเคย (Recontextualization) นักเรียนส่วนมากสามารถใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันขั้นบันไดในการเขียนฟังก์ชันจากกราฟของฟังก์ชัน และวาดกราฟของฟังก์ชันจากฟังก์ชันได้ นั่นแสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถนำความรู้เรื่องฟังก์ชันขั้นบันไดมาสัมพันธ์กับปัญหาได้ ซึ่งมีนักเรียนไม่กี่คนที่ใช้สัญลักษณ์ผิด ครูได้ปรับแก้ข้อผิดพลาดโดยอธิบายเพิ่มเติมว่า “บริเวณจุดทึบบนกราฟเราจะใช้เครื่องหมาย $\leq$ หรือ $\geq$ เพราะเป็นบริเวณที่เราต้องการค่าของฟังก์ชัน” เป็นต้น และในขั้นที่ 5 ขั้นฝึกนำความเข้าใจในมโนทัศน์ไปใช้งานจริง (Realization) พบว่านักเรียนส่วนมากสามารถนำความรู้เรื่องฟังก์ชันขั้นบันไดไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์ในชีวิตประจำวันได้ สังเกตจากการตอบคำถามในใบกิจกรรม ซึ่งเป็นบริบท

เกี่ยวกับการตัดสินผลการเรียน และยังเป็นเรื่องใกล้ตัวนักเรียนอีกด้วย เมื่อสังเกตการณ์จัดกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง ฟังก์ชันขั้นบันได ของกลุ่มควบคุม พบว่าในการนำความรู้เรื่องฟังก์ชันขั้นบันไดไปใช้งานนักเรียนส่วนมากจะยังสับสนเกี่ยวกับสัญลักษณ์อสมการที่ใช้ในการเขียนฟังก์ชัน และสับสนเกี่ยวกับค่าของฟังก์ชัน เช่น “ที่ x = 3 f(x) มีค่าเท่ากับ 20 และ 30” หรือ “ที่ x = 3 f(x) = 20” ซึ่งเป็นคำตอบที่ผิด เป็นต้น ครูจึงต้องอธิบายเพิ่มเติมว่าค่าของฟังก์ชันคือจุดทึบ จุดโปร่งนั้นเป็นเพียงขอบบนของค่าของฟังก์ชัน เป็นต้น ซึ่งในกลุ่มควบคุมผู้วิจัยให้ความช่วยเหลือค่อนข้างมากเพราะนักเรียนยังไม่สามารถนำความรู้เรื่องฟังก์ชันขั้นบันไดมาสัมพันธ์กับปัญหาได้ และในขั้นที่ 5 ขั้นฝึกนำความเข้าใจในมโนทัศน์ไปใช้งานจริง (Realization) ถึงแม้จะเป็นบริบทที่ใกล้ตัว แต่ยังมีนักเรียนบางคนที่ยังเขียนฟังก์ชันขั้นบันไดผิดอยู่ เช่น “ f(x) = 3.5 เมื่อ $75 < x \leq 80$” แสดงให้เห็นว่านักเรียนยังไม่สามารถนำความรู้เรื่องฟังก์ชันขั้นบันไดมาสัมพันธ์กับปัญหาในชีวิตจริงได้ดีเท่าที่ควร

จะเห็นได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์นั้นสามารถพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยที่มีแนวคิดใกล้เคียงกันของ ของบุญญิสา แซ่หล่อ (2550) ได้ทำการศึกษาเรื่อง บูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ ในเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิต โดยใช้สถานการณ์จริงสาหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ไปทดลองใช้ โดยกลุ่มตัวอย่างได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยเน้นการเชื่อมโยงในสองแบบ คือการเชื่อมโยงภายในเนื้อหาคณิตศาสตร์ และ การเชื่อมโยงในเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ชีวิตจริง ผลการศึกษาพบว่า หลังการทดลองนักเรียนที่ได้รับการบูรณาการมีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงและความสามารถด้านความลึกในการเข้าใจเนื้อหาสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และสอดคล้องกับงานวิจัยของ ลีแอน อาร์เคทเทอร์ลีน-เกลเลอร์ ,เดวิด เจชาร์ด และแฮงค์ ไฟน์ (Leanne R. Ketterlin-Geller, David J. Chard and Hank Fien, 2008) ที่ได้ทำการศึกษาเรื่องการสร้างการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนระดับต่ำ โดยทำการแบ่งนักเรียนเป็นสองกลุ่ม นักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนต่ำเป็นกลุ่มทดลอง และนักเรียนความสามารถทางการเรียนระดับกลางเป็นกลุ่มควบคุม โดยใช้นวัตกรรมพัฒนามโนทัศน์เชิงบริบทกับกลุ่มทดลอง พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการขยายความรู้ผ่านหลักสูตรได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม

2.2 จากผลการวิจัย ที่พบว่านักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 3 ที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ทั้งนี้อาจมีเหตุผลสนับสนุน ดังนี้

ประการแรกอาจเป็นเพราะว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ส่งเสริมให้นักเรียนนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้งานในบริบทต่างๆ และจากขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในความรู้เดิมและสามารถเชื่อมโยงความรู้เดิมสู่การสร้างมโนทัศน์ได้ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ที่ส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน มีรายละเอียดดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ (Practice) ซึ่งเป็นขั้นที่ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ชัดเจนในความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นพื้นฐานในการเรียนมโนทัศน์ใหม่โดยการจัดกิจกรรมในขั้นนี้ นักเรียนจะได้ฝึกการเชื่อมโยงความรู้เดิม เป็นการเปิดโอกาสให้เชื่อมโยงไปยังความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนผ่านมา และทำให้ความรู้เดิมมีความถูกต้องและเพียงพอที่จะสามารถ

ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ (Decontextualization) ในการจัดกิจกรรมในขั้นนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอบริบทการเรียนรู้ของมโนทัศน์ให้นักเรียนค้นหาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์นั้น ทำให้นักเรียนได้วิเคราะห์ลักษณะสำคัญโดยอาศัยการสังเกต มีการใช้คำถามกระตุ้นความรู้ความเข้าใจ ทำให้นักเรียนมีการเชื่อมโยงความรู้เดิมมาช่วยในการค้นหาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์นั้น มีการอภิปรายร่วมกัน แลกเปลี่ยนความรู้ความคิดกัน

ขั้นที่ 4 ขั้นนำมโนทัศน์ไปใช้งานกับบริบทที่คุ้นเคย (Recontextualization) ในการจัดกิจกรรมในขั้นนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอบริบทใหม่ที่มีความใกล้เคียงกับบริบทที่ใช้ในการค้นหาลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ เพื่อให้นักเรียนนำมโนทัศน์ใหม่ที่สรุปได้ไปใช้งาน เป็นการเน้นให้เกิดการเชื่อมโยงภายในวิชาคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 5 ขั้นฝึกนำความเข้าใจในมโนทัศน์ไปใช้งานจริง (Realization) ในการจัดกิจกรรมในขั้นนี้ ผู้วิจัยได้นำเสนอบริบทที่สัมพันธ์มโนทัศน์กับชีวิตจริง ทำให้นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงของมโนทัศน์ที่เรียนกับชีวิตจริงและยังได้ประยุกต์ใช้สู่องค์ความรู้ใหม่ๆ ทั้งในและนอกห้องเรียน

สามารถสังเกตได้จากการตอบแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน ในฉบับก่อนเรียน นักเรียนไม่ค่อยตอบแบบวัดเพราะยังไม่คุ้นชินกับแบบวัด และอาจหลงลืมความรู้ที่ได้เรียนมาก่อนหน้า แต่ในแบบวัดความสามารถการเชื่อมโยงความรู้ฉบับหลังเรียน นักเรียนสามารถตอบคำได้โดยมีรายละเอียดมากขึ้น และสามารถยกตัวอย่างสถานการณ์ที่ใช้ความรู้ในเรื่องที่ระบุได้ดีขึ้น

ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยที่มีแนวคิดใกล้เคียงกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ของอาทิตยา สาราญอินทร์ (2553) ได้ทำการศึกษาเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ไปทดลองใช้กับกลุ่มตัวอย่าง ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ มีมโนทัศน์สูงกว่าก่อนทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 และสอดคล้องกับบทความของสตีแพนและชมิดท์ที่กล่าวถึงว่าในการจัดการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ ครูพบว่านักเรียนสร้างการเชื่อมโยงได้ (Stepans and Schmidt, 2009) และยังสอดคล้องกับงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐานซึ่งมีแนวคิดใกล้เคียงกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ของวรรณศิริ หลงรัก (2553) ได้ศึกษาผลการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบทเรื่องสถิติ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการเชื่อมโยง และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนป้อมนาคราชสวาทยานนท์ จังหวัดสมุทรปราการ พบว่า กิจกรรมการเรียนรู้ด้านบริบทเรื่องสถิติ ส่งผลที่ดีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทักษะการเชื่อมโยง และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และสอดคล้องกับบทความของวิลเลียมส์ (Williams, 2007) ที่กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐานไว้ว่า การเรียนรู้ผ่านการใช้บริบทเป็นการจัดมโนทัศน์ทางวิชาการให้สอดแทรกไปกับสถานการณ์ในชีวิตจริง จึงช่วยกระตุ้นให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญของสิ่งที่เรียนในฐานะเป็นส่วนหนึ่งขอชีวิตได้

ประการที่สอง อาจเป็นเพราะว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ทำให้นักเรียนกลุ่มทดลองมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดี มีความเข้าใจมโนทัศน์อย่างลึกซึ้ง ส่งผลให้นักเรียนกลุ่มทดลองในช่วงหลังเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์สูงกว่าในช่วงก่อนเรียนด้วยเหตุผลข้างต้นอาจเป็นสาเหตุที่

ช่วยส่งผลให้ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังทดลองสูงกว่ากลุ่มทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ อัมพร ม้าคนอง (2554: 61) กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า สิ่งสำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้คือ ผู้เรียนต้องมีความรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเรื่องที่จะนำไปเชื่อมโยงได้เป็นอย่างดี คอกซ์ฟอร์ด (Coxford, 1995) กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า วิธีการประยุกต์วิธีการแก้ปัญหา และวิธีการให้เหตุผล เป็นวิธีการที่มักจะต้องใช้ร่วมกัน สามารถทำให้นักเรียนได้เข้าถึงกระบวนการ การเชื่อมโยงได้เป็นอย่างดี และสอดคล้องกับแนวคิดของสมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 1991) ในการพัฒนาความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ครูต้องร่วมทากิจกรรมกับนักเรียนที่ส่งเสริมความเข้าใจในความคิดรวบยอด กระบวนการและการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

ข้อเสนอแนะสาหรับการนำไปใช้

1. การเลือกบริบทการเรียนรู้ครูควรเลือกใช้ให้เหมาะสม เช่น ในขั้นที่ 1 ขั้นฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ (Practice) บริบทควรเป็นบริบทที่มีความคุ้นเคยกับนักเรียน หรือในขั้นที่ 4 ขั้นนำมโนทัศน์ไปใช้งานกับบริบทที่คุ้นเคย (Recontextualization) บริบทควรเป็นบริบทที่สัมพันธ์กับความรู้ อาจเป็นบริบทง่าย ๆ ที่ไม่ซับซ้อน เป็นต้น

2. การสะท้อนคิดในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ครูต้องให้ความช่วยเหลือคอยชี้แนะแนวทางให้ก่อน เพราะนักเรียนอาจยังไม่สามารถสะท้อนความคิดเองได้ในคาบแรก ๆ จำเป็นต้องได้รับคำชี้แนะจากครู

3. ในขั้นที่ 1 ขั้นฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ (Practice) ต้องเป็นการฝึกที่เน้นการตรวจสอบข้อผิดพลาดของนักเรียน

4. ในการตรวจสอบข้อผิดพลาดของนักเรียนนั้น ครูจะต้องวิเคราะห์ข้อผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้นเพื่อวางแผนการแก้ข้อผิดพลาดนั้น ๆ

5. บทบาทของครูต้องเป็นเพียงผู้อำนวยความสะดวก แม้ว่านักเรียนจะไม่สามารถตอบคำถามหรือแก้ปัญหาไม่ได้ ครูไม่ควรให้ความช่วยเหลือนักเรียนในทันที แต่ควรกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดด้วยตนเองโดยการใช้คำถาม

6. ในงานวิจัยพบว่า การฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ (Practice) และการสะท้อนคิดทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจในมโนทัศน์แล้วความรู้เดิมมากขึ้น จึงควรใช้การฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ (Practice) และการสะท้อนคิด ในการเรียนการสอนให้มากขึ้น

ข้อเสนอแนะสาหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรนำแนวปฏิบัติการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ไปทำซ้ำกับกลุ่มตัวอย่างอื่น เพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

2. ควรทำการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล เนื่องจากในขณะที่ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับนักเรียนกลุ่มทดลองนั้น ผู้วิจัยพบว่านักเรียนมีการให้เหตุผลที่ดี สามารถให้เหตุผลสนับสนุนคำตอบและแนวคิดของตนเองได้ดีขึ้น

3. ควรทำการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ไปปรับในการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาความรู้หรือความสามารถในด้านอื่นๆ เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือความสามารถในการสื่อสาร สื่อความหมาย หรือนำเสนอทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

Chulalongkorn University

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ. (2528). จิตวิทยาการศึกษา. ภาควิชาแนะแนวและจิตวิทยาการศึกษา. คณะศึกษาศาสตร์. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒประสานมิตร.

กรมวิชาการ. (2545). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้า.

กรรณิการ์ วิทยา. (2550). การปรับปรุงการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนป่าคาป่าม่วง จังหวัดแพร่. (ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยเชียงใหม่, คณะศึกษาศาสตร์.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). สาระและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้า.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2546). การคิดเชิงมโนทัศน์. กรุงเทพมหานคร: บริษัทซัคเซสมีเดีย.

ขนิษฐา สว่างจิตต์. (2555). ผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐาน (Context-Based Learning: CBL) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. (ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยนเรศวร, คณะศึกษาศาสตร์.

ไชยรัตน์ เจริญสินโอฬาร. (2543). วาทกรรมการพัฒนา: อำนาจ ความรู้ ความจริง เอกลักษณ์และความเป็นอื่น. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์วิภาษา.

ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2533). การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2547). สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 เรื่องการวัดสู่การจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน ในประมวลบทความหลักและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์.

ทิศนา แขมมณี. (2555). ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์. (2535). การพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่เน้นทักษะปฏิบัติสำหรับครูวิชาชีพ. (ปริญญาดุษฎีบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, คณะครุศาสตร์.

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์. (2537). ความคิดรวบยอดกับการเรียนการสอน. สารพัฒนาหลักสูตร.

นาเดีย กองเป็ง. (2555). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, คณะครุศาสตร์.

นาตยา ปิลันธนานนท์. (2542). การเรียนรู้ความคิดรวบยอด (Concept Learning). กรุงเทพมหานคร: เจ้าพระยาระบบการพิมพ์.

บุญญิสา แซ่หล่อ. (2550). การบูรณาการแบบเชื่อมโยงเนื้อหาคณิตศาสตร์ในเรื่องการวิเคราะห์ข้อมูล การนำเสนอข้อมูล และพีชคณิต โดยใช้สถานการณ์จริงสำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ปริญญาดุษฎีบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, บัณฑิตวิทยาลัย

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์. (2523). การเรียนรู้แบบสร้างความคิดรวบยอด. ประชาศึกษา.

ประยูร อาษานาม. (2537). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ในระกับประถมศึกษา : หลักการและแนวปฏิบัติ. ขอนแก่น: สำนักพิมพ์ประกายพรึก.

พรรณี ชูทัย. (2540). จิตวิทยาการเรียนการสอน. กรุงเทพมหานคร: เมธีทิพย์.

พรรณทิพย์ ม้ามณี. (2520). การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สารศึกษาการพิมพ์.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พิสิฐ ลี้อาธรรม. (2553). ระบบการศึกษาไทย. [ออนไลน์]. แหล่งที่มา: http://thaireform.in.th/reform-path/join-the-reform/39-2009-11-25-04-20-51/819-2010-03-20-05-44-09.html [7 มีนาคม 2558]

พีระพล ศิริวงศ์. (2525). การศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการสรุปครอบคลุมผลสัมฤทธิ์ทางการ

เรียนและความคงทนในการจำเรื่องรูปเรขาคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 จากการสอนที่ให้ตัวอย่างแตกต่างกันสองแบบ. (ปริญญามหาบัณฑิต), สาขาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

โพธิ์ทิพย์ วัชระสวัสดิ์. (2547). การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นทักษะและกระบวนการเชื่อมโยง เรื่องอนุพันธ์ของฟังก์ชัน ระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูงปี ที่1 วิทยาลัยเทคนิคดอนเมืองจังหวัดกรุงเทพมหานคร. (ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร, บัณฑิตวิทยาลัย.

ไพจิตร สดวกการ. (2539). ผลของการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์และความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. (ปริญญาดุษฎีนิพนธ์), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, คณะครุศาสตร์.

ไพจิตร สดวกการ. (2543). เรียนผูกเรียนแก้ภูมิปัญญาไทยที่สอดคล้องกับทฤษฎีคอนสตรัคติวิสท์ซึม. ปฏิรูปการศึกษา.

มะลิวัลย์ ทองอินทร์. (2555). การพัฒนาแบบทดสอบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. (ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยนเรศวร, คณะศึกษาศาสตร์.

ยลนภา พลชัย. (2548). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการได้มาซึ่งมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดอุดรธานี. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, คณะครุศาสตร์.

ราชบัณฑิตยสถาน. (2551). พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ อักษร A-L ฉบับราชบัณฑิตยสถาน. กรุงเทพมหานคร: อรุณการพิมพ์

วัลลภา ธารีรัตน์. (2528). สอนให้ค้นพบความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างไร คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น. : 57 - 69

วิมลรัตน์ ศรีสุข. (2551). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการรูปแบบการ

สร้างมโนทัศน์กับรูปแบบการแปลงเพื่อเสริมสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดแบบอุปนัยของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น (ปริญญาดุษฎีบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, คณะครุศาสตร์.

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา. (2537). แนวคิดบางประการที่เกี่ยวข้องกับความคิดรวบยอด. สารพัฒนาหลักสูตร.113(เมษายน-มิถุนายน): 49-51

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2551). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้คิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. (ปริญญาดุษฎีบัณฑิต),มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, คณะวิทยาศาสตร์.

ศุภลักษณ์ ครุฑคง. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธี IMPROVE และการเขียนบันทึกการเรียนรู้ที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, คณะครุศาสตร์.

ศิรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา. (2554). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4Ex2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, คณะครุศาสตร์.

สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: สถาบันคุณภาพวิชาการ.

สมจิต จิวปรีชา. (2528). แนวการคิดในการสอนคณิตศาสตร์ปัจจุบัน, วารสารการศึกษา. กรุงเทพมหานคร. 10: 11-12.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: หจก. ส เจริญ การพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: สกสค. ลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2552). คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์

เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.กรุงเทพมหานคร: สกสค. ลาดพร้าว.

สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. (2551). ตัวชี้วัดและสารการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทยจำกัด.

สำนักทดสอบทางการศึกษา. 2556. ผลการประเมินคุณภาพการศึกษาระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปีการศึกษา 2556 [Online]. แหล่งที่มา: http://www.niets.or.th [22 กุมภาพันธ์ 2558].

สุรางค์ โค้วตระกูล. (2533). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ. (2549). วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โสภณ บำรุงสงฆ์ และ สมหวัง ไตรต้นวงศ์. (2520). เทคนิคและวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่. กรุงเทพมหานคร: พราว เพรส.

อเนก พุทธิเดช. (2548). การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เนนกระบวนการแกปญหาและการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตรเรื่อองการประมาณคา สำหรับนักเรียนชั้นนมัธยมศึกษาปที่ 1 โรงเรียนเทศบาลวัดเขียน จังหวัดพระนครศรีอยุธยา. (ปริญญามหาบัณฑิต), มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร, บัณฑิตวิทยาลัย.

อภิลักษณ์ เคนไชยวงศ์. (2555). ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์. [ออนไลน์]. https://nadokmai.wordpress.com/2012/05/19/ [1 เมษายน 2558]

อรญา อัญโย. (2553). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, คณะครุศาสตร์.

อัญชลีรัตน์ รอดเลิศ. (2553). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการพัฒนามโนทัศน์และเอกสารสรุปมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลเชิงอุปนัยทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, คณะครุศาสตร์.

อัมพร ม้าคนอง. (2547). ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์: จุดเน้นของงานสอนคณิตศาสตร์. ในพร้อมพรรณ อุดมสินและอัมพร ม้าคนอง (บรรณาธิการ), ประมวลบทความหลักการและแนวทางการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

อัมพร ม้าคนอง. (2546). คณิตศาสตร์ : การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

อัมพร ม้าคนอง. (2554). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ, คณะครุศาสตร์, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อาทิตยา สำราญอินทร์. (2553). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลการปรับมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, คณะครุศาสตร์

อิสริยา ปรมัตถากร. (2556). การพัฒนาความรู้และความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทฤษฎีพหุปัญญาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. (ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, คณะครุศาสตร์.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาษาอังกฤษ

Ausubel, D.P. (1968). Educational Psychology: a cognitive view. *New York* : *Rinegart nd Winston.*

Ben-Hur, M. (2006). Concept-Rich Mathematics Instruction :Building a Strong Foundation for Reasoning and Problem Solving. Alexandria, Virginia USA

Blaskopf, B., and Chazen, D. (2001). Welcome to Our Focus Issue on Connections. *Mathematics Teacher.* 94(8): 625.

Charlesworth, R. (2005). Experience in math for young children. 5th ed. United States: Thomson Delmar Learning.

Cooney, T. J., Davis E. J., and Henderson} K. B. (1975). Dynamics of Teaching Secondary School Mathematics. *Boston: Hongton Miffin.*

Davis and Tall, 2002. What's a scheme? In D.O. Tall(Ed.), Intelligence, learning And understanding in mathematics (pp. 133-137). Flaxton, Australia.

De Cecco, J.P. (1968). The psychology of learning and instruction. *NewYork : Prentice Hall.*

Dirver, R., and Bell, B. 1986. Students' thinking and the learning of science: A Constructivist view. School Science Review, 67: 443-456

Eggen, P.D. and Kauchak, D.P. 1995. Strategies for Teaching Content and Thinking Skills. 3rd ed. Boston: Allyn and Bacon.

Esra, B. 2007: The effect of a Constructivist Instructional Approach to Arithmetic Word Among mathematics Student Teachers. Educational Sciences: Theory and Practice: 1189 – 1195

Frayer, D.A., Fredick, W. C., and Klausmier, H.J. (1969). A Scheman for Testing the Level of Concept Mastery. *Working paper No.16 Madison, Wisconsin Research and Development Center for Cognitive Learning, April.*

Gainsburg, H., & Ertle, B. (2007). Knowing the mathematics in early childhood mathematics. In O.N. Saracho & B. Spodek (Eds.),

Gange, R.M. (2000). The conditions of learning and theory of instruction. New York. Holt, Rinehart and Winston.

Good, C.V. 1959. Dictionary of education. United States of America: McGraw-Hill Book Company.

Gunter, M.A., Ester, T.H., and Schwab, J.H. (1990). Instruction: A model approach. Boston: Allyn and Bacon.

Hall, S. (2001). Foucault: Power, Knowledge and Discourse. In Discourse Theory and Practice. London. Thousand Oaks and New Delhi: SAGE Publications.

Harris, J.R., 1998. The nature of assumption: Why children turn on the way they do?

New York: The Free Press and Simon & Schuster.

Hewson, P.W. 1981 A conceptual change approach to learning science. European Journal of Science Education,: 383-396

J. Feldman, H. Knorrer and E. Trubowitz, The Pertubatively Stable Sprectum of a Periodic Schrodinger Operator. Ivent. Math.

Lasley, T.J. and Matczynski, T.J. 2002. Introduction model: strategies for teaching in a diverse society. Belmont Calif: Wadworth.

Lioyd, G.M., and Wilson, M.R., "Supporting Innovation: The Impact of a Teacher's Conceptions of Functions on His Implementation of A Reform Curriculum." Journal for Research in Mthematics Education: 248-274

McCown, R. and Roup, P. (1992). Educational psychology and classroom practice: A partnership. Boston: Allyn and Bacon.

Meir Ben-Hur, 2006. Concept-Rich Mathematics Instruction :Building a Strong Foundation for Reasoning and Problem Solving, Alexandria, Virginia USA.

Mitchelmore, M.C. and White, P. 2010. Abstraction in Mathematics Learning. Mathematics Education Research Journal, 19(2): 1-9

Monroe, E.E. and Pendergrass M.R., (1997). Effects of mathematical vocabulary Instruction on fourth grade students. [Online]. Available from: Http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED414182.pdf[2014,December]

Markovits,Z., Eylon, B.S., and Bruckheirmer, M. Difficulties Students Have with the Function Concept. The Ideas of Algebra. K-12 1988 Yearbook of the National Council of Teacher of Mathematics. Reston Va: NCTM, 1988

National Council of Teaching Mathematics (NCTM). 1991. Curriculum and Evaluation Standard for School Mathematics. Reston: Virginia.

National Council of Teaching Mathematics (NCTM). 2000. Principles and Standard for School Mathematics. Reston: Virginia.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Nindi Citra Setia Dewi, 2013. The Application of Learning-Based Concept-Rich Instruction To Improved Comprehensiom of Fration Concept on Elementary School Student. [Thesis]. Faculty of Education. Indonesia University

Posner, G. and others, 1982. Accommodation of a scientific conception: Toward a theory conceptual change. Science Education,: 211-227

Schwarz, B.B. and Hershkowitz, R., 1999. Prototypes: brake of levers in learning the Function concept. The role of computer tools. Journal for Research in Mathematics Education.

Skemp, R. 1986. The psychology of learning mathematics. 2nd ed. Harmondsworth, United Kingdom: Penguin.

Slavin, R.E. (2005). Educational psychology: theory and practice. Needham Heights, MA: Allyn and Bacon.

Toumasis, C. (1995). Concept worksheet: An important tool for learning. Mathematics Teacher.

White, P., and Mitchelore, M.C. 2002. Teaching and learning mathematics by abstraction. In D.O. Tall and M. Thomas (Eds.) Intelligence and understanding in mathematics: 235-256. Flaxton, QLD:Post Pressed.

White, P., and Mitchelore, M.C. 2003. Teaching angles by abstraction from physical activities with concrete materials. In N.Pateman, B.Dougherty, and J. Zillox (Eds). Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Honolulu: Hawaii, 4: 403-410.

White, P., and Mitchelore, M.C. 2005. Teaching Percentage as Multiplicative Relationship. Proceeding of the 28th conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, 1: 783-790.

White, P., and Mitchelore, M.C. 2010. Teaching for abstraction : A model Mathematical Thinking and Learning. 12: 205-226.

ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจสอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน มีดังนี้

1. อาจารย์ ดร.พัชรี ปิยะภัณฑ์	อาจารย์ประจำภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี
2. อาจารย์ชาญ เขตจัตุรัส	อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
3. อาจารย์ปรุง อินทมาตร์	ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- 0216

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 ตุลาคม 2558

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.พัชรี ปิยะภัณฑ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายภมรเมษย์ เลาหวิรุฬห์กุล นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- [illegible]

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 ตุลาคม 2558

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ชาญ เขตจัตุรัส

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายภมรเมษย์ เลาหวิรุฬห์กุล นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- [illegible]018

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 ตุลาคม 2558

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ปรุง อินทมาตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายภมรเมษย์ เลาหวิรุฬห์กุล นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680-82 ต่อ 612

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- 5819

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 ตุลาคม 2558

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายภมรเมษย์ เลาหวิรุฬห์กุล นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องขอเก็บข้อมูลวิจัยด้วยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680-82 ต่อ 612

โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (ประถม)
รับที่ ๑๑๙๖
วันที่ ๒๗ ต.ค. ๕๘
เวลา ๑๕.๓๐ น.

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- 1220

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 ตุลาคม 2558

เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสมุทรสาครวุฒิชัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายภมรเมษย์ เลาหวิรุหห์กุล นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680-82 ต่อ 612

โรงเรียนศรีทธาสมุทร
เลขรับ 1441/58
วันที่ 1 ธ.ค. 58
เวลา 09.30 น.

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58-7622

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

27 ตุลาคม 2558

ฝ่ายวิชาการ โรงเรียนศรีทธาสมุทร
เลขรับ 1440/2558
วันที่ 4 ธ.ค. 58
เวลา 13.30 น.

เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศรีทธาสมุทร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

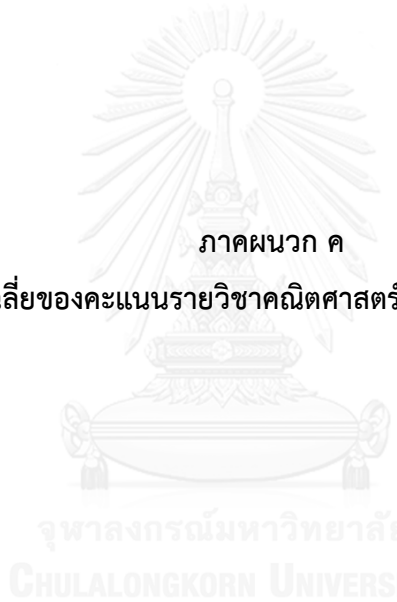
ด้วย นายภมรเมษย์ เลาหวิรุฬห์กุล นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอนคณิตศาสตร์ที่เน้นความเข้มข้นของมโนทัศน์ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2680-82 ต่อ 612



ภาคผนวก ค

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของกลุ่มตัวอย่างก่อนทดลอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 9 แสดงผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 1 (ค 31101) ของคะแนนสอบกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{X}$	S.D.	t
กลุ่มทดลอง	46	36.80	6.42	0.854
กลุ่มควบคุม	46	35.70	6.67	

จากตารางที่ 9 แสดงให้เห็นว่าคะแนนสอบกลางภาคเรียนและปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2558 ของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ง
ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนทดลอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 10 แสดงผลการเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{X}$	S.D.	t
กลุ่มทดลอง	46	8.88	3.78	0.38
กลุ่มควบคุม	46	9.18	3.76	

จากตารางที่ 9 แสดงให้เห็นว่าคะแนนความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ก่อนทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก จ

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวมรวมข้อมูล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 11 แสดงโครงสร้างของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบฉบับ Try Out	จำนวนข้อสอบฉบับจริง
1) ผลคูณคาร์ทีเซียนของเซต A และ เซต B	2 (ข้อ 1, 2)	1 (ข้อ 1)
2) ความสัมพันธ์จากเซต A ไปเซต B	2 (ข้อ 3, 4)	1 (ข้อ 4)
3) การเท่ากันของสมาชิกในความสัมพันธ์	2 (ข้อ 5, 6)	1 (ข้อ 5)
4) ความสัมพันธ์ใน A	2 (ข้อ 7, 8)	1 (ข้อ 7)
5) โดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์	3 (ข้อ 9, 10, 11)	2 (ข้อ 10, 11)
6) ที่มาของวิธีการหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์	3 (ข้อ 12, 13, 14)	2 (ข้อ 12, 13)
7) ฟังก์ชัน	2 (ข้อ 15, 16)	1 (ข้อ 16)
8) ที่มาของวิธีการตรวจสอบความเป็นฟังก์ชันจากความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิก	2 (ข้อ 17, 18)	1 (ข้อ 18)
9) ที่มาของวิธีการตรวจสอบความเป็นฟังก์ชันโดยใช้กราฟ	2 (ข้อ 19, 20)	1 (ข้อ 20)
10) สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน	3 (ข้อ 21, 22, 23)	2 (ข้อ 22, 23)
11) ฟังก์ชันเชิงเส้น	2 (ข้อ 24, 25)	1 (ข้อ 24)
12) ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันเชิงเส้นในรูปกราฟและในรูปสมการ	2 (ข้อ 26, 27)	1 (ข้อ 27)
13) การใช้ฟังก์ชันเชิงเส้นแทนความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ปริมาณในสถานการณ์ชีวิตจริง	2 (ข้อ 28, 29)	1 (ข้อ 28)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนข้อสอบฉบับ Try Out	จำนวนข้อสอบฉบับจริง
14) ฟังก์ชันกำลังสอง	2 (ข้อ 30, 31)	1 (ข้อ 31)
15) ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันกำลังสองในรูปกราฟและในรูปสมการ	3 (ข้อ 32, 33, 34)	2 (ข้อ 33, 34)
16) จุดวกกลับ	2 (ข้อ 35, 36)	1 (ข้อ 36)
17) ความสัมพันธ์ของกราฟของฟังก์ชันกำลังสองในรูป $y = ax^2+bx+c$ กับคำตอบของสมการ $ax^2+bx+c = 0$	2 (ข้อ 37, 38)	1 (ข้อ 37)
18) ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล	2 (ข้อ 39, 40)	1 (ข้อ 39)
19) ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียลในรูปกราฟและในรูปสมการ	3 (ข้อ 41, 42, 43)	2 (ข้อ 42, 43)
20) การใช้ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียลแทนความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ปริมาณในสถานการณ์ชีวิตจริง	2 (ข้อ 44, 45)	1 (ข้อ 45)
21) ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์	2 (ข้อ 46, 47)	1 (ข้อ 47)
22) ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ในรูปกราฟและสมการ	2 (ข้อ 48, 49)	1 (ข้อ 49)
23) ความสัมพันธ์ระหว่างกราฟของฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ในรูป $y = \|x-a\| + c$ กับคำตอบของสมการ $\|x-a\| + c = 0$	2 (ข้อ 50, 51)	1 (ข้อ 51)
24) ฟังก์ชันขั้นบันได	2 (ข้อ 52, 53)	1 (ข้อ 53)
25) กราฟของฟังก์ชันขั้นบันได	2 (ข้อ 54, 55)	1 (ข้อ 54)
รวม	55	30

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

คำชี้แจง 1) แบบทดสอบนี้เป็นแบบทดสอบปรนัยชนิดเลือกตอบ มีทั้งหมด 30 ข้อ

2) ใช้เวลาในการทำแบบวัด 60 นาที

3) ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดคำตอบเดียว โดยทำเครื่องหมาย x ลงในกระดาษคำตอบให้ตรงกับข้อที่เลือก

4) หากมีปัญหาโปรดสอบถามจากครูผู้คุมสอบ

1) **(มโนทัศน์ เรื่อง ความสัมพันธ์จากเซต A ไปเซต B)**

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B

A : มี $(a, b) \in r$ ซึ่ง a และ $b \in A$

B : มี $(a, b) \in r$ ซึ่ง $a \in A$ และ $b \in B$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. A ถูก B ถูก ข. A ถูก B ผิด ค. A ผิด B ถูก ง. A ผิด B ผิด

2) (มโนทัศน์ เรื่อง ความสัมพันธ์ใน A)

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ เมื่อกำหนดให้ r เป็นความสัมพันธ์ใน A

A : มี $(a, b) \in r$ ซึ่ง a และ $b \notin A$

B : มี $(a, b) \in r$ ซึ่ง $a \notin A$ แต่ $b \in A$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. A ถูก B ถูก ข. A ถูก B ผิด ค. A ผิด B ถูก ง. A ผิด B ผิด

3) (มโนทัศน์ เรื่อง ที่มาของวิธีการตรวจสอบความเป็นฟังก์ชันโดยใช้กราฟ)

กำหนด r_1 และ r_2 เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B โดยที่

r_1 เมื่อตรวจสอบความเป็นฟังก์ชันด้วยวิธีกราฟ (Vertical Line Test) แล้วเกิดจุดตัดเพียงจุดเดียวตลอดทั้งกราฟ

r_2 เมื่อตรวจสอบความเป็นฟังก์ชันด้วยวิธีกราฟ (Vertical Line Test) แล้วตัดกราฟของความสัมพันธ์ที่จุด (c, d) และจุด (c, m)

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. r_1 เป็นฟังก์ชัน แต่r_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน ข. r_1 ไม่เป็นฟังก์ชัน แต่r_2 เป็นฟังก์ชัน

ค. r_1 และr_2 เป็นฟังก์ชัน ง. r_1 และr_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 12 แสดงโครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

เนื้อหา	**ร้อยละของจำนวนชั่วโมง**	**จำนวนข้อสอบ**	
		ข้อสอบ (ข้อ)	**ใช้จริง (ข้อ)**
1. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเซต	28.57	2 (ข้อ 1, 2)	1 (ข้อ 2)
2. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง	47.63	3 (ข้อ 3, 4, 5)	2 (ข้อ 4, 5)
3. โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเลขยกกำลัง	23.80	2 (ข้อ 6, 7)	1 (ข้อ 7)
รวม	100	7	4

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนเรียน)

ชื่อ.....**สกุล**.....**ชั้นมัธยมศึกษาปีที่** .....

โรงเรียน.....

<u>คำชี้แจง</u>

1. แบบทดสอบมีข้อคำถามทั้งหมด 4 ข้อ (ข้อละ 9 คะแนน คะแนนเต็ม 36 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบนี้ 50 นาที
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ในแบบทดสอบฉบับนี้
4. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคิดอย่างเต็มความสามารถทุกข้อ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จงตอบคำถามต่อไปนี้

ข้อที่ 1 ผลจากการสำรวจความนิยมในการดื่มน้ำผลไม้หรือน้ำอัดลมของนักท่องเที่ยวพบว่า ผู้ที่ชอบดื่มน้ำผลไม้หรือน้ำอัดลมเป็นประจำมีจำนวน 150 คน ชอบดื่มน้ำผลไม้มี 87 คน ชอบดื่มน้ำอัดลมมี 95 คน จงหาจำนวนนักท่องเที่ยวที่ชอบดื่มทั้งน้ำผลไม้และน้ำอัดลม

จงแก้สถานการณ์ปัญหาข้างต้นโดยเขียนแนวคิดโดยคร่าวๆ

จากสิ่งที่นักเรียนได้แก้ปัญหาในเบื้องต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ดังกล่าว อยู่ในบทเรียนเรื่องใด และใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ใดในเรื่องดังกล่าว

1.1) ความรู้ที่ใช้อยู่ในบทเรียนเรื่องใด

.....

.....

1.2) ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ใด

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2) ให้นักเรียนอธิบายแนวทางการแก้ปัญหาโดยระบุขั้นตอนเป็นขั้นๆ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) ให้นักเรียนยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือใกล้เคียงชีวิตจริง ที่จำเป็นต้องใช้ความรู้ที่ระบุในข้อ 1) ในการแก้ปัญหามา 1 ตัวอย่าง

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ **13** แสดงโครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

เนื้อหา	**จำนวนข้อสอบ**	
	ข้อสอบ (ข้อ)	**ใช้จริง (ข้อ)**
1. ฟังก์ชันเชิงเส้น	2	1
2. ฟังก์ชันกำลังสอง	2	1
3. ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล	2	1
4. โจทย์ปัญหาระคน	2	1
รวม	8	4

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แบบทดสอบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังเรียน)

ชื่อ ..... **สกุล** ..... **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่** .....

โรงเรียน .....

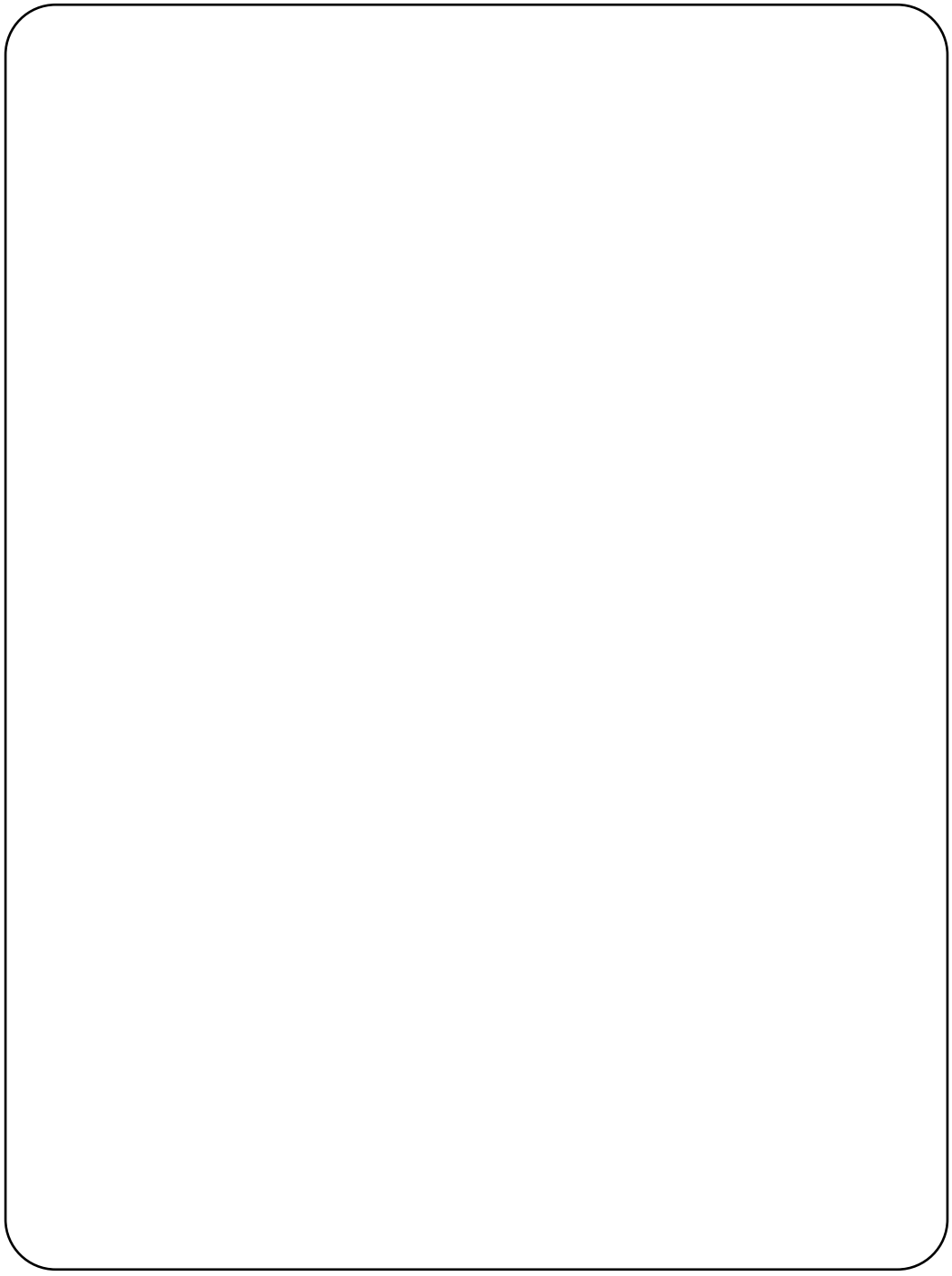
คำชี้แจง

1. แบบทดสอบมีข้อคำถามทั้งหมด 4 ข้อ (ข้อละ 9 คะแนน คะแนนเต็ม 36 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบทดสอบนี้ 50 นาที
3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียนชื่อ-สกุล เลขที่ ในแบบทดสอบฉบับนี้
4. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคิดอย่างเต็มความสามารถทุกข้อ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ข้อที่ 1 ทศพรมีเงินในกระปุกออมสิน 795 บาท โดยเขาจะหยอดกระปุกเพิ่มเดือนละ 200 บาท ในขณะที่ทศพลมีเงินในกระปุกออมสิน 1520 บาท โดยเขาจะหยอดกระปุกเพิ่มเดือนละ 150 บาท หากทั้งทศพรกับทศพลหยอดกระปุกไปเรื่อยๆ โดยไม่นำเงินออกมาใช้ จงหาว่าในเดือนที่เท่าไร ทศพรจึงจะมีเงินในกระปุกออมสินมากกว่าทศพล

พื้นที่สำหรับทดแนวคิด



จากสิ่งที่นักเรียนได้แก้ปัญหาในเบื้องต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) ความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ดังกล่าว อยู่ในบทเรียนเรื่องใด และใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม หรือสมบัติทางคณิตศาสตร์ใดในเรื่องดังกล่าว

1.1) ความรู้ที่ใช้อยู่ในบทเรียนเรื่องใด

.....

.....

1.2) ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม สมบัติทางคณิตศาสตร์ หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ใด โดยระบุชื่อ หรือเขียนข้อความ

.....

.....

2) ให้นักเรียนอธิบายแนวทางการแก้ปัญหาโดยระบุขั้นตอนเป็นขั้นๆ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

3) ให้นักเรียนยกตัวอย่างสถานการณ์ในชีวิตจริงหรือใกล้เคียงชีวิตจริง ที่จำเป็นต้องใช้ความรู้ที่ระบุในข้อ 1) ในการแก้ปัญหามา 1 ตัวอย่าง

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ฉ
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ **รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน** **ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4**

หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 **ความสัมพันธ์กับฟังก์ชัน** **เรื่อง ฟังก์ชัน**

ผู้สอน นาย ภมรเมษย์ เลาหวิรุฬห์กุล **จำนวน 40 นาที**

สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ม.4-6/3 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน เขียนแสดงความสัมพันธ์และ ฟังก์ชันในรูปต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ และสมการ

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

ม.4-6/4 สร้างความสัมพันธ์หรือฟังก์ชันจากสถานการณ์ หรือปัญหาและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ม.4-6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ม.4-6/2 ใช้ความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาใน สถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ม.4-6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ม.4-6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ม.4-6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

ม.4-6/6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

1. อธิบายสาระสำคัญบทนิยามของฟังก์ชัน
2. ระบุได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดว่าเป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชันโดยใช้บทนิยามของฟังก์ชัน

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. ให้เหตุผลสนับสนุนคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา
2. ใช้บทนิยามของฟังก์ชันไปใช้ในการแก้ปัญหาได้
3. สื่อสารโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์สรุปความหมายของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ได้

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. มีความกระตือรือร้นในการเรียน
2. ทำงานอย่างมีระเบียบ

สาระสำคัญ

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น

สาระการเรียนรู้

1) บริบทการเรียนรู้ขั้นฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ เรื่องการหาความสัมพันธ์จาก A ไป B ทั้งหมดที่เป็นไปได้จาก A x B เมื่อกำหนด A และ B มาให้

ปัญหา กำหนดให้ A ={1, 2} และ B = {a, b} ให้นักเรียนเขียนความสัมพันธ์ r ที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่เกิดจาก A x B พร้อมระบุโดเมน และเรนจ์ของความสัมพันธ์

A x B = {(1, a), (1, b), (2, a), (2, b)}

ที่	ความสัมพันธ์	โดเมน	เรนจ์	หมายเหตุ
1	{ }			
2	{(1, a)}	{ 1 }	{ a }	
3	{(1, b)}	{ 1 }	{ b }	

ที่	ความสัมพันธ์	โดเมน	เรนจ์	หมายเหตุ
4	{(2, a)}	{ 2 }	{ a }	
5	{(2, b)}	{ 2 }	{ b }	
6	{(1, a), (1, b)}	{ 1 }	{ a, b }	
7	{(1, a), (2, a)}	{ 1, 2 }	{ a }	
8	{(1, a), (2, b)}	{ 1, 2 }	{ a, b }	
9	{(1, b), (2, a)}	{ 1, 2 }	{ a, b }	
10	{(1, b), (2, b)}	{ 1, 2 }	{ b }	
11	{(2, a), (2, b)}	{ 2 }	{ a, b }	
12	{(1, a), (1, b), (2, a)}	{ 1, 2 }	{ a, b }	
13	{(1, a), (1, b), (2, b)}	{ 1, 2 }	{ a, b }	
14	{(1, a), (2, a), (2, b)}	{ 1, 2 }	{ a, b }	
15	{(1, b), (2, a), (2, b)}	{ 1, 2 }	{ a, b }	
16	{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b)}	{ 1, 2 }	{ a, b }	

(**หมายเหตุ** บริบทการเรียนรู้ขั้นฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ปรากฏเฉพาะในกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลอง)

3) บริบทการเรียนรู้ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่

ตัวอย่างการจัดกิจกรรมพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

กลุ่มทดลอง

ใช้ใบกิจกรรมที่ 1 คู่กับใบกิจกรรมที่ 2 โดยในใบกิจรรมที่ 1 ครูจะระบุว่าความสัมพันธ์ใดเป็นฟังก์ชันในช่องหมายเหตุ เพื่อให้นักเรียนได้ทำการวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน

ปัญหา กำหนดให้ A ={1, 2} และ B = {a, b} ให้นักเรียนเขียนความสัมพันธ์ r ที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่เกิดจาก A x B พร้อมระบุโดเมน และเรนจ์ของความสัมพันธ์

A x B = {(1, a), (1, b), (2, a), (2, b)}

ที่	ความสัมพันธ์	โดเมน	เรนจ์	หมายเหตุ
1	{ }			เป็นฟังก์ชัน
2	{(1, a)}	{ 1 }	{ a }	เป็นฟังก์ชัน
3	{(1, b)}	{ 1 }	{ b }	เป็นฟังก์ชัน
4	{(2, a)}	{ 2 }	{ a }	เป็นฟังก์ชัน
5	{(2, b)}	{ 2 }	{ b }	เป็นฟังก์ชัน
6	{(1, a), (1, b)}	{ 1 }	{ a, b }	ไม่เป็นฟังก์ชัน
7	{(1, a), (2, a)}	{ 1, 2 }	{ a }	เป็นฟังก์ชัน
8	{(1, a), (2, b)}	{ 1, 2 }	{ a, b }	เป็นฟังก์ชัน
9	{(1, b), (2, a)}	{ 1, 2 }	{ a, b }	เป็นฟังก์ชัน
10	{(1, b), (2, b)}	{ 1, 2 }	{ b }	เป็นฟังก์ชัน
11	{(2, a), (2, b)}	{ 2 }	{ a, b }	ไม่เป็นฟังก์ชัน
12	{(1, a), (1, b), (2, a)}	{ 1, 2 }	{ a, b }	ไม่เป็นฟังก์ชัน
13	{(1, a), (1, b), (2, b)}	{ 1, 2 }	{ a, b }	ไม่เป็นฟังก์ชัน
14	{(1, a), (2, a), (2, b)}	{ 1, 2 }	{ a, b }	ไม่เป็นฟังก์ชัน
15	{(1, b), (2, a), (2, b)}	{ 1, 2 }	{ a, b }	ไม่เป็นฟังก์ชัน
16	{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b)}	{ 1, 2 }	{ a, b }	ไม่เป็นฟังก์ชัน

(**หมายเหตุ** บริบทการเรียนรู้ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่ ข้างต้นนี้ปรากฏเฉพาะในกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลอง)

กลุ่มควบคุม

ตัวอย่างความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิก

r_1 = {(-4, 2), (-2, 1), (0, -1), (6, 3)}

r_2 = {(3, 5), (5, 3), (-1, 0), (3, 0)}

r_3 = {(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 4)}

r_4 = {(-1, 1), (1, 1), (2, 4), (1, -1)}

r_5 = {(0, 1), (0, 2), (1, 3), (2, 0)}

r_6 = {(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2)}

4) บริบทการเรียนรู้ขั้นนำมโนทัศน์ใหม่ไปใช้งานกับบริบทที่คุ้นเคย

ให้นักเรียนนำตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยใช้บทนิยามของฟังก์ชันในการตรวจสอบ

ปัญหาข้อที่ 1) r = {(2,10), (3,15), (4,20), (5,25), (6,30)}

☑ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล สมาชิกแต่ละตัวในโดเมน ของความสัมพันธ์จับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น

ปัญหาข้อที่ 2) r = {(-7,3), (-2,1), (-2,4), (0,7)}

☐ เป็นฟังก์ชัน ☑ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล มีสมาชิกบางตัวในโดเมนของความสัมพันธ์ที่จับคู่สมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์มากกว่าหนึ่งตัว

ปัญหาข้อที่ 3) $r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x-2\}$

☐ เป็นฟังก์ชัน ☑ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล มีคู่อันดับบางคู่ที่สมาชิกบางตัวในโดเมนของความสัมพันธ์ที่จับคู่สมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์มากกว่าหนึ่งตัว เช่น (3,1) และ (3, -1) เป็นต้น

ปัญหาข้อที่ 4) $r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} | \ y = |x|\}$

☑ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล สมาชิกทุกตัวในโดเมนของคู่อันดับของความสัมพันธ์จับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น

ปัญหาข้อที่ 5)

x	-2	-1	1	2
y	3	4	5	6

☑ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล สมาชิกทุกตัวในโดเมนของของความสัมพันธ์จับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น

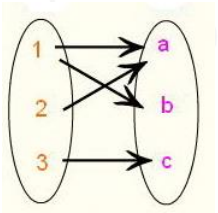
ปัญหาข้อที่ 6)

x	1	3	5	5
y	4	-3	7	-5

☐ เป็นฟังก์ชัน ☑ ไม่เป็นฟังก์ชัน

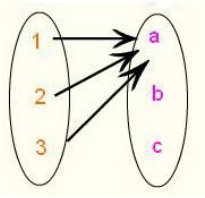
เหตุผล สมาชิกบางตัวในโดเมนของของความสัมพันธ์จับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์มากกว่า 1 ตัวเช่น 5 จับคู่กับ 7 และ -5

ปัญหาข้อที่ 7)



☐ เป็นฟังก์ชัน ☑ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล สมาชิกบางตัวในโดเมนของของความสัมพันธ์จับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์มากกว่า 1 ตัวเช่น 1 จับคู่กับ a และ b

ปัญหาข้อที่ 8) 

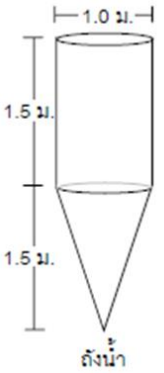
☑ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล สมาชิกทุกตัวในโดเมนของของความสัมพันธ์จับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น

5) บริบทการเรียนรู้ขั้นฝึกนำมโนทัศน์ใหม่ไปใช้งานจริง

ขยายมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันโดยการให้นักเรียนสร้างความสัมพันธ์ที่สามารถเป็นไปได้จากสถานการณ์ที่กำหนด แล้วใช้บทนิยามเรื่องฟังก์ชันตรวจสอบว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันหรือไม่

<u>สถานการณ์</u> ถังน้ำใบหนึ่งมีรูปร่างและขนาดดังแสดงในภาพที่กำหนดให้ โดยเริ่มต้นจากถังเปล่า แล้วเติมน้ำด้วยอัตรา 1 ลิตรต่อนาที



จากสถานการณ์ **จงพิจารณาว่ามีความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ 2 ปริมาณคู่ใดบ้าง จงยกตัวอย่างมา 2 คู่พร้อมระบุว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะอะไร เขียนอธิบายเหตุผลประกอบ**

แนวทางการตอบ

1) ความสัมพันธ์ระหว่าง เวลาที่ผ่านไป (นาที) กับ ความสูงของผิวน้ำ (เมตร)

☑ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล ในขณะเติมน้ำ เมื่อเวลาผ่านไปความสูงของผิวน้ำจะเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ สามารถตั้งข้อสังเกตได้ว่าที่เวลาใดๆ ปริมาณความสูงของน้ำจะสูงในระดับใดระดับหนึ่งไม่สามารถอยู่สูงได้ในระดับต่างๆ กัน ในเวลาเดียวกัน

สื่อการเรียนรู้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
1. ใบกิจกรรมที่ 4.1 2. ใบกิจกรรมที่ 4.2 3. ใบงานที่ 4.3 4. ใบงานที่ 4.4	1. เอกสารประกอบการเรียนรู้ที่ 4.1 2. ใบงานที่ 4.2 3. ใบงานที่ 4.3

กิจกรรมการเรียนรู้

<table>
<tr><th>กลุ่มทดลอง</th><th>กลุ่มควบคุม</th></tr>
<tr><td colspan="2">ขั้นเตรียมความพร้อมสร้างแรงจูงใจ
1) ครูเล่าเรื่องเกี่ยวกับฟังก์ชันว่า เริ่มใช้ครั้งแรกโดยไลบ์นิทซ์ กอทท์ฟรีด วิลเฮล์ม นักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมัน ต่อมา โลบาเซฟสกี นิโคไล อีวาโนวัธ นักคณิตศาสตร์ชาวรัสเซีย และ ดีรีเดล เพเทอร์ กุสทาฟ เลอเชิน นักคณิตศาสตร์ชาวเยอรมัน ได้ให้นิยามฟังก์ชันออกมาเกือบพร้อมๆ กัน ในปี ค.ศ. 1837 โดยฟังก์ชันเป็นกรณีพิเศษของความสัมพันธ์ ครูกล่าวต่อว่าในคาบนี้เราจะศึกษากันว่าฟังก์ชันคืออะไร</td></tr>
<tr><td>ขั้นจัดกิจกรรม
ขั้นที่ 1 ขั้นฝึกความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์
1) ครูแจกใบกิจกรรมที่ 5.1 แก่นักเรียน ซึ่งเป็นใบกิจกรรมที่ให้นักเรียนฝึกใช้ความรู้เรื่องการหาความสัมพันธ์จาก A ไป B ทั้งหมดพร้อมชี้แจงรายละเอียดในการทำใบงาน โดยให้นักเรียนจับกลุ่ม 3-4 คน สังเกตเซต A และ B แล้วนำมาสร้างความสัมพันธ์จาก A ไป B ทั้งหมดเท่าที่เป็นไปได้ แล้วระบุโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์
2) นักเรียนลงมือแก้ปัญหาในใบกิจกรรม โดยใช้ความรู้เรื่องการหาความสัมพันธ์ ในระหว่างนักเรียนทำใบกิจกรรม ครูคอยแนะนำและให้ความช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น
3) ครูเดินดู สังเกตการทำใบกิจกรรมของนักเรียน จดบันทึก ข้อผิดพลาดในการทำงานที่พบเห็น</td><td>ขั้นจัดกิจกรรม
1) ครูแจกเอกสารประกอบการเรียนที่ 5.1 และยกตัวอย่างความสัมพันธ์ $r_1 - r_6$ บนกระดาน
2) ครูเพิ่มข้อมูลให้ว่าความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชัน คือ r_1 r_3 และ r_6 ที่เหลือเป็นความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชัน
3) ครูให้นักเรียนทั้งชั้นอภิปรายร่วมกันว่า ความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันกับความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชันแตกต่างกันอย่างไร
4) เมื่อนักเรียนอภิปราย ครูคอยเสนอข้อคิดเห็น หรือชี้แนวทางเพื่อให้นักเรียนคาดเดาได้ใกล้เคียงกับความหมายของฟังก์ชัน เช่นข้อมูลใน</td></tr>
</table>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
4) เมื่อผู้เรียนส่วนใหญ่ลงมือทำใบกิจกรรมจนเสร็จเรียบร้อย ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้ หรือคำตอบกับเพื่อนกลุ่มข้างๆ 5) นักเรียนกลุ่มใดทำเสร็จแล้ว ส่งให้ครูตรวจสอบความถูกต้อง **ขั้นที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ใหม่** 1) ครูตรวจสอบใบกิจกรรมที่ 5.1 ของนักเรียนแล้วระบุลงในช่องหมายเหตุว่า ความสัมพันธ์ใดบ้างที่เป็นฟังก์ชัน แล้วให้นักเรียนไปนั่งรอที่กลุ่ม 2) เมื่อนักเรียนทุกกลุ่มได้ใบกิจกรรมที่ 5.1 คืนจนครบ ครูแจกใบกิจกรรมที่ 5.2 พร้อมชี้แจงรายละเอียดในการทำกิจกรรม โดยครูให้นักเรียนจับกลุ่ม 3 – 4 คน ช่วยกันวิเคราะห์ว่า เงื่อนไขใด ลักษณะสำคัญใดที่ทำให้ความสัมพันธ์บางความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชัน 3) ครูใช้คำถามกระตุ้นเช่น ลักษณะการจับคู่ของสมาชิกในโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันมีลักษณะที่แตกต่างจากความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นฟังก์ชันอย่างไร เป็นต้น 4) ครูกระตุ้นให้นักเรียนทำใบกิจกรรม โดยอาจให้ความช่วยเหลือแนะนำเพิ่มเติม หรือให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้ความคิดกับเพื่อน เพื่อสะท้อนคิดเกี่ยวกับลักษณะ ของมโนทัศน์ของตนเอง 5) นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอ เงื่อนไขหรือลักษณะสำคัญที่ทำให้ความสัมพันธ์บางความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันโดยครูตรวจสอบความครบถ้วนและความถูกต้องของลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ และแก้ไขกรณีที่พบลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ที่ไม่ถูกต้อง	ความสัมพันธ์ ค่า x ของคู่อันดับเป็นอย่างไร เซตของสมาชิกตัวหน้าทั้งหมดของความสัมพันธ์เรียกว่าอะไร หาได้อย่างไรเป็นต้น 5) ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปจากสิ่งที่ได้อภิปรายร่วมกันว่า **ฟังก์ชัน** คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น 6) ครูอาจยกตัวอย่างความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันเพิ่มเติมให้แก่นักเรียน เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจมากยิ่งขึ้น **ขั้นพัฒนาทักษะ** 1) ครูสุ่มนักเรียนยกตัวอย่างเซต A มา 1 เซต และสุ่มนักเรียนอีกหนึ่งคนยกตัวอย่างเซต B มา 1 เซต โดยครูกำหนดความสัมพันธ์ ให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ที่ครูกำหนดและตรวจสอบว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะอะไร 2) นักเรียนคิดแก้ปัญหาและนำเสนอคำตอบ ครูคอยตรวจสอบความถูกต้อง และกล่าวชมเชยกับนักเรียนที่ตอบคำถามถูก 3) ครูแจกใบงานที่ 5.3 เพื่อยืนยันความถูกต้องของข้อความรู้ในวันนี้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ขั้นที่ 3 ขั้นสรุปความหมายของมโนทัศน์ 1) ครูให้นักเรียนในกลุ่มช่วยกันสรุปมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน โดยให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้ความคิดภายในกลุ่มของตนเอง คาดเดาจากลักษณะสำคัญที่นักเรียนวิเคราะห์ได้จากการทำกิจกรรม 2) ครูกระตุ้นให้นักเรียนใช้ภาษาในการแสดงความคิด อาจให้นักเรียนเขียนข้อสรุปที่เกิดจากการคาดเดาลงในเศษกระดาษก่อน เป็นต้น 3) ครูเดินสังเกตการทำกิจกรรมของนักเรียนจดบันทึกข้อผิดพลาดที่พบเห็น 4) ครูสุ่มนักเรียนนำเสนอการสรุปมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน 3-4 กลุ่ม อาจมีการถามนักเรียนคนอื่นเพิ่มเติมว่าเหมือนที่นักเรียนได้สรุปไว้หรือไม่ แตกต่างกันอย่างไร แล้วจึงปรับแก้ความเข้าใจที่ผิดพลาดที่สังเกตพบ 5) ครูกล่าวสรุปมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันว่า **ฟังก์ชัน** คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น แล้วให้นักเรียนจดบันทึกลงใบกิจกรรมที่ 5.2 **ขั้นที่ 4 ขั้นนำมโนทัศน์ใหม่ไปใช้กับบริบทที่คุ้นเคย** 1) ครูแจกใบงานที่ 5.3 เพื่อยืนยันความถูกต้องของมโนทัศน์ โดยครูชี้แจงรายละเอียดในการทำใบงานโดยให้นักเรียน ตอบว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด ในกรณีที่ตอบว่าไม่ อาจให้นักเรียนยกตัวอย่างที่ทำให้ความสัมพันธ์ไม่เป็นฟังก์ชัน 2) นักเรียนลงมือแก้ปัญหาในใบงานที่ 4.3 โดยใช้ข้อสรุปเรื่องวิธีการหาโดเมนและเรนจ์ของความสัมพันธ์	โดยครูชี้แจงรายละเอียดในการทำใบงานโดยให้นักเรียน ตอบว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดให้ เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะเหตุใด ในกรณีที่ตอบว่าไม่ อาจให้นักเรียนยกตัวอย่างที่ทำให้ความสัมพันธ์ไม่เป็นฟังก์ชัน 4) นักเรียนลงมือแก้ปัญหาในใบงาน โดยครูเดินดู สังเกตการทำใบงานของนักเรียน และให้ความช่วยเหลือนักเรียนเท่าที่จำเป็น 5) เมื่อผู้เรียนส่วนใหญ่ลงมือทำใบงานจนเสร็จเรียบร้อยครูและนักเรียนเฉลยใบงานร่วมกัน 6) ครูกล่าวนำถึงความสัมพันธ์ในชีวิตจริง เช่นราคาขายกับจำนวนสินค้า ครูกล่าวว่าความสัมพันธ์ในลักษณะนี้ก็เป็นฟังก์ชันได้เพราะสินค้า 1 ชิ้นจะมีราคาที่แน่นอน ไม่มี 2 ราคาอย่างแน่นอน เป็นต้น 7) ครูแจกใบงานที่ 5.4 เพื่อให้นักเรียนฝึกการนำมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันไปใช้งานในชีวิตจริง พร้อมชี้แจงการทำใบงาน โดยให้นักเรียนทำความเข้าใจในสถานการณ์ที่กำหนดให้ แล้วหาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ 2 ปริมาณมา 2 คู่ เพื่อตรวจสอบว่า ความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันหรือไม่ พร้อมให้

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
3) ครูเดินดู สังเกตการทำใบงานของนักเรียน จดบันทึก ข้อผิดพลาดในการทำงานที่พบเห็น 4) เมื่อผู้เรียนส่วนใหญ่ลงมือทำใบงานจนเสร็จเรียบร้อย ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้หรือคำตอบกับเพื่อนข้างๆ 5) ครูและนักเรียนเฉลยใบงานร่วมกัน โดยครูชี้ให้นักเรียนเห็นข้อผิดพลาดที่พบ และปรับแก้ไขข้อผิดพลาดนั้นๆ **ขั้นที่ 5 ขั้นฝึกนำความเข้าใจในมโนทัศน์ไปใช้งานจริง** 1) ครูกล่าวนำถึงความสัมพันธ์ในชีวิตจริง เช่น ราคาขายกับจำนวนสินค้า ครูกล่าวว่า ความสัมพันธ์ในลักษณะนี้ก็เป็นฟังก์ชันได้เพราะสินค้า 1 ชิ้นจะมีราคาที่แน่นอน ไม่มี 2 ราคาอย่างแน่นอน เป็นต้น 2) ครูแจกใบงานที่ 5.4 เพื่อให้นักเรียนฝึกการนำมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันไปใช้งานในชีวิตจริง พร้อมชี้แจงการทำใบงาน โดยให้นักเรียนทำความเข้าใจในสถานการณ์ที่กำหนดให้ แล้วหาความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ 2 ปริมาณมา 2 คู่ เพื่อตรวจสอบว่า ความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันหรือไม่ พร้อมให้เหตุผลประกอบ 3) ครูและนักเรียนช่วยกันหาความสัมพันธ์แรก โดยครูแนะให้นักเรียนเห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาที่ผ่านไป (นาที) และระดับผิวน้ำที่สูงขึ้น (เมตร) เป็นต้น 4) นักเรียนลงมือแก้ปัญหาในใบงานที่ 5.4 โดยใช้มโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน 5) ครูเดินดู สังเกตการทำใบงานของนักเรียน จดบันทึก ข้อผิดพลาดในการทำงานที่พบเห็น 6) เมื่อผู้เรียนส่วนใหญ่ลงมือทำใบงานจนเสร็จเรียบร้อย ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความรู้หรือคำตอบกับเพื่อนข้างๆ	เหตุผลประกอบ 8) ครูและนักเรียนช่วยกันหาความสัมพันธ์แรก โดยครูแนะให้นักเรียนเห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาที่ผ่านไป (นาที) และระดับผิวน้ำที่สูงขึ้น (เมตร) เป็นต้น 9) นักเรียนลงมือแก้ปัญหาในใบงาน โดยครูเดินดู สังเกตการทำใบงานของนักเรียน และให้ความช่วยเหลือนักเรียนเท่าที่จำเป็น 10) เมื่อผู้เรียนส่วนใหญ่ลงมือทำใบงานจนเสร็จเรียบร้อยครูและนักเรียนเฉลยใบงานร่วมกัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
7) ครูเฉลยใบงาน พร้อมชี้ให้นักเรียนเห็นข้อผิดพลาดที่พบ และปรับแก้ไขข้อผิดพลาดนั้นๆ	
ขั้นสรุปสิ่งเรียนรู้ ครูและนักเรียนสรุปมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชันด้วยกันว่า ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัวจับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์เพียงตัวเดียวเท่านั้น	

การวัดและการประเมิน

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน	การประเมินผล (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ				
1. อธิบายสาระสำคัญบทนิยามของฟังก์ชัน	การทำใบกิจกรรมที่ 4.2	ใบกิจกรรมที่ 4.2	นักเรียนร้อยละ 80 อธิบายสาระสำคัญบทนิยามของฟังก์ชันได้	
2. ระบุได้ว่าความสัมพันธ์ที่กำหนดว่าเป็นหรือไม่เป็นฟังก์ชันโดยใช้บทนิยามของฟังก์ชัน	การทำใบงานที่ 4.3	ใบงาน 4.3	นักเรียนร้อยละ 80 ระบุความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันได้	
ด้านทักษะ/กระบวนการ : นักเรียนสามารถ				
1. ให้เหตุผลสนับสนุนคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา	การทำใบงานที่ 4.3	ใบงาน 4.3	นักเรียนร้อยละ 80 ให้เหตุผลสนับสนุนคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหา	
2. ใช้บทนิยามของฟังก์ชันไปใช้ในการแก้ปัญหาได้	การทำใบงานที่ 4.3	ใบงาน 4.3	นักเรียนร้อยละ 80 ระบุความสัมพันธ์ที่เป็นฟังก์ชันได้	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน	การประเมินผล (ผ่าน/ไม่ผ่าน)
3. สื่อสารโดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์สรุปความหมายของมโนทัศน์เรื่องฟังก์ชัน ได้	การทำใบกิจกรรมที่ 4.2	ใบกิจกรรมที่ 4.2	นักเรียนร้อยละ 80 อธิบายสาระสำคัญบทนิยามของฟังก์ชันได้	
ด้านความคุณลักษณะ				
1. นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียน	ให้ความร่วมมือในชั้นเรียน	แบบสังเกตพฤติกรรม	นักเรียนได้คะแนนรวมร้อยละ 60 ขึ้นไป	
2. นักเรียนทำงานอย่างมีระเบียบ	มีกระบวนการทำงานตามขั้นตอน	แบบสังเกตพฤติกรรม		

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แบบบันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

2. ปัญหาและอุปสรรคที่พบ

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ไขปัญหาและข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ลงชื่อ .....

(นายภมรเมษย์ เลาหวิรุฬห์กุล)

ใบกิจกรรมที่ 5.1 ทบทวนความสัมพันธ์

(กลุ่มทดลอง)

ปัญหา กำหนดให้ A ={1, 2} และ B = {a, b} ให้นักเรียนเขียนความสัมพันธ์ r ที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่เกิดจาก A x B พร้อมระบุโดเมน และเรนจ์ของความสัมพันธ์

ที่	ความสัมพันธ์	โดเมน	เรนจ์	หมายเหตุ
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบกิจกรรมที่ 5.2 ความเป็นฟังก์ชัน

(กลุ่มทดลอง)

ปัญหา จากกิจกรรมที่ 5.1 ให้นักเรียนค้นหาลักษณะที่ทำให้ความสัมพันธ์บางความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชัน มีกฎเกณฑ์ใด หรือเงื่อนไขใดที่ทำให้ความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชัน และสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับการเป็นฟังก์ชัน

พื้นที่แสดงแนวคิด

ข้อสรุป

ใบงานที่ 5.3 การตรวจสอบความเป็นฟังก์ชัน

(กลุ่มทดลอง)

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้ข้อสรุปเกี่ยวกับความเป็นฟังก์ชันตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้แล้วระบุว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันหรือไม่ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

1) $r = \{(2,10), (3,15), (4,20), (5,25), (6,30)\}$

☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

2) $r = \{(-7,3), (-2,1), (-2,4), (0,7)\}$

☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

3) $r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x-2\}$

☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

4) $r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = |x|\}$

☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

5)

x	-2	-1	1	2
y	3	4	5	6

☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

6)

x	1	3	5	5
y	4	-3	7	-5

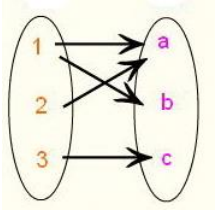
☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

7)



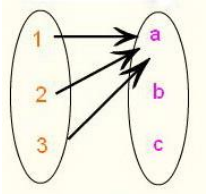
☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

8)



☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

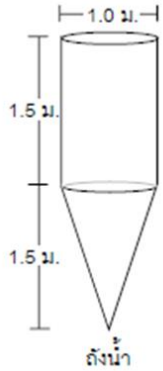
.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบกิจกรรมที่ 5.4 การตรวจสอบความเป็นฟังก์ชันในชีวิตจริง

(กลุ่มทดลอง)

สถานการณ์ ถังน้ำใบหนึ่งมีรูปร่างและขนาดดังแสดงในภาพที่กำหนดให้ โดยเริ่มต้นจากถังเปล่า แล้วเติมน้ำด้วยอัตรา 1 ลิตรต่อนาที



จากสถานการณ์ **จงพิจารณาว่ามีความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ 2 ปริมาณคู่ใดบ้าง จงยกตัวอย่างมา 2 คู่พร้อมระบุว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะอะไร เขียนอธิบายเหตุผลประกอบ**

1) ความสัมพันธ์ระหว่าง.....กับ.....

☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

2) ความสัมพันธ์ระหว่าง.....กับ.....

☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

เอกสารประกอบการเรียนที่ 5.1 ฟังก์ชัน

(กลุ่มควบคุม)

ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ที่สมาชิกในโดเมนแต่ละตัว จับคู่กับ สมาชิกในเรนจ์ของความสัมพันธ์ เพียงตัวเดียวเท่านั้น

พิจารณาความสัมพันธ์ต่อไปนี้

$r_1 = \{(-4, 2), (-2, 1), (0, -1), (6, 3)\}$

$r_2 = \{(3, 5), (5, 3), (-1, 0), (3, 0)\}$

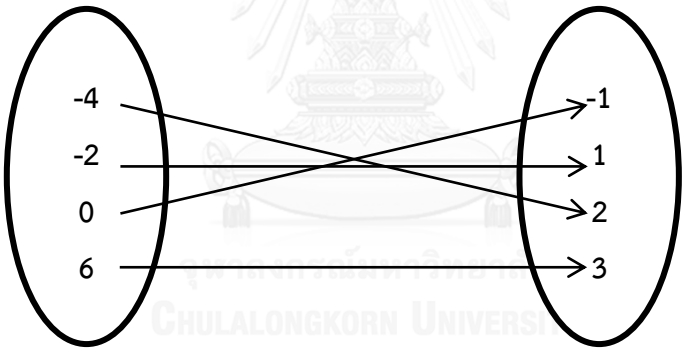
$r_3 = \{(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$

$r_4 = \{(-1, 1), (1, 1), (2, 4), (1, -1)\}$

$r_5 = \{(0, 1), (0, 2), (1, 3), (2, 0)\}$

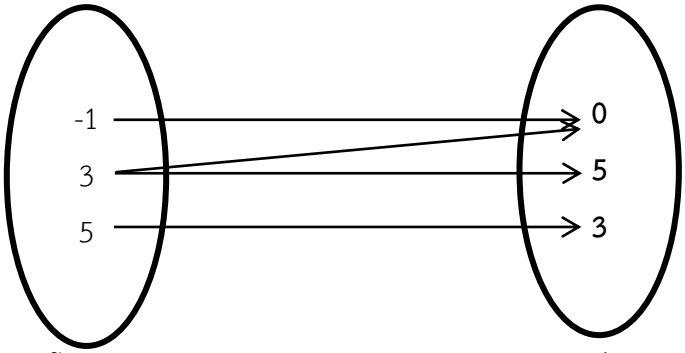
$r_6 = \{(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2)\}$

เมื่อเขียนลูกศรเชื่อมโยงสมาชิกในโดเมนและเรนจ์ความสัมพันธ์ r_1 และ r_2 จะได้แผนภาพดังนี้



โดเมน r_1 เรนจ์

จะเห็นว่าสมาชิกทุกตัวในโดเมน r_1 จับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ r_1 เพียงตัวเดียว ดังนั้น r_1 เป็นฟังก์ชัน



โดเมน r_2 เรนจ์

จะเห็นว่ามีสมาชิกในโดเมน r_2 จับคู่กับสมาชิกในเรนจ์ r_2 มากกว่า 1 ตัว ดังนั้น r_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน

ใบงานที่ 5.2 การตรวจสอบความเป็นฟังก์ชัน

(กลุ่มควบคุม)

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้ข้อสรุปเกี่ยวกับความเป็นฟังก์ชันตรวจสอบความสัมพันธ์ที่กำหนดให้แล้วระบุว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันหรือไม่ พร้อมให้เหตุผลประกอบ

1) $r = \{(2,10), (3,15), (4,20), (5,25), (6,30)\}$

☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

2) $r = \{(-7,3), (-2,1), (-2,4), (0,7)\}$

☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

3) $r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 = x-2\}$

☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

4) $r = \{(x,y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = |x|\}$

☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

5)

x	-2	-1	1	2
y	3	4	5	6

☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

6)

x	1	3	5	5
y	4	-3	7	-5

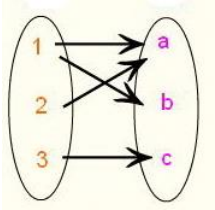
☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

7)



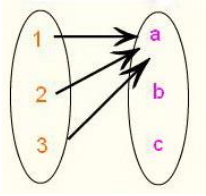
☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

8)



☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

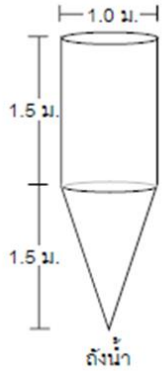
.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบกิจกรรมที่ 5.3 การตรวจสอบความเป็นฟังก์ชันในชีวิตจริง

(กลุ่มควบคุม)

สถานการณ์ ถังน้ำใบหนึ่งมีรูปร่างและขนาดดังแสดงในภาพที่กำหนดให้ โดยเริ่มต้นจากถังเปล่า แล้วเติมน้ำด้วยอัตรา 1 ลิตรต่อนาที



จากสถานการณ์ **จงพิจารณาว่ามีความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณ 2 ปริมาณคู่ใดบ้าง จงยกตัวอย่างมา 2 คู่พร้อมระบุว่าความสัมพันธ์ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะอะไร เขียนอธิบายเหตุผลประกอบ**

1) ความสัมพันธ์ระหว่าง.....กับ.....

☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

2) ความสัมพันธ์ระหว่าง.....กับ.....

☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

เหตุผล .....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายภมรเมษย์ เลาหวิรุฬห์กุล เกิดเมื่อวันเสาร์ ที่ 20 เมษายน พุทธศักราช 2534 อยู่บ้านเลขที่ 83/4 ถนนธรรมคุณากร ตำบลโกรกกราก อำเภอเมืองสมุทรสาคร จังหวัดสมุทรสาคร 74000 สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ จากคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ เมื่อปีการศึกษา 2555 เข้าศึกษาต่อในหลักสูตร ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2556

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University