ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

นางสาวสายพิณ ล้ำเลิศ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2558
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING RIGOROUS MATHEMATICAL THINKING PROCESS AND SCAFFOLDING APPROACH ON MATHEMATICAL CONCEPT AND PROBLEM SOLVING ABILITY OF NINTH GRADE STUDENTS

Miss Saipin Lumlert

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum and Instruction
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2015
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
โดย	นางสาวสายพิณ ล้ำเลิศ
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. บัญชา ชลาภิรมย์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สมยศ ชิดมงคล)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(อาจารย์ ดร. อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์)

สายพิณ ล้ำเลิศ : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING RIGOROUS MATHEMATICAL THINKING PROCESS AND SCAFFOLDING APPROACH ON MATHEMATICAL CONCEPT AND PROBLEM SOLVING ABILITY OF NINTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: รศ. ดร. อัมพร ม้าคนอง, 198 หน้า.

การวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์คือ 1) เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้กับเกณฑ์ร้อยละ 60 2) เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 3) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ก่อนเรียนและหลังเรียน 4) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ 5) เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ จ.สมุทรสาคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 จำนวน 93 คน เป็นนักเรียนกลุ่มทดลอง 46 คน และกลุ่มควบคุม 47 คน นักเรียนกลุ่มทดลองได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ และนักเรียนกลุ่มควบคุมได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นเอง วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน การทดสอบค่าที (t-test) เทคนิคการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) และการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content analysis)

ผลการวิจัยสรุปพบว่า

1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบเป็นระยะจากก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก .....

ปีการศึกษา 2558

5683398427 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORDS: RMT PROCESS/ SCAFFOLDING APPROACH/ MATHEMATICAL CONCEPTS/ MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING

SAIPIN LUMLERT: EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING RIGOROUS MATHEMATICAL THINKING PROCESS AND SCAFFOLDING APPROACH ON MATHEMATICAL CONCEPT AND PROBLEM SOLVING ABILITY OF NINTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: ASSOC. PROF. AUMPORN MAKANONG, Ph.D., 198 pp.

The purposes of this research were: 1) to compare mathematical concepts of ninth grade students learning by using RMT process and scaffolding approach 2) to compare mathematical concepts of ninth grade students between groups learning by using RMT process and scaffolding approach and conventional approach 3) to compare mathematical problem solving abilities of ninth grade students learning by using RMT process and scaffolding approach between before and after learning 4) to compare mathematical problem solving abilities of ninth grade students between groups learning by using RMT process and scaffolding approach and conventional approach 5) to study development of mathematical problem solving abilities of students learning by using RMT process and scaffolding approach.

The subjects were 93 ninth grade students of Samutsakhonburana School in second semester of academic year 2015. There were 46 students in the experimental group and 47 students in the control group. The instruments for data collection were concept tests and mathematical problem solving abilities tests. The data were analyzed by arithmetic mean, standard deviation, t-test, ANCOVA and content analysis.

The results of the study revealed that

1) the mathematical concepts of ninth grade students learning by using RMT process and scaffolding approach were higher than 60 percent.

2) the mathematical concepts of ninth grade students learning by using RMT process and scaffolding approach were higher than those of students learning by using conventional approach at a .05 level of significance.

3) the mathematical problem solving abilities of students learning by using RMT process and scaffolding approach after learning statistically higher than those before at a .05 level of significance.

4) the mathematical problem solving abilities of students learning by using RMT process and scaffolding approach were higher than those of the students learning by using conventional approach at a .05 level of significance.

5) students learning by using RMT process and scaffolding approach had been gradually improved mathematical problem solving abilities in all three aspect when comparing before, during and after being taught.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Department: Curriculum and Instruction Student's Signature .....
Field of Study: Mathematics Education Advisor's Signature .....
Academic Year: 2015

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความเมตตาและความกรุณาอย่างสูงยิ่ง จากการดูแลของ รองศาสตราจารย์ ดร. อัมพร ม้าคนอง อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่เสียสละเวลาอันมีค่าของอาจารย์ในการให้คำปรึกษา ให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์และมีคุณค่า ให้แนวคิดในการทำงาน การเป็นนักวิจัยที่ดี ให้ประสบการณ์และทักษะต่างๆในหลายๆด้าน และเอาใจใส่ให้คำปรึกษาในการปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่างๆในการทำวิทยานิพนธ์ตั้งแต่เริ่มต้นจนสิ้นสุดด้วยดีตลอดมาจนงานวิจัยนี้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สมยศ ชิดมงคล ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ อาจารย์ ดร.อรรถศาสตร์ นิมิตพันธ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รวมทั้งคณาจารย์สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกท่าน ที่กรุณาให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการทำวิทยานิพนธ์ ทำให้วิทยานิพนธ์มีความถูกต้องและสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ได้เสียสละเวลาให้ความช่วยเหลือและให้คำแนะนำในการแก้ไขปรับปรุงเครื่องมือที่ใช้ในการทำวิทยานิพนธ์ จนได้เป็นเครื่องมือที่สมบูรณ์ และเป็นประโยชน์ในการเก็บข้อมูลทำวิทยานิพนธ์ต่อไป

ผู้วิจัยขอกราบของพระคุณ อาจารย์อนงค์ สุสุขเสียง ที่ให้ความช่วยเหลือในการติดต่อประสานงานในการเข้าไปเก็บข้อมูลและทดลองใช้เครื่องมือในการทำวิทยานิพนธ์ และให้ความช่วยเหลือในทุกๆเรื่องด้วยดีตลอดมา และกราบของพระคุณผู้อำนวยการ คณะครูอาจารย์ และนักเรียนโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะทุกคนที่มีส่วนเกี่ยวข้อง ให้ความร่วมมือ และช่วยเหลือในการทดลองเครื่องมือ และเก็บข้อมูลในการทำวิทยานิพนธ์เป็นอย่างดี

สุดท้ายนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณคุณพ่อ คุณแม่ และน้องสาว เป็นอย่างสูงที่ให้การสนับสนุนการศึกษาในระดับมหาบัณฑิต และขอบคุณเพื่อนๆที่เรียนในระดับมหาบัณฑิตด้วยกัน ที่คอยให้ความช่วยเหลือในทุกๆเรื่อง และคอยให้กำลังใจที่สำคัญยิ่ง ให้ผ่านพ้นอุปสรรคต่างๆด้วยดีตลอดมา

ประโยชน์ใดของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณของบิดา มารดา ตลอดจนครูอาจารย์ทุกท่าน ที่ได้มอบความกรุณาประสาทความรู้ให้กับผู้วิจัย

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ
กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ
สารบัญ ..... ช
สารบัญตาราง 1
สารบัญภาพ 1
บทที่ 1 บทนำ 1
ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1
คำถามวิจัย 5
วัตถุประสงค์ของการวิจัย 5
ขอบเขตของการวิจัย 9
คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย 9
ประโยชน์ที่ได้รับ 14
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 15
1. กระบวนการ RMT (Rigorous Mathematical Thinking Process) 17
1.1 ความเป็นมาของกระบวนการ RMT 17
1.2 ความหมายของกระบวนการ RMT 20
1.3 ความสำคัญของกระบวนการ RMT 21
1.4 ขั้นตอนของกระบวนการ RMT และลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 21
1.5 บทบาทของครูและนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT 23
2. แนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ 26
2.1 ความเป็นมาและความหมายของการเสริมต่อการเรียนรู้ 26

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

หน้า

2.2 กลวิธีในการใช้การเสริมต่อการเรียนรู้ 31
2.3 การเรียนการสอนโดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้ 34
2.4 ข้อดีและข้อจำกัดของการเสริมต่อการเรียนรู้ 35
3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 36
3.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 36
3.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 38
3.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 40
3.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 42
3.5 แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 43
3.6 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 48
4. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 49
4.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 49
4.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ 51
4.3 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ 51
4.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 53
4.5 การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 55
5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 57
5.1 งานวิจัยในประเทศ 57
5.2 งานวิจัยต่างประเทศ 59
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย 63
1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 63
2. การออกแบบการวิจัย 64
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 66

หน้า

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 67
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล 97
6. การวิเคราะห์ข้อมูล 98
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย 100
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 101
ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ 101
ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ 102
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 117
สรุปผลการวิจัย 122
อภิปรายผลการวิจัย 123
ข้อเสนอแนะ 129
รายการอ้างอิง 132
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 198

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญตาราง

ตารางที่ 1 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ 56

ตารางที่ 2 แบบแผนการทดลอง 64

ตารางที่ 3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 82

ตารางที่ 4 กรอบแนวคิดของขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ... 90

ตารางที่ 5 แสดงผลการเปรียบเทียบคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของคะแนนภาคเรียนที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2557 ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม 152

ตารางที่ 6 แสดงผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม 154

ตารางที่ 7 แสดงผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม 154

ตารางที่ 8 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน..... 156

ตารางที่ 9ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน 164

ตารางที่ 10วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน 169

ตารางที่ 11วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน..... 174

สารบัญภาพ

ภาพที่ 1 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการ ในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน 104

ภาพที่ 2 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดในใบงานที่ 10 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 105

ภาพที่ 3 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดในใบงานที่ 13 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 106

ภาพที่ 4 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด ในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน 107

ภาพที่ 5 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแสดงการแก้ปัญหา ในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน 108

ภาพที่ 6 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแสดงการแก้ปัญหา ในใบงานที่ 10 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 109

ภาพที่ 7 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแสดงการแก้ปัญหาในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน 110

ภาพที่ 8 โจทย์ในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน 111

ภาพที่ 9 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนแสดงการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ ในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน 112

ภาพที่ 10 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนแสดงการตรวจสอบความถูกต้อง ในงานที่ 10 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 113

ภาพที่ 11 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนแสดงการตรวจสอบความถูกต้อง ในใบงานที่ 13 114

ภาพที่ 12 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนแสดงการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ ในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน 115

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาสิ่งต่างๆในหลายด้าน โดยคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานของการคิด การพัฒนาคนให้มีความสามารถในการสร้างองค์ความรู้ นำไปสู่การมีความรู้และมีทักษะทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการทำงาน หรือแก้ปัญหาต่างๆที่พบได้อย่างมีประสิทธิภาพ (อัมพร ม้าคนอง, 2554) ซึ่งสอดคล้องกับ ยืน ภู่วรวรรณ (อ้างถึงในภัทรกุล จริยวิทยานนท์ และอินทิรา ศรีวัฒนะธรรมา: 2533) ได้กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างสรรค์สิ่งต่างๆ ทั้งการแก้ปัญหา (Problem Solving) การใช้ชีวิตประจำวัน และการให้เหตุผล ล้วนต้องอาศัยคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานทั้งสิ้น ในการจัดการเรียนการสอนควรปลูกฝังให้นักเรียนในเรื่องของความคิดความเป็นเหตุเป็นผล เป็นคนช่างสังเกต ควรฝึกให้นักเรียนรู้จักมองและแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบมากยิ่งขึ้น ดังนั้นจุดมุ่งหมายของการจัดการศึกษาของชาติประการหนึ่ง จึงเป็นการจัดการศึกษาให้ผู้ศึกษามีความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ โดยจุดมุ่งหมายหลักของการจัดการศึกษาทุกระบบ คือการเตรียมเยาวชนให้เป็นพลเมืองที่มีคุณภาพ มีความสามารถในการใช้ความรู้ ความคิด นำไปวิเคราะห์และแก้ปัญหาได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2556)

จากจุดเน้นของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มุ่งที่การพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้ที่มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดอย่างสร้างสรรค์ มีวิจารณญาณและมีการคิดที่เป็นระบบ สามารถสร้างองค์ความรู้เพื่อนำไปสู่การตัดสินใจหรือแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551: 4) จึงอาจกล่าวได้ว่าคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาการคิดของผู้เรียน ทำให้ผู้เรียนสามารถสร้างองค์ความรู้เกิดเป็นความรู้ การคิดที่เป็นระบบ มีทักษะและมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่การใช้แก้ปัญหาต่างๆและดำรงชีวิตประจำวันได้ นอกจากนี้เป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คือการใช้วิธีการ เครื่องมือ แนวคิด และหลักการความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม ร่วมกับการมีกระบวนการทางสติปัญญาที่มีประสิทธิภาพของนักเรียน ซึ่งจะต้องมีความรู้หรือมโนทัศน์พื้นฐานที่จำเป็นต้องมีก่อนการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Kinard and Kozulin, 2008: 2) ซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญอย่างยิ่งในการทำความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยอาจเป็นสิ่งที่ได้จากการสังเกตหรือการมีประสบการณ์ต่างๆของนักเรียน (Cockburn and Littler, 2010) ซึ่งสอดคล้องกับสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ที่กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆให้ถูกต้องได้ อีกทั้งมโนทัศน์ยัง

เป็นรากฐานของการคิดของมนุษย์ โดยมโนทัศน์จะช่วยลดความซับซ้อนของสิ่งที่ศึกษา ช่วยในการจัดประเภท ทั้งยังทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมความรู้หรือความคิดเดิมกับมโนทัศน์ใหม่ได้ และที่สำคัญยังช่วยให้นักเรียนรู้จักกำหนดวิธีการแก้ปัญหาต่างๆได้จากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของปัญหาต่างๆ เพื่อนำไปสู่การนำ มโนทัศน์ ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆได้อย่างเหมาะสม (บุญเสริม ฤทธาภิรมย์, 2523: 10, สุรางค์ โค้วตระกูล, 2533: 206)

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการดำรงชีวิต การพัฒนาความคิด การเรียนรู้ และการแก้ปัญหาต่างๆทั้งทางคณิตศาสตร์และในชีวิตประจำวัน แต่ในปัจจุบันการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ การพัฒนาการคิดของนักเรียน การมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดี และการนำความรู้ มโนทัศน์และทักษะไปใช้แก้ปัญหาต่างๆยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร ดังจะเห็นได้จากผลการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Program For International Student Assessment: PISA) ในการประเมินครั้งที่ 5 ปี ค.ศ. 2012 ซึ่งเป็นการประเมินศักยภาพของนักเรียนที่มีอายุ 15 ปีของประเทศสมาชิก โดยพบว่านักเรียนไทยมีคะแนนอยู่ในอันดับที่ 50 จาก 65 ประเทศสมาชิกที่เข้าร่วม และมีคะแนนด้านคณิตศาสตร์ 427 คะแนน จากคะแนนเฉลี่ย 494 คะแนน ซึ่งอยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ และจากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐานปีการศึกษา 2556 (Ordinary National Education Test: O-NET) พบว่า คะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 อยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์เช่นกัน นั่นคือมีคะแนนเฉลี่ย 25.45 คะแนนจากคะแนนเต็ม 100 คะแนน โดยผลการประเมินและการทดสอบของนักเรียนในแต่ละโครงการต่ำกว่าเกณฑ์อย่างต่อเนื่อง ซึ่งการประเมินผลนักเรียนนานาชาติและการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐานนี้เป็นการเน้นประเมินและทดสอบเกี่ยวกับการคิด การใช้เหตุผล และการแก้ปัญหา จึงชี้ให้เห็นว่านักเรียนไทยมีปัญหาในการคิด วิเคราะห์และการแก้ปัญหา (บัญชา แสนทวี, 2556) โดยปัญหาที่สำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ประการหนึ่งคือ นักเรียนขาดมโนทัศน์ที่ดีทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญสำหรับการเรียนรู้และการทำความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ และการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เดิมไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาหรือมโนทัศน์ใหม่ ล้วนเป็นสิ่งสำคัญสำหรับการพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้งสิ้น นอกจากการขาดมโนทัศน์ที่ดีทางคณิตศาสตร์แล้ว ปัญหาของนักเรียนในการนำความรู้ที่ตนเองมีไปใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหาให้ถูกต้องและเหมาะสมก็เป็นอีกปัญหาหนึ่งที่สำคัญ กล่าวคือ นักเรียนมีความรู้ทางคณิตศาสตร์แต่ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในประเทศ ต้องมีการปรับปรุงพัฒนาอย่างมากและอย่างต่อเนื่อง

จากปัญหาด้านการคิด มโนทัศน์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนดังกล่าว อาจมีสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาได้หลายประการ โดยอาจเกิดจากตัวของนักเรียน การจัดกิจกรรมการ

เรียนรู้ของครูผู้สอน หรืออาจเกิดจากธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นนามธรรม มีโครงสร้างที่ประกอบด้วยทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามต่างๆที่ยากต่อการทำความเข้าใจ แนวทางหนึ่งในการแก้ปัญหาอาจทำได้โดยการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้แก่นักเรียน เนื่องจากการมีมโนทัศน์ที่ดีทางคณิตศาสตร์ จะนำไปสู่การพัฒนาการคิด ทำให้สามารถนำมโนทัศน์ที่ถูกต้องนั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆได้ และการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนจะช่วยให้นักเรียนมีทักษะในการนำความรู้และมโนทัศน์ มาใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทต่างๆได้อย่างถูกต้อง โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้เกิดมโนทัศน์และนำไปสู่ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับลักษณะธรรมชาติ โครงสร้างแต่ละเนื้อหา มีการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดด้วยตนเอง มีการนำความรู้ใหม่ไปขยายความคิดเดิม รวมถึงมีการอภิปรายเพื่อให้ได้แนวทางที่หลากหลายซึ่งนำไปสู่ข้อสรุปหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ (อัมพร ม้าคนอง, 2547: 6) จึงแสดงให้เห็นว่าครูผู้สอนควรมีการปรับปรุงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้เอื้อต่อการพัฒนาการคิด มโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน

จากแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้างต้นนั้น มีแนวคิด ทฤษฎี หลักการ กระบวนการ หรือโมเดลการสอนมากมายที่อาจจะช่วยพัฒนาได้เช่น รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 โมเดลการอุปนัย โมเดลการสร้างมโนทัศน์ แนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลัก กระบวนการ RMT และแนวคิด DAPIC เป็นต้น ซึ่งรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่อาจจะสามารถช่วยพัฒนามโนทัศน์ของนักเรียน และมีกระบวนการที่นำไปสู่การฝึกใช้มโนทัศน์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่อาจส่งผลให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น คือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ซึ่งเป็นกระบวนการที่ใช้แนวคิดทฤษฎี Rigorous Mathematical Thinking ของ คินาดและโคซูลินที่มีพื้นฐานมาจากทฤษฎีเกี่ยวกับเครื่องมือทางจิตวิทยาของไวก็อตสกี้ (Vygotsky's theory of psychological tools) และแนวคิดการใช้ประสบการณ์การเรียนรู้เป็นสื่อกลางของฟิวเออร์สติน (Feuerstein's concept of mediated learning experience) ซึ่งกระบวนการ RMT มีแนวคิดในการสร้างสติปัญญาที่คงทนพร้อมๆกับการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนผ่านการทำงานอย่างเข้มข้น (Kinard and Kozulin, 2005) โดยเป็นกระบวนการทางสติปัญญาที่มีการพัฒนาการคิดอย่างเป็นระบบ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้เนื้อหาหรือมโนทัศน์ใหม่ได้จากการสังเกตและวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของสิ่งที่ครูนำมาให้เรียนรู้ซึ่งอาจจะเป็นกิจกรรม ใบงานหรือสื่อต่างๆ และนักเรียนได้แสดงความคิดกับสิ่งนั้นบนพื้นฐานความรู้หรือมโนทัศน์เดิมของนักเรียน แล้วครูค่อยๆพัฒนาความคิดนั้นให้มีระดับที่สูงขึ้นมีขั้นตอน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ที่ให้นักเรียนได้เลือกและเขียนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้ด้วยภาษาตนเองแล้วแปลงเป็นภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนได้เข้าใจและพัฒนามโนทัศน์ของตนเองได้อย่างเป็นระบบ อีกทั้งยังมีขั้นตอนในการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้ไปฝึกใช้ในการแก้ปัญหาอีกด้วย

การพัฒนากระบวนการคิดของนักเรียนขึ้นอยู่กับการเป็นสื่อกลางของครูที่จะช่วยให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมหรือสิ่งที่กำลังเรียนรู้อยู่ (Vygotsky, 1986) ซึ่งมีแนวคิด กลวิธีในการเป็นสื่อกลางการเรียนรู้อยู่หลายแนวคิด เช่น แนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ (Scaffolding) แนวคิดการใช้ประสบการณ์การเรียนรู้เป็นสื่อกลาง (Mediated Learning Experience) และแนวคิดการฝึกงาน (apprenticeship) แต่แนวคิดที่น่าสนใจ ควรนำมาทดลองใช้ร่วมกับกระบวนการ RMT คือ แนวคิดเสริมต่อการเรียนรู้ (Scaffolding) เนื่องจากเป็นแนวคิดในการช่วยเหลือหรือสนับสนุนความคิด การทำงานหรือการเรียนรู้ของนักเรียนบนพื้นฐานความรู้ ความคิดเดิมของนักเรียน เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่ต่อยอดจากเดิม ทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาการเรียนรู้ และดำเนินการหรือแก้ปัญหาที่พบได้สำเร็จ โดยครูให้นักเรียนแสดงความคิดต่อสิ่งที่กำลังดำเนินการหรือแก้ปัญหาอยู่เพื่อตรวจสอบระดับความรู้ ความคิด และวิธีการในการดำเนินการหรือแก้ปัญหาของนักเรียน เพื่อนำไปสู่แก้ไขข้อผิดพลาดเดิมของนักเรียน เสริมต่อความรู้ ความคิดที่ถูกต้องแล้วให้พัฒนาขึ้น และเชื่อมความรู้เดิมของนักเรียนไปสู่ความรู้ใหม่ได้ ทำให้นักเรียนได้ดำเนินการทำงานได้เองจนสำเร็จสมบูรณ์ (Wood, Bruner and Ross, 1976)

จากการศึกษากระบวนการ RMT และการเสริมต่อการเรียนรู้ สามารถนำแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ต่างๆเข้าไปมีส่วนร่วมในขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการ RMT ได้ เนื่องจากมีลักษณะของวิธีการพัฒนาการคิด มโนทัศน์และการแก้ปัญหาของนักเรียนที่สอดคล้องกัน คือมีขั้นตอนที่ให้นักเรียนได้แสดงความรู้ ความคิด หรือมโนทัศน์พื้นฐานเดิมเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนกำลังเรียนรู้ และพัฒนาการคิดนั้นบนพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน ช่วยให้นักเรียนได้ดำเนินการทำงานได้สำเร็จ และจากการที่การเสริมต่อการเรียนรู้เป็นการสอนโดยมีครูเป็นสื่อกลางในการเรียนรู้ของนักเรียนนั้นเป็นแนวคิดที่สนับสนุนให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ กระตุ้นให้นักเรียนได้คิดอย่างต่อเนื่อง ทำให้เกิดการควบคุมตนเองในการดำเนินงานหรือแก้ปัญหาต่างๆ และที่สำคัญแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้นี้เป็นการพัฒนาการเรียนรู้ การคิดและการแก้ปัญหาของนักเรียนจากการตอบสนองของนักเรียนเอง ทำให้นักเรียนได้รับการพัฒนาการเรียนรู้ การคิดและการแก้ปัญหาที่เป็นระบบและมีระดับการคิดที่สูงขึ้น เมื่อนำไปจัดควบคู่กับกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT จะทำให้นักเรียนได้รับการพัฒนากระบวนการคิดที่เป็นระบบ สามารถเชื่อมความรู้หรือมโนทัศน์เดิมไปสู่มโนทัศน์ใหม่ได้ และสามารถนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาอย่างถูกต้องและเหมาะสม จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำกระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริม

ต่อการเรียนรู้มาจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อช่วยพัฒนามโนทัศน์และส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมถึงเป็นแนวทางสำหรับครูคณิตศาสตร์ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต่อไป

คำถามวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้จะช่วยพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้หรือไม่ อย่างไร

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้กับเกณฑ์ร้อยละ 60

2. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ก่อนเรียนและหลังเรียน

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

5. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้

สมมติฐานของการวิจัย

จากการศึกษาทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ มีรายละเอียด ดังนี้

Kinard (2001) ศึกษาวิธีการและเครื่องมือในการสอน Rigorous Mathematical Thinking และนำ กระบวนการ RMT ไปทดลองจัดกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกับ Instrumental Enrichment (IE) ซึ่งเป็นงานที่ใช้ร่วมกับกระบวนการ และมีการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน พบว่า นักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์สูงขึ้น มีแรงจูงใจในการเรียน มีความท้าทายในการทำงาน และเมื่อครูเป็นสื่อกลาง

การเรียนรู้ให้นักเรียนจะทำให้นักเรียนเห็นแนวทาง การวางแผนในการดำเนินงานของตนเองต่อและสามารถแก้ปัญหาได้

Kinard and Kozulin (2005) ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถทางสติปัญญาของนักเรียนเกรด 8 โดยใช้กระบวนการ RMT (Rigorous Mathematical Thinking) และ MLE (Mediated Learning Experience) โดยมีการทดสอบก่อนเรียนกับนักเรียนกลุ่มที่จะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และ MLE และนักเรียนกลุ่มที่จะได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบปกติ พบว่านักเรียนกลุ่มที่จะได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบปกติมีความสามารถทางสติปัญญาและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่จะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และ MLE และเมื่อทดลองจัดกิจกรรมการเรียนรู้แล้วทำการทดสอบหลังเรียน พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และ MLE มีความสามารถทางสติปัญญาและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน ส่วนนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการเรียนการสอนแบบปกติ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน และเมื่อเปรียบระหว่างกลุ่ม พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และ MLE มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบปกติ

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิก พบว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิก มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 และสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ และมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงขึ้นและสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิกนั้น มีลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิด ส่งเสริมให้นักเรียนได้สร้างความเข้าใจด้วยตนเองจากการล้วงความคิดของนักเรียน สนับสนุนความคิด และขยายความคิดนั้นของนักเรียน ซึ่งมีขั้นตอนที่มีความคล้ายกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT จะส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

ชูรายา สัสตีวงศ์ (2555) ได้พัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงขึ้น และสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ และมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นและสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งรูปแบบของการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์มีแนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นพัฒนาการคิดจากความคิดของนักเรียน ขยายความคิดนั้นและหาข้อสรุปซึ่งมีความคล้ายกับกระบวนการ RMT จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT จะส่งผลให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น

Ibrahim Jbeili (2012) ศึกษาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือและการเสริมต่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือและการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือเพียงอย่างเดียว และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติด้วย

Lau Ngee Kiong and Hwa Tee Yong (2004) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ และการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้ ก็ยังช่วยให้นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์และภาษาทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ด้วย

Ulya, Kartono and Retnoningsih (2014) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ของนักเรียนเกรด 8 จำนวน 27 คนในประเทศอินโดนีเซีย โดยแบ่งรูปแบบองค์ความรู้เป็น 3 ประเภท คือ Field Dependent (FD), Field Intermediate (FDI) และ Field Independent (FI) เมื่อทำการทดสอบหลังเรียน พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากได้รับการเสริมต่อการเรียนรู้ทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ได้ดีขึ้น จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าการเสริมต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์จะส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

จากงานวิจัยดังกล่าวข้างต้น จะเห็นได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ซึ่งมุ่งเน้นที่การพัฒนาการคิดให้กับนักเรียนจะส่งผลให้นักเรียนมีมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แต่เนื่องจากนักเรียนไทยไม่คุ้นเคยกับการได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการคิด ทำให้นักเรียนไทยมีความสามารถไม่เพียงพอที่จะใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT เพียงอย่างเดียว และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้เป็นแนวคิดในการให้ความช่วยเหลือ สนับสนุนความคิดของนักเรียน ซึ่งจะเข้าไปช่วยนักเรียนในการเรียนรู้และส่งต่อแต่ละระยะของการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และมีการเรียนรู้ที่ต่อเนื่องมากยิ่งขึ้น จึงอาจเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และมีแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้เข้ามาช่วยให้ดำเนินการคิดและทำงานได้อย่างเป็นระบบและต่อเนื่อง จะส่งผลให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์จากการเชื่อมโยงมโนทัศน์เดิมของตนเองมาสู่มโนทัศน์ใหม่ ตลอดจนสามารถนำมโนทัศน์นั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ และจากเกณฑ์การประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกำหนดคะแนนผ่านที่ร้อยละ 50 แต่เนื่องจากในงานวิจัยมีการเน้นพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้น นักเรียนจึงควรมีคะแนนมากกว่าร้อยละ 60 ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

4. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 10 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งครอบคลุมโรงเรียนมัธยมศึกษา 67 โรงเรียน ในกรุงเทพมหานคร

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องวงกลม

3. ตัวแปรที่ศึกษามีดังนี้

ตัวแปรต้น ได้แก่

- การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตัวแปรตาม ได้แก่

- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. กระบวนการ RMT (Rigorous Mathematical Thinking Process) หมายถึง กระบวนการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดของคินาดและโคซูลิน (Kinard & Kozulin, 2008) ที่เน้นกระบวนการทางสติปัญญาผ่านการขับเคลื่อนความคิดและการทำงานของนักเรียนอย่างเข้มข้นที่มีครูเป็นสื่อกลาง โดยพัฒนาสติปัญญาของนักเรียนจากการดึงความรู้พื้นฐานเพื่อเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียน เชื่อมมโนทัศน์เดิมของนักเรียนเพื่อพัฒนาไปสู่การเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ตามขั้นตอนแต่ละขั้น และการฝึกใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ที่ได้ ซึ่งกระบวนการประกอบด้วย 3 ระยะ 6 ขั้นตอน ได้แก่

<u>ระยะที่ 1</u> ระยะพัฒนาสติปัญญา หมายถึง การเตรียมความพร้อมเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อจะเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นสังเกตและสะท้อนการคิด หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนสังเกตตัวแบบหรือสิ่งที่ครูนำมาให้เรียนรู้ นักเรียนแสดงความคิดบนความรู้พื้นฐานเดิมเกี่ยวกับสิ่งที่สังเกตได้

ขั้นที่ 2 ขั้นพัฒนาการคิดให้มีระดับสูงขึ้น หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนดำเนินการนำความคิดที่ได้มาสร้างกระบวนการคิดที่มีระบบให้มีระดับที่สูงขึ้นและเพียงพอต่อการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ โดยครูจะพัฒนาการคิด การเรียนรู้ของนักเรียนจากความคิดเดิมที่นักเรียนแสดงออกมา

ระยะที่ 2 ระยะการพัฒนากระบวนการสู่เนื้อหา หมายถึง การคิดและการทำงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อเชื่อมมโนทัศน์เดิมของนักเรียนและพัฒนามโนทัศน์ใหม่ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ที่จำเป็นอย่างเป็นระบบ มีการเชื่อมมโนทัศน์เดิม มาสู่มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหา โดยในการเชื่อมความรู้ ความคิดนี้ ครูจะใช้ความรู้พื้นฐานเดิม ของนักเรียนในการถ่ายโยงความรู้

ขั้นที่ 4 ขั้นค้นพบและกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนค้นพบ สรุปข้อค้นพบที่ได้ และกำหนดแบบรูปและความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 5 ขั้นการใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนเขียนมโนทัศน์ที่ได้โดยใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งขึ้นอยู่กับโครงสร้างของแต่ละมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ระยะที่ 3 ระยะการฝึกมโนทัศน์ หมายถึง การฝึกใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 6 ขั้นการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหา หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนฝึกนำมโนทัศน์ที่ได้นั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อให้เกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2. แนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ (Scaffolding) หมายถึง แนวคิดในการช่วยเหลือหรือสนับสนุนความคิดของนักเรียน ตามแนวคิดของ Wood, Bruner และ Ross (1976) เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่ต่อยอดจากเดิม ทำให้สามารถดำเนินการหรือแก้ปัญหาที่พบได้สำเร็จ โดยครูตรวจสอบระดับความรู้พื้นฐาน ความคิด และวิธีการในการดำเนินการหรือแก้ปัญหาของนักเรียนจากการให้นักเรียนแสดงความคิดต่อสิ่งที่กำลังดำเนินการหรือแก้ปัญหาอยู่ เพื่อนำมาแก้ไขข้อผิดพลาดเดิมที่นักเรียนมี และให้นักเรียนได้ดำเนินการหรือแก้ปัญหาต่อบนความคิดเดิมที่ถูกต้อง โดยมีครูคอยให้การส่งเสริม สนับสนุนความคิดของนักเรียน กระตุ้นการคิด อธิบาย สาธิต

และชี้แนะ ชี้จุดสำคัญให้นักเรียนบนพื้นฐานความคิดของนักเรียนที่แสดงออกมาเพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ที่ต่อยอดจากเดิม และดำเนินการเรียนรู้ได้อย่างต่อเนื่อง

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ หมายถึง การจัดการเรียนการสอนที่มุ่งพัฒนากระบวนการคิดของนักเรียนทีละขั้นตอนและต่อเนื่องตามระยะการเรียนรู้ ผ่านการขับเคลื่อนความคิดและการทำงานของนักเรียน โดยให้นักเรียนได้เรียนรู้ตามกระบวนการ มีการตรวจสอบการทำงานของนักเรียน สนับสนุนและส่งเสริมความคิด และกระตุ้นชี้แนะให้นักเรียนได้ค่อยๆดำเนินการเรียนรู้ตามขั้นตอนบนความรู้ ความคิดพื้นฐานเดิมของตนเองอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้นักเรียนได้เกิดความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งกระบวนการเรียนการสอนนี้พัฒนาจากแนวคิดของกระบวนการ RMT และการเสริมต่อการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับหลักสูตร บริบทและศักยภาพของนักเรียนไทย โดยประกอบด้วย 3 ระยะ 6 ขั้นตอน ดังนี้

<u>ระยะที่ 1 ระยะพัฒนาสติปัญญา</u> หมายถึง การเตรียมความพร้อมเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อจะเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยครูตรวจสอบความรู้พื้นฐานเดิมของนักเรียน แล้วชี้จุดสำคัญให้นักเรียนเห็นข้อผิดพลาด และต่อยอดความคิดให้มีระดับสูงขึ้นเพิ่มเติมจากความรู้เดิมของนักเรียนให้เพียงพอต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ ซึ่งประกอบด้วย 2 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นสังเกตและสะท้อนการคิด หมายถึง การที่ครูตรวจสอบระดับความรู้พื้นฐานเดิม ความคิดและวิธีการของนักเรียน จากการให้นักเรียนสังเกตตัวแบบ ใบงานหรือกิจกรรมที่ครูนำมาให้เรียนรู้ และกระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงความคิดบนความรู้พื้นฐานเดิมเกี่ยวกับสิ่งที่สังเกตได้

ขั้นที่ 2 ขั้นพัฒนาการคิดให้มีระดับสูงขึ้น หมายถึง การที่ครูแก้ไขความคิดของนักเรียนที่ไม่ถูกต้อง จากการชี้จุดสำคัญให้นักเรียนเห็นข้อผิดพลาดของการคิด และต่อยอดความคิดของนักเรียนที่ถูกต้องแล้วให้มีความรู้ที่สูงขึ้นและเพียงพอต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ โดยสนับสนุนความคิดเดิม และชี้แนะมโนทัศน์พื้นฐานให้กับนักเรียนเพิ่มเติมจากส่วนที่นักเรียนมีอยู่ เพื่อให้นักเรียนมีการพัฒนาการคิดนั้นให้มีระดับที่สูงขึ้นจากเดิม

<u>ระยะที่ 2 ระยะการพัฒนากระบวนการสู่เนื้อหา</u> หมายถึง การคิดและการทำงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อเชื่อมมโนทัศน์เดิมของนักเรียนและพัฒนามโนทัศน์ใหม่ในเนื้อหาคณิตศาสตร์โดยครูเชื่อมมโนทัศน์เดิมของนักเรียนมาสู่มโนทัศน์ใหม่ ชี้ให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ย่อย

และสาธิตการเขียนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองได้ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ครูเชื่อมมโนทัศน์เดิมของนักเรียนมาสู่มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหา โดยการต่อยอดการเรียนรู้จากมโนทัศน์เดิมของนักเรียนมายังมโนทัศน์ใหม่เพื่อให้นักเรียนมีการสร้างมโนทัศน์ที่จำเป็นอย่างเป็นระบบได้

ขั้นที่ 4 ขั้นค้นพบและกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ครูกระตุ้นให้นักเรียนค้นพบ และสรุปข้อค้นพบของมโนทัศน์ที่ได้ด้วยตนเอง โดยเมื่อนักเรียนไม่สามารถค้นพบและกำหนดมโนทัศน์เองได้ ครูจะชี้จุดสำคัญ ช่วยเชื่อมข้อมูล ความรู้ที่จะทำให้นักเรียนสามารถค้นพบและกำหนดมโนทัศน์เองได้

ขั้นที่ 5 ขั้นการใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนเขียนมโนทัศน์ที่ได้โดยใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งขึ้นอยู่กับโครงสร้างของแต่ละเนื้อหามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยครูสาธิตการเขียนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเมื่อนักเรียนไม่สามารถเขียนมโนทัศน์ในรูปของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้เพื่อเป็นแนวทางในการเขียนให้กับนักเรียน

<u>ระยะที่ 3 ระยะการฝึกมโนทัศน์</u> หมายถึง การฝึกใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทที่หลากหลายและในชีวิตจริง โดยครูสังเกตการฝึกมโนทัศน์และการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างได้ไปใช้ในการแก้ปัญหา ครูตรวจสอบวิธีการดำเนินการของนักเรียนแล้วช่วยชี้จุดสำคัญหรือข้อผิดพลาด และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และสามารถดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเองจนสำเร็จได้ ซึ่งประกอบด้วย 1 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 6 ขั้นการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหา หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนได้ฝึกใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทที่หลากหลายและในชีวิตจริง โดยครูให้นักเรียนนำใบงาน ใบกิจกรรมไปใช้ในการแก้ปัญหาให้เหมาะสม โดยครูสังเกตวิธีการดำเนินการของนักเรียน หากนักเรียนไม่สามารถทำได้ หรือยังทำไม่ถูกต้อง ครูจะให้นักเรียนแสดงความคิดเกี่ยวกับแนวทาง วิธีการดำเนินการของตนเอง และครูจะชี้จุดสำคัญหรือข้อผิดพลาดในการแก้ปัญหาของนักเรียน เพื่อให้เกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และสามารถดำเนินการแก้ปัญหาต่อด้วยตนเองได้

4. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดรวบยอดในเนื้อหาใดเนื้อหาหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นความคิดนามธรรมที่เกิดจากการได้รับประสบการณ์การเรียนรู้เกี่ยวกับเนื้อหานั้น และสามารถสรุปความคิดหรือความเข้าใจออกมาเป็นทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม สมบัติหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้

การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ วัดได้จากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเรื่องพื้นฐานทางเรขาคณิต ความเท่ากันทุกประการ และเส้นขนาน และแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียน เรื่องวงกลม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการหาแนวทางหรือวิธีการเพื่อหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยความรู้ทักษะ หลักการและประสบการณ์เดิมต่างๆมาประยุกต์ เพื่อหาคำตอบของปัญหาที่พบ โดยพิจารณาได้จากขั้นตอนที่พัฒนาจากแนวคิดของโพลยา (Polya, 1973) ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์โจทย์แล้วระบุข้อมูลที่ทราบจากโจทย์ สิ่งที่โจทย์ต้องการ และเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด และดูว่าข้อมูลที่มีเพียงพอสำหรับการหาคำตอบหรือไม่

ขั้นที่ 2 ขั้นกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาและดำเนินการตามแนวทางที่กำหนดไว้ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการหาความสัมพันธ์ของข้อมูลจากโจทย์และสิ่งที่ต้องการหา นำข้อมูลมาวาดรูปหรือแผนภาพที่จะใช้ในการแก้ปัญหา พิจารณาหาความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานั้นที่สามารถนำมาช่วยในการแก้ปัญหาโดยการนำทฤษฎี หลักการ/กฎ สูตร นิยาม ที่เรียนมาใช้กำหนดวิธีการในการแก้ปัญหา และจัดลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา และนำแนวทางที่กำหนดไว้มาดำเนินการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่คำตอบของปัญหา

ขั้นที่ 3 ขั้นตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยอาจใช้วิธีการแก้ปัญหาอื่นในการตรวจสอบคำตอบก็ได้

การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ วัดจากแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องวงกลม ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

6. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยประกอบด้วย 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นเตรียมความพร้อม เป็นขั้นที่ครูทบทวนความรู้เดิมที่เกี่ยวข้องกับที่เนื้อหาจะเรียน สร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้เพื่อเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียนในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่

ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นขั้นที่ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนได้เข้าใจทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามต่างๆ โดยครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย ใช้สื่อการสอนต่างๆ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้ในกิจกรรมเดี่ยวหรือกลุ่มในบางคาบ

ขั้นสรุปและสะท้อนความคิด เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปเนื้อหาและสะท้อนความคิดเห็นเกี่ยวกับความรู้ที่เรียนในคาบ

7. นักเรียน หมายถึง นักเรียนที่ศึกษาในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 10 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานกระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งครอบคลุมโรงเรียนมัธยมศึกษา 51 โรงเรียนในจังหวัดสมุทรสาคร สมุทรสงคราม ประจวบคีรีขันธ์และเพชรบุรี

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่กระตุ้นและเน้นพัฒนาความคิดของนักเรียนผ่านการทำงานตามขั้นตอนอย่างเป็นระบบ ทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ ทำให้มีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากขึ้น และมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น

2. ครูสามารถนำการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT แนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ไปใช้ในการการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น และส่งเสริมให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากขึ้น

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัย เรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. กระบวนการ RMT (Rigorous Mathematical Thinking Process)
    1.1 ความเป็นมาของกระบวนการ RMT
    1.2 ความหมายของกระบวนการ RMT
    1.3 ความสำคัญของกระบวนการ RMT
    1.4 ขั้นตอนของกระบวนการ RMT และลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
    1.5 บทบาทของครูและนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT
2. แนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้
    2.1 ความเป็นมาและความหมายของการเสริมต่อการเรียนรู้
    2.2 กลวิธีในการใช้การเสริมต่อการเรียนรู้
    2.3 การเรียนการสอนโดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้
    2.4 ข้อดีและข้อจำกัดของการเสริมต่อการเรียนรู้
3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    3.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    3.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    3.3 ประเภทของมโนทัศน์
    3.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    3.5 แนวทางการพัฒนามโนทัศน์
    3.6 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
4. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
    4.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
    4.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
    4.3 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์
    4.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.5 การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยในประเทศ

5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1. กระบวนการ RMT (Rigorous Mathematical Thinking Process)

1.1 ความเป็นมาของกระบวนการ RMT

จากปัญหาเกี่ยวกับการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในประเทศสหรัฐอเมริกาที่มีประสิทธิภาพลดลงและนักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ต่ำเมื่อเทียบกับนักเรียนในประเทศทางตะวันตกและประเทศในเอเชีย โดยทางสหรัฐอเมริกามีการศึกษาปัญหาของการศึกษาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนขาดทักษะการคิดและทักษะการแก้ปัญหา โดยอ้างถึงการจัดการเรียนการสอนส่วนใหญ่มีกระบวนการเรียนรู้เพียงการคำนวณและกระบวนการที่ตายตัว ไม่มีการเน้นให้ทำความเข้าใจและจัดระบบโครงสร้างของความคิด ซึ่งการจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนในลักษณะดังกล่าวยังไม่เพียงพอต่อการเรียนรู้และการคิดที่มีประสิทธิภาพของนักเรียน จึงชี้ให้เห็นว่าการจัดการเรียนการสอนควรมุ่งเน้นให้นักเรียนได้คิด หาเหตุผลเชิงตรรกะ ให้นักเรียนมีความคิดสร้างสรรค์มากกว่าการเน้นที่การจำ จึงทำให้มีการพัฒนาแนวคิดทฤษฎี Rigorous Mathematical Thinking ขึ้นซึ่งเป็นทฤษฎีเกี่ยวกับการพัฒนาสติปัญญา การเชื่อมโยงมโนทัศน์และการฝึกใช้มโนทัศน์ โดยเน้นที่กระบวนการคิด การทำงาน ประสบการณ์การเรียนรู้ของนักเรียนและเครื่องมือทางจิตวิทยา (Psychological tools) เพื่อใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ในห้องเรียนคณิตศาสตร์

แนวคิดทฤษฎี Rigorous Mathematical Thinking เกิดขึ้นบนพื้นฐานของแนวคิดทฤษฎี 2 ทฤษฎี คือ ทฤษฎีเกี่ยวกับเครื่องมือทางจิตวิทยาของไวก็อตสกี้ (Vygotsky, 1979) และทฤษฎีเกี่ยวกับประสบการณ์การเรียนรู้เป็นสื่อกลางของ Feuerstein (1990) โดยทฤษฎีของไวก็อตสกี้ กล่าวว่า การพัฒนากระบวนการทางปัญญาของเด็กให้สูงขึ้น ขึ้นอยู่กับการเป็นตัวแทนสื่อกลางให้เด็กมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกับสิ่งแวดล้อม และไวก็อตสกี้ ได้เน้นเกี่ยวกับการพัฒนาสติปัญญาและการเรียนรู้ ซึ่งเป็นการเป็นการดำเนินการผ่านความคิดของเครื่องมือทางสติปัญญา (Cognitive Tools) โดยเครื่องมือทางสติปัญญาที่ปรากฏในตอนแรกนั้นเป็นเครื่องมือทางสัญลักษณ์ภายนอกที่ใช้ในการเป็นสื่อกลางกันทั่วๆไป ได้แก่ การทดลองสุ่มหลายๆครั้ง (Casting lots) การผูกโยงข้อมูล (Tying knots) และ การนับนิ้ว (Counting fingers) ดังนี้

- การทดลองสุ่มหลายๆครั้ง (Casting lots) จะเกิดขึ้นในสถานการณ์ที่ต้องมีการตัดสินใจที่ไม่แน่นอนซึ่งเกิดจากสิ่งเร้าแต่ละสิ่งที่ปรากฏ อย่างไม่เท่าเทียมกัน และได้รับการแก้ไขโดยการประยุกต์ใช้เครื่องมือ โดยแต่ละบุคคลจะเชื่อมโยงการตัดสินใจของตนเองเพื่อตอบคำถามกับสถานการณ์ โดยเป็นสถานการณ์ที่ไม่สามารถแก้ไขได้เองโดยธรรมชาติ

- การผูกโยงข้อมูล (Tying knots) เป็นอุปกรณ์ที่ช่วยให้เด็กเล็กได้จดจำข้อมูลและใช้ข้อมูลจากการเรียกการจำนี้

- การนับนิ้ว (Counting fingers) เป็นการใช้นิ้วทำหน้าที่เป็นการทำงาน เพื่อเป็นสัญลักษณ์ที่ใช้ในการดำเนินการคำนวณ เป็นการจัดระเบียบการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถามศึกษา

ประวัติศาสตร์ทางสังคม มีการสร้างเครื่องมือที่หลากหลายเพื่อใช้เป็นสัญลักษณ์ โดยมีระดับที่สูงขึ้นและแตกต่างกัน เช่น สัญลักษณ์ การเขียน สูตร กราฟ และอื่นๆ เป็นต้น การพัฒนาสติปัญญาและการเรียนรู้ตามแนวคิดของไวก็อตสกี้ระบุว่าขึ้นอยู่กับความชำนาญในการใช้สัญลักษณ์ของเด็ก และความเหมาะสมในการใช้เครื่องมือตามรูปแบบต่างๆ นอกจากนี้ก็ยังมีแนวคิดที่สำคัญแนวคิดหนึ่งที่เป็นรากฐานของทฤษฎี นั้นคือ แนวคิดเกี่ยวกับบริเวณพื้นที่รอยต่อพัฒนาการ (Zone of Proximal Development) ซึ่งมีการตีความใน 2 ด้านที่สำคัญกับบริบทในปัจจุบัน คือ

1. บริเวณพื้นที่รอยต่อพัฒนาการ คือการทำงานทางปัญญาของนักเรียนที่ยังพัฒนาไม่สมบูรณ์ แต่จะเกิดขึ้นได้ในช่วงเวลาที่มีการประเมิน และ/หรือการสอน โดยการทำงานนี้เป็นสิ่งที่มองไม่เห็นและมีความไม่แน่นอน แต่หากนักเรียนได้รับการเป็นสื่อกลางตามกระบวนการ นักเรียนก็จะสามารถพัฒนาการคิดและยกระดับการทำงานให้สูงขึ้นได้ ซึ่ง Chaiklin (2003) ได้ยืนยันว่า แนวคิดเกี่ยวกับบริเวณพื้นที่รอยต่อพัฒนาการมีความสำคัญต่อการเปลี่ยนแปลง การพัฒนาของเด็กที่มีการเปลี่ยนแปลงจากช่วงอายุหนึ่งไปอีกช่วงอายุหนึ่ง โดยการเรียนรู้ที่เน้นบริเวณพื้นที่รอยต่อพัฒนาการ เป็นการสร้างให้นักเรียนมีการเรียนรู้เป็นนิสัย นำไปสู่การเรียนรู้แบบร่วมมือ ทำให้นักเรียนได้ตระหนักในตนเองมากขึ้นเกี่ยวกับสิ่งที่เขารู้อยู่แล้ว กับสิ่งที่ยังไม่รู้ นักเรียนจะได้เรียนรู้วิธีระบุสิ่งที่จะทำให้นักเรียนแก้ปัญหาได้สำเร็จ และวิธีการขอความช่วยเหลือในข้อมูลที่ตนเองยังไม่มีจากครู โดยแนวคิดเกี่ยวกับบริเวณพื้นที่รอยต่อพัฒนาการในบริบทของกระบวนการ RMT นี้ คือ การใช้ระดับการทำงานทางปัญญาในการช่วยเหลือ ส่งเสริม โดยใช้การเรียนรู้ที่มีสื่อกลาง และใช้เครื่องมือทางจิตวิทยาในการพัฒนาการทำงานให้สูงขึ้นและในทางกลับกันการทำงานก็จะสนับสนุนให้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากขึ้นด้วย

2. บริเวณพื้นที่รอยต่อพัฒนาการ คือ การทำงานร่วมกันของมโนทัศน์ของนักเรียนและมโนทัศน์ที่เป็นระบบ โดยมีครูเป็นสื่อกลางตามแนวคิดของไวก็อตสกี้ มโนทัศน์จะเกิดขึ้นจากประสบการณ์ของนักเรียนที่มีมากและมีอยู่ในบริบทของนักเรียนแต่ละคน ซึ่งบริเวณพื้นที่รอยต่อพัฒนาการเป็นพื้นที่รอยต่อระหว่างมโนทัศน์ 2 แบบนั้น และการเป็นสื่อกลางให้นักเรียนคือแนวคิดที่เป็นระบบที่ปรับความคิดเดิมของนักเรียนให้เป็นความคิดที่เป็นระบบมากขึ้น

แนวคิดทฤษฎีพื้นฐานของกระบวนการ RMT อีกทฤษฎีหนึ่ง คือ แนวคิดเกี่ยวกับการใช้ประสบการณ์การเรียนรู้เป็นสื่อกลาง (Mediated Learning Experience) ของ Feuerstein (1980)

ซึ่งมุ่งเน้นที่การกระตุ้นให้นักเรียนเกิดการเปลี่ยนแปลงการคิดจากเดิม มากกว่าการแค่ดูความคิดของนักเรียนในขณะทำกิจกรรม และเขาเชื่อว่า การเป็นสื่อกลางของมนุษย์มีความสำคัญต่อการสร้างโครงสร้างทางสติปัญญา โดยกำหนดเกณฑ์ 3 เกณฑ์ในการเป็นสื่อกลางที่จะช่วยให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ ดังนี้

1. Intentionality เป็นการที่ครูดึงดูดนักเรียนให้สนใจและอยู่ในกระบวนการทำงานอย่างต่อเนื่อง ซึ่งนักเรียนจะรับรู้ได้ถึงเจตนาของครูผู้สอนมากกว่าการสอนตามธรรมชาติ และครูจะช่วยนักเรียนที่ไม่สามารถคิดได้หรือคิดผิด

2. Transcendence เป็นการแนะวิธีการให้นักเรียนทางอ้อมโดยใช้บริบทรอบตัวหรือประสบการณ์เป็นตัวอธิบายเพื่อให้นักเรียนสรุปคำตอบได้เอง

3. Meaning เป็นการอธิบายถึงความหมายของการทำในแต่ละขั้นตอน ทำให้นักเรียนเห็นคุณค่าของการเรียนรู้ในเนื้อหาที่เรียนอยู่

กระบวนการ RMT เป็นกระบวนการที่ใช้แนวคิดทฤษฎี Rigorous Mathematical Thinking ของคินาดและโคซูลิน ที่มีแนวคิดในการสร้างสติปัญญาที่คงทนพร้อมๆกับการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน โดยมีการแปลงเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีความเป็นนามธรรมโดยการดำเนินการผ่านกระบวนการแต่ละขั้นตอนของกระบวนการ RMT อย่างเข้มงวด และเน้นการที่ครูเป็นสื่อกลางในการให้นักเรียนสังเกตอย่างมีสมาธิ (vigilance) อย่างต่อเนื่อง (Persistent) และคงอยู่ในกระบวนการเรียนรู้ (inflexible) ทำให้นักเรียนได้อยู่ในกระบวนการเรียนรู้ตลอดทุกขั้นตอน และได้รับการกระตุ้นและขยาย การเรียนรู้คณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์และสามารถแก้ปัญหาได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น กระบวนการ RMT เป็นกระบวนการที่มีแนวคิดมาจากทฤษฎี Rigorous Mathematical Thinking ที่มุ่งเน้นการพัฒนาการคิดอย่างเป็นระบบ โดยมีพื้นฐานทฤษฎีเครื่องมือทางจิตวิทยาของไวก็อตสกี้ และทฤษฎีประสบการณ์การเรียนรู้เป็นสื่อกลางของ Feuerstein ซึ่ง Rigorous Mathematical Thinking นี้สร้างขึ้นเพื่อแก้ปัญหาทางการศึกษาในประเทศสหรัฐอเมริกา ที่นักเรียนมีปัญหาขาดทักษะการคิดและทักษะการแก้ปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับปัญหาการศึกษาในประเทศไทย ที่การจัดกิจกรรมการเรียนคณิตศาสตร์ยังไม่ดีเท่าที่ควร นักเรียนขาดทักษะในการคิดที่ดีและทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นกระบวนการ RMT นี้อาจเป็นแนวการจัดการเรียนการสอนที่อาจช่วยแก้ปัญหาการศึกษาคณิตศาสตร์ของไทยได้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1.2 ความหมายของกระบวนการ RMT

กระบวนการ RMT มีแนวคิดทฤษฎีมาจาก Rigorous Mathematical Thinking ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของกระบวนการ RMT ดังนี้

Kinard (2005) ได้ให้ความหมายของกระบวนการ RMT ว่าเป็นกระบวนการทางสติปัญญาที่ขับเคลื่อนความคิดและการทำงานผ่านการค้นพบ กำหนด และเรียบเรียงข้อมูลอย่างเป็นระบบและต่อเนื่อง โดยจะส่งเสริมให้นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงมโนทัศน์จากมโนทัศน์เดิม และฝึกใช้มโนทัศน์ระหว่างการเรียนรู้ในกิจกรรมในห้องเรียน

Harina Fitriyani (2011) ได้ให้ความหมายของกระบวนการ RMT ว่าเป็นกิจกรรมการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการทำงาน และมีความรู้ ความเข้าใจในการใช้งานนั้นโดยมีสื่อกลางในการทำกิจกรรม โดยแบ่งออกได้เป็น 3 ระดับ คือ ระดับความคิดเชิงคุณภาพ ระดับความคิดเชิงปริมาณและระดับความคิดนามธรรมสัมพันธ์

Ika Kurniasari (2013) ได้ให้ความหมายของกระบวนการ RMT ว่าเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีสื่อกลางให้นักเรียนได้สร้างความเข้าใจและสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากกระบวนการการเรียนรู้ที่เป็นระบบ และนำความเข้าใจและมโนทัศน์นั้นไปพัฒนาสติปัญญาของนักเรียน

Nggoro Sujalmo and Mega Teguh (2013) ได้ให้ความหมายของกระบวนการ RMT ว่าเป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีสื่อกลางการเรียนรู้ พัฒนาการคิดของนักเรียน สร้างความเข้าใจจากการดำเนินงานทางจิตใจ และนำความเข้าใจหรือมโนทัศน์ไปใช้ในการดำเนินการ

จากความหมายของกระบวนการ RMT ที่นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ สามารถสรุปได้ว่า กระบวนการ RMT เป็นกระบวนการทางสติปัญญาที่ขับเคลื่อนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ผ่านการทำงานของนักเรียนอย่างเข้มข้นที่มีครูเป็นสื่อกลาง โดยพัฒนาสติปัญญาของนักเรียนจากการให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ในมโนทัศน์ย่อยบนพื้นฐานความคิดของตนเองแล้วสะท้อนความคิดออกมา เพื่อให้มีการพัฒนาความคิดของนักเรียนให้มีระดับสูงขึ้นและเชื่อมโยงมโนทัศน์เดิมมาสู่มโนทัศน์ใหม่ในเนื้อหาอย่างเป็นระบบ รวมทั้งให้นักเรียนได้ฝึกใช้มโนทัศน์นั้นในการดำเนินการ

1.3 ความสำคัญของกระบวนการ RMT

Kinard (2005) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการนำกระบวนการ RMT ไปใช้เป็นกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์กับนักเรียน ดังนี้

1. กระบวนการ RMT สร้างกระบวนการคิดพื้นฐานของนักเรียนอย่างเป็นระบบและมีกระบวนการฝึกนักเรียนให้รู้จักวิธีการเลือกสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาได้

2. กระบวนการ RMT พัฒนากระบวนการในการแปลงจากภาษาเดิมที่ไม่เป็นทางการหรือไม่เป็นภาษาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้เป็นภาษาคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นระบบ

3. กระบวนการ RMT ช่วยให้นักเรียนได้ฝึกคิดให้เป็นนิสัย

4. กระบวนการ RMT เน้นกระบวนการทำงานมากกว่าคำตอบสุดท้ายของงาน ทำให้เกิดการเรียนรู้และอธิบายวิธีการได้มาซึ่งคำตอบได้

5. กระบวนการ RMT ช่วยให้ครูรู้จักพื้นฐานความคิดของนักเรียนมากขึ้น ทำให้สามารถพัฒนานักเรียนได้เหมาะสมตามพื้นฐานธรรมชาติของนักเรียน

Kinard (2008) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการนำกระบวนการ RMT ไปใช้เป็นกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์กับนักเรียน คือกระบวนการ RMT ช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์จากความคิดพื้นฐานเดิมของนักเรียน ส่งเสริมให้นักเรียนได้ระบุ วิเคราะห์และกำหนดแบบรูปและความสัมพันธ์และสร้างมโนทัศน์ขึ้น ทำให้นักเรียนได้คิดเกี่ยวกับการคิดและเรียนรู้วิธีการเรียนรู้ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนรู้ความหมายของสิ่งที่กำลังเรียนรู้และเกิดแรงจูงใจในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าการนำกระบวนการ RMT ไปใช้เป็นกิจกรรมการสอนคณิตศาสตร์กับนักเรียนมีความสำคัญในการช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาการคิด มีการสร้างมโนทัศน์ และฝึกใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ ซึ่งจะทำให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ที่แท้จริง มีทักษะที่ดีและสามารถดำเนินการในการแก้ปัญหาต่างๆได้

1.4 ขั้นตอนของกระบวนการ RMT และลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

กระบวนการ RMT เป็นกระบวนการทางสติปัญญาที่ขับเคลื่อนการดำเนินการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ผ่านการทำงานของนักเรียนอย่างเข้มข้น โดยนักเรียนเป็นผู้สังเกตความสัมพันธ์แต่ละความรู้ มโนทัศน์ย่อยด้วยตนเองบนพื้นฐานความคิดของแต่ละคน แล้วสะท้อนความคิดเห็นหรือสิ่งที่สังเกตได้ออกมาให้ครูได้รับรู้ระดับความคิดของนักเรียนแล้วพัฒนาความคิด

ของนักเรียนให้มีระดับสูงขึ้น แล้วครูจึงค่อยๆให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ในเนื้อหาโดยใช้มโนทัศน์เดิมมาเชื่อมโยงเกิดเป็นการเรียนรู้และสร้างมโนทัศน์อย่างเป็นระบบ ซึ่งในทุกขั้นตอนของกระบวนการนั้นจะมีครูเป็นสื่อกลาง กระตุ้นให้นักเรียนได้ทำการสังเกตได้คิด และดำเนินการอย่างเข้มข้น มีการให้นักเรียนได้กำหนดมโนทัศน์ใหม่ที่เกิดขึ้นในภาษาของตนเองแล้วแปลงเป็นภาษาคณิตศาสตร์ รวมทั้งมีกระบวนการที่ให้นักเรียนได้นำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้ไปฝึกใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยการทำงานผ่านกระบวนการที่เข้มข้นนี้จะพัฒนาให้นักเรียนคิดเป็นนิสัยและสนใจในการเรียนรู้ตามกระบวนการ ซึ่งในขั้นตอนของการะบวนการ RMT และลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย 3 ระยะ 6 ขั้นตอน ดังนี้

ระยะที่ 1 ระยะพัฒนาสติปัญญา หมายถึง การเตรียมความพร้อมเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อจะเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 1 ขั้นสังเกตและสะท้อนการคิด หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนสังเกตตัวแบบหรือสิ่งที่ครูนำมาให้เรียนรู้ นักเรียนแสดงความคิดบนความรู้พื้นฐานเดิมเกี่ยวกับสิ่งที่สังเกตได้

ขั้นที่ 2 ขั้นพัฒนาการคิดให้มีระดับสูงขึ้น หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนดำเนินการนำความคิดที่ได้มาสร้างกระบวนการคิดที่มีระบบให้มีระดับที่สูงขึ้น โดยครูจะพัฒนาการคิดการเรียนรู้ของนักเรียนจากความคิดเดิมที่นักเรียนแสดงออกมา

ระยะที่ 2 ระยะการพัฒนากระบวนการสู่เนื้อหา หมายถึง การคิดและการทำงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อเชื่อมมโนทัศน์เดิมของนักเรียนและพัฒนามโนทัศน์ใหม่ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ที่จำเป็นอย่างเป็นระบบ มีการเชื่อมมโนทัศน์เดิม มาสู่มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหา โดยในการเชื่อมความรู้ ความคิดนี้ ครูจะใช้ความรู้พื้นฐานเดิม ของนักเรียนในการถ่ายโยงความรู้

ขั้นที่ 4 ขั้นค้นพบและกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนค้นพบ สรุปข้อค้นพบที่ได้ และกำหนดแบบรูปและความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 5 ขั้นการใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนเขียนมโนทัศน์ที่ได้โดยใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งขึ้นอยู่กับโครงสร้างของแต่ละมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ระยะที่ 3 ระยะการฝึกมโนทัศน์ หมายถึง การฝึกใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 1 ขั้นตอน คือ

ขั้นที่ 6 ขั้นการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหา หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนฝึกใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ที่ได้ โดยนำมโนทัศน์ที่ได้นั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อให้เกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

จากขั้นตอนของกระบวนการ RMT และลักษณะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นการดำเนินการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ จากการพัฒนาความคิดของนักเรียน เชื่อมโยงมโนทัศน์เดิมมาสู่มโนทัศน์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์และการฝึกใช้มโนทัศน์ โดยกระบวนการ RMT จะเน้นการพัฒนาการคิดจากการทำงานอย่างเข้มข้นในแต่ละขั้นตอน ซึ่งเอื้อต่อการพัฒนาความคิดของนักเรียน และสอดคล้องกับหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานของไทยที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ 3 ด้านคือ ด้านความรู้ ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1.5 บทบาทของครูและนักเรียนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT จะก่อให้เกิดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพได้นั้น ครูและนักเรียนซึ่งเป็นส่วนสำคัญในกิจกรรมการเรียนรู้จึงต้องมีบทบาทในกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT ดังนี้

บทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT นั้นเป็นสิ่งสำคัญในการวางแผนและดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับนักเรียน โดยครูควรมีการวางแผนการสอนที่พิจารณาให้ความสำคัญกับทั้งกระบวนการเรียนรู้และเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่จะสอนให้มีความสอดคล้องกัน โดยอาจมีการอาศัยความร่วมมือกันกับครูท่านอื่นในการแลกเปลี่ยนความคิดและกลวิธีในการสอน

การสอนโดยใช้กระบวนการ RMT ในแต่ละเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นการเรียนรู้ผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ และในกิจกรรมนี้ครูจะต้องออกแบบให้กิจกรรมสามารถเป็นเครื่องมือและวิธีการที่มีความเหมาะสมกับการเรียนรู้แต่ละเนื้อหาคณิตศาสตร์หรือมโนทัศน์คณิตศาสตร์ เป็นกิจกรรมที่สามารถสร้างกระบวนการคิดทางสติปัญหาให้กับนักเรียนได้และต้องมีการแปลงเนื้อหาคณิตศาสตร์ให้นำไปสู่สิ่งสำคัญ 3 ประการ ดังนี้

1) ทำให้นักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงทางโครงสร้างเกี่ยวกับความเข้าใจในความรู้คณิตศาสตร์

2) ทำให้นักเรียนมีการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ

3) ทำให้นักเรียนได้มีการเรียนรู้ภาษาและบทบาทของคณิตศาสตร์

นอกจากการวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพแล้ว การดำเนินการตามขั้นตอนของกระบวนการ RMT ก็เป็นสิ่งสำคัญที่ครูจะต้องดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้กับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ โดยบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในกระบวนการ RMT มีดังนี้

ระยะที่ 1 ระยะพัฒนาสติปัญญา

ขั้นที่ 1 ขั้นสังเกตและสะท้อนการคิด

ครูต้องวิเคราะห์โครงสร้างมโนทัศน์หรือความคิดหลัก (Big idea) ที่จะสอนนักเรียนและจัดเรียงลำดับองค์ประกอบย่อยของมโนทัศน์นั้นจากมโนทัศน์พื้นฐานที่สุดไปยังมโนทัศน์ที่มีความซับซ้อนที่สุดเพื่อให้นักเรียนได้สังเกตงานอย่างเป็นระบบ และการจัดนี้จะเป็นแนวทางให้ครูได้มีการเสริมต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์จากการสะท้อนการคิดของนักเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นพัฒนาการคิดให้มีระดับสูงขึ้น

ครูต้องระบุการความคิดของนักเรียน (Cognitive function) ที่สำคัญที่สุดที่จำเป็นต่อนักเรียนในการได้สร้างความเข้าใจในแต่ละส่วนของมโนทัศน์ย่อยด้วยตนเอง และเมื่อครูเลือกความคิดของนักเรียนที่จำเป็นในการสร้างมโนทัศน์ย่อยของนักเรียนแล้ว ครูก็จะเป็นสื่อกลางระหว่างที่นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์

ระยะที่ 2 ระยะพัฒนากระบวนการสู่เนื้อหา

ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

ครูต้องเลือกงานที่มีความสำคัญ ตรงประเด็นตามที่ต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ โดยงานจะต้องสามารถเป็นเครื่องมือที่เหมาะสม และจำเป็นสำหรับการพัฒนาสติปัญญา และครูต้องคิดและวางแผนวิธีการเป็นสื่อกลางที่จะช่วยนักเรียนให้ได้มีการเรียนรู้ในแต่ละมโนทัศน์ย่อยได้อย่างชัดเจน ครูต้องสร้างงาน (Cognitive task) ที่ทำให้นักเรียนได้เห็นความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ย่อยแต่ละส่วนได้ โดยครูจะค่อยๆทำการเสริมต่อมโนทัศน์เดิมของนักเรียนไปสู่มโนทัศน์หลักทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 ขั้นค้นพบและกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ครูต้องวางแผนวิธีประยุกต์การให้ความช่วยเหลือนักเรียนให้นักเรียนสามารถระบุ กำหนดและอธิบายวิธีที่นักเรียนใช้ในการทำงานได้ ครูต้องระบุมโนทัศน์หลัก (Core concept) ที่สำคัญที่จะเป็นกุญแจสำคัญให้นักเรียนสามารถเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์และเมื่อมโนทัศน์หลักเกิดขึ้น ครูต้องพัฒนาวิธีการเป็นสื่อกลางโดยหาวิธีที่จะชี้แนะให้นักเรียน

ได้สำรวจ ค้นพบและกำหนดแบบรูปและความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตรงกับมโนทัศน์หลักมากที่สุด

ขั้นที่ 5 ขั้นการใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ครูต้องวางแผนในการชี้แนะ ช่วยให้นักเรียนสามารถใช้เครื่องมือเฉพาะที่เป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม และเขียนมโนทัศน์นั้นได้ โดยภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมจะขึ้นอยู่กับแต่ละโครงสร้างมโนทัศน์

ระยะที่ 3 ระยะการฝึกมโนทัศน์

ครูต้องวางแผนและออกแบบปัญหาหรืองานเพื่อให้นักเรียนได้มีการฝึกใช้ มโนทัศน์และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นเพื่อให้นักเรียนสามารถนำมโนทัศน์นั้นไปใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหาได้

บทบาทของนักเรียนในการร่วมกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ใช้กระบวนการ RMT ประกอบด้วยบทบาท 2 ประการ ได้แก่

1) การเป็นนักคิด (Disposition of a rigorous thinker) คือเป็นผู้ที่ไม่ยอมแพ้ต่อสิ่งที่ท้ายทายและสิ่งที่มีความซับซ้อน จะต้องมีแรงจูงใจในการฝึกฝนตนเอง มีความพยายามในการดำเนินการอย่างต่อเนื่องให้ถึงเป้าหมายได้สำเร็จ จะต้องมีความละเอียดถี่ถ้วน และมีความตั้งใจในการทำงานอย่างกระตือรือร้น ตั้งใจในการค้นหาเพื่อสร้างให้เกิดการคิดของตนเองที่สูงขึ้น

2) การเป็นนักคิดที่มีคุณภาพ (The qualities of a rigorous thinker) คือเป็นผู้ที่เริ่มคิดและพัฒนาการคิด การเรียนรู้นั้นขึ้นผ่านกระบวนการทางสติปัญญา ทำให้เกิดสิ่งที่จำเป็นในการคิดและการทำให้สิ่งนั้นอยู่อย่างคงทนถาวร โดยการเป็นนักคิดที่มีคุณภาพนั้นเป็นกระบวนการตามธรรมชาติ ซึ่งประกอบด้วย

- มีการเลือกจุดที่ควรสนใจที่ดี (Sharpness in focus) และมีแนวการคิด (Perception)
- มีการนิยาม การสร้างมโนทัศน์และคุณลักษณะที่จำเป็นได้อย่างชัดเจนและสมบูรณ์
- มีรอบคอบและแม่นยำ
- มีการสรุปและสามารถเข้าใจได้อย่างลึกซึ้ง

จากที่กล่าวมาข้างต้น บทบาทของครูและนักเรียนมีความสำคัญต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT โดยครูควรวางแผนการจัดกิจกรรมที่เป็นระบบ ดำเนินการตามขั้นตอนของกระบวนการ พยายามพัฒนาความคิดของนักเรียนจากความคิดพื้นฐานเดิม และ

ช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้และเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ และนักเรียนควรเป็นนักคิดที่ดี มีความตั้งใจและใส่ใจที่จะเรียนรู้ตามกระบวนการ เพื่อให้เกิดการเรียนรู้และการพัฒนาการคิดที่มีคุณภาพ

2. แนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้

2.1 ความเป็นมาและความหมายของการเสริมต่อการเรียนรู้

การเสริมต่อการเรียนรู้ (Scaffolding) มีพื้นฐานมาจาก ทฤษฎีของไวก็อตสกี้ ซึ่งเป็นนักจิตวิทยาชาวรัสเซียที่ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับพัฒนาการทางสติปัญญาโดยเน้นที่ความสำคัญของวัฒนธรรมและสังคม และการเรียนรู้ที่มีต่อการพัฒนาเชาว์ปัญญา โดยเชื่อว่า เชาว์ปัญญาของเด็กจะพัฒนาขึ้นจากบริบทของสังคมและวัฒนธรรมรอบตัวของเด็กโดยการค้นพบหรือการแก้ปัญหาของเด็กนั้นจะเกิดขึ้นได้จากบริบทของการเรียนรู้แบบร่วมมือ ได้รับการถ่ายทอดเป็นคำพูดหรือการกระทำจากผู้ที่มีประสบการณ์มากกว่า ทำให้เด็กสามารถค้นพบหรือแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ โดยทฤษฎีที่สำคัญของไวก็อตสกี้ คือ บริเวณพื้นที่รอยต่อพัฒนาการ (The Zone of Proximal Development) ซึ่งเป็นทฤษฎีเกี่ยวกับช่องว่างของระดับพัฒนาการของเด็กระหว่างระดับพัฒนาการของเด็กที่กำลังทำการศึกษา เรียนรู้ หรือแก้ปัญหาตามความสามารถของแต่ละบุคคลอย่างอิสระอยู่ แล้วเด็กเกิดปัญหาในการดำเนินการ ไม่สามารถดำเนินการ หรือแก้ปัญหาต่อด้วยตนเองได้ หรือดำเนินการเท่าที่ทำได้ตามประสบการณ์เดิม กับระดับพัฒนาการที่สูงขึ้นของการพัฒนาศักยภาพในการดำเนินการหรือแก้ปัญหาภายใต้คำแนะนำ การช่วยเหลือของผู้ปกครอง ครู หรือเพื่อนที่มีประสบการณ์มากกว่าเพื่อให้เด็กสามารถดำเนินการหรือแก้ปัญหานั้นต่อได้ หรือดำเนินการเรียนรู้ได้สูงขึ้นจากประสบการณ์เดิม ซึ่งในช่วงของระดับพัฒนาการที่เด็กดำเนินการอย่างอิสระ และระดับพัฒนาการที่สูงขึ้น เมื่อได้รับคำแนะนำ หรือการช่วยเหลือนี้ เรียกว่า บริเวณพื้นที่รอยต่อพัฒนาการ (The Zone of Proximal Development) และการให้คำแนะนำ หรือการช่วยเหลือของผู้ปกครอง ครู หรือเพื่อนที่มีประสบการณ์ มากกว่านี้ เรียกว่า การเสริมต่อการเรียนรู้ (Scaffolding)

ไวก็อตสกี้อธิบายว่า การจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียนจะต้องคำนึงถึงระดับพัฒนาการ 2 ระดับ คือ ระดับพัฒนาการที่เป็นจริงของนักเรียน (Actual Development level) ซึ่งเป็นการเรียนรู้การดำเนินการหรือการแก้ปัญหาตามความสามารถของนักเรียนแต่ละบุคคลและระดับพัฒนาการที่นักเรียนสามารถจะเป็นได้ (Potential Development level) ที่เป็นการเรียนรู้ของนักเรียนที่สามารถเรียนรู้ ดำเนินการหรือแก้ปัญหาที่เกินกว่าระดับพัฒนาการของตนเองในปัจจุบันได้ โดยมีครู พ่อแม่ เพื่อนผู้มีประสบการณ์มากกว่าให้ความช่วยเหลือ แนะนำ สนับสนุนในขณะที่

เรียนรู้ ซึ่งระหว่างระดับพัฒนาการที่เป็นจริงของนักเรียนกับระดับพัฒนาการที่สามารถเป็นไปได้ เรียกว่าบริเวณพื้นที่รอยต่อพัฒนาการ (Zone of Proximal Development) (Vygotsky. 1978:86-89) การเรียนรู้ในพื้นที่รอยต่อนี้เกิดจากการเรียนรู้มโนทัศน์ 2 ประเภท ได้แก่มโนทัศน์โดยธรรมชาติ (Spontaneous or Every Concept) และ มโนทัศน์ที่เป็นระบบ (Scientific or Schooled Concept)

1. มโนทัศน์โดยธรรมชาติ (Spontaneous or Every Concept) เป็นความคิดที่เกิดจากการสังเกตซึ่งอยู่บนประสบการณ์เดิมของแต่ละบุคคลที่มีเกี่ยวกับสิ่งที่พบนี้ แล้วเกิดความคิดเกี่ยวกับสิ่งนี้ขึ้นอย่างไม่รู้ตัว

2. มโนทัศน์ที่เป็นระบบ (Scientific or Schooled Concept) เป็นความคิด ที่ถูกพัฒนาขึ้นและนำมาใช้อย่างเป็นระบบ มีระเบียบแบบแผน มีจุดมุ่งหมาย ซึ่งมโนทัศน์ที่เป็นระบบนี้อาจเป็นมโนทัศน์ที่เกิดจากการเรียนรู้เองใดเรื่องหนึ่ง

มโนทัศน์ทั้ง 2 ประเภทที่กล่าวมาข้างต้นนี้เป็นมโนทัศน์พื้นฐานที่สำคัญในการเรียนรู้ กล่าวคือ มโนทัศน์โดยธรรมชาติจะเป็นจุดเริ่มต้นของการเรียนรู้ของเด็ก โดยมโนทัศน์โดยธรรมชาติหลายๆมโนทัศน์เชื่อมโยงกัน สามารถรวบรวมและพัฒนาไปเป็นมโนทัศน์ที่เป็นระบบ เพื่อนำไปประกอบการคิดให้เกิดการเรียนรู้ที่มากขึ้นได้ ซึ่งการพัฒนาจากมโนทัศน์โดยธรรมชาติไปเป็นมโนทัศน์ที่เป็นระบบนั้นจะต้องอาศัยสื่อกลางในการเรียนรู้ (Mediation)

ไวก็อตสกี้ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับบทบาทการใช้ภาษาในการพัฒนาเชาว์ปัญญา เพราะภาษาเป็นเครื่องมือสำคัญของการคิด ความเข้าใจพัฒนาการของภาษาจึงสำคัญมาก โดย ไวก็อตสกี้ได้จำแนกพัฒนาการของภาษาออกเป็น 3 ขั้น คือ

ขั้นที่ 1 ภาษาที่ใช้ในการมีปฏิสัมพันธ์กับผู้อื่น ซึ่งไวก็อตสกี้ ให้ชื่อว่า (Social Speech) เด็กอายุตั้งแต่แรกเกิดถึง 3 ขวบเป็นขั้นแรกของพัฒนาการทางภาษา โดยเด็กจะใช้ภาษาในการแสดงความคิดหรืออารมณ์ และในการควบคุมพฤติกรรมของผู้อื่น โดยใช้คำพูดพยางค์เดียว เช่น “ไม่” หมายถึง “ไม่ต้องการ” “ไม่ชอบ” “ไม่ได้” หรือ “น้ำ” หมายความว่า “ต้องการดื่มน้ำ” เป็นต้น

ขั้นที่ 2 ภาษาที่พูดกับตัวเอง (Egocentric Speech) เด็กอายุ 3-6 ขวบ จะใช้ภาษาพูดกับตนเอง โดยไม่จำเป็นต้องเกี่ยวข้องกับใคร โดยเด็กจะใช้ภาษาที่คล้ายกันเป็นสิ่งที่สั่งให้เด็กทำงาน แม้ว่าจะพูดคนเดียวแต่จะออกเสียงให้ผู้อื่นได้ยินด้วย ไวก็อตสกี้กล่าวถึงความสำคัญของภาษาที่พูดกับตัวเองนี้ว่ามีบทบาทสำคัญในการประสานความคิดและพฤติกรรมหือการแสดงออก

ขั้นที่ 3 ภาษาที่พูดในใจเฉพาะของตนเอง (Inner Speech) เด็กอายุ 7 ขวบขึ้นไปจะมีภาษาพูดในใจที่เป็นสิ่งสำคัญในการพัฒนาเชาว์ปัญญาขั้นสูง ไวก็อตสกี้ กล่าวว่า

การคิดทุกอย่างใช้ภาษาที่พูดในใจเงียบๆคิด โดยในงานวิจัยเกี่ยวกับการใช้ภาษาที่พูดในใจเฉพาะและการคิดแก้ปัญหา พบว่า เด็กจะใช้ภาษาที่พูดในใจบ่อยขึ้น จะใช้เฉพาะตนเองมากกว่าเด็กที่แก้ปัญหาซับซ้อนได้ช้า ทั้งนี้เป็นเพราะเด็กใช้ภาษาช่วยในการคิดวางแผนหรือขั้นตอนที่จะแก้ปัญหา

ทฤษฎีของไวก็อตสกี้ มีความเกี่ยวข้องกับการจัดการศึกษาค่อนข้างชัดเจน โดย ไวก็อตสกี้ให้ความสำคัญกับการเรียนรู้ของนักเรียนว่า การเรียนรู้ของนักเรียนเกิดจากการกระทำมากกว่าการเรียนรู้แบบรับข้อมูล เขาได้ประเมินความสามารถในการเรียนรู้ สิ่งที่เห็นถึงความแตกต่างอย่างชัดเจน ส่วนครูจะมีบทบาทเป็นผู้คอยชี้แนะและมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอน โดยครูจะให้ความช่วยเหลือให้นักเรียนได้แสดงความสามารถออกมาได้เต็มที่ และมีการวัดความก้าวหน้าในการเรียนรู้ของนักเรียน และครูควรจัดเตรียมให้นักเรียนได้มีการฝึกการเรียนร่วมมือเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน นอกจากนั้นก็มีการเล่นร่วมกัน (Cooperative Play) ซึ่งนักเรียนได้เรียนรู้ในการพัฒนากฎระเบียบต่างๆเพื่อการอยู่ร่วมกันในสังคม มีการเจรจาวางแผน สวมบทบาท และการแบ่งหน้าที่ในอาชีพต่างๆ ซึ่งนักเรียนจะมีการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบที่นักเรียนคิดว่าถูกต้องไปด้วย การเรียนรู้แบบร่วมมือจะช่วยส่งเสริมให้เด็กที่ได้รับการสอนหรือชี้แนะจากผู้ใหม่หรือเพื่อนที่มีความสามารถมากกว่าหรือมีประสบการณ์มากกว่า ทำให้หารเรียนการสอนมีประสิทธิภาพ โดยพบว่า

1. นักเรียนเกิดแรงจูงใจมากขึ้นในขณะทำงานหรือแก้ปัญหาร่วมกัน

2. จุดประสงค์หลักของการเรียนรู้แบบร่วมมือ คือ เพื่อให้นักเรียนได้อธิบายหรือแสดงความคิด แลกเปลี่ยนความคิดและพิสูจน์ข้อขัดแย้ง กิจกรรมที่อยู่ในการเรียนรู้แบบร่วมมือจะช่วยให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการคิด ตัดสินใจด้วยความคิดของตนเอง

3. นักเรียนจะได้ใช้เชาว์ปัญญาระดับสูงขณะทำงานร่วมกัน โดยกลวิธีนี้จะเป็นสิ่งที่นำความคิดและวิธีการที่ไม่สามารถเกิดขึ้นเองได้ตามลำพัง

มโนทัศน์ของการเสริมต่อการเรียนรู้มีพื้นฐานมาจากแนวคิดการเรียนรู้ของคอนสตรัคติวิสต์เชิงสังคมของไวก็อตสกี้ (1978) ตามแนวคิดของไวก็อตสกี้ ทุกหน้าที่ของสมองในพัฒนาการของเด็กเกิดขึ้นครั้งแรกจากการร่วมมือกับผู้ใหม่ โดยการร่วมมือที่เกิดขึ้นนี้ไวก็อตสกี้อ้างถึงบริเวณพื้นที่รอยต่อของพัฒนาการ (Zone of Proximal Development) ซึ่งเป็นพื้นที่ที่อยู่ระหว่างกิจกรรมที่เด็กสามารถทำได้เองโดยอิสระกับพื้นที่ที่เด็กจะสามารถทำได้จากการช่วยเหลือ โดยพื้นที่รอยต่อของพัฒนาการ คือพื้นที่ระหว่างพัฒนาการจริง ซึ่งเป็นการพิจารณาการแก้ปัญหาด้วยตนเอง กับระดับพัฒนาการที่พัฒนาได้จากการแก้ปัญหาภายใต้การแนะนำช่วยเหลือ หรือร่วมมือกับผู้ใหญ่หรือเพื่อนที่มีความสามารถ เชี่ยวชาญมากกว่า ซึ่งครู ผู้ใหญ่หรือเพื่อนที่มีประสบการณ์ ความเชี่ยวชาญมากกว่าจำเป็นมากสำหรับกระบวนการเรียนรู้ของ

เด็ก พัฒนาการของบุคคลเกิดขึ้นในบริบทของกิจกรรมที่มีตัวแบบปละการช่วยเหลือจากผู้ที่มีทักษะมากกว่า งานของครู คือการประเมินความเข้าใจของนักเรียนเพื่อให้เข้าใจถึงจุดที่แท้จริงของพื้นที่รอยต่อของพัฒนาการซึ่งนักเรียนต้องการความช่วยเหลือ โดยการช่วยเหลือของครูอาจจะเป็นการเป็นแบบอย่าง การสาธิต การตั้งคำถาม การฝึก หรือการสร้างภาระงานกลุ่มเพื่อให้เกิดการช่วยเหลือของเพื่อในกลุ่มระหว่างที่ทำงานร่วมกัน ครูจะต้องรู้ชนิดของงานที่นักเรียนที่แตกต่างกันสามารถทำได้ และต้องปรับประเภทและจำนวนของความช่วยเหลือในขณะที่นักเรียนพัฒนาอย่างต่อเนื่องตลอดช่วงที่ศึกษาในโรงเรียน จนกระทั่งในชีวิตจริง คนทุกคนต้องการวิธีการต่างๆและประเภทของความช่วยเหลือที่ซับซ้อน ขณะที่เราได้มีการพัฒนาและเรียนรู้ เช่น การนำเสนอแบบอย่างเพื่อแสดงให้นักเรียนเห็นวิธีการทำสิ่งต่างๆ การสาธิตกระบวนการ หรือทักษะทางกาย และโดยการพูดดังๆ ว่ามีความรู้คิดอย่างไร ครูสามารถช่วยเหลือผ่านคำถาม การให้ผลสะท้อนกลับ การกระตุ้นและการชมเชย โดยแต่ละรูปแบบของการช่วยเหลือขึ้นอยู่กบความชัดเจนและประสิทธิภาพของการสื่อสารกับนักเรียน ดังนั้น “การเสริมต่อการเรียนรู้” จึงเป็นจำทั่วไปสำหรับงานที่ครูนำเสนอการสนับสนุนอย่างเพียงพอ ตามความต้องการของนักเรียน และสามารถสร้างความเข้าใจภายใต้พื้นที่รอยต่อพัฒนาการ

การพัฒนาทางปัญญาของมนุษย์แบ่งเป็น ระดับ คือ

1. ระดับเชาว์ปัญญาขั้นต้น (Elementary Mental Process) เป็นกระบวนการขั้นพื้นฐานที่เกิดขึ้นเองตามอัตโนมัติตามธรรมชาติซึ่งมักจะมีความจำเป็นต่อการดำรงชีวิต โดยไม่ต้องมีการเรียนรู้

2. ระดับเชาว์ปัญญาขั้นสูง (Higher Mental Process) เป็นกระบวนการทางปัญญาที่เกิดจากการที่เด็กมีปฏิสัมพันธ์กับผู้ใหญ่ ได้รับการถ่ายทอดวัฒนธรรมโดยใช้ภาษา ซึ่งไวก็อตสกี้ เชื่อว่าภาษาหรือการพูดเป็นเครื่องมือในการพัฒนาเชาว์ปัญญาขั้นสูง การมีปฏิสัมพันธ์ แลกเปลี่ยนความคิด ความรู้และประสบการณ์จากการทำงานร่วมกันจะทำให้เกิดการคิดและถ่ายทอดความคิดนั้นออกมาซึ่งนำไปสู่การพัฒนาทางปัญญาได้

จากที่กล่าวมาข้างต้น พัฒนาการทางเชาว์ปัญญาของเด็กที่เกิดจากการเรียนรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งภายใต้การแนะนำ ช่วยเหลือและสนับสนุนจากครูหรือผู้ที่มีประสบการณ์มากกว่า เป็นการเสริมต่อการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นในช่วงพื้นที่รอยต่อของพัฒนาการ (Zone of Proximal Development) โดยเด็กจะสามารถเรียนรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งได้ในระดับที่สูงขึ้นตามศักยภาพของเด็กแต่ละคน ซึ่งต้องอาศัยสื่อกลางในการเรียนรู้เพื่อเป็นการเชื่อมมโนทัศน์ความรู้เดิมของเด็กที่มีให้พัฒนาเป็นมโนทัศน์ที่เป็นระบบและมีการเรียนรู้มีอยู่ในระดับที่สูงขึ้นจากเดิม

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายเกี่ยวกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ไว้ดังนี้

Wood, Bruner and Ross (1976) ให้ความหมายของการเสริมต่อการเรียนรู้ว่า คือ กระบวนการที่ครูหรือเพื่อนช่วยเหลือนักเรียนให้สามารถดำเนินการแก้ปัญหาหรือทำงานต่างๆ ให้เสร็จสมบูรณ์บรรลุเป้าหมายเท่าที่งานนั้นจะทำได้ โดยครูหรือเพื่อนจะช่วยเหลือเพียงในส่วนที่ต่อจากสิ่งที่นักเรียนทำได้เองอย่างอิสระ แต่ไม่สามารถดำเนินการต่อในส่วนที่เกินขีดความสามารถของตนเองได้

Vygotsky (1986) ได้ให้ความหมายของการเสริมต่อการเรียนรู้ว่า เป็นการช่วยเหลือนักเรียนให้สามารถทำงานที่ไม่สามารถทำให้สำเร็จได้เองตามลำพัง เป็นโครงสร้างที่สามารถยืดหยุ่นได้โดยครูหรือเพื่อนจะค่อยๆลดการให้ความช่วยเหลือลง แล้วให้นักเรียนได้ดำเนินการต่อเอง หลักการสำคัญของการเสริมต่อการเรียนรู้คือ ครูต้องประเมินความรู้ ทักษะ และความต้องการของนักเรียน เพื่อวางแผนในการจัดกิจกรรมการช่วยเหลือให้เหมาะสมกับพื้นฐานของนักเรียน การเรียนรู้ในสิ่งที่เกินความสามารถหรือไม่สามารถเรียนรู้ได้เพียงลำพัง ต้องได้รับการช่วยเหลือจากครูหรือเพื่อนที่มีความรู้มากกว่า โดยการให้ความช่วยเหลือนี้สามารถทำได้หลายรูปแบบ เช่น การสนับสนุน การตั้งคำถาม การบอกหรืออธิบาย การสาธิต การชี้แนะ การทำงานกลุ่ม หรือการให้นักเรียนได้ทำแบบฝึกหัดหรือแบบทดสอบก่อน เป็นต้น ซึ่งสามารถเสริมต่อได้ทั้งในแบบการเสริมต่อด้วยสื่อที่มองเห็นได้ หรือแบบคำพูด เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้

Benson (1997 อ้างถึงใน M. Orey, 2010) ได้ให้ความหมายของการเสริมต่อการเรียนรู้ว่า คือ การเชื่อมตามสภาพจริงที่สร้างจากสิ่งที่นักเรียนรู้อยู่แล้ว มาสู่สิ่งที่นักเรียนยังไม่รู้

Larkin (2002) ได้ให้ความหมายของการเสริมต่อการเรียนรู้ว่า คือ การที่ครูช่วยเหลือนักเรียนให้สามารถทำงานหรือแก้ปัญหาได้ เมื่อนักเรียนต้องเรียนรู้ในสิ่งใหม่ที่ยาก นักเรียนก็จะได้รับความช่วยเหลือมากขึ้น แต่เมื่อนักเรียนสามารถทำงานหรือแก้ปัญหาได้ นักเรียนก็จะได้รับการช่วยเหลือน้อยลง

Lipscomb, Swanson and West (2004 อ้างถึงใน M. Orey, 2010) ได้ให้ความหมายของการเสริมต่อการเรียนรู้ว่า คือ การที่ครูให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น ตรวจสอบความคิดและวิธีที่นักเรียนมีอยู่เดิม เพื่อแก้ไขข้อผิดพลาดเดิมและเพื่อจัดการเรียนการสอนที่สอดคล้องกับพื้นฐานของนักเรียน โดยให้แนวคิดว่า การเสริมต่อการเรียนรู้ที่ดีคือ ครูจะต้องเข้าใจใน

ความรู้และระดับความสามารถเดิมของนักเรียน ซึ่งครูจะต้องตรวจสอบสิ่งที่นักเรียนรู้อยู่แล้ว เพื่อสามารถเชื่อมนักเรียนไปสู่ความรู้ใหม่ได้

จากแนวคิดของนักการศึกษาที่ได้กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ เป็นกระบวนการในการช่วยเหลือหรือสนับสนุนความคิดของนักเรียน เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่ต่อยอดจากเดิม ทำให้สามารถดำเนินการหรือแก้ปัญหา ที่พบได้สำเร็จ โดยครูให้นักเรียนแสดงความคิดต่อสิ่งที่กำลังดำเนินการหรือแก้ปัญหาอยู่ เพื่อตรวจสอบระดับความรู้ ความคิด และวิธีการในการดำเนินการหรือแก้ปัญหาที่เป็นพื้นฐานเดิมของนักเรียน เพื่อแก้ไขข้อผิดพลาดเดิม และสามารถเชื่อมความรู้เดิมของนักเรียนไปสู่ความรู้ใหม่ได้

2.2 กลวิธีในการใช้การเสริมต่อการเรียนรู้

Wood, Bruner and Ross (1976) ได้เสนอกลวิธีที่ครูจะใช้ในการเสริมต่อการเรียนรู้ให้นักเรียน 6 ข้อ ดังนี้

1) การคัดสรรงานและแจกแจงงานให้เหมาะสม (Recriutment) เป็นการที่ครูเลือกงานที่เหมาะสมกับนักเรียน แจกแจงประเด็นที่นักเรียนสนใจ และเชื่อมโยงกับสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นในงานนั้น รวมถึงกระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจเพื่อให้เกิดความสนใจในงานที่พบ

2) การลดงานให้เป็นส่วนย่อยๆ (Reduction in degree of freedom) เป็นการแจกแจงงานให้เป็นส่วนๆย่อยลงมาทำให้งานมีลักษณะที่ง่ายขึ้น ไม่ซับซ้อน งานในแต่ละส่วนจะเป็นทักษะสำคัญย่อยๆ ซึ่งเป็นการง่ายต่อการให้ข้อมูลป้อนกลับต่อนักเรียน

3) การสร้างแรงจูงใจอย่างต่อเนื่อง (Direction maintenance) เป็นการรักษาความสนใจของนักเรียนให้คงอยู่กับงานอย่างสม่ำเสมอ ต่อเนื่อง โดยสร้างความท้าทายให้กับนักเรียนในการทำงานที่มีระดับเหนือจากความสามารถปัจจุบันของนักเรียน

4) การชี้จุดสำคัญ (Making critical feature) เป็นการยืนยันกับนักเรียนให้รู้ว่าทิศทางของงานที่ทำได้นั้นมีแนวโน้มที่จะสำเร็จ และตรวจสอบข้อคลาดเคลื่อนของงานที่นักเรียนได้ดำเนินการอยู่

5) การควบคุมปัญหาหรือความคับข้องใจ (Frustration Control) เป็นการสังเกตควบคุมภาวะความเครียด ความกดดันในการทำงานของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดความเครียดน้อยที่สุดเมื่องานสำเร็จ

6) การสาธิต (Demonstration) เป็นการแสดงตัวอย่างขั้นตอน หรือวิธี ในการทำงานที่ เพื่อให้นักเรียนได้เลียนแบบอย่างเหมาะสม

Tharpe และ Gallimore (1988 อ้างถึงใน Anghileri, 2006) ได้เสนอกลวิธีในการเสริมต่อการเรียนรู้ไว้ 6 ประการ ได้แก่

1) การเป็นตัวแบบ (Modeling) เป็นการแสดงพฤติกรรมเป็นตัวอย่าง เพื่อให้เกิดการลอกเลียนแบบ

2) การจัดการเหตุการณ์ที่ไม่ได้คาดหมาย (Contingency Management) เป็นการชื่นชม ให้รางวัล หรือชี้ข้อผิดพลาด กำหนดบทลงโทษ เมื่อนักเรียนแสดงพฤติกรรม

3) การป้อนกลับ (Feeding Back) เป็นการให้ข้อมูลตอบกลับกับนักเรียนจากประสบการณ์ของครู

4) การออกคำสั่ง (Instructing) เป็นการบอกสั่งให้นักเรียนตอบสนองด้วยด้วยการเคลื่อนไหวที่เฉพาะเจาะจง

5) การให้คำถาม (Questioning) เป็นการตั้งคำถามเพื่อถามนักเรียน และให้นักเรียนตอบกลับด้วยภาษา

Rochler and Cantlon (1997 อ้างถึงใน Fatma H.: 2010: 27) ได้เสนอกลวิธีในการเสริมต่อการเรียนรู้ไว้ 5 ประการ ได้แก่

1) การให้คำอธิบาย (Offering explanation) เป็นการอธิบายให้นักเรียนได้มีความเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องที่จะเรียนรู้ว่าทำไมต้องรู้เกี่ยวกับเรื่องที่จะเรียน จะต้องใช้เมื่อไร และมีวิธีการใช้อย่างไร

2) การสนับสนุนให้นักเรียนมีส่วนร่วม (Inviting student participation) เป็นการให้โอกาสนักเรียนได้มีส่วนร่วมในกระบวนการเรียนรู้ ได้แสดงความคิดเห็น ความรู้ความเข้าใจในตัวอย่างที่ครูนำมาให้ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน

3) การตรวจสอบความเข้าใจและความถูกต้องของนักเรียน (Verify and clarifying student understanding) เป็นการตรวจสอบความเข้าใจในสิ่งที่เรียนรู้ ความสมเหตุสมผล และความถูกต้องจากการตอบสนองของนักเรียน

4) การเป็นตัวแบบ การพูดดังๆ และการคิดดังๆ (Modeling, talk-aroud modeling and performance modeling) การเป็นตัวแบบ เป็นการแสดงการทำงานที่สมบูรณ์ โดยอาจใช้ท่าทางต่างๆ ส่วนการพูดดังๆ เป็นการให้ข้อเสนอแนะ การใช้คำถาม และการคิดดังๆ เป็นการที่ครูแสดงความคิดเกี่ยวกับสิ่งที่เรียนรู้ออกมาดังๆ เพื่อให้นักเรียนได้คิดตาม

Chulalongkorn University

5) การให้นักเรียนแสดงประเด็นหลักฐานเพื่อสนับสนุนการคิด (Inviting students to contribute clues) เป็นการให้นักเรียนได้เสนอประเด็นหลักฐานต่างๆที่พบระหว่างการเรียนรู้ เพื่อแสดงความมีเหตุมีผล และนำไปสู่การดำเนินงานได้สำเร็จ

Verenikina, Chinnappan and Foxwell (2007) ได้เสนอกลวิธีของการเสริมต่อการเรียนรู้ไว้ 10 ประการ ได้แก่

1) สนับสนุนและส่งเสริมการควบคุมตนเอง (Encourage and promote self-regulation and metacognition) เป็นการให้นักเรียนดำเนินการทำงานหรือแก้ปัญหาเองอย่างอิสระ

2) สร้างแรงจูงใจในการดำเนินงาน (Motivation, engagement and active involvement) เป็นการสนับสนุนการดำเนินการทำงานหรือแก้ปัญหาของนักเรียน ให้นักเรียนมีแรงจูงใจในการดำเนินการอย่างต่อเนื่อง

3) ให้ข้อเสนอแนะอย่างต่อเนื่อง (Provide constant constructive feedback) เป็นการให้ข้อเสนอแนะ การสะท้อนข้อมูลกลับที่สร้างสรรค์ต่อนักเรียนอย่างคงที่

4) การสร้างความเป็นกันเองกับนักเรียน (Building positive, friendly and trusting relationship with students) เป็นการสร้างความสัมพันธ์กับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนมีความเชื่อมั่น และความไว้ใจต่อครู

5) ปรับระดับของการสนับสนุน (Adjustment of support levels) เป็นการสร้างงานให้มีลักษณะเป็นงานย่อยๆ ทำเป็นขั้นๆ เพื่อให้มีการช่วยเหลือสนับสนุนน้อยที่สุด

6) คำถามปลายเปิด (Usage of open-ended questioning) เป็นการสนับสนุนการดำเนินการของนักเรียนให้ดำเนินการต่อโดยใช้คำถามปลายเปิด หรือถามทางอ้อมให้นักเรียน เพื่อให้นักเรียนคิดและดำเนินการต่อได้

7) ทำงานเป็นกลุ่ม (Group work guided by teacher) เป็นการให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่มร่วมกับนักเรียนที่มีพื้นฐานใกล้เคียงกัน โดยได้รับการแนะนำจากครูในการทำงาน

8) ควบคุมปัญหาทางจิตใจของนักเรียน (Control student frustration) เป็นการให้การสนับสนุนนักเรียนหรือทำการเปลี่ยนแปลงกิจกรรมการทำงานที่ทำอยู่เมื่อนักเรียนมีภาวะความเครียดหรือความกดดันในการทำงาน โดยอาจจะเป็นการลดระดับความยากของงานลง

9) ใช้ความรู้เดิมของนักเรียนในการสอน (Use student's prior knowledge in teaching) เป็นการสอนบนความรู้พื้นฐานเดิมของนักเรียน โดยเริ่มสอนจากระดับความรู้ที่นักเรียนมีอยู่แล้วค่อยเพิ่มระดับให้สูงขึ้นเมื่อนักเรียนมีความเข้าใจและทำงานได้สูงขึ้น

10) พัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนจากการตอบสนองของนักเรียน (Help students reshape their responses) เป็นการช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาการเรียนรู้โดยเสริมการเรียนรู้ของนักเรียนต่อจากคำตอบของนักเรียน ให้มีระดับความเข้าใจที่สูงขึ้น

จากกลวิธีในการเสริมต่อการเรียนรู้ของนักการศึกษาที่ได้กล่าวมาข้างต้น สรุปเป็นกลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่ใช้ในกระบวนการเรียนการสอนนี้ ดังนี้

1) การใช้ความรู้เดิมของนักเรียนในการสอน

2) การพัฒนาระดับความรู้ ความคิดจากข้อคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับสิ่งที่เรียนรู้

3) การให้คำอธิบาย

4) การชี้แนะ การชี้จุดสำคัญ

5) การสาธิต

6) การให้ข้อเสนอแนะอย่างต่อเนื่อง

สรุปได้ว่า การใช้การเสริมต่อการเรียนรู้เพื่อช่วยเหลือนักเรียนในขณะดำเนินการเรียนรู้ทำงาน หรือแก้ปัญหาต่างๆนั้น จะมีกลวิธีที่ครูจะให้การช่วยเหลือการเรียนรู้ของนักเรียนในกระบวนการเรียนการสอน คือ การใช้ความรู้เดิมของนักเรียนในการสอนเพื่อต่อยอดความรู้ตามพื้นฐานเดิม การพัฒนาความรู้ ความคิดจากข้อคิดเห็นของนักเรียนเกี่ยวกับสิ่งที่เรียนรู้อยู่ การให้คำอธิบายชี้แจงรายละเอียดให้ชัดเจนขึ้น การชี้แนะ การชี้จุดสำคัญให้นักเรียนเห็นทิศทางของการดำเนินการที่ถูกต้องและเห็นข้อคลาดเคลื่อนของการดำเนินการของตนเอง การเป็นตัวแบบ การสาธิตวิธีคิด และการให้ข้อเสนอแนะ ให้ความช่วยเหลือนักเรียนอย่างต่อเนื่อง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2.3 การเรียนการสอนโดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้

Rosenshine and Guenther (1992) ได้ระบุองค์ประกอบสำคัญสำหรับการเรียนการสอนโดยการเสริมต่อการเรียนรู้ ซึ่งประกอบด้วยองค์ประกอบหลัก 6 ประการ ดังนี้

1) กิจกรรมก่อนสอน ประกอบด้วยกิจกรรมที่จะเป็น 3 ประการ คือ

1.1 ครูระบุทักษะที่ต้องการจะพัฒนาโดยอยู่ในขอบเขตการพัฒนาศักยภาพของนักเรียน และครูต้องตระหนักว่า การช่วยเสริมศักยภาพของนักเรียนจะทำเฉพาะในบริเวณรอยต่อพัฒนาการของนักเรียนเท่านั้น

1.2 ครูให้การพัฒนาการช่วยเหลือเฉพาะ (Specific Scaffold) อย่างเหมาะสม กับสิ่งที่จะพัฒนาหรือสิ่งที่จะใช้ในการช่วยเหลือการเรียนรู้ของนักเรียน เช่น การให้นักเรียนระบุประเด็นและเชื่อมประเด็นนั้น เป็นต้น

1.3 การควบคุมกำกับความยุ่งยากของงาน โดยเริ่มจากงานที่ง่าย แล้วค่อยๆเพิ่มระดับความซับซ้อนของงานที่มีความยากขึ้น หรือสอนแยกเป็นส่วนๆในแต่ละขั้นตอน

2) ครูมีกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนได้แสดงกลยุทธ์ทางปัญญาออกมา โดย

2.1 การเป็นตัวแบบในการแสดงแต่ละขั้นตอนของการทำงาน

2.2 การเป็นตัวแบบคำพูด แสดงกระบวนการคิดหรือการคิดดังๆ

2.3 การบอกให้นักเรียนรู้ข้อผิดพลาดของตนเองในการทำงาน

3) ครูชี้แนะแนวทางในการปฏิบัติให้กับนักเรียน ในขณะที่นักเรียนทำการแยกแผนในการทำงานสถานการณ์ใหม่ เช่น การใช้คำพูดเป็นนัย การเตือนในสิ่งที่นักเรียนคิดไม่ถึงหรือมองข้ามไป การให้คำแนะนำในสิ่งที่นักเรียนควรได้รับการพัฒนา หรือปรับปรุง เป็นต้น

4) นักเรียนได้รับแบบการตรวจสอบรายการ (Checklist) เพื่อใช้ประเมินตนเองและแนะแนวทางในการปฏิบัติให้กับตนเอง

5) ครูให้นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติ ทำงานด้วยตนเองอย่างอิสระในสถานการณ์ที่ครูจัดให้ ซึ่งครูรวมขั้นตอนต่างๆเข้าด้วยกันและลดการให้การช่วยเหลือหรือสนับสนุนลง

6) นักเรียนประยุกต์การเรียนรู้ของตนเองสู่สถานการณ์ใหม่ที่หลากหลาย ที่มีลักษณะแตกต่างไปจากเดิม เพื่อให้นักเรียนสามารถเชื่อมความรู้ไปสู่สถานการณ์ใหม่

สรุปได้ว่า การเรียนการสอนโดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้ ประกอบไปด้วยการจัดกิจกรรมก่อนสอนและกิจกรรมขณะสอน เพื่อให้นักเรียนได้แสดงกลยุทธ์ทางปัญญา และครูมีการชี้แนะ แนะแนวทางในการปฏิบัติ การดำเนินกิจกรรมหรือหารทำงานในบริเวณพื้นที่รอยต่อพัฒนาการให้แก่นักเรียน และนักเรียนมีโอกาสได้ฝึกปฏิบัติด้วยตนเองอย่างอิสระ มีการประยุกต์การเรียนรู้ของตนเองสู่สถานการณ์ใหม่ และมีโอกาสได้ประเมินการปฏิบัติ ทำงานของตนเอง

2.4 ข้อดีและข้อจำกัดของการเสริมต่อการเรียนรู้

Van Der Stuyf (2002) ได้กล่าวถึงข้อดีและข้อจำกัดของการเสริมต่อการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

ข้อดีของการเสริมต่อการเรียนรู้ ได้แก่

1) ส่งเสริมให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียน โดยได้รับการกระตุ้นจากครูผู้สอนเพื่อให้นักเรียนสร้างความรู้ใหม่ในการเรียนรู้จากพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน

2) สร้างแรงจูงใจให้นักเรียน ทำให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้

3) ลดระดับความสับสนของนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้สิ่งใดสิ่งหนึ่ง

ข้อจำกัดของการเสริมต่อการเรียนรู้ ได้แก่

1) ครูต้องใช้เวลามาในการเตรียมบทเรียนแบบเสริมต่อการเรียนรู้ (Scaffold Lessons) และพัฒนาการสนับสนุน เพื่อให้เหมาะสมกับความต้องการของนักเรียนแต่ละคน

2) หากครูไม่ได้รับการฝึกการใช้การเสริมต่อการเรียนรู้อย่างเหมาะสม อาจทำให้มีการนำไปใช้อย่างไม่เหมาะสมได้

3) ครูต้องหยุดการควบคุมและให้อิสระในการทำงานแม้จะเป็นการทำงานที่ผิดไปก่อนได้ ซึ่งอาจเป็นสิ่งที่ยากสำหรับครูในการปฏิบัติ

4) ในคู่มือครูและคู่มือหลักสูตรที่มีอยู่ ไม่มีตัวอย่างของการเสริมต่อการเรียนรู้หรือไม่มีเค้าโครงของวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ การใช้การเสริมต่อการเรียนรู้จึงน่าจะเหมาะสมกับบทเรียนที่มีเนื้อหาเฉพาะ

จากแนวคิดของนักการศึกษาดังกล่าว สรุปได้ว่าการเรียนการสอนโดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้สามารถนำไปใช้ในการพัฒนาการคิดของนักเรียนได้ ให้นักเรียนมีการเชื่อมโยงความรู้เดิมของตนเอง เพื่อสร้างความรู้ใหม่ อีกทั้งยังเป็นการเรียนการสอนที่ท้าทายความสามารถของนักเรียน ให้นักเรียนได้ค้นพบวิธีการเรียนรู้และวิธีแก้ปัญหาต่างๆได้ โดยเกิดจากการที่ครูคัดเลือก และใช้การช่วยเหลือให้เหมาะกับระดับความสามารถของนักเรียน มีการส่งเสริมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ อย่างไรก็ดี การสอนโดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้มีทั้งข้อดีและข้อจำกัดซึ่งครูควรคำนึงถึงก่อนที่จะนำไปใช้ในการช่วยเหลือนักเรียน

3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ มีความหมายเดียวกับคำว่า Concept ในภาษาอังกฤษ โดยเป็นคำที่มีรากศัพท์มาจากภาษาลาตินว่า Conceptus หรือ Conceive (Gunter Estes and Schwab, 1990: 103) โดยในภาษาไทยมีการใช้คำอื่นๆที่มีความหมายเดียวกัน เช่น การคิดรวบยอด มโนมติ มโนภาพ สังกัป เป็นต้น ซึ่งความหมายของมโนทัศน์ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ต่างๆ ดังนี้

Gagne’ (1970:182) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิด ความเข้าใจขั้นสุดท้ายในสิ่งใดสิ่งหนึ่งของแต่ละบุคคล โดยเกิดจากการได้รับประสบการณ์ที่หลากหลายเกี่ยวกับสิ่งนั้น แล้วใช้ลักษณะของสิ่งนั้นมาจัดกลุ่มเพื่อให้เกิดความคิด ความเข้าใจโดยสรุป

Feldman (1990: 259) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์ หมายถึง การจัดกลุ่มวัตถุ เหตุการณ์ หรือบุคคลที่มีสมบัติคล้ายคลึงกันเข้าไว้ด้วยกัน
ทำให้มีความเข้าใจในสิ่งต่างๆได้ง่าย และทำให้จำแนกสิ่งใหม่ให้อยู่ในรูปที่เข้าใจตามพื้นฐาน

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537: 55) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่ามโนทัศน์หมายถึง ความเข้าใจทั้งหมดของบุคคลเกี่ยวกับสิ่งของหรือเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่ง โดยอยู่ในรูปของนามธรรมที่เกิดจากการสรุปการรับรู้ลักษณะของสิ่งนั้น

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่ามโนทัศน์หมายถึง ภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน “ภาพตัวแทน” หมวดหมู่ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิดหรือปรากฏการณ์ ซึ่งมีลักษณะทั่วไปที่คล้ายกัน

ราชบัณฑิตยสถาน (2551: 83) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์หมายถึง ภาพตัวแทนหรือความคิดในสมองที่แทนสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ซึ่งตัวแทนในสมองนั้นอาจประกอบไปด้วยคุณสมบัติที่เป็นลักษณะเฉพาะร่วมกันของสิ่งนั้น โดยในสิ่งหรือเรื่องเดียวกัน แต่ละบุคคลอาจมีมโนทัศน์ที่แตกต่างกันได้ตามลักษณะที่แตกต่างกันของสิ่งนั้น

จากความหมายของมโนทัศน์ตามที่นักศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งซึ่งอาจเป็นวัตถุหรือเหตุการณ์ที่อาจเกิดจากการได้รับประสบการณ์ที่หลากหลายและการมองเห็นความแตกต่างของสิ่งนั้นๆ เพื่อให้แยกประเภทของสิ่งต่างๆได้

สำหรับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายต่างๆไว้ ดังนี้

Cooney, Davis and Henderson (1975: 85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความเข้าใจของผู้เรียนเกี่ยวกับคณิตศาสตร์และสามารถสรุปความเข้าใจนั้นออกมาในรูปของบทนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้นได้

Toumasis (1995: 98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในขั้นสุดท้ายที่เกิดจากการเรียนรู้ของผู้เรียน และผู้เรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งที่สัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กันออกจากกันได้

Eggen and Kauchak (1995: 71) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือ

เนื้อหาใดเนื้อหาหนึ่งทางคณิตศาสตร์ และสามารถจัดกลุ่มของ สิ่งต่างๆที่มีสมบัติบางประการร่วมกันไว้ด้วยกันโดยผ่านจากกระบวนการเรียนรู้ของบุคคลนั้นได้

อัมพร ม้าคนอง (2547: 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้บุคคลสามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ต่างๆได้ ว่าวัตถุหรือเหตุการณ์นั้นเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดนามธรรมนั้นๆ โดยตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปของสามเหลี่ยม เป็นต้น

จากความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หมายถึงความคิดและความเข้าใจในเนื้อหาใดเนื้อหาหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นความคิดนามธรรมที่เกิดจากการได้รับประสบการณ์การเรียนรู้เกี่ยวกับเนื้อหานั้น และสามารถสรุปความคิดหรือความเข้าใจออกมาในเป็นทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม สมบัติหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ได้

3.2 ความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์เป็นสิ่งที่มีความสำคัญต่อการสร้างองค์ความรู้และการเรียนรู้ให้เกิดความเข้าใจมโนทัศน์ใหม่ โดยอาจมีการเชื่อมโยงความรู้พื้นฐานเดิมกับความรู้ใหม่ สร้างเป็นมโนทัศน์และสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆได้ ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ไว้ ดังนี้

Ausubel (1968: 505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นต่อการดำเนินชีวิต โดยบุคคลจะใช้มโนทัศน์เป็นตัวกรองให้เกิดพฤติกรรมต่างๆทั้งในด้านความคิด การตัดสินใจ การสื่อความหมายและการแก้ปัญหาต่างๆ

De Cecco (1968: 402-416) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ ว่า

1. มโนทัศน์เป็นสิ่งที่ทำให้ความซับซ้อนของสิ่งหรือเหตุการณ์ต่างๆลดลง มนุษย์สามารถใช้มโนทัศน์ของสิ่งหรือเหตุการณ์ต่างๆมาจัดประเภท เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจและการสื่อความหมายมากยิ่งขึ้น
2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่างๆ ซึ่งการรู้จักนี้คือการจัดประเภทของสิ่งหรือเหตุการณ์ต่างๆให้อยู่เป็นกลุ่มๆ เพื่อใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานต่อไป
3. มโนทัศน์ช่วยให้เกิดการเรียนรู้เพิ่มขึ้น เมื่อผู้เรียนมีการเรียนรู้มโนทัศน์ของสิ่งใดหรือเรื่องใดแล้วก็จะสามารถนำมโนทัศน์นั้นไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนรู้ซ้ำ

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา กล่าวคือ มโนทัศน์ทำให้เราทราบว่าสิ่งหรือเหตุการณ์แต่ละอย่างอยู่ในกลุ่มใด ซึ่งจะทำให้เกิดการนำไปตัดสินใจต่อ ดังนั้นการมีมโนทัศน์ในหลายเรื่องก็จะส่งผลให้รู้จักการแก้ปัญหาที่มากขึ้นด้วย

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เนื่องจากในการเรียนการสอนต้องมรการสื่อสารในรูปแบบต่างๆเช่น การฟัง การพูด การอ่าน การเขียน ซึ่งจำเป็นต้องมีมโนทัศน์ที่ตรงกันเพื่อให้สื่อความหมายกันได้ดีขึ้น

สุรางค์ โค้วตระกูล (2533: 206) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิดมนุษย์ที่ช่วยในการตั้งกฎเกณฑ์ หลักการของสิ่งหรือเหตุการณ์ต่างๆ และนำมโนทัศน์นั้นไปแก้ปัญหาต่างๆได้ และมโนทัศน์ยังเป็นเครื่องมือที่ช่วยการสื่อความหมายสิ่งต่างๆของมนุษย์อีกด้วย

ศศิวรรณ ศรีพหล (2536: 183) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญที่ช่วยให้ผู้เรียนสามารถประยุกต์ความรู้ที่ได้รับไปสู่ความรู้ใหม่ได้ เนื่องจากมโนทัศน์เป็นรากฐานของการเรียนรู้ในระดับสูงขึ้นต่อไป ผู้สอนจึงต้องไม่สอนเพียงข้อเท็จจริงและให้ผู้เรียนจดจำรายละเอียดของข้อมูลเท่านั้น

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546: 58-59) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์มีความสำคัญในการกำหนดความเป็นมนุษย์ เนื่องจากมโนทัศน์ทำหน้าที่ในการทำความเข้าใจและใช้เหตุผลของมนุษย์ โดยสมองเป็นตัวกำหนดมโนทัศน์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องใดเรื่องหนึ่งเป็นกรอบคร่าวๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจในสิ่งนั้นๆว่าคืออะไร ประกอบด้วยอะไรบ้าง

อรยา อัญโย (2553: 37) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะมโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนสามารถจัดระบบความรู้ให้จำได้ง่าย จัดประเภท มองเห็นลักษณะร่วมกันของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง เพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้รวดเร็วขึ้นและนำไปประยุกต์ใช้ได้

ศิรีรัศมิ์ ผลขวัญโชติกา (2554: 44) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หากนักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้ว จะช่วยให้นักเรียนสามารถค้นพบหลักการ สมบัติ และความรู้อื่นๆ ทางคณิตศาสตร์ได้ง่าย รวมทั้งสามารถแก้ปัญหาและให้เหตุผลได้ดีขึ้น

จากความสำคัญของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์เป็นรากฐานของความคิดการเรียนรู้ เป็นกรอบความคิดพื้นฐานที่จะช่วยให้ผู้เรียนสามารถจัดระบบความคิดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์และสิ่งต่างๆได้ ถ้าผู้เรียนมีมโนทัศน์พื้นฐานที่ดีก็จะทำให้สามารถต่อยอดมโนทัศน์นั้นให้เกิดการเรียนรู้สิ่งใหม่ๆได้ และทำให้สามารถนำมโนทัศน์นั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆได้อีกด้วย

3.3 ประเภทของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ตามลักษณะหรือกฎเกณฑ์ที่แตกต่างกันออกไป ดังนี้

Russell (1956: 124-125) จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 8 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical concepts) คือ มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับจำนวนตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

2. มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (Concepts of time) เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวันและฤดูกาลต่างๆ

3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concepts) เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบด้วยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ในเรื่องเวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัดที่แน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่นๆ

4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Concepts of the self) คือ การที่บุคคลมีความคิดว่าตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร

5. มโนทัศน์ทางสังคม (Social concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศีลธรรม และพฤติกรรมต่างๆที่แสดงออกมา

6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงามและขึ้นกับมโนทัศน์ทางสังคม เช่น สุนทรียภาพในการเขียน ดนตรี

7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (Concepts of Humor) มีพัฒนาการอยู่ในขอบเขตของสังคม บางสิ่งเป็นเรื่องที่ขบขันของสังคมหนึ่ง แต่อาจไม่ขบขัน กับอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่นๆ (Miscellaneous Concepts) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

De Cecco (1968: 391-393) จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน (Conjunction Concepts) คือ มโนทัศน์ที่เกิดจากลักษณะเฉพาะตั้งแต่ 2 ลักษณะขึ้นไปมีส่วนร่วมกัน เป็นมโนทัศน์ที่เรียน ได้ง่าย

2. มโนทัศน์แยกลักษณะ (Disjunctive Concept) คือ มโนทัศน์ที่เปิดโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือสองสิ่งมารวมกัน เช่น คำว่า “กา” อาจหมายถึง นก หรือกาต้มน้ำ หรือเครื่องหมายกากบาทก็ได้ เป็นต้น

3. มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (Relation Concepts) คือ มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของสิ่งหรือเหตุการณ์ตั้งแต่สองอย่างขึ้นไป เช่น ไม้ขีดสัมพันธ์กับบุหรี่ เพราะใช้ไม้ขีดไฟจุดบุหรี่ เป็นต้น

Gibson (1980: 276) จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. มโนทัศน์เชิงรูปธรรม (Concrete concepts) คือ ความคิดที่สามารถเชื่อมโยงไปสู่กลุ่มของวัตถุที่สามารถสังเกตได้ เช่น บ้าน หนังสือ เป็นต้นและเชื่อมโยงไปสู่คุณภาพของวัตถุได้ เช่น สี ขนาด รูปร่าง เป็นต้น

2. มโนทัศน์เชิงนามธรรม (Abstract concepts) คือความคิดที่ไม่สามารถเชื่อมโยงไปสู่วัตถุที่สังเกตเห็นหรือคุณภาพของวัตถุได้โดยตรง

กมลรัตน์ หล้าสุวงษ์ (2528: 235) จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์เชื่อมโยง (Conjunctive Concepts) คือ การจัดประเภทของสิ่งต่างๆโดยใช้กฎเกณฑ์บางอย่างร่วมกัน มักจะใช้คำว่า “และ” ในการเชื่อมโยง

2. มโนทัศน์เชิงแยกแยะ (Disjunctive Concept) คือ การจัดประเภทของสิ่งต่างๆโดยใช้กฎเกณฑ์บางอย่างแยกแยะกันออกไปตามความแตกต่างที่ปรากฏ โดยมโนทัศน์ชนิดนี้มักจะใช้คำว่า “หรือ” ในการจัดประเภทของสิ่งนั้นด้วย

ประยูร อาษานาม (2537: 21) จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์เกี่ยวกับคุณสมบัติ (Qualitative Concept) เป็นการจำแนกสิ่งต่างๆตามขนาด รูปร่างและสี ซึ่งมนุษย์สามารถรับรู้และสัมผัสได้

2. มโนทัศน์ที่เกี่ยวกับปริมาณ (Quantitative Concept) เป็นลักษณะนามธรรม เช่น จำนวนและการนับ เป็นต้น

จากแนวคิดการจำแนกประเภทของมโนทัศน์ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้จำแนกไว้สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์สามารถจำแนกเป็นประเภทต่างๆได้ตามแนวคิดและประสบการณ์ของแต่ละบุคคล โดยอาจพิจารณาลักษณะของมโนทัศน์ที่เป็นลักษณะเฉพาะ หรือลักษณะทั่วไป หรืออาจพิจารณาความสัมพันธ์ร่วมกันของสิ่งหรือเหตุการณ์ที่ต้องการจำแนก

3.4 กระบวนการสร้างมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การที่ผู้เรียนจะเกิดมโนทัศน์ได้มากหรือน้อย ต้องอาศัยกระบวนการสร้าง มโนทัศน์ ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงกระบวนการสร้างมโนทัศน์ ดังนี้

Podell (1958: 1-20) ได้แบ่งกระบวนการสร้างมโนทัศน์ออกเป็น 2 กระบวนการ คือ

1. การมองลักษณะร่วม (Composite Photograph) คือการที่ผู้เรียนสามารถเข้าใจลักษณะร่วมของวัตถุหรือเหตุการณ์กลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง โดยการให้ผู้เรียน ร่วมทำกิจกรรมเพื่อค้นหาความคิดรวบยอดหรือมโนทัศน์ต่างๆ และสามารถจดจำมโนทัศน์นี้ได้เมื่อพบในครั้งต่อไป

2. การการทำกิจกรรมเพื่อค้นหามโนทัศน์ (Active Search) คือการที่ผู้เรียนทำกิจกรรมต่างๆเพื่อค้นหามโนทัศน์ โดยมีการคาดการณ์ล่วงหน้าเกี่ยวกับลักษณะร่วมของสิ่งต่างๆ และทำการทดสอบการคาดการณ์

Lovell (1966: 12-13) ได้กล่าวถึงกระบวนการสร้างมโนทัศน์ไว้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์มี 3 ขั้นตอน คือ การรับรู้ (Perception) การกลั่นความคิด (Abstraction) และการสรุป (Generalization) โดยกล่าวว่า การกลั่นความคิด (Abstraction) เป็นสิ่งที่สำคัญในการสร้างมโนทัศน์ คือเป็นการนำลักษณะสำคัญของสิ่งต่างๆรวมกัน และยังกล่าวว่า ผู้เรียนจะสามารถสร้างมโนทัศน์ได้ ก็ต่อเมื่อ ผู้เรียนสามารถแยกแยะสมบัติของวัตถุหรือเหตุการณ์ และสรุปลักษณะร่วมนั้นให้ครอบคลุมได้

Ausubel (1968: 517) ได้กล่าวถึงกระบวนการสร้างมโนทัศน์ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์ประกอบด้วย

1. ความสามารถในการจำแนกความแตกต่างของสิ่งต่างๆ
2. สร้างสมมติฐานเกี่ยวกับการรวมลักษณะของสิ่งที่เหมือนกัน
3. ทดสอบสมมติฐานมโนทัศน์ที่สร้างขึ้น
4. เลือกสมมติฐานที่ครอบคลุมสิ่งที่มีลักษณะบางประการร่วมกันได้
5. จัดลักษณะของสิ่งที่คัดเลือกได้จากสมมติฐาน มาเชื่อมโยงสัมพันธ์กับความคิดที่มีอยู่เดิมในโครงสร้างความคิด
6. แยกแยะความแตกต่างระหว่างมโนทัศน์ใหม่กับมโนทัศน์เดิมเพื่อหาความสัมพันธ์
7. สรุปครอบคลุมลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ใหม่ ให้ครอบคลุมไปยังส่วนย่อยทั้งหมดในกลุ่ม

8. คิดหาสัญลักษณ์ทางภาษาที่เหมาะสม เพื่อใช้เป็นตัวแทนของมโนทัศน์ใหม่

ปราณี รามสูต (2528) ได้กล่าวถึงกระบวนการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า มโนทัศน์เป็นผลจากประสบการณ์ของแต่ละบุคคล เมื่อได้พบความสัมพันธ์ของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ก็จะเกิดโครงสร้างของมโนทัศน์ขึ้น โดยมีกระบวนการเป็นลำดับ ดังนี้

1. การรับรู้
2. ความจำ
3. การคิดหาเหตุผล
4. การจัดระเบียบหรือผสานความคิดเกี่ยวกับสิ่งนั้นให้เป็นหมวดหมู่

จากลำดับของกระบวนการดังกล่าว อธิบายได้ว่า เมื่อผู้เรียนได้พบเจอกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง จะทำให้เกิดการรับรู้ แล้วเก็บไว้ในความทรงจำ เมื่อมีการรับบ่อยๆ ก็จะเกิดความจำเกี่ยวกับสิ่งนั้นมากขึ้น ทำให้เกิดการคิดหาเหตุผล และมีการผสานระหว่างการรับรู้ ความจำและความคิดเกี่ยวกับสิ่งนั้น ทำให้มองเห็นความแตกต่างของสิ่งนั้นๆว่าแตกต่างจากสิ่งอื่นอย่างไร และสรุปรวบยอดลักษณะของสิ่งนั้นในแง่ของความคล้ายคลึงกับสิ่งที่อยู่ในประเภทเดียวกัน

จากกระบวนการสร้างมโนทัศน์ที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า กระบวนการสร้างมโนทัศน์เกิดขึ้นจากประสบการณ์การเรียนรู้เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง โดยผ่านกระบวนการรับรู้ การแยกแยะความต่างและการสรุปลักษณะสำคัญของมโนทัศน์นั้นได้

3.5 แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีลักษณะที่เป็นนามธรรม มีความสำคัญต่อการเรียนรู้เรื่องอื่นๆ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ ผู้สอนจึงควรเรียนรู้แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนสามารถสรุปมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง รวมทั้งสามารถนำไปใช้ในการเรียนรู้ที่สูงขึ้นและใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆได้ โดยนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ ดังนี้

De Cecco (1968: 416-418) ได้เสนอแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ ว่าควรดำเนินการตามขั้นตอนต่อไปนี้ คือ

1. คาดหวังการกระทำ (พฤติกรรม) เป็นการตั้งจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรมเพื่อให้ทราบพฤติกรรมของผู้เรียนหลังจากเรียนรู้มโนทัศน์แล้ว

2. เลือกลักษณะเด่นเฉพาะ (Dominance Of Attribute) เป็นการเลือกลักษณะเฉพาะที่สำคัญของมโนทัศน์มาสอนให้ผู้เรียน เพื่อลดความสับสน

3. แสดงภาษาที่ใช้แทนมโนทัศน์ที่ต้องการสอน โดยอาจเขียนบนกระดานให้ผู้เรียนเห็น

4. ยกตัวอย่างมโนทัศน์ทั้งที่สอดคล้องและไม่สอดคล้อง (Positive and Negative) กับมโนทัศน์ที่จะสอน

5. แสดงตัวอย่างที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์ที่จะสอน เพื่อให้ผู้เรียนมองเห็นความแตกต่าง และสามารถตอบได้ว่าตัวอย่างใดที่ใช่ และตัวอย่างใดที่ไม่ใช่

6. แสดงตัวอย่างอื่นที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน มีการถามเพื่อให้ผู้เรียนตอบว่าตัวอย่างนั้นใช่หรือไม่ใช่มโนทัศน์ที่เรียน

7. แสดงตัวอย่างที่ใช่และไม่ใช่มโนทัศน์ที่สอน และให้ผู้เรียนเลือกเฉพาะตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์ที่สอน

8. ให้ผู้เรียนเขียนอธิบายความหมายของมโนทัศน์ที่เรียนมา

9. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ซักถาม และตรวจงานผู้เรียนเพื่อรายงานผลให้ผู้เรียนทราบ

Klausmeier and Ripple (1971: 422-423) ได้เสนอแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ ดังนี้

1. การเน้นคุณลักษณะของมโนทัศน์ (Emphasize the attributes of the concept) ผู้สอนควรชี้ให้ผู้เรียนเห็นถึงลักษณะของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง

2. การใช้ถ้อยคำที่เหมาะสม (Establish the correct terminology for concept, Attribute and instances) ให้ผู้เรียนรู้จักใช้ถ้อยคำแทนมโนทัศน์ได้อย่างถูกต้อง

3. การชี้ให้เห็นถึงธรรมชาติของมโนทัศน์ที่เรียน (Indicate the nature of the concept to be learned)

4. การพิจารณาจัดลำดับของการเสนอตัวอย่าง (Provide for proper sequencing of instance of concepts)

5. การแนะนำและส่งเสริมผู้เรียนให้เกิดการค้นพบ (Encourage and guide student discovery) ซึ่งเป็นสิ่งที่กระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ด้วยตัวเอง

6. การจัดให้มีการเรียน และการนำการเรียนมโนทัศน์ไปใช้ (Provide for use of the concept) โดยผู้สอนเป็นผู้ให้ความช่วยเหลือ

7. การให้ผู้เรียนรู้จักประเมินตนเองเกี่ยวกับความเข้าใจในความรู้นั้นๆ ว่าเข้าใจหรือไม่ (Encourage independent evaluation of the attained concept) และถ้าหากผู้เรียนยังไม่เข้าใจก็จะมีการเริ่มเรียนรู้อีกครั้ง

Lasley, Matczynski and Rowley (2002: 176-202) ได้เสนอแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ โดยกล่าวเป็นขั้นตอนของโมเดลประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ผลิตข้อมูล (Data Generation) ในขั้นแรกต้องการให้นักเรียนตรวจสอบข้อมูล ซึ่งข้อมูลอาจมาจากครูหรือนักเรียน และข้อม๔ลต้องเพียงพอที่นักเรียนจะสามารถจัดกลุ่มแยกประเภทตามมโนทัศน์ได้

ขั้นที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Grouping) เป็นการจัดกลุ่มของข้อมูลที่มีลักษณะร่วมกันเป็นกลุ่มมโนทัศน์เดียวกัน ครูเป็นผู้ตรวจสอบว่านักเรียนทุกคนเข้าใจถึงความสัมพันธ์ในกลุ่มของข้อมูล

ขั้นที่ 3 การตั้งชื่อกลุ่ม (Labeling) เป็นการตั้งชื่อมโนทัศน์ที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลแต่ละกลุ่ม ซึ่งนักเรียนต้องสามารถอธิบายเหตุผลถึงความสัมพันธ์ของกลุ่มได้

ขั้นที่ 4 การขยายความประเภทข้อมูล (Expanding Category) เป็นการสำรวจความหมายและความสัมพันธ์ของแต่ละกลุ่ม นักเรียนได้นำเสนอการจัดประเภท เพิ่มทักษะการคิดให้กับนักเรียน ครูต้องขยายความเข้าใจในมโนทัศน์ของนักเรียนโดยการระบุข้อมูลเพิ่มเติม และโดยการวิเคราะห์เหตุผลของนักเรียนในการเพิ่มข้อมูลในแต่ละกลุ่ม

ขั้นที่ 5 การสรุปปิด (Closure) ขั้นสุดท้าย เป็นการสรุปสิ่งที่เรียนรู้เพื่อดูพัฒนาการและความเข้าใจที่เกิดขึ้นของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ นักเรียนต้องจัดประเภทของข้อมูลให้อยู่ในรูปทั่วไปหรือลักษณะทั่วไป และอธิบายว่าแต่ละกลุ่มมีความสัมพันธ์กับกลุ่มอื่นอย่างไร

Charlesworth (2005: 29-34) ได้เสนอแนวทางการพัฒนา มโนทัศน์ให้ผู้เรียน โดยกล่าวเป็นขั้นตอนประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ประเมินสภาพผู้เรียนที่เป็นอยู่ (Assess) เป็นการประเมินเพื่อทราบความรู้ของผู้เรียน ซึ่งนำไปสู่วางแผนการจัดการเรียนการสอน

2. ตั้งวัตถุประสงค์ (Choose Objectives) เป็นขั้นที่ผู้สอนนำการประเมินสภาพผู้เรียนมาช่วยในการตั้งวัตถุประสงค์ โดยอย่างน้อยต้องตั้งเพื่อให้ผู้เรียนที่อ่อนสามารถเรียนรู้ได้เพิ่มขึ้นเท่ากับผู้เรียนที่เก่ง

3. วางแผนการจัดประสบการณ์ที่ทำให้ผู้เรียนบรรลุตามวัตถุประสงค์ (Plan Experience)

4. เลือกวัสดุ อุปกรณ์ หรือสื่อต่างๆที่จะนำมาใช้ในการเรียนการสอน (Select Material) โดยสื่อจะต้องออกแบบเพื่อให้ผู้เรียนเข้าถึงมโนทัศน์และสอดคล้องกับวัตถุประสงค์

5. สอนผู้เรียนตามแผนที่วางไว้ (Teach)

6. ประเมินผู้เรียน (Evaluate) เป็นการประเมินเกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียนในสิ่งที่สอนไป หากผู้เรียนได้เกิดการเรียนรู้แล้วให้ทำในขั้นที่ 2 แต่ถ้ายังไม่เกิดการเรียนรู้ ผู้สอนต้องกลับไปเริ่มต้นที่ขั้นที่ 1 อีกครั้ง

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา (2537: 49) ได้เสนอแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ให้ผู้เรียน โดยกล่าวถึงการสอนให้เกิดการฝึกทักษะต่างๆ ดังนี้

1. การสังเกตและพิจารณาสิ่งหรือเหตุการณ์ต่างๆ

2. การเปรียบเทียบความคล้าย ความต่างของสิ่งหรือเหตุการณ์ต่างๆ

3. การคัดเลือกเฉพาะสิ่งหรือเหตุการณ์ที่สำคัญและเป็นประโยชน์

4. การจัด รวบรวมสิ่งที่คัดเลือกได้ให้เป็นประเภท หมวดหมู่

5. ความสามารถในการสร้างความหมายเพื่อให้เกิดความเข้าใจและประโยชน์ที่จะนำไปใช้

Lasley and Matczynski (1997 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2547: 64) ได้นำเสนอโมเดลการสร้างมโนทัศน์ (Concept Formation Model) ซึ่งเป็นโมเดลนี้เป็นโมเดลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โมเดลประกอบด้วย 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การผลิตข้อมูล (Data Generation) เป็นขั้นผลิตและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ โดยข้อมูลอาจมาจากนักเรียน ผู้สอน หรือทั้งจากนักเรียนและครูผู้สอน ซึ่งผู้สอนต้องทำหน้าที่วิเคราะห์ว่าข้อมูลที่ได้เป็นส่วนที่ต้องการในการนำไปสู่มโนทัศน์เพียงพอหรือไม่

ขั้นตอนที่ 2 การจัดกลุ่มข้อมูล (Data Grouping) เป็นขั้นที่นักเรียนเป็นผู้จัดข้อมูลที่มีลักษณะคล้ายคลึงกันทางมโนทัศน์เข้าด้วยกันตามการรับรู้ของตนเอง โดยผู้สอนต้องเตือนให้นักเรียนนิยามหรืออธิบายให้ได้ว่าใช้เกณฑ์หรือหลักการใดในการจัดกลุ่มข้อมูลแต่ละกลุ่มซึ่งเกณฑ์หรือหลักการนี้ควรถูกกำหนดก่อนการดำเนินการจัดกลุ่มเพื่อที่จะแยกข้อมูลเป็นกลุ่มที่มีลักษณะตามมโนทัศน์และกลุ่มที่ไม่มีลักษณะตามมโนทัศน์

ขั้นตอนที่ 3 การขยายความประเภทของข้อมูล (Expanding the Category) จากกลุ่มข้อมูลที่นักเรียนจัดได้ในขั้นตอนที่ 2 ผู้สอนจะทำการตรวจสอบแต่ละกลุ่มและดูว่านักเรียนคิดอย่างไร ในกระบวนการจำแนกโดยให้นักเรียนอธิบายให้ผู้อื่นฟังหน้าชั้นเรียนหรือเขียนบนกระดานดำ ผู้สอนและนักเรียนคนอื่นๆ มีหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้องการอธิบายวิธีคิดในการจัดประเภทเป็นการ

ขยายความจากลักษณะที่เห็นไปสู่ความหมายที่แท้จริงและความสัมพันธ์ของคุณลักษณะต่างๆของข้อมูลผู้สอนควรช่วยเพิ่มเติมและขยายความเข้าใจของนักเรียนให้ชัดเจนมากขึ้น

ขั้นตอนที่ 4 การสรุปปิด (Closure) ในขั้นนี้ผู้สอนอาจให้นักเรียนอธิบายว่าสิ่งต่างๆที่อยู่ประเภทเดียวกันเกี่ยวข้องกันอย่างไรหรือให้สร้างข้อสรุปทั่วไปที่สัมพันธ์กับสิ่งต่างๆ ภายในประเภทเดียวกัน หรือสรุปความหมายของประเภทที่จัดและสร้างโครงข่ายโยงความสัมพันธ์ต่างๆการดำเนินการเหล่านี้เป็นการใช้การคิดวิเคราะห์ระดับสูงที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้งจนสามารถสร้างความรู้หรือมโนทัศน์ด้วยตนเอง

Cooney, Davis and Henderson (1983: 92 อ้างถึงใน วัชรสันต์ อินธิสาร, 2547:37–39) ได้นำเสนอขั้นตอนการสอนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้มูฟ (Moves) หมายถึงรูปแบบของภาษาที่ใช้ในการอธิบายหรือบอกความรู้ ซึ่งมีกระบวนการสอนอยู่ 3 ขั้นตอน คือ การสอนมโนทัศน์ (Teaching) การนำเสนอมโนทัศน์ (Present) และการให้ความกระจ่างเกี่ยวกับมโนทัศน์ (Clarify) ในการสอนจะแยกเป็นขั้นตอนย่อยๆ ได้ดังนี้

1. การให้บทนิยาม (Defining) สำหรับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่มีคุณลักษณะที่เด่นชัดจำเป็นต้องให้บทนิยามแต่ในมโนทัศน์ที่มีคุณลักษณะไม่ชัดเจนอาจจะไม่ต้องแสดงก็ได้

2. การกล่าวถึงเงื่อนไขที่เพียงพอ (Stating a Sufficient Condition) การให้เงื่อนไขที่เพียงพอจะช่วยให้นักเรียนจะสามารถหาสิ่งที่เป็นตัวอย่างของมโนทัศน์ได้

3. การให้ตัวอย่างหนึ่งตัวอย่างหรือมากกว่าหนึ่งตัวอย่างจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์มากขึ้นและชัดเจนขึ้น แต่มโนทัศน์ที่มีความเป็นนามธรรมมากอาจจะไม่สามารถใช้ได้

4. การยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างพร้อมเหตุผล (Giving an Example With a Reason) การให้นักเรียนอธิบายว่าเหตุใดสิ่งที่ยกมาจึงเป็นตัวอย่างของมโนทัศน์การให้เหตุผลเป็นเงื่อนไขที่เพียงพอวิธีนี้เหมาะกับนักเรียนที่เรียนช้า

5. การเปรียบเทียบความคล้ายคลึงและความแตกต่าง (Comparing and Contrasting) ให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งที่คุ้นเคยมาก่อนแล้วค่อยๆ ให้สิ่งที่คุ้นเคยน้อยลงจนนักเรียนมองเห็นสิ่งที่คล้ายคลึงกันและแตกต่างกันแล้วนำคุณลักษณะนั้น มาเปรียบเทียบกัน

6. การยกตัวอย่างค้าน (Giving a Counter examples) ให้ตัวอย่างที่แสดงการพิสูจน์แย้งนัยทั่วไปที่ไม่ถูกต้อง ตัวอย่างค้านจะแสดงได้ในสองลักษณะคือ ยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างและสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่าง

7. การกล่าวถึงเงื่อนไขที่จำเป็น (Stating a Necessary Condition) เป็นการให้นักเรียนทราบเงื่อนไขที่จำเป็นเพื่อจะทำความเข้าใจในมโนทัศน์นั้น เช่นนักเรียนบอกว่ารูปสี่เหลี่ยมที่มี

ด้านสองด้านขนานกันจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานเป็นเพราะนักเรียนไม่เข้าใจเงื่อนไขที่จำเป็นคือด้านที่อยู่ตรงข้ามกันของรูปสี่เหลี่ยมนั้นจะต้องขนานกันด้วย

8. การกล่าวถึงเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ (Stating a Necessary and Sufficient Condition) การให้นิยามของบางมโนทัศน์อาจจะต้องผ่านมโนทัศน์อื่นๆ จึงจะชัดเจนจึงจำเป็นต้องกล่าวถึงเงื่อนไขนั้นให้เพียงพอ

9. การให้สิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างหนึ่งตัวอย่างหรือมากกว่าหนึ่งตัวอย่าง (Giving One Non example or More Non-examples) การเรียนรู้มโนทัศน์อาจจะต้องใช้การวิเคราะห์สิ่งที่เป็นตัวอย่างและสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างควบคู่กันไปจนนักเรียนสรุปเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอได้การยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างจะช่วยให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์นั้น ได้กระจ่างชัดขึ้น ควรใช้หลังจากให้บทนิยามแล้วหรือเมื่อนักเรียนมีมโนทัศน์ที่สับสนเกี่ยวกับเงื่อนไขที่จำเป็น

10. การให้สิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างพร้อมเหตุผล (Giving an Non-example With a Reason) การให้สิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่างพร้อมเหตุผลว่าเหตุใดจึงไม่เป็นตัวอย่างจะช่วยให้นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงระหว่างเงื่อนไขที่จำเป็นกับสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่าง

11. การยกคุณลักษณะที่ไม่ใช่เงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ (Giving a Characteristic With Is Neither Necessary Nor Sufficient Condition) บางครั้ง ในการสอนผู้สอนจำเป็นต้องยกสิ่งที่เป็นคุณลักษณะของมโนทัศน์ แทนการยกสิ่งที่เป็นตัวอย่าง

จากแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวไว้สามารถสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ ผู้สอนต้องมีการจัดการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีการเรียนรู้มโนทัศน์ที่เหมาะสมในแต่ละมโนทัศน์ที่สอน โดยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการจัดหมวดหมู่ แยกประเภท สรุปมโนทัศน์ที่เรียน และสามารถเลือกตัวอย่างที่ใช่ และไม่ใช่มโนทัศน์ที่เรียนอยู่ได้ ซึ่งในการพัฒนามโนทัศน์ให้ผู้เรียนนั้น ควรพัฒนาการจากความรู้เดิมของผู้เรียนเป็นหลัก เพื่อให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ที่ตนรู้มาสู่มโนทัศน์ใหม่ในบทเรียนได้

3.6 การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เมื่อผู้เรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์แล้ว การวัดประเมินผลก็เป็นสิ่งสำคัญที่จะสามารถตรวจสอบมโนทัศน์ของผู้เรียน ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Wilson (1971: 645-670) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการวัดพฤติกรรมผู้เรียนด้านพุทธิพิสัย ระดับความเข้าใจ โดยวัดเป็นความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เป็นความเข้าใจของตนเอง สามารถนำข้อเท็จจริงของแต่ละเนื้อหามาสัมพันธ์กันได้

โสภณ บำรุงสงฆ์และสมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520: 222) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นการวัดความคิดเชิงนามธรรมของผู้เรียน โดยวัดความเข้าใจในกฎเกณฑ์ ขั้นตอนและวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อประเมินความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน โดยไม่จำเป็นต้องได้ผลลัพธ์ของปัญหา ดังนั้น ลักษณะคำถามก็จะเป็นข้อสอบที่มีข้อคำถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์

สมนึก ภัททิยธนี (2547: 23) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับหลักวิชาและการขยาย

หลักวิชา (Principle) เป็นหลักการของสิ่งที่เกิดหลายมโนทัศน์รวมกัน

การขยาย (Generalized) เป็นการนำหลักการเรื่องใดเรื่องหนึ่งไปใช้ในสถานการณ์อื่นๆ และสรุปได้ความรู้ที่ต่างจากเดิม

2. ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีและโครงสร้าง

เป็นคำถามในลักษณะที่มีหลักการจากหลายหลายเนื้อหาที่สัมพันธ์กันเพื่อให้ค้นหาทฤษฎีและโครงสร้างที่มีหลักการร่วมกัน

จากการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ สามารถสรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นการวัดความเข้าใจในข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งเป็นการคิดเชิงนามธรรม และวัดความสามารถในการนำความเข้าใจนั้นไปใช้ของผู้เรียน ดังนั้น ข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นข้อสอบที่มีข้อคำถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์โดยไม่ต้องการผลลัพธ์ของปัญหานั้น

4. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของปัญหาและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

Cruikshank and Sheffeld (1992: 37) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจเกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลข หรือไม่เกี่ยวข้องก็ได้

ยุพิน พิพิธกุล (2542: 5) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ปัญหาที่ผู้เรียนต้องค้นหาข้อเท็จจริงหรือสรุปสิ่งใหม่เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ไม่เคยพบ โดยอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา

กรมวิชาการ (2544: 10) ได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่พบในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยการแก้ไขปัญหาต่างๆต้องใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนมา

ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

Polya (1980: 1) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาแนวทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ของปัญหา และหาแนวทางในการกำจัดสิ่งที่ยุ่งยาก ไม่เกี่ยวข้องออกไป

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537: 62) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาวิธีการต่างๆเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา โดยในการแก้ปัญหา ผู้ที่จะแก้ต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมมาช่วยในการแก้ปัญหาที่พบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สมเดช บุญประจักษ์ (2544: 1) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาวิธีการเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องนำความรู้และประสบการณ์เดิมมาช่วยในการเชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่ปรากฏในปัญหาที่พบ

จากความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ สามารถสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึงปัญหาหรือสถานการณ์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องหาข้อเท็จจริงมาช่วยในการแก้ปัญหา และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถของนักเรียนในการหาแนวทางหรือวิธีการเพื่อช่วยในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยความรู้ ทักษะ หลักการและประสบการณ์เดิมต่างๆมาประยุกต์เชื่อมโยง เพื่อหาคำตอบของปัญหาที่พบ

4.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Polya (1973 อ้างถึงใน สุริเยส สุขแสวง: 2548: 29) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้อาจเป็นปริมาณหรือจำนวนก็ได้ โดยปัญหาประเภทนี้แบ่งได้เป็น 3 ส่วน คือ สิ่งที่ต้องการหา สิ่งที่กำหนดให้ และเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้แสดงการใช้เหตุผลที่ทำให้ข้อความที่กำหนดนั้นเป็นจริง โดยปัญหาประเภทนี้แบ่งได้เป็น 2 ส่วน คือ สิ่งที่กำหนดให้ และสิ่งที่ต้องพิสูจน์

LeBlanc (1980: 105-106 อ้างถึงใน กนิษฐา ศรีวชิโรทัย, 2554: 46) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาในแบบเรียนมาตรฐาน (Standard textbook problem) เป็นปัญหาที่สามารถแก้ได้โดยทำขั้นตอนเดียว หรือใช้ขั้นตอนที่เรียนมาแล้ว โดยปัญหานี้ผู้เรียนจะสามารถระลึกถึงข้อเท็จจริงพื้นฐาน ทักษะ ขั้นตอนในการแก้ปัญหา

2. ปัญหากระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่สามารถแก้ได้โดยใช้กลวิธีหรือวิธีการที่ไม่เป็นขั้นตอน แต่ยังคงใช้ขั้นตอนวิธีในการแก้ปัญหา การที่จะแก้ปัญหาได้นั้น ขึ้นอยู่กับการใช้กลวิธีที่มากกว่าหนึ่งเพื่อการหาคำตอบ และในบางปัญหาอาจมีได้หลายคำตอบ

จากประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ สามารถสรุปได้ว่าการแบ่งประเภทของปัญหานั้นขึ้นอยู่กับจุดประสงค์ หรือความซับซ้อนของปัญหา โดยแบ่งได้เป็น 2 ประเภท ได้แก่ ปัญหาที่สามารถหาคำตอบได้โดยใช้วิธีการที่เรียนมา กับปัญหาที่สามารถหาคำตอบได้จากการใช้วิธีการที่หลากหลายมาช่วยในการหาคำตอบ

4.3 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่สำคัญที่จะทำให้ผู้แก้ปัญหาสามารถทำความเข้าใจปัญหา เลือกวิธีการแก้ปัญหา และนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ จึงมีนักคณิตศาสตร์ได้เสนอลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี ดังนี้

LeBlanc (1980: 106-107 อ้างถึงใน สิรีรัตน์ ผลขวัญโชติกา, 2554: 71) ได้เสนอลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี ว่า ควรใช้คำพูดที่เข้าใจง่าย นักเรียนสามารถเข้าใจปัญหาได้ด้วยตนเอง มีการเพิ่มระดับความยากของการอ่านที่เหมาะสมกับความยาวและซับซ้อนของโจทย์ และเป็นปัญหาที่สามารถแบ่งส่วนประโยคเพื่อให้เข้าใจได้

Krulik and Reys (1980: 280) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า การสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้น่าสนใจ ควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของผู้ที่แก้ปัญหา วิธีการที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา และความสามารถในการใช้ภาษาของผู้แก้ปัญหา

กรมวิชาการ (2544: 18) ได้เสนอลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี ดังนี้

1. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุม และสามารถเข้าใจง่าย
2. เป็นปัญหาที่แปลกใหม่ของผู้เรียนช่วยกระตุ้นความคิดและท้าทายความสามารถของผู้เรียน
3. ปัญหาไม่สั้นหรือยาวไป
4. ปัญหาไม่ยากหรือง่ายไปสำหรับผู้เรียนในวัยนั้นๆ
5. สถานการณ์ของปัญหามีความเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน
6. ปัญหาให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้
7. เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริง
8. ข้อมูลในปัญหามีความทันสมัย และเป็นสถานการณ์ที่เป็นไปได้จริง
9. เป็นปัญหาที่มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี
10. ผู้เรียนสามารถใช้ภาพ ลายเส้น หรือแผนภาพมาช่วยในการแก้ปัญหานั้นได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 79) ได้เสนอลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี ดังนี้

1. สถานการณ์ของปัญหาและความยากง่ายต้องเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
2. ปัญหาจะต้องให้ข้อมูลที่จะใช้ในการพิจารณาแก้ปัญหาได้อย่างเพียงพอ
3. ข้อมูลของปัญหามีความทันสมัยและเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน หรือเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

จากลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี ตามที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ สามารถสรุปได้ว่า ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรเป็นปัญหาที่ใช้ภาษาที่ผู้เรียนเข้าใจได้ง่าย มีความกระชับ ท้าทายผู้เรียน และกระตุ้นให้ผู้เรียนอยากหาคำตอบ มีการเลือกใช้สถานการณ์ที่ทันสมัยและเหมาะสมกับผู้เรียน

4.4 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นระบบนั้น ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้ความรู้ วิธีการ และประสบการณ์มาช่วยในการแก้ปัญหา ซึ่งมีนักคณิตศาสตร์ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Polya (1957: 5-10) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understand the problem) เป็นการให้ผู้เรียนทำความเข้าใจคำ วลี หรือประโยคย่อยของปัญหา โดยผู้เรียนต้องระบุประเภทของปัญหา และแยกส่วนของปัญหาเป็นส่วนที่ต้องการหาคำตอบ และส่วนที่กำหนดให้

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (Devise a plan) เป็นการให้ผู้เรียนค้นหาวิธีการแก้ปัญหาจากข้อมูลที่มีความเชื่อมโยงกันระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้ เพื่อนำมาสู่การวางแผนการแก้ปัญหา

3. ขั้นดำเนินการตามแผน (Carry out the plan) เป็นการให้ผู้เรียนดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนการที่ได้วางไว้จนได้คำตอบของปัญหา หรืออาจพบวิธีการแก้ปัญหาใหม่ที่นำไปสู่คำตอบของปัญหาได้ ซึ่งผู้เรียนต้องใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีมาช่วยในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งมีเหตุผลและข้อสรุปเป็นของตนเองได้ แต่หากไม่สามารถแก้ปัญหาให้สำเร็จได้ ก็ต้องหาสาเหตุและประโยชน์จากความผิดพลาด เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาครั้งใหม่ได้

4. ขั้นตรวจสอบคำตอบ (Look back) เป็นการให้ผู้เรียนนำคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหามาตรวจสอบความถูกต้องสมบูรณ์ โดยดูจากผลลัพธ์ตลอดไปจนถึงกระบวนการในการแก้ปัญหานั้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Krulik and Reys (1980: 280-281) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นการพิจารณาข้อมูลในปัญหาในส่วนที่กำหนดว่ากำหนดอะไรให้บ้าง ข้อมูลเพียงพอหรือไม่สำหรับการแก้ปัญหา และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร

2. วางแผนการแก้ปัญหา เป็นการหาความสัมพันธ์ของสิ่งที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหา โดยมีการค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม มาใช้ในการวางแผนแก้ปัญหา

3. ดำเนินการตามแผน เป็นการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่ได้วางไว้

4. ตรวจสอบ เป็นการตรวจสอบความถูกต้อง และครบถ้วนของคำตอบที่ได้

LeBlanc (1977: 17-20) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นพิจารณาข้อมูล เงื่อนไข และสิ่งที่ต้องการหาคำตอบ

2. ขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการเลือกใช้ความรู้ และประสบการณ์ที่จำเป็นในการแก้ปัญหา

3. ขั้นแก้ปัญหาตามแผนที่ได้วางไว้ เป็นการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน โดยหากดำเนินการตามแผนที่วางไว้แล้วไม่สามารถนำไปสู่คำตอบได้ จะต้องย้อนกลับไปวางแผนในขั้นที่ 2 อีกครั้ง

4. ขั้นทบทวนปัญหาและคำตอบ เป็นการตรวจสอบคำตอบของปัญหาที่ได้

Dossey (2005) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา
2. ขั้นจำแนกประเด็นปัญหา และวางแผน
3. ขั้นจัดรูปแบบและแสดงความหมายของเงื่อนไขในปัญหา
4. ขั้นเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา
5. ขั้นดำเนินการหาคำตอบ
6. ขั้นทบทวนคำตอบ
7. ขั้นสื่อสารและขยายคำตอบ

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547: 44) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหา เป็นการพิจารณาปัญหาโดยอาจมีการใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์ต่างๆมาช่วย

2. แสวงหาความรู้เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยพิจารณาเหตะและแนวทางในการแก้ปัญหา

3. วางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการวางโครงการ หากลวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา

4. ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผน เป็นการนำกลวิธีที่วางแผนไว้มาดำเนินการแก้ปัญหา

5. ตรวจสอบผล เป็นการตรวจสอบความเหมาะสม ความถูกต้อง และความน่าเชื่อถือของคำตอบ

Chulalongkorn University

จากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ สามารถสรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนในการแก้ปัญหาโดยเริ่มจากการวิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา แยกแยะข้อมูลเป็นส่วนๆ หาส่วนที่กำหนดให้และส่วนที่ต้องการ มีการวางแผนโดยเชื่อมโยงจากความรู้ และประสบการณ์ที่มี แล้วดำเนินการตามแผนที่วางไว้เพื่อให้ได้คำตอบ และตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

4.5 การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่สำคัญที่ผู้เรียนควรมี ดังนั้นจึงต้องมีการวัดประเมินเพื่อตรวจสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Polya (1973 อ้างถึงใน สิรีรัตน์ ผลขวัญโชติกา, 2554: 77) ได้เสนอการวัดความ สามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ผู้เรียนสามารถบอกได้สิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการหา และข้อเท็จจริงได้

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ผู้เรียนสามารถใช้เงื่อนไข ความรู้ ทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม และลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ผู้เรียนสามารถสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์ต่างๆ และดำเนินการแก้ปัญหาได้

4. ขั้นตรวจคำตอบ ผู้เรียนสามารถพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบ และสรุปความหมายของคำตอบได้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

กรมวิชาการ (2546: 123) เสนอเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ตารางที่ 1 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกรมวิชาการ

คะแนน	**ความหมาย**	**ความสามารถในการแก้ปัญหา**
4	ดีมาก	สามารถใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จอย่างมีประสิทธิภาพ อธิบายเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวได้อย่างชัดเจน
3	ดี	สามารถใช้ยุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จ แต่น่าจะอธิบายเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวได้ดีกว่านี้
2	พอใช้	มียุทธวิธีดำเนินการแก้ปัญหาสำเร็จเพียงบางส่วน อธิบายเหตุผลในการใช้วิธีดังกล่าวได้บางส่วน
1	ต้องปรับปรุง	มีร่องรอยของการดำเนินการแก้ปัญหาบางส่วน เริ่มคิดว่าทำไมต้องใช้วิธีการนั้น แล้วหยุด อธิบายต่อไม่ได้ แก้ปัญหาไม่สำเร็จ
0	ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ข้างต้นหรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 104-106) เสนอแนวคิดว่าครูและนักเรียนอาจร่วมกันประเมินผลการแก้ปัญหาได้ การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีขั้นตอนในการดำเนินการ 4 ขั้นตอน คือ

1. การทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นเริ่มต้นของปัญหา นักเรียนต้องวิเคราะห์ให้ได้ว่าปัญหากำหนดสิ่งใดให้ ต้องการหาอะไร และหาความสัมพันธ์ของสิ่งที่ปัญหากำหนดกับสิ่งที่ปัญหาต้องการ

2. การวางแผน เป็นขั้นเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหาแล้วหาวิธีการ กลยุทธ์ที่จะนำมาใช้แก้ปัญหา

3. การดำเนินการแก้ปัญหา เป็นขั้นลงมือปฏิบัติการแก้ปัญหาตามแนวทางหรือกลยุทธ์ที่เลือกไว้ นำมาใช้แก้ปัญหาจนได้มาซึ่งคำตอบ

4. การตรวจความถูกต้อง เป็นขั้นทำย้อนกลับจากคำตอบไปสู่สิ่งที่กำหนดให้เพื่อดูความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ในการประเมินผลตามรายการประเมินดังกล่าว ครูจะต้องกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนที่มีรายละเอียดไม่มากจนเป็นการสร้างแรงกดดันให้กับผู้เรียน แต่ครูควรมีการบันทึกเพิ่มเติมในกรณีที่ผู้เรียนมีหลักฐานแสดงความสามารถในการมองปัญหาย้อนกลับไปยังขั้นตอนการแก้ปัญหาต่างๆ เพื่อ

ตรวจสอบถึงคำตอบหรือวิธีการแก้ปัญหาแบบอื่น มีการปรับปรุงแก้ไขวิธีแก้ปัญหาให้ชัดเจนและเหมาะสมกว่าเดิม ตลอดจนสามารถขยายผลการแก้ปัญหาให้อยู่ในรูปของหลักการทั่วไปได้

จากการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ สามารถสรุปได้ว่า การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น เป็นการประเมินความสามารถของผู้เรียนในการแก้ปัญหาแต่ละขั้นกระบวนการ จากการทำความเข้าใจปัญหา การเลือกใช้เงื่อนไขความรู้ ทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม มาวางแผนแก้ปัญหา จนถึงการดำเนินการแก้ปัญหาจนได้คำตอบ ตลอดจนการตรวจสอบความถูกต้องและสมบูรณ์ของคำตอบที่ได้ นอกจากนี้จะต้องมีเกณฑ์การให้คะแนนที่เหมาะสม เพื่อที่จะวัดความสามารถของผู้เรียนได้อย่างสมบูรณ์

5. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งงานวิจัยในประเทศและงานวิจัยต่างประเทศ มีนักวิชาการและนักการศึกษาได้ทำการศึกษาวิจัยที่มีความเกี่ยวข้องกับกระบวนการ RMT และการเสริมต่อการเรียนรู้ ดังนี้

5.1 งานวิจัยในประเทศ

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิก พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิก มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 และสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ และมีความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณสูงขึ้นและสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิกนั้น มีลักษณะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิด ส่งเสริมให้นักเรียนได้สร้างความเข้าใจด้วยตนเองจากการล้วงความคิดของนักเรียน สนับสนุนความคิด และขยายความคิดนั้นของนักเรียน ซึ่งมีขั้นตอนที่มีความคล้ายกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT จะส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

โศจิวัจน์ เสริฐศรี (2553) ได้พัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โดยมีการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนและมีการเปรียบเทียบกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ พบว่า นักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดเชิงสัมพันธ์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงพัชคณิตหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และเมื่อเปรียบเทียบหลังเรียน พบว่านักเรียนที่เรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดเชิงสัมพันธ์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการใช้เหตุผลเชิงพีชคณิตสูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการเรียนการสอนแบบปกติ รวมถึงพัฒนาการในการให้เหตุผลทางพีชคณิตสูงขึ้นด้วย

ซูรายา สัสตีวงศ์ (2555) ได้พัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงขึ้น และสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ และมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นและสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนทั้งก่อนเรียนและหลังเรียน ซึ่งรูปแบบของการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์มีแนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นพัฒนาการคิดจากความคิดของนักเรียน ขยายความคิดนั้นและหาข้อสรุปซึ่งมีความคล้ายกับกระบวนการ RMT จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT จะส่งผลให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น

หทัยรัตน์ ยศแผ่น (2556) ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยแบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่มคือนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ และนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการ คือสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบหลังเรียน และเมื่อเปรียบเทียบกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโน

ทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญ

5.2 งานวิจัยต่างประเทศ

Thomas A. Brush (2002) สรุปและสังเคราะห์ผลการวิจัยที่มีการใช้การเสริมต่อการเรียนรู้เพื่อสนับสนุนการสืบสอบนักเรียนเกี่ยวกับปัญหาโครงสร้างทางสังคมกับนักเรียนเกรด 11 พบว่า การเสริมต่อการเรียนรู้ช่วยให้นักเรียนได้พิจารณาและเลือกวิธีการ รวมถึงกำหนดการแก้ปัญหาสถานการณ์ได้ดี และนักเรียนสามารถมองเห็นความสอดคล้องของปัญหากับชีวิตจริง นอกจากนี้ก็มีการเรียนรู้แบบร่วมมือทำให้นักเรียนได้สร้างความรู้ที่มีความซับซ้อนมากขึ้น และเมื่อเทียบกับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการเสริมต่อการเรียนรู้มีการแก้ปัญหาได้ดีกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

Lau Ngee Kiong and Hwa Tee Yong (2004) ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้วิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้ มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ และการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเสริมต่อการเรียนรู้ ก็ยังช่วยให้นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์และภาษาทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ด้วย

Kinard (2001) ศึกษาวิธีการและเครื่องมือในการสอน Rigorous Mathematical Thinking และนำ กระบวนการ RMT ไปทดลองจัดกิจกรรมการเรียนรู้ร่วมกับ Instrumental Enrichment (IE) ซึ่งเป็นงานที่ใช้ร่วมกับกระบวนการ และมีการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน พบว่า นักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์สูงขึ้น มีแรงจูงใจในการเรียน มีความท้าทายในการทำงาน และเมื่อครูเป็นสื่อกลางการเรียนรู้ให้นักเรียนจะทำให้นักเรียนเห็นแนวทาง การวางแผนในการดำเนินงานของตนเองต่อและสามารถแก้ปัญหาได้

Kinard and Kozulin (2005) ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความ สามารถทางสติปัญญาของนักเรียนเกรด 8 โดยใช้กระบวนการ RMT (Rigorous Mathematical Thinking Process) และ MLE (Mediated Learning Experience) โดยมีการทดสอบก่อนเรียนพบว่า นักเรียนกลุ่มที่จะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และ MLE พบว่านักเรียนกลุ่มควบคุมที่จะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติมีความสามารถทางสติปัญญาและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่จะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และ MLE และเมื่อทำการทดสอบหลังเรียน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ

RMT และ MLE มีความสามารถทางสติปัญญาและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียน ส่วนนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนและหลังเรียนไม่แตกต่างกัน และเมื่อเปรียบระหว่างกลุ่ม พบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติมีความสามารถทางสติปัญญาสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และ MLE แต่นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และ MLE มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ

Kinard and Kozulin (2008) ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์พื้นฐานและความสามารถทางสติปัญญา โดยใช้กระบวนการ RMT (Rigorous Mathematical Thinking Process) ร่วมกับโปรแกรม IE (Instrumental Enrichment) ในการสอนเรื่องเศษส่วน กับนักเรียนเกรด 4 พบว่า การทดสอบก่อนเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT กับนักเรียนนักเรียนที่ได้รับที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติไม่แตกต่างกัน และเมื่อจัดกิจกรรมแล้ว พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT มีความสามารถทางสติปัญญาและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้นและสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และศึกษาการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเกรด 7 เรื่องฟังก์ชัน โดยนักเรียนกลุ่มที่จะได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติมีความสามารถทางสติปัญญาสูงกว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่จะรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และเมื่อมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ได้ทดสอบหลังเรียน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT มีความสามารถทางสติปัญญาสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ และนักเรียนที่รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

Kajamies (2010) ศึกษาการใช้การเสริมต่อการเรียนรู้ในการพัฒนาการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ต่ำ โดยออกแบบโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในรูปของเกมผจญภัยจากคอมพิวเตอร์ ศึกษากับนักเรียนอายุ 10 ปี จำนวน 8 คน พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมที่ใช้การเสริมต่อการเรียนรู้นี้มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ดีขึ้นกว่านักเรียนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Amiripour, Amir-Mofidi and Shahvarani (2012) ศึกษาธรรมชาติของวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ยกตัวอย่างวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ และให้กลยุทธ์ในวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่ดีในการสอนและการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า วิธีการเสริมต่อการเรียนรู้เป็นกระบวนการที่ประสบความสำเร็จ โดยสามารถกระตุ้นให้นักเรียนได้ดำเนินการในกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาระดับการเรียนรู้ให้สูงขึ้นเท่าที่จะเป็นไปได้ ทำให้นักเรียนได้คุ้นเคยกับการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกันได้ และสามารถแสดงข้อผิดพลาดและความคลาดเคลื่อนในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาของนักเรียนได้อีกด้วย

Ibrahim Jbeili (2012) ศึกษาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคล่องในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือและการเสริมต่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือและการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความคล่องในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือเพียงอย่างเดียว และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติด้วย

Waitshega Tefo Smitta Moalosi (2013) ประเมินการเรียนรู้ของนักเรียนตามรูปแบบของไวก็อตสกี้เกี่ยวกับการเรียนการสอนในบริเวณพื้นที่รอยต่อพัฒนาการและแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ ครูสามารถช่วยในการเรียนรู้ของนักเรียน โดยแปลงความรู้และทักษะในการเรียนรู้ตามสภาพแวดล้อมพื้นฐานของนักเรียน และให้ความสำคัญกับการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมของครูและนักเรียน จากการประเมิน พบว่า การเสริมต่อการเรียนรู้มีประโยชน์ คือทำให้นักเรียนมีอิสระในการทำงานมากขึ้นและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกควบคุมการเรียนรู้ของตนเองได้ แต่อย่างไรก็ดี การเสริมต่อการเรียนรู้นี้ยังมีข้อจำกัด คือ เมื่อใช้สอนในห้องเรียนขนาดใหญ่ ครูอาจจะทำการเสริมต่อการเรียนรู้ของนักเรียนจำนวนมากได้ยาก

Ulya, Kartono and Retnoningsih (2014) ได้ศึกษาความสามารถในการการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ของนักเรียนเกรด 8 จำนวน 27 คนที่ SMP 2 Kudus ประเทศอินโดนีเซีย โดยแบ่งรูปแบบองค์ความรู้เป็น 3 ประเภท คือ Field Dependent (FD), Field Intermediate (FDI) และ Field Independent (FI) พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากได้รับการเสริมต่อการเรียนรู้ทำให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยดังกล่าวข้างต้น พบว่า มีงานวิจัยวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ในต่างประเทศ แต่ยังไม่พบงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ในประเทศ และจากการศึกษางานวิจัยในต่างประเทศ พบว่ามีการนำกระบวนการ RMT ไปใช้ในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่ากระบวนการ RMT ช่วยพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้น และมีกระบวนการที่ครูเป็นสื่อกลางในการเรียนรู้ให้นักเรียนทำให้นักเรียนเห็นแนวทาง วางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาได้ดีขึ้นด้วย โดยจากการศึกษาขั้นตอนในกระบวนการ RMT พบว่า เน้นให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และนำมโนทัศน์นั้นมาฝึกใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีครูเป็นสื่อกลางในเรียนรู้ของนักเรียน ทำให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจ ดำเนินการและแก้ปัญหาได้ ผู้วิจัยจึงคิดว่า น่าจะช่วยสนับสนุนให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น นอกจากนี้ จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการเสริมต่อการเรียนรู้ของนักเรียน พบว่า การเสริมต่อการเรียนรู้ ช่วยให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นไปได้อย่างต่อเนื่อง โดยครูสามารถช่วยในการเรียนรู้ของนักเรียน กระตุ้นและพัฒนาการเรียนรู้ ให้นักเรียนได้มีอิสระในการทำงานได้ดีขึ้น และควบคุมการเรียนรู้ของตนเองได้ดีขึ้นอีกด้วย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

ในการดำเนินการวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่มีผลต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งเป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-Experimental Research) ผู้วิจัยมีวิธีการดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. การศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ เพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำการวิจัย ดังนี้

1. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูล งานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเกี่ยวกับแนวทางการพัฒนามโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รูปแบบการสอนโดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้

2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และหลักสูตรสถานศึกษาชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ รวมถึงศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับมาตรฐานการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่องวงกลม

3. ศึกษาเนื้อหาเรื่องวงกลม จากหนังสือเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมเล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 หนังสือคู่มือครูและหนังสืออ่านประกอบอื่นๆ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

4. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากอินเตอร์เน็ต เกี่ยวกับวิธีการวิจัย การวัดและประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักการวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ หลักการและวิธีการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-Experiment Research) ที่ประกอบด้วยกลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยรูปแบบของการทดลองมีลักษณะดังนี้

ตารางที่ 2 แบบแผนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	**การทดสอบก่อนการทดลอง**	**การทดลอง**	**การทดสอบหลังการทดลอง**
E	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	X	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
C	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	~X	- มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สัญลักษณ์ที่ใช้ในรูปแบบการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental Group)

C แทน กลุ่มควบคุม (Control Group)

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

กรอบแนวคิด

กระบวนการ RMT

(Rigorous Mathematical Thinking Process)

เป็นกระบวนการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามแนวคิดของ คินาดและโคซูลิน (Kinard และ Kozulin, 2008) ที่เน้นกระบวนการคิดและการทำงานของนักเรียนที่มีครูเป็นสื่อกลาง โดยพัฒนาสติปัญญาของนักเรียนจากการดึงความรู้พื้นฐานเพื่อเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียน เชื่อมมโนทัศน์เดิมของนักเรียนเพื่อพัฒนาไปสู่การเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ตามขั้นตอนแต่ละขั้น และการฝึกใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ที่ได้ ซึ่งกระบวนการประกอบด้วย 3 ระยะ 6 ขั้นตอน ได้แก่

<u>ระยะที่ 1</u> ระยะพัฒนาสติปัญญา

ขั้นที่ 1 ขั้นสังเกตและสะท้อนการคิด หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนสังเกตตัวแบบหรือสิ่งที่ครูนำมาให้เรียนรู้ นักเรียนแสดงความคิดบนความรู้พื้นฐานเดิมเกี่ยวกับสิ่งที่สังเกตได้

ขั้นที่ 2 ขั้นพัฒนาการคิดให้มีระดับสูงขึ้น หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนดำเนินการนำความคิดที่ได้มาสร้างกระบวนการคิดที่มีระบบให้มีระดับที่สูงขึ้นและเพียงพอต่อการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ โดยครูจะพัฒนาการคิดการเรียนรู้ของนักเรียนจากความคิดเดิมที่นักเรียนแสดงออกมา

<u>ระยะที่ 2</u> ระยะการพัฒนากระบวนการสู่เนื้อหา

ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ที่จำเป็นอย่างเป็นระบบ มีการเชื่อมมโนทัศน์เดิม มาสู่มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหา โดยในการเชื่อมความรู้ ความคิดนี้ ครูจะใช้ความรู้พื้นฐานเดิม ของนักเรียนในการถ่ายโยงความรู้

ขั้นที่ 4 ขั้นค้นพบและกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนค้นพบ สรุปข้อค้นพบที่ได้ และกำหนดแบบรูปและความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ด้วยตนเอง

ขั้นที่ 5 ขั้นการใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนเขียนมโนทัศน์ที่ได้โดยใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งขึ้นอยู่กับโครงสร้างของแต่ละมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

<u>ระยะที่ 3</u> ระยะการฝึกมโนทัศน์

ขั้นที่ 6 ขั้นการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหา หมายถึง การที่ครูให้นักเรียนฝึกนำมโนทัศน์ที่ได้นั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อให้เกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

แนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้

(Scaffolding)

แนวคิดในการช่วยเหลือหรือสนับสนุนความคิดของนักเรียน ตามแนวคิดของ Wood, Bruner และ Ross (1976) เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่ต่อยอดจากเดิม ทำให้สามารถดำเนินการหรือแก้ปัญหาที่พบได้สำเร็จ โดยครูตรวจสอบระดับความรู้พื้นฐาน ความคิดและวิธีการในการดำเนินการหรือแก้ปัญหาของนักเรียนจากการให้นักเรียนแสดงความคิดต่อสิ่งที่กำลังดำเนินการหรือแก้ปัญหาอยู่ เพื่อนำมาแก้ไขข้อผิดพลาดเดิมที่นักเรียนมีและให้นักเรียนได้ดำเนินการหรือแก้ปัญหาต่อบนความคิดเดิมที่ถูกต้อง โดยมีครูคอยให้การส่งเสริม สนับสนุนความคิดของนักเรียน กระตุ้นการคิด อธิบายสาธิตและชี้แนะ ชี้จุดสำคัญให้นักเรียนบนพื้นฐานความคิดของนักเรียนที่แสดงออกมา เพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้ที่ต่อยอดจากเดิม และดำเนินการเรียนรู้ได้อย่างต่อเนื่อง

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรของการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 10 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposing Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 10 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งเป็นโรงเรียนขนาดใหญ่ มีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ คือ มีนักเรียนที่มีความสามารถทางการเรียนในระดับสูง ปานกลาง และต่ำ อยู่ในห้องเดียวกัน โดยผู้วิจัยมีขั้นตอนในการจัดนักเรียนเข้ากลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ดังนี้

1. ผู้วิจัยนำคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ของนักเรียน มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

2. ผู้วิจัยเลือกนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยผู้วิจัยนำคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ของนักเรียนทั้ง 6 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) แล้วเลือกห้องที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2 ห้อง คือห้อง ม.3/7 และ ม.3/11 ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 18.23 และ 19.26 ตามลำดับ

3. ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้ง 2 ห้องมาทดสอบวิเคราะห์ความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F - test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้ง 2 ห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยการทดสอบที (t - test) พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานไม่แตกต่างกัน

4. ผู้วิจัยทำการสุ่มอย่างง่ายโดยการจับฉลากเพื่อกำหนดกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม.3/11 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ และนักเรียนห้อง ม.3/7 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ปกติ

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ซึ่งมีรายละเอียดและวิธีการสร้างแบบวัดแต่ละแบบ ดังต่อไปนี้

1. แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มี 2 ฉบับ คือ

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียน เรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต ความเท่ากันทุกประการ และเส้นขนาน ซึ่งเป็นเนื้อหาที่เป็นพื้นฐานในการเรียนเรื่องวงกลม และนักเรียนเคยเรียนมาแล้ว ใช้วัดมโนทัศน์ของนักเรียนก่อนทดลอง และนำคะแนนที่ได้ไปปรับแต่งความแตกต่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เมื่อทำการวิเคราะห์ผลหลังทดลอง ในกรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แตกต่างกัน

แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน เรื่องวงกลม

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทั้ง 2 ฉบับ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 30 ข้อ ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1. ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร วารสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2. ศึกษาวิธีวัดผลและประเมินผลวิชาคณิตศาสตร์ เนื้อหา และวิธีการสร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แล้ววิเคราะห์เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เรื่องวงกลม และเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับความรู้พื้นฐานเรื่องวงกลม คือเรื่องพื้นฐานทางเรขาคณิต ความเท่ากันทุกประการ และเส้นขนาน ในแต่ละหัวข้อย่อยจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3. สร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

3.1 สร้างตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Table of specification) และกำหนดจำนวนข้อของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาให้

สอดคล้องกับเนื้อหา สาระการเรียนรู้ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต ความเท่ากันทุกประการ และเส้นขนาน โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้

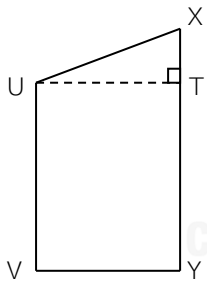
3.2 สร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบโดยสร้างแบบวัดมโนทัศน์ก่อนเรียนจำนวน 51 ข้อ (ใช้จริง 30 ข้อ) ให้สอดคล้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้กำหนดไว้ในตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนน คือ คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

3.3 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน ที่สร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษา ตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะ เพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา (Content Validity) และความเหมาะสมด้านภาษาของข้อคำถาม และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม ซึ่งมีประเด็นที่ต้องแก้ไข เช่น

3.3.1 ความถูกต้องของข้อสอบ ปรับปรุงโดย ปรับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้อง ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุง เช่น

<u>โจทย์เดิม</u>

จากรูปที่กำหนดให้ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง



ก. $\overline{UV} // \overline{XY}$ เพราะอยู่บนระนาบเดียวกัน และ $\overline{VY} \perp \overline{XY}$

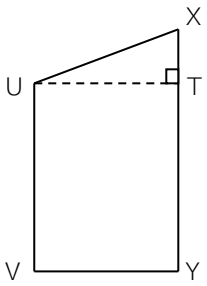
ข. $\overline{UV} // \overline{XY}$ เพราะ $\overline{VY} = \overline{UT}$

ค. $\overline{UV} // \overline{XY}$ เพราะ $\overline{UV} \neq \overline{XY}$

ง. $\overline{UV} // \overline{XY}$ เพราะ $\overline{VY} \neq \overline{UX}$

<u>โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข</u>

จากรูปที่กำหนดให้ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง



ก. $\overline{UV} // \overline{XY}$ เพราะอยู่บนระนาบเดียวกัน และ $\overline{VY} \perp \overline{XY}$

ข. $\overline{UV} // \overline{XY}$ เพราะ VY = UT

ค. $\overline{UV} // \overline{XY}$ เพราะ UV $\neq$ XY

ง. $\overline{UV} // \overline{XY}$ เพราะ VY $\neq$ UX

3.3.2 ความเหมาะสมด้านภาษา ควรใช้ภาษาในโจทย์ให้เข้าใจง่าย การใช้ตัวเลือกในโจทย์ควรเขียนให้สื่อความหมายชัดเจน และเรียงลำดับตัวเลือกจากสั้นไปหายาว การขีดเส้นใต้เน้นคำในโจทย์ ตัวอย่างโจทย์ที่ได้รับการปรับปรุง เช่น

<u>โจทย์เดิม</u>

ข้อใดต่อไปนี้กล่าวไม่ถูกต้อง

ก. มุมตรง คือมุมที่มีขนาดสองมุมฉาก

ข. มุมป้าน คือมุมที่ประกอบด้วยหนึ่งมุมฉากและมุมแหลมเท่านั้น

ค. มุมกลับ คือมุมที่ประกอบด้วยหนึ่งมุมฉากและมุมป้านเท่านั้น

ง. มุมรอบจุด คือมุมที่มีขนาดสี่มุมฉาก

<u>โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข</u>

ข้อใดต่อไปนี้กล่าว<u>ไม่</u>ถูกต้อง

ก. มุมรอบจุด คือมุมที่มีขนาดสี่มุมฉาก

ข. มุมตรง คือมุมที่ประกอบด้วยมุมป้านสองมุม

ค. มุมกลับ คือมุมที่ประกอบด้วยหนึ่งมุมฉากและมุมป้าน

ง. มุมป้าน คือมุมที่ประกอบด้วยหนึ่งมุมฉากและมุมแหลม

<u>โจทย์เดิม</u>

ขนาดของมุมในข้อใด ถูกต้อง

ก. มุมแหลม < มุมฉาก < มุมป้าน < มุมตรง < มุมกลับ < มุมรอบจุด

ข. มุมฉาก < มุมแหลม < มุมป้าน < มุมตรง < มุมกลับ < มุมรอบจุด

ค. มุมแหลม < มุมป้าน < มุมฉาก < มุมตรง < มุมกลับ < มุมรอบจุด

ง. มุมฉาก < มุมแหลม < มุมป้าน < มุมกลับ < มุมตรง < มุมรอบจุด

<u>โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข</u>

ข้อใดต่อไปนี้เรียงลำดับขนาดของมุมจากน้อยไปหามากได้ถูกต้อง

ก. มุมแหลม, มุมฉาก, มุมป้าน, มุมตรง, มุมกลับ, มุมรอบจุด

ข. มุมฉาก, มุมแหลม, มุมป้าน, มุมตรง, มุมกลับ, มุมรอบจุด

ค. มุมแหลม, มุมป้าน, มุมฉาก, มุมตรง, มุมกลับ, มุมรอบจุด

ง. มุมฉาก, มุมแหลม, มุมป้าน, มุมกลับ, มุมตรง, มุมรอบจุด

3.4 ผู้วิจัยนำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนศรัทธาสมุทร สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 10 (สมุทรสงคราม) จำนวน 42 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด

3.5 จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Kuder Richards on Formula – 20: KR - 20) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ค่าความยาก (ρ) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.71
ค่าความยาก	0.24-0.57
ค่าอำนาจจำแนก	0.23-0.62

โดยมีข้อสอบที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 30 ข้อ

3.6 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 30 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.72
ค่าความยาก	0.24-0.71
ค่าอำนาจจำแนก	0.23-0.54

ผู้วิจัยเลือกข้อสอบ 30 ข้อที่ผ่านเกณฑ์ ซึ่งการนำแบบวัดมาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่งโดยไม่ทดลองใช้รอบที่ 2 อาจทำให้คุณภาพของข้อสอบแตกต่างออกไป เนื่องจากจำนวนของข้อสอบไม่เท่ากัน ในขณะที่เวลาในการทำข้อสอบเท่ากัน

3.7 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม ซึ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4. สร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

4.1 สร้างตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Table of specification) และกำหนดจำนวนข้อของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับเนื้อหา สาระการเรียนรู้ และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องวงกลม โดยพิจารณาให้สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้

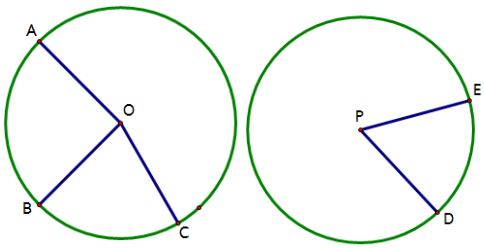
4.2 สร้างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบโดยสร้างแบบวัดมโนทัศน์ก่อนเรียนจำนวน 46 ข้อ (ใช้จริง 30 ข้อ) ให้สอดคล้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้กำหนดไว้ในตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยมีเกณฑ์การตรวจให้คะแนน คือ คำตอบที่ถูกต้องให้ข้อละ 1 คะแนน และคำตอบที่ไม่ถูกต้องหรือไม่ตอบให้ข้อละ 0 คะแนน

4.3 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน ที่สร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษา ตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะ เพื่อปรับปรุงแก้ไข แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่านตรวจสอบความตรงของเนื้อหา (Content Validity) และความเหมาะสมด้านภาษาของข้อคำถาม และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม ซึ่งมีประเด็นที่ต้องแก้ไข ดังนี้

4.3.1 ความถูกต้องของข้อสอบ ปรับการใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้อง และเขียนสัญลักษณ์ให้ชัดเจน

<u>โจทย์เดิม</u>

ถ้าวงกลมทั้งสองที่กำหนดให้ มีขนาดเท่ากัน ข้อใดกล่าวถูกต้อง



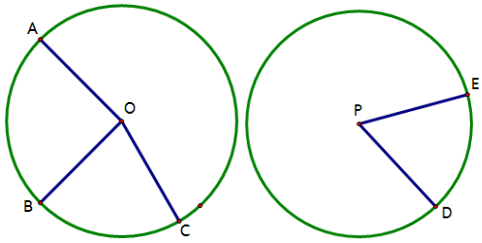
1.) ถ้า $A\hat{O}B = B\hat{O}C$ แล้ว AB = BC

2.) ถ้า $A\hat{O}B = D\hat{P}E$ แล้ว AB = DE

ก. 1) ถูกต้อง ข. 2) ถูกต้อง ค. ถูกทั้งสองข้อ ง. ผิดทั้งสองข้อ

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

ถ้าวงกลมทั้งสองที่กำหนดให้ มีขนาดเท่ากัน ข้อใดกล่าวถูกต้อง

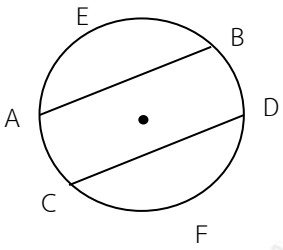


1) ถ้า $A\hat{O}B = B\hat{O}C$ แล้ว $AB = BC$

2) ถ้า $A\hat{O}B = D\hat{P}E$ แล้ว $AB = DE$

โจทย์เดิม

ข้อใดไม่ถูกต้อง เมื่อ $\overline{AB} = \overline{CD}$



ก. $m(AB) = m(CD)$

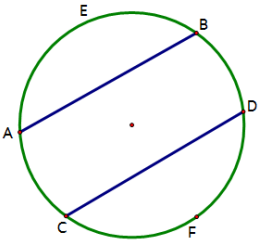
ข. $m(AC) = m(BD)$

ค. $m(AFB) = m(CED)$

ง. $m(AEB) = m(CFD)$

โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

ข้อใดไม่ถูกต้อง เมื่อ AB = CD



ก. $m(AB) = m(CD)$

ข. $m(AC) = m(BD)$

ค. $m(AFB) = m(CED)$

ง. $m(AEB) = m(CFD)$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4.3.2 ความเหมาะสมด้านภาษา ปรับแก้โจทย์โดยปรับโจทย์ให้ชัดเจน และเข้าใจง่ายขึ้น

<u>โจทย์เดิม</u>

ข้อใดถูกต้องเกี่ยวกับลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม

ก. เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม ต้องเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

ข. มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมต้องรวมกันได้ 180°

ค. รูปสี่เหลี่ยมต้องมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก

ง. ด้านของรูปสี่เหลี่ยม ต้องเป็นคอร์ดของวงกลมที่มีความยาวเท่ากันหนึ่งคู่

<u>โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข</u>

ข้อใดถูกต้องที่สุดเกี่ยวกับลักษณะของรูปสี่เหลี่ยมที่แนบในวงกลม

ก. รูปสี่เหลี่ยมต้องมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉาก

ข. มุมตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมต้องรวมกันได้ 180°

ค. เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม ต้องเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม

ง. ด้านของรูปสี่เหลี่ยม ต้องเป็นคอร์ดของวงกลมที่มีความยาวเท่ากันหนึ่งคู่

4.4 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนศรัทธาสมุทร สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 10 (สมุทรสงคราม) จำนวน 38 คน ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด

4.5 จากนั้นนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้สูตรของคูเดอร์ – ริชาร์ดสัน (Kuder Richards on Formula – 20: KR - 20) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ค่าความยาก (ρ) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.76
ค่าความยาก	0.24-0.66
ค่าอำนาจจำแนก	0.21-0.47

โดยมีข้อสอบที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 30 ข้อ

4.6 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 30 ข้อ มาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่ง ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.82
ค่าความยาก	0.24-0.66
ค่าอำนาจจำแนก	0.21-0.58

ผู้วิจัยเลือกข้อสอบ 30 ข้อที่ผ่านเกณฑ์ ซึ่งการนำแบบวัดมาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่งโดยไม่ทดลองใช้รอบที่ 2 อาจทำให้คุณภาพของข้อสอบแตกต่างออกไป เนื่องจากจำนวนของข้อสอบไม่เท่ากัน ในขณะที่เวลาในการทำข้อสอบเท่ากัน

4.7 นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม ซึ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

2. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 2 ฉบับ คือ

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียน เรื่อง พื้นฐานทางเรขาคณิต ความเท่ากันทุกประการ และเส้นขนาน ซึ่งเป็นเนื้อหาที่เป็นพื้นฐานในการเรียนเรื่องวงกลม และนักเรียนเคยเรียนมาแล้ว

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียน เรื่องวงกลม

ผู้วิจัยดำเนินการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างดังนี้

1. ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร วารสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อกำหนดกรอบแนวคิดและรูปแบบที่เหมาะสมในการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. ศึกษาเนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จากหนังสือเรียนและคู่มือครูสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม เรื่องวงกลม

3. สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

3.1 กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน โดยแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา (Polya, 1973) ซึ่งมี 3 องค์ประกอบ ได้แก่ วิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่กำหนดไว้ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ และกำหนดน้ำหนักคะแนนในแต่ละองค์ประกอบ โดยส่วนของความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา ให้ 3 คะแนน ส่วนของความสามารถในการกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่กำหนดไว้ ให้ 6 คะแนน และส่วนของความสามารถของนักเรียนในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ให้ 3 คะแนน

3.2 สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ เป็นข้อสอบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ เพื่อใช้จริงจำนวน 5 ข้อ โดยกำหนดสถานการณ์ปัญหาที่มีคำถามย่อย 8 ข้อ ซึ่งถามตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

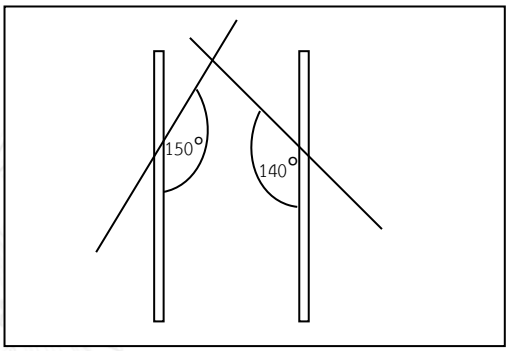
3.3 สร้างเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และปรับเพื่อความชัดเจนในการประเมินตรวจให้คะแนน เกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 12 คะแนน ดังตารางที่ 2

3.4 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างขึ้น ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความเหมาะสมและให้ข้อเสนอแนะ เพื่อปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่แก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา (Content Validity) ความถูกต้องของข้อสอบ และความเหมาะสมด้านภาษาของข้อคำถาม ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิให้ข้อเสนอแนะโดยมีประเด็นที่ต้องแก้ไขดังนี้

3.4.1 ความเหมาะสมในด้านภาษา ปรับแก้โจทย์โดยปรับโจทย์ให้ชัดเจนและเข้าใจง่ายขึ้น

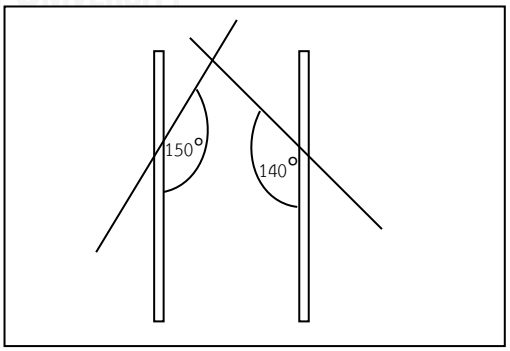
โจทย์เดิม

ในช่วงฤดูฝน รางรถไฟแห่งหนึ่ง จะมีลมพัดแรงทำให้กิ่งไม้ยาวตรง 2 กิ่งตกลงมาทับกันที่จุดหนึ่งซึ่งอยู่ระหว่างรางรถไฟ และกิ่งไม้แต่ละกิ่งพาด ทำมุมป้านกับรางรถไฟแต่ละด้าน 140 องศา และ 150 องศา ดังรูป จงหาว่า กิ่งไม้ทั้งสองกิ่งนี้วางทำมุมกันกี่องศา



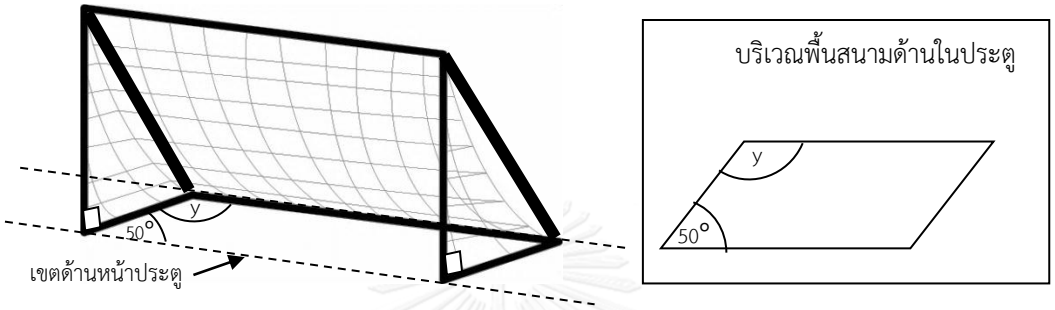
โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

ในช่วงฤดูฝน รางรถไฟแห่งหนึ่ง จะมีลมพัดแรงทำให้กิ่งไม้ยาวตรง 2 กิ่งตกลงมาทับกันที่จุดหนึ่งซึ่งอยู่ระหว่างรางรถไฟ และกิ่งไม้แต่ละกิ่งพาดทำมุมป้านกับรางรถไฟแต่ละด้านกาง 140 องศา และ 150 องศา ดังรูป จงหาว่า มุมที่อยู่ระหว่างมุมป้านขนาด 140 องศา และ 150 องศา มีขนาดกี่องศา



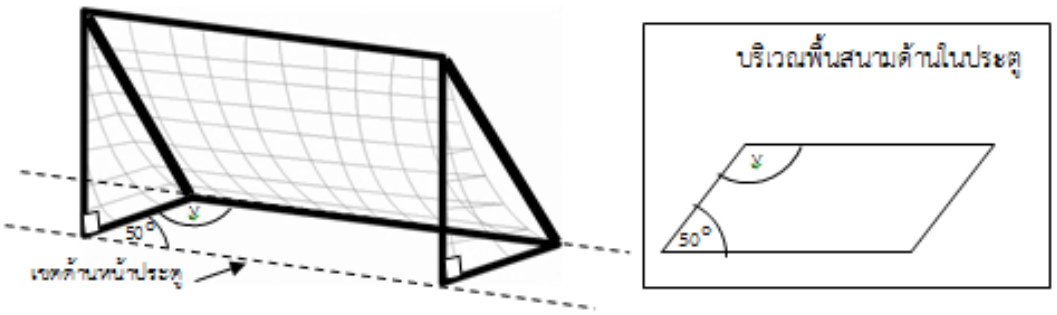
โจทย์เดิม

ประตูฟุตบอลประตูหนึ่งมีโครงด้านข้างเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมยอดเสาด้านข้างประตูทำมุม 35 องศาเท่ากันและมีความสูงของเสาด้านข้างเท่ากันทั้งสองด้าน ถ้าโครงประตูด้านข้างตั้งอยู่ระยะห่างเท่ากัน และที่พื้นสนามมีขนาดของมุมระหว่างเขตด้านหน้าประตูและโครงเสาด้านในทำมุมกัน 50 องศา จงหาขนาดของมุม y



โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข

นักสเก็ตภาพคนหนึ่ง สเก็ตภาพประตูฟุตบอลลงในกระดาษ โดยประตูฟุตบอลนี้มีโครงประตูด้านข้างเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มีมุมยอดเสาด้านข้างประตูทำมุม 35 องศาเท่ากันและมีความสูงของเสาด้านข้างเท่ากันทั้งสองด้าน ถ้าโครงประตูด้านข้างตั้งอยู่ระยะห่างเท่ากัน และที่พื้นสนามมีขนาดของมุมระหว่างเขตด้านหน้าประตูและโครงเสาด้านในทำมุมกัน 50 องศา จงหาขนาดของมุม y



3.5 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้ว มาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ แล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 10 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างคือโรงเรียนศรัทธาสมุทร ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง จำนวน 44 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด

3.6 นำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ค่าความยาก (ρ) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.61
ค่าความยาก	0.32-0.48
ค่าอำนาจจำแนก	0.24-0.48

3.7 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 5 ข้อ มาไปวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้ง ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.77
ค่าความยาก	0.30-0.49
ค่าอำนาจจำแนก	0.27-0.53

ผู้วิจัยเลือกข้อสอบ 5 ข้อที่ผ่านเกณฑ์ ซึ่งการนำแบบวัดมาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่งโดยไม่ทดลองใช้รอบที่ 2 อาจทำให้คุณภาพของข้อสอบแตกต่างออกไป เนื่องจากจำนวนของข้อสอบไม่เท่ากัน ในขณะที่เวลาในการทำข้อสอบเท่ากัน

3.8 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม ซึ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

4. นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนมาตรวจให้คะแนน โดยใช้เกณฑ์ตารางที่ 2

5. สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน

5.1 กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน โดยแสดงความสามารถในการแก้ปัญหาตามกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของโพลยา (Polya, 1973) ซึ่งมี 3 องค์ประกอบ ได้แก่ วิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่กำหนดไว้ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ และกำหนดน้ำหนักคะแนนในแต่ละองค์ประกอบ โดยส่วนของความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา ให้ 3 คะแนน ส่วนของ

ความสามารถในการกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่กำหนดไว้ ให้ 6 คะแนน และส่วนของความสามารถของนักเรียนในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ให้ 3 คะแนน

5.2 สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เป็นข้อสอบอัตนัยจำนวน 8 ข้อ เพื่อใช้จริงจำนวน 5 ข้อ โดยกำหนดสถานการณ์ปัญหาที่มีคำถามย่อย 8 ข้อ ซึ่งถามตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ส่วนที่ 1 มี 3 ข้อย่อย ส่วนที่ 2 มี 3 ข้อย่อยและส่วนที่ 3 มี 2 ข้อย่อย

5.3 สร้างเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และปรับเพื่อความชัดเจนในการประเมินตรวจให้คะแนน เกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อมีคะแนนเต็ม 12 คะแนน ดังตารางที่ 2

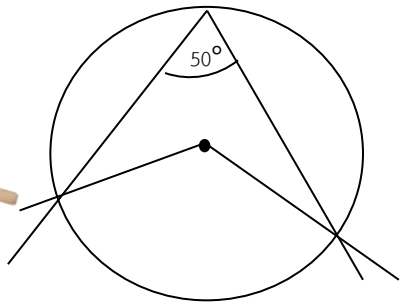
5.4 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนและเกณฑ์การให้คะแนนที่สร้างขึ้น ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความเหมาะสมและให้ข้อเสนอแนะ เพื่อปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนที่แก้ไขแล้วไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงของเนื้อหา (Content Validity) ความถูกต้องของข้อสอบ และความเหมาะสมด้านภาษาของข้อคำถาม ซึ่งผู้ทรงคุณวุฒิให้ข้อเสนอแนะโดยมีประเด็นที่ต้องแก้ไขดังนี้

5.4.1 ความเหมาะสมด้านภาษา ปรับแก้โจทย์โดยปรับรายละเอียดของโจทย์ และระบุจุดให้ชัดเจน และเข้าใจง่ายขึ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

<u>โจทย์เดิม</u>

แมนเห็นการเตรียมกลองเพื่อโชว์ดนตรีในงานหนึ่ง โดยมีไม้กลอง 4 อัน วางอยู่บนกลองทรงกระบอก ไม้กองคู่หนึ่งวางทับกันบนขอบกลองทำมุมกัน 50 ° และไม้กลองอีกคู่หนึ่งวางทับกันบนจุดศูนย์กลางบนหน้ากลอง ซึ่งไม้กลองแต่ละคู่ทับกับบนขอบกลองจุดเดียวกันด้วย ดังรูป ถ้าขนาดของมุมระหว่างไม้กลองแต่ละคู่ที่ขอบกลองมีขนาดเท่ากัน แต่ละมุมจะมีขนาดกี่องศา



<u>โจทย์ที่ได้รับการแก้ไข</u>

แมนเห็นการเตรียมกลองเพื่อโชว์ดนตรีในงานหนึ่ง โดยมีไม้กลอง 4 อัน วางอยู่บนกลองทรงกระบอก ไม้กองคู่หนึ่งวางทับกันบนขอบกลองที่จุด B ทำมุมกัน 50 $^{\circ}$ และไม้กลองอีกคู่หนึ่งวางทับกันบนจุดศูนย์กลางบนหน้ากลองที่จุด O ซึ่งไม้กลองแต่ละคู่ทับกับบนขอบกลองจุดเดียวกันด้วย ดังรูป ถ้าขนาดของมุมระหว่างไม้กลองแต่ละคู่ที่ขอบกลองมีขนาดเท่ากัน แต่ละมุมจะมีขนาดกี่องศา

5.5 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่ผ่านการพิจารณาจากผู้ทรงคุณวุฒิแล้วมาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำ แล้วนำไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 (Try out) กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 10 ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างคือโรงเรียนศรัทธาสมุทร จำนวน 34 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

5.6 นำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความเที่ยง (Reliability) ของแบบทดสอบโดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach) โดยมีเกณฑ์ความเที่ยงตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ค่าความยาก (ρ) อยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.70
ค่าความยาก	0.32-0.40
ค่าอำนาจจำแนก	0.26-0.36

5.7 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด จำนวน 5 ข้อ มาไปวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้ง ซึ่งผลการวิเคราะห์เป็นดังนี้

ค่าความเที่ยง	0.60
ค่าความยาก	0.30-0.43
ค่าอำนาจจำแนก	0.27-0.41

ผู้วิจัยเลือกข้อสอบ 30 ข้อที่ผ่านเกณฑ์ ซึ่งการนำแบบวัดมาวิเคราะห์คุณภาพอีกครั้งหนึ่งโดยไม่ทดลองใช้รอบที่ 2 อาจทำให้คุณภาพของข้อสอบแตกต่างออกไป เนื่องจากจำนวนของข้อสอบไม่เท่ากัน ในขณะที่เวลาในการทำข้อสอบเท่ากัน

3.8 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน ไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม ซึ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

4. นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนมาตรวจให้คะแนน โดยใช้เกณฑ์ตารางที่ 2

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความสามารถในการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา	**คะแนน**
- เขียนอธิบายสิ่งที่โจทย์กำหนด ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ และพิจารณาความเพียงพอของข้อมูลได้ถูกต้องทั้ง 3 ส่วน	3
- เขียนอธิบายสิ่งที่โจทย์กำหนด ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ และพิจารณาความเพียงพอของข้อมูลได้ถูกต้อง 2 ใน 3 ส่วน	2
- เขียนอธิบายสิ่งที่โจทย์กำหนด ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ และพิจารณาความเพียงพอของข้อมูลได้ถูกต้อง 1 ใน 3 ส่วน	1
- เขียนอธิบายสื่อความหมายสิ่งที่โจทย์กำหนด ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ และพิจารณาความเพียงพอของข้อมูลไม่ถูกต้องทั้ง 3 ส่วน หรือไม่เขียนเลย	0
2. ความสามารถในการกำหนดแนวทางในการแก้ไขปัญหาและการดำเนินการตามแนวทางที่กำหนดไว้	**คะแนน**
2.1 ความสามารถในการกำหนดแนวทางในการแก้ไขปัญหา	
- เขียนตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้สอดคล้องกับโจทย์ และเขียนอธิบายแนวทางในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องเป็นลำดับขั้นตอนเห็นแนวทางที่นำไปสู่คำตอบ	3
- เขียนตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไม่สอดคล้องกับโจทย์ แต่เขียนอธิบายแนวทางในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่เป็นลำดับขั้นตอนให้เห็นถึงการนำไปสู่คำตอบ	2
- เขียนตัวแทนทางคณิตศาสตร์ได้สอดคล้องกับโจทย์ แต่เขียนอธิบายแนวทางในการแก้ปัญหาไม่เป็นลำดับขั้นตอน หรือไม่เห็นแนวทางที่นำไปสู่คำตอบ	1
- เขียนตัวแทนทางคณิตศาสตร์ไม่สอดคล้องกับโจทย์ และเขียนอธิบายแนวทางในการแก้ปัญหาไม่เป็นลำดับขั้นตอนและไม่เห็นแนวทางที่นำไปสู่คำตอบ หรือไม่เขียนเลย	0
2.2 ความสามารถในการดำเนินการตามแนวทางที่กำหนดไว้	
- ดำเนินการแก้ปัญหา และสรุปคำตอบได้ถูกต้อง	3
- ดำเนินการแก้ปัญหาได้เห็นแนวทางไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง	2
- ดำเนินการแก้ปัญหาแต่ยังไม่เห็นแนวทางไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่สรุปคำตอบถูกต้อง	1
- แสดงวิธีการแก้ปัญหาที่ไม่เกี่ยวข้องและสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงวิธีการในการดำเนินการแก้ปัญหาเลย	0

ตารางที่ 3 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ต่อ)

3. ความสามารถในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลและความถูกต้องของคำตอบ	**คะแนน**
- พิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบพร้อมให้เหตุผล และแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง	3
- พิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบแต่เหตุผลไม่สอดคล้องกับโจทย์ แต่แสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง	2
- พิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบพร้อมให้เหตุผลได้สอดคล้องกับโจทย์ แต่แสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่เห็นแนวทางของวิธีการในการตรวจสอบคำตอบ	1
- เหตุผลที่ใช้พิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบไม่สอดคล้องกับโจทย์ และแสดงวิธีการตรวจสอบคำตอบไม่เห็นแนวทางของวิธีการหรือแสดงการตรวจสอบไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนอะไรเลยทั้ง 2 ส่วน	0

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ซึ่งครอบคลุมสาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมเรื่องวงกลม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 12 ชั่วโมง ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้น มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. ศึกษาแนวคิด ทฤษฎีและผลการวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนโดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ จากวารสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT ตามแนวคิดของคินาดและโคซูลิน (Kinard and Kozulin, 2008: 122-125) และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ตามแนวคิดของวู้ด บรูเนอร์และโรส (Wood, Bruner and Ross, 1976) แทรกในบางขั้นตอนของการจัดกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนพัฒนาการการคิดและดำเนินการได้อย่างเป็นระบบและต่อเนื่องมากขึ้น

2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ

3. ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล แบ่งเนื้อหาและเวลาที่ดำเนินการสอน โดยปรับจากหนังสือคู่มือครู หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อความเหมาะสมกับหลักสูตรสถานศึกษา

4. วิเคราะห์จุดประสงค์เชิงพฤติกรรมสำหรับเนื้อหาที่จะใช้ในการทดลอง เรื่องวงกลม

5. เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครอบคลุมเนื้อหาเรื่องวงกลม จำนวน 6 แผน 12 ชั่วโมง ให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง โดยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละแผนประกอบด้วย หัวข้อเรื่อง สาระการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ ซึ่งกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลอง แบ่งเป็น 3 ระยะ 6 ขั้นตอน คือ ระยะที่ 1 ระยะพัฒนาสติปัญญา ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน คือ ขั้นสังเกตและสะท้อนการคิด และขั้นพัฒนาการคิดให้มีระดับสูงขึ้น ระยะที่ 2 ระยะการพัฒนากระบวนการสู่เนื้อหา ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นการสร้างมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ขั้นค้นพบและกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และขั้นการใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และระยะที่ 3 ระยะการฝึกมโนทัศน์ ประกอบด้วยขั้นการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหา และกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่ม

ควบคุม จำนวน 12 แผน 12 ชั่วโมง แบ่งเป็น 3 ขั้นตอน คือ ขั้นเตรียมความพร้อม ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และขั้นสรุปและสะท้อนความคิด

6. นำแผนการสอนจำนวน 6 แผน 12 ชั่วโมง ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข

7. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่างโดยกลุ่มทดลองใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ ส่วนกลุ่มควบคุมใช้แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ซึ่งมีเนื้อหาครอบคลุมมโนทัศน์เรื่องวงกลม และแต่ละแผนสอนมโนทัศน์เรื่องเดียวกัน รวมทั้งสิ้น 12 ชั่วโมง ดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 3 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จำแนกเนื้อหา มโนทัศน์ และจำนวนคาบสอน เรื่อง วงกลม

เนื้อหา	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	จำนวนคาบ
วงกลม	1	- ส่วนประกอบของวงกลม มีดังนี้ - วงกลมเป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบที่ประกอบด้วยจุดทุกจุดที่อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะห่างเท่ากัน เรียกจุดคงที่นี้ว่าจุดศูนย์กลางของวงกลม และเรียกระยะที่เท่ากันนี้ว่า รัศมีของวงกลม - คอร์ด คือส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน - เส้นตัดวงกลม คือเส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด - เส้นสัมผัสวงกลม คือเส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น และเรียกจุดตัดนั้นว่าจุดสัมผัส	1
	2	- มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดมุมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม - มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม - มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง	1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 3 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จำแนกเนื้อหา มโนทัศน์ และจำนวนคาบ เรื่องวงกลม (ต่อ)

เนื้อหา	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	จำนวนคาบ
มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม	3	**มุมในครึ่งวงกลม** - มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศาหรือหนึ่งมุมฉาก **มุมที่จุดศูนย์กลาง** - ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลาง จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน **มุมในส่วนโค้งของวงกลม** - ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน	1
	4	**มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม** - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน	1
	5	**มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม (ต่อ)** - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน	1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 3 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จำแนกเนื้อหา มโนทัศน์ และจำนวนคาบ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

เนื้อหา	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	จำนวนคาบ
มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม (ต่อ)	5	**มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม (ต่อ)** - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน	
คอร์ด	6	**คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม** - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน	1
	7	**คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม** - ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตัดคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่าศูนย์กลางจะมีสมบัติดังนี้ 1. ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด 2. ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด - เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลมจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น	1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 3 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จำแนกเนื้อหา มโนทัศน์ และจำนวนคาบ เรื่อง วงกลม (ต่อ)

เนื้อหา	แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	มโนทัศน์	จำนวนคาบ
คอร์ด (ต่อ)	8	**รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม** - ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใดๆมีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นแนบในวงกลมได้	1
	9	**คอร์ดที่ยาวเท่ากัน** - ในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน - ในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน	1
เส้นสัมผัส	10	**เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี** - เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส - เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลม จะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น	1
	11	**เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี (ต่อ)** - ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดๆหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกันจะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น	1
	12	**เส้นสัมผัสและคอร์ด** - มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น	1
รวม			**12**

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สำหรับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลอง และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยได้แสดงการเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 4 กรอบแนวคิดของขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้)	**กลุ่มควบคุม (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
ระยะที่ 1 ระยะพัฒนาสติปัญญา ครูวิเคราะห์โครงสร้างของมโนทัศน์หรือความคิดหลักของเนื้อหาและกำหนดเป็นกิจกรรม ใบงานหรือสื่อต่างๆ เพื่อนำมาเตรียมความพร้อมเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานให้กับนักเรียน ดูความเพียงพอของความรู้ที่จะนำไปสู่การเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ โดยครูตรวจสอบความรู้พื้นฐานเดิมของนักเรียน แล้วชี้จุดสำคัญให้นักเรียนเห็นข้อผิดพลาดและต่อยอดความคิดให้มีระดับสูงขึ้นเพิ่มเติมจากความรู้เดิมของนักเรียนให้เพียงพอต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ **ขั้นที่ 1 ขั้นสังเกตและสะท้อนการคิด** ครูตรวจสอบความรู้พื้นฐาน ความคิดและวิธีการของนักเรียน จากการกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตใบงาน หรือสื่อต่างๆ ที่ครูนำมาเป็นตัวแบบในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และให้นักเรียนแสดงความคิดเกี่ยวกับสิ่งที่สังเกตได้ออกมา เพื่อให้ครูได้รู้พื้นฐานความรู้ ความคิดและวิธีการดำเนินการของนักเรียนแต่ละคน ดังนี้ - ครูกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตใบงาน หรือสื่อที่ครูนำมาให้เรียนรู้ - ครูให้นักเรียนแสดงความคิดจากสิ่งที่สังเกตได้บนพื้นฐานความรู้เดิมของนักเรียน - ครูกระตุ้นให้นักเรียนทบทวนความรู้เดิมที่เคยเรียนมาและให้นักเรียนช่วยกันแสดงความรู้และข้อมูลที่มีอยู่	**ขั้นเตรียมความพร้อม** ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ต่างๆ การสนทนากับนักเรียนเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานก่อนการเริ่มเรียนในเนื้อหาใหม่ และทบทวนบทเรียนในเนื้อหาที่นักเรียนเคยเรียนมาที่เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาใหม่ เพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจและพร้อมที่จะเรียนรู้ ดังนี้ - ครูสนทนา พูดคุยกับนักเรียนเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมต่างๆรอบตัวที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาที่จะเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนสามารถรับรู้เกี่ยวกับแนวคิดด้วยสามัญสำนึก - ครูจัดกิจกรรมที่หลากหลายให้นักเรียนได้พบเจอ โดยอาจใช้สื่อการสอน หรือมีการจัดกิจกรรมกลุ่มที่มีความเกี่ยวข้องกับความรู้ในเนื้อหาเดิมเพื่อจะส่งต่อไปสู่เนื้อหาใหม่ได้ - ครูใช้คำถามให้นักเรียนได้แสดงความคิด บอกวิธีการคิด เพื่อตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียน

ตารางที่ 4 กรอบแนวคิดของขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้)	**กลุ่มควบคุม (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
- ครูตรวจสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียน โดยสังเกตความรู้ ความคิดและวิธีการของนักเรียนที่แสดงออกมา และตรวจสอบความครบถ้วนและความเพียงพอของข้อมูลที่นักเรียนมีต่อการพัฒนาการคิดและเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ **ขั้นที่ 2 ขั้นพัฒนาการคิดให้มีระดับสูงขึ้น** ครูแก้ไขความคิด วิธีการของนักเรียนที่ยังไม่ถูกต้อง และต่อยอดความคิดของนักเรียนที่ถูกต้องแล้ว จากการนำใบงานที่มีการจัดมโนทัศน์มาให้นักเรียนดำเนินการตามกระบวนการพัฒนาการคิด เพื่อให้นักเรียนได้เข้าใจในมโนทัศน์แต่ละส่วน และเกิดการเรียนรู้ พัฒนาการคิดในมโนทัศน์เดิมอย่างเป็นระบบ โดยอาจทำเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม ดังนี้ - ครูให้นักเรียนตอบคำถามหรือแสดงความคิดเห็นในใบงานโดยใช้มโนทัศน์เดิมที่นักเรียนมีอยู่ - ครูชี้จุดสำคัญให้นักเรียนเห็นข้อผิดพลาดของการคิดเมื่อความคิดนั้นยังไม่ถูกต้อง และแก้ไขข้อผิดพลาดนั้น - ครูสังเกตการคิดของนักเรียน จากการแสดงความคิดในใบงานแล้วสนับสนุนความคิดที่ถูกต้องของนักเรียนและต่อยอดความคิดนั้น โดยเชื่อมไปสู่มโนทัศน์พื้นฐานย่อยที่เกี่ยวข้องเพิ่มเติม - ครูอธิบายนักเรียนเพิ่มเติม เมื่อพบว่านักเรียนยังมีมโนทัศน์ไม่ครบถ้วน ไม่เพียงพอ หรือไม่ถูกต้องต่อการพัฒนาการคิดและเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ - ครูพัฒนาความคิดของนักเรียน โดยยกตัวอย่างทั้งตัวอย่างที่มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและตัวอย่างที่ไม่ถูกต้อง	- ครูสังเกตการตอบคำถามของนักเรียนและดูความเพียงพอของข้อมูลในเนื้อหาเดิมที่นักเรียนเคยเรียนมาแล้วต่อการนำไปสู่การเรียนรู้ในเนื้อหาใหม่ - ครูต้องทบทวนเนื้อหา ความรู้พื้นฐานเดิมให้นักเรียนก่อนที่จะเริ่มเนื้อหาใหม่เมื่อพบว่านักเรียนขาดความรู้พื้นฐาน เดิมที่สำคัญ หรือมีความรู้พื้นฐานไม่ครบถ้วนเพียงพอ - ครูให้ใบงานที่เกี่ยวข้องกับความรู้พื้นฐานเดิมที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ในเนื้อหาใหม่เพื่อเป็นการทบทวนความรู้ - ครูให้นักเรียนช่วยกันสรุปความรู้เดิมที่จำเป็นต่อการเรียนรู้ทั้งหมด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 4 กรอบแนวคิดของขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้)	**กลุ่มควบคุม (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
ระยะที่ 2 ระยะการพัฒนากระบวนการสู่เนื้อหา ครูวิเคราะห์โครงสร้างของมโนทัศน์ใหม่ในเนื้อหาแล้วจัดเรียงลำดับมโนทัศน์ตามความซับซ้อนในเนื้อหา โดยเรียงจากมโนทัศน์ที่มีความซับซ้อนน้อยที่สุดไปยังมโนทัศน์ที่มีความซับซ้อนมากที่สุด เพื่อเตรียมเอกสาร สื่อและใบงานให้เหมาะกับนักเรียนและให้นักเรียนได้พัฒนาการคิดสู่เนื้อหาได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอน โดยระยะนี้เป็นระยะของการคิดและการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อให้เกิดการเชื่อมมโนทัศน์เดิมมาสู่มโนทัศน์ใหม่ และพัฒนามโนทัศน์ใหม่ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยครูเชื่อมมโนทัศน์เดิมของนักเรียน ชี้ให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ย่อยเพื่อนำไปสู่การค้นพบ ข้อสรุปและการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และสาธิตการเขียนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองได้ **ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์** ครูนำใบงานมาให้นักเรียนตอบคำถามตามโครงสร้างของใบงาน ครูสังเกตการตอบคำถามของนักเรียนเพื่อตรวจสอบความคิดและวิธีการเดิมของนักเรียน และเมื่อนักเรียนไม่สามารถตอบคำถามหรือทำใบงานได้ ครูจะช่วยเชื่อมมโนทัศน์เดิมของนักเรียนมาสู่มโนทัศน์พื้นฐานในเนื้อหา โดยชี้ให้นักเรียนเห็นจุดสำคัญของการคิด เห็นความสัมพันธ์ของมโนทัศน์และทำให้นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ใหม่ได้ ดังนี้ - ครูให้นักเรียนทำใบงานโดยตอบคำถามด้วยตนเอง	**ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้** ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ความคล้าย โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ของการเรียน ให้นักเรียนได้เข้าใจทฤษฎี บท กฎ สูตร นิยามต่างๆ รวมถึงการมีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ด้วย โดยผู้วิจัยเขียนรายละเอียดขั้นตอน ดังนี้ - ครูให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ในเนื้อหาคณิตศาสตร์โดยใช้แนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่หลากหลาย ใช้กิจกรรม ใบงาน หรือสื่อต่างๆประกอบในกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนมีประสบการณ์ในการเรียนรู้ที่มากขึ้น และได้เข้าใจในมโนทัศน์ของเนื้อหาที่เรียนเพิ่มขึ้น

ตารางที่ 4 กรอบแนวคิดของขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้)	**กลุ่มควบคุม (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
- ครูชี้แนะให้นักเรียนได้เชื่อมมโนทัศน์เดิมมาสู่มโนทัศน์ใหม่ตามความคิดของนักเรียนโดยใช้ความรู้เดิม เพื่อให้นักเรียนได้ตอบคำถามตามความเข้าใจของตนเอง - ครูช่วยชี้จุดสำคัญให้นักเรียนได้มองเห็นความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ย่อยในแต่ละส่วน เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้และเชื่อมความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ได้ - ครูสังเกตการตอบคำถามในใบงานของนักเรียน ว่าการตอบคำถามด้วยภาษาของนักเรียนมีความใกล้เคียงกับมโนทัศน์ที่เรียนอยู่หรือไม่ และค่อยๆทำการเชื่อมหรือชี้แนะการเขียนตอบคำถามบนพื้นฐานความคิดของนักเรียนให้สอดคล้องกับมโนทัศน์ในเนื้อหา - ครูเลือกตัวแทนของนักเรียนที่มีการใช้ภาษาในการแสดงความคิดหรือตอบคำถามที่แตกต่างกันมาแสดงความคิด และให้เพื่อนช่วยอภิปรายเพื่อแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับคำตอบนั้น **ขั้นที่ 4 ขั้นค้นพบและกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์** ครูช่วยให้นักเรียนได้ค้นพบและกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยครูจะช่วยชี้จุดข้อมูลที่จะทำให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ของแต่ละมโนทัศน์และเชื่อมความรู้ เพื่อนำไปสู่การค้นพบ ระบุ และสรุปข้อค้นพบของมโนทัศน์ใหม่ในเนื้อหาที่เรียนด้วยตนเองได้ดังนี้ - ครูกระตุ้นให้นักเรียนค้นพบมโนทัศน์หรือความคิดหลัก และสรุปมโนทัศน์ที่เป็นมโนทัศน์หลักในเนื้อหาที่เรียนในใบงานด้วยตนเอง	- ครูใช้การสนทนา การถามตอบ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์ในเนื้อหา และให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้เป็นส่วนใหญ่ โดยให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์จากใบงานที่ครูสร้างขึ้น - ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับมโนทัศน์ในเนื้อหาที่เรียน ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น กระตุ้นให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกัน หรือสอบถามในสิ่งที่ไม่เข้าใจ เพื่อให้ครูได้อธิบายเพิ่มเติม และครูใช้คำถามการกระตุ้นให้นักเรียนคิด และทำความเข้าใจกับเนื้อหาและสามารถคิดวิธีการหาคำตอบของตนเองได้ - ครูให้นักเรียนทำกิจกรรม ใบงานแบบฝึกหัด เพื่อตรวจสอบความเข้ามโนทัศน์ในเนื้อหาของนักเรียน โดยครูให้เวลาให้นักเรียนได้คิดและเชื่อมมโนทัศน์ที่เรียนออกมาใช้ในกิจกรรม ใบงานหรือแบบฝึกหัดได้ - ครูให้ปัญหาหรือสถานการณ์เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกการนำมโนทัศน์ที่เรียนไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอาจให้นักเรียนฝึกเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่ม โดยในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์นั้นครูจะให้เวลานักเรียนในการคิด และคอย

ตารางที่ 4 กรอบแนวคิดของขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้)	**กลุ่มควบคุม (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
- เมื่อนักเรียนไม่สามารถค้นพบและกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองได้ ครูต้องสังเกตความคิดและวิธีการของนักเรียน โดยให้นักเรียนอธิบายความคิดของตนเองเกี่ยวกับข้อมูล ความรู้ ที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้น - ครูช่วยชี้ข้อมูลสำคัญจากความคิดของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้เชื่อมความสัมพันธ์แต่ละข้อมูล มาเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ สามารถค้นพบและกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาได้ - ครูกระตุ้นให้นักเรียนอภิปราย แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อค้นพบ และครูช่วยชี้แนะให้นักเรียนสรุปได้ตรงประเด็น ถูกต้องและตรงกับมโนทัศน์หลักมากที่สุด **ขั้นที่ 5 ขั้นการเลือกใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์** ครูช่วยให้นักเรียนสามารถเลือกและเขียนมโนทัศน์ใหม่ที่ได้ด้วยภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีความเหมาะสมในแต่ละโครงสร้างของมโนทัศน์ โดย - ครูให้นักเรียนเลือกใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมในการเขียนมโนทัศน์ใหม่ที่ได้ - หากในการเลือกใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการเขียนมโนทัศน์นั้น นักเรียนไม่สามารถเขียนได้เอง ครูจะช่วยสาธิต หรือยกตัวอย่างการเขียนมโนทัศน์ด้วยภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยเป็นแนวทางให้นักเรียนสามารถเขียนมโนทัศน์ได้ถูกต้องและครบถ้วน - ครูสังเกตการเขียนมโนทัศน์ด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์และความเข้าใจในการเขียนของนักเรียน	ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนคิดและดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเอง พร้อมทั้งคอยให้คำแนะนำ ชี้แนะแนวทางที่ถูกต้องให้กับนักเรียน - ครูให้นักเรียนออกมานำเสนอวิธีในการดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบที่ได้หน้าชั้นเรียน เพื่อแลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน โดยอาจให้นักเรียนที่มีแนวคิดในการหาคำตอบหรือมีวิธีการดำเนินการแก้ปัญหาที่แตกต่างกันออกมานำเสนอ และเปิดโอกาสให้นักเรียนคนอื่นได้ซักถามหรือแสดงความคิดเห็นหรือช่วยกันอภิปรายเกี่ยวกับแนวคิด วิธีการแก้ปัญหาการหาคำตอบ และช่วยกันสรุปคำตอบที่ถูกต้อง - ครูยกตัวอย่างปัญหา สถานการณ์หรือสร้างกิจกรรมหลากหลาย สอดคล้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ และสอดคล้องกับชีวิตจริง เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกทักษะกระบวนการแก้ปัญหา และเพิ่มความเข้าใจในการเรียนรู้มโนทัศน์มากยิ่งขึ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ 4 กรอบแนวคิดของขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้)	**กลุ่มควบคุม (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
ระยะที่ 3 ระยะการฝึกมโนทัศน์ ครูให้นักเรียนได้ฝึกใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทที่หลากหลายและในชีวิตจริง เพื่อสร้างความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน โดยครูสังเกตการฝึกมโนทัศน์และการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างได้ไปใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งครูจะตรวจสอบวิธีการดำเนินการของนักเรียน แล้วช่วยชี้จุดสำคัญหรือข้อผิดพลาด และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน ช่วยต่อยอดความคิด การดำเนินการ และชี้ให้เห็นแนวทางเพื่อให้นักเรียนเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และสามารถดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเองจนสำเร็จได้ **ขั้นที่ 6 ขั้นการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหา** ครูนำตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหามาให้นักเรียนฝึกใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นที่หลากหลาย เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในมโนทัศน์ และครูนำตัวอย่างปัญหาที่จะให้นักเรียนได้มีการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่เรียนรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทที่หลากหลายและในชีวิตจริง โดย - ครูให้นักเรียนทำใบงานเพื่อฝึกใช้มโนทัศน์ใหม่ ซึ่งเป็นมโนทัศน์ที่นักเรียนเพิ่งได้เรียนรู้ - ครูสังเกตการฝึกใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในมโนทัศน์ที่นักเรียนได้เรียนรู้	**ขั้นสรุปและสะท้อนการคิด** - ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและมโนทัศน์ที่ได้จากการทำกิจกรรมเกี่ยวกับบทเรียน และให้นักเรียนสะท้อนความคิดเกี่ยวกับสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรม - ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเสริม และแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนเพิ่มเติมจากในห้องเรียนเพื่อให้นักเรียนได้เพิ่มความเข้าใจและเกิดการเรียนรู้ที่มากขึ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 4 กรอบแนวคิดของขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้)	**กลุ่มควบคุม (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ)**
- หากในขณะที่นักเรียนฝึกใช้มโนทัศน์ พบว่านักเรียนยังเข้าใจมโนทัศน์ที่เรียนไม่ถูกต้อง ครูจะต้องสอบถามความคิดเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นของนักเรียน แล้วแก้ไขข้อผิดพลาดจากความคิดนั้น เพื่อให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์ได้ถูกต้อง และฝึกใช้มโนทัศน์ได้ - ครูช่วยอธิบาย เพิ่มเติมข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ เพื่อให้นักเรียนเกิดวามเข้าใจในแต่ละมโนทัศน์มากขึ้น - ครูนำตัวอย่างปัญหาในบริบทที่หลากหลายและในชีวิตจริงซึ่งมีการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมา ให้นักเรียนได้นำมโนทัศน์ใหม่นี้มาใช้ในการแก้ปัญหา - ครูสังเกตการดำเนินการ วิธีการนำมโนทัศน์มาใช้ในการแก้ปัญหา โดยดูการเลือกใช้มโนทัศน์ที่จะช่วยในการแก้ปัญหาที่พบได้ เพื่อตรวจสอบความสามารถและวิธีการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียน - หากขณะที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนดำเนินการได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาต่อเองได้ ครูจะต้องสอบถามข้อมูลหรือความรู้ที่จะใช้ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนมี และช่วยเชื่อมข้อมูลหรือความรู้นั้นของนักเรียนให้นักเรียนเกิดแนวทางในการแก้ปัญหาด้วยตนเองได้ - ครูอาจให้นักเรียนทำกิจกรรม ฝึกการแก้ปัญหาและดำเนินการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหาแบบรายบุคคลหรือรายกลุ่มก็ได้ - ครูเลือกนักเรียนที่มีวิธีการในการแก้ปัญหาแตกต่างกันออกมาแสดงแนวคิด วิธีการหน้าชั้นเรียน และให้เพื่อนร่วมกันอภิปราย	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มด้วยตนเอง โดยมีขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

5.1 ขั้นเตรียมการ

1. ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลองและแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

2. ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนสำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม

3. ผู้วิจัยทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 10 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

5.2 ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

1. ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งพบว่าคะแนนแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งจากการทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม พบว่ากลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 19.26 กลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 18.23 และกลุ่มทดลองมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.697 และกลุ่มควบคุมมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3.714

ดังนั้นในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยจึงต้องใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) โดยผู้วิจัยใช้คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนมาเป็นตัวแปรร่วมเพื่อปรับคะแนนหลังทดลอง

2. ผู้วิจัยดำเนินการทดสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ซึ่งพบว่าคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุมสูงกว่ากลุ่มทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งจากการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

พบว่ากลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 18.20 กลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 21.13 และกลุ่มทดลองมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.571 และกลุ่มควบคุมมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5.911

ดังนั้นในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยจึงต้องใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) โดยผู้วิจัยใช้คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดความสามารุในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนมาเป็นตัวแปรร่วมเพื่อปรับคะแนนหลังทดลอง

3. ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่มตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 2 ชนิดที่เตรียมไว้ โดยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้ง 2 กลุ่ม ใน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 โดยสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะจัดไว้สำหรับการสอนเนื้อหาเรื่อง วงกลม ระหว่างสอนผู้วิจัยเก็บร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้จากใบงาน เพื่อนำมาวิเคราะห์ดูพัฒนาการในการเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

4. เมื่อดำเนินการตามที่กำหนดไว้แล้วในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบ 12 ชั่วโมงแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้ง 2 ห้องทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนและแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

5. ผู้วิจัยนำผลการทดสอบมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลทั้งเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำผลการทดสอบจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ มาตรวจให้คะแนนและวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Science: SPSS) โดยทำการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

1.1 เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ โดยนำคะแนนสอบ

หลังเรียนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตร้อยละของคะแนนที่ได้จากการทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

1.2 เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้กับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ โดยนำคะแนนสอบหลังเรียนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test for independent sample)

1.3 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ โดยนำคะแนนสอบก่อนเรียนและคะแนนสอบหลังเรียนจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test for dependent sample)

1.4 เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้กับนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ โดยนำคะแนนหลังเรียนจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test for independent sample)

2. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

วิเคราะห์พัฒนาการในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ ดังนี้

พัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดูจาก 3 องค์ประกอบ คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียน การดูร่องรอยการทำงานของนักเรียนระหว่างจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในใบกิจกรรม แบบฝึกหัด และการตอบคำถามในชั้นเรียน ดูความสามารถในการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา การกำหนดแนวทางในการ

แก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหาและการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ว่าในช่วงแรกนักเรียนสามารถดำเนินการได้ด้วยตนเองหรือไม่ มีส่วนใดที่นักเรียนมีปัญหาหรือติดขัดระหว่างการแก้ปัญหา และเมื่อได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แล้ว นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นหรือไม่ อย่างไร และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียน รวมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่พบในขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis) เพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรม และนำมาสรุป นำเสนอในลักษณะพรรณนา

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.1 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ ใช้การวิเคราะห์ข้อสอบปรนัยหาค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัด โดยใช้สูตรของคูเดอร์ ริชาร์ดสัน (Kuder Richardson-20: KR-20) คำนวณโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์แบบวัด (Test Analysis Program version 4.2.5) ซึ่งเป็นโปรแกรมพัฒนาโดยบรู๊ก (Books, 2006) ผู้วิจัยดาวน์โหลดจาก http://www.watpon.com [30 January 2015]

1.2 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้ง 2 ฉบับ ใช้การวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัยหาค่าความเที่ยง (Reliability) ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์ข้อสอบอัตนัย (B-Index and non 0-1 method Item Analysis Program) ซึ่งผู้วิจัยดาวน์โหลดมาจาก http://61.7.241.228/anal [30 January 2015]

2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยคำนวณค่าเฉลี่ยเลขคณิต ค่าเฉลี่ยเลขคณิตร้อยละ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที (t-test) วิเคราะห์ค่าเอฟ (F-test) และ การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) คำนวณ โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for the Social Science: SPSS)

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัย เรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวมรวมผู้วิจัยนำมาวิเคราะห์ทั้งข้อมูลเชิงปริมาณและข้อมูลเชิงคุณภาพ ซึ่งนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้กับเกณฑ์ร้อยละ 60 เสนอในตารางที่ 1

2. ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เสนอในตารางที่ 2

3. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ก่อนเรียนและหลังเรียน เสนอในตารางที่ 3

4. ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เสนอในตารางที่ 4

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1. ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน ครู และนักเรียน

1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนที่ผู้วิจัยใช้ในการรวบรวมข้อมูลเป็นโรงเรียนขนาด ใหญ่ สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานมัธยม เขต 10 เริ่มแรกเป็นโรงเรียนมัธยมศึกษาประเภทหญิงล้วน แต่ต่อมาได้เปลี่ยนให้เป็นโรงเรียนมัธยมศึกษาประเภทสหศึกษา สังกัดสำนักงานคณะกรรม การการศึกษาขั้นพื้นฐานมัธยม เขต 10 โรงเรียนตั้งอยู่ใกล้กับส่วนราชการหลายส่วน ปัจจุบันโรงเรียนเปิดทำการเรียนการสอนตั้งแต่ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีห้องเรียนทั้งหมด 66 ห้องเรียน โดยในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นประกอบด้วย 12 ห้องเรียนมีนักเรียนห้องละประมาณ 50 -55 คน และในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายประกอบด้วย 10 ห้องเรียนมีนักเรียนห้องละประมาณ 45 – 50 คน

1.2 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับครูในโรงเรียน

โรงเรียนที่ผู้วิจัยใช้ในการรวบรวมข้อมูลมีครูทั้งหมด 94 คน เป็นครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์จำนวน 16 คน ซึ่งสำเร็จการศึกษาระดับปริญญาตรีจำนวน 11 คน สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโทจำนวน 5 คน ด้านภาระงานในการสอนของครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ภาระงานหลักคือการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์โดยเฉลี่ยประมาณคนละ 16 คาบต่อสัปดาห์ ส่วนภาระงานอื่นที่นอกเหนือจากการสอนมีครูบางท่านได้รับมอบหมายให้ปฏิบัติหน้าที่ในงานอื่นๆ เช่น งานวัดและประเมินผลทางการศึกษา งานกิจกรรมพัฒนาผู้เรียน งานประกันคุณภาพการศึกษา และงานกิจการนักเรียนเป็นต้น

1.3 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียนในโรงเรียน

โรงเรียนที่ผู้วิจัยใช้ในการรวบรวมข้อมูลมีนักเรียนทั้งหมดประมาณ 3,200 คน โรงเรียนมีนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 462 คน นักเรียนกลุ่มทดลองจำนวน 48 คน นักเรียนกลุ่มควบคุมจำนวน 48 คน ซึ่งนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีระดับผลการเรียนอยู่ในระดับปานกลาง นักเรียนส่วนใหญ่อาศัยอยู่กับบิดา มารดา ผู้ปกครองส่วนใหญ่ของนักเรียนประกอบอาชีพรับราชการ พนักงานบริษัทเอกชน ค้าขาย ชาวสวนชาวไร่ และประกอบธุรกิจส่วนตัว จากการสังเกตลักษณะทั่วไปของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ขาดความรู้พื้นฐานที่จำเป็นในการเรียนเรื่องวงกลม และขาดทักษะพื้นฐานที่จำเป็นในการเรียนรู้เรื่องวงกลม เช่น การคิดวิเคราะห์ การแก้ปัญหา และการสื่อสาร เป็นต้น

1.4 การศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้

ในการวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ ผู้วิจัยวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยแยกศึกษาตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 3 ส่วน คือ

ส่วนที่ 1 ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา ระบุข้อมูลที่ทราบจากโจทย์ สิ่งที่โจทย์ต้องการ และดูความเพียงพอของข้อมูลในการหาคำตอบ

ส่วนที่ 2 ความสามารถของนักเรียนในการกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาและดำเนินการตามแนวทางที่กำหนดไว้ หาความสัมพันธ์ของข้อมูลจากโจทย์และสิ่งที่ต้องการ จัดลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา และนำแนวทางที่กำหนดไว้มาดำเนินการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่คำตอบของปัญหา

ส่วนที่ 3 ความสามารถของนักเรียนในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

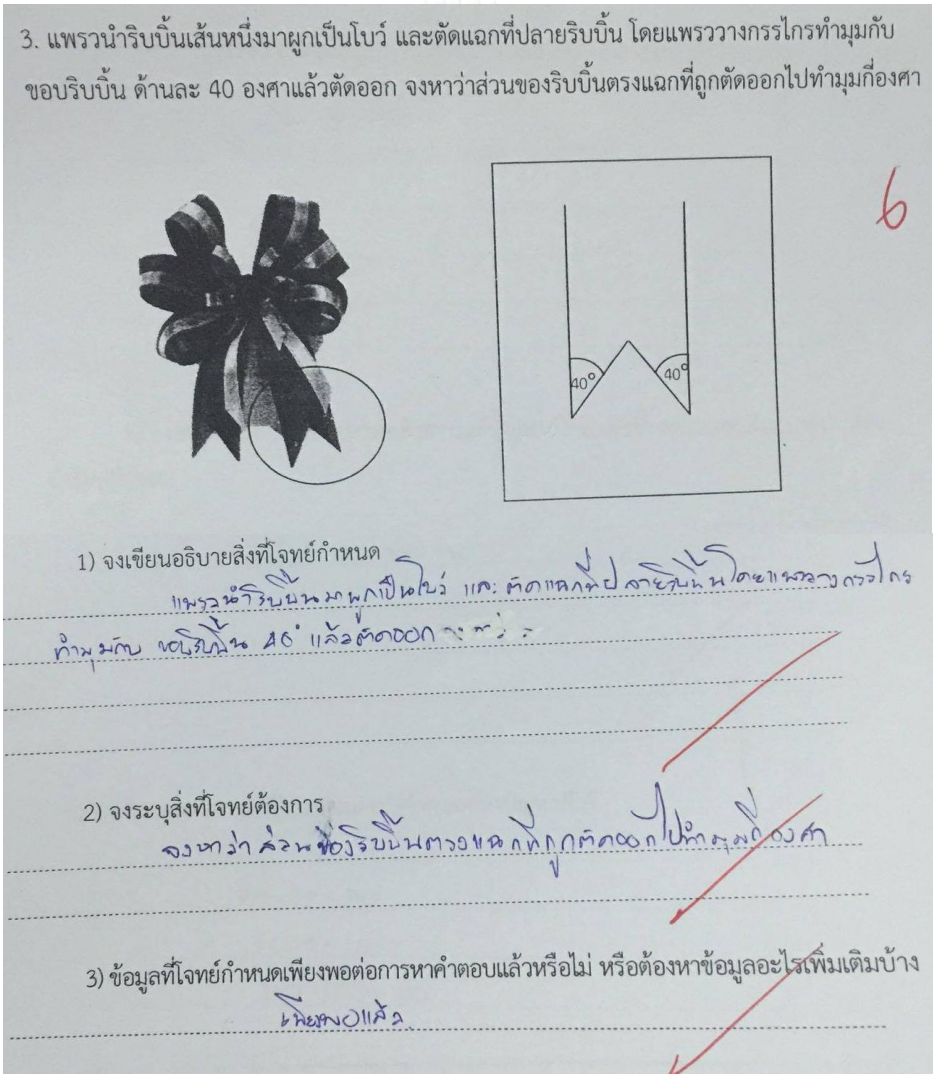
ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนใน 3 ระยะ คือ ระยะก่อนการทดลอง ระยะระหว่างการทดลอง และระยะหลังการทดลอง สำหรับข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยรวบรวมจากการตอบคำถามในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน ใบงาน และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) โดยพิจารณาการพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 3 ส่วน มีรายละเอียด ดังนี้

ก่อนการทดลองนักเรียนสามารถระบุข้อมูลที่ทราบจากโจทย์ สิ่งที่โจทย์ต้องการ และดูความเพียงพอของข้อมูล เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ทำความเข้าใจปัญหาได้บ้าง แต่ยังไม่ดีเท่าที่ควร นักเรียนสามารถระบุข้อมูลได้ แต่ไม่สามารถกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาและดำเนินการตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ และไม่สามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ ในระหว่างการทดลอง พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น นักเรียนสามารถระบุข้อมูลของปัญหาได้ และกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนและดำเนินการตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ดีขึ้น และสามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้มากขึ้น และ

หลังการทดลอง พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนดีขึ้นตามลำดับ โดยเมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนๆ มีรายละเอียดดังนี้

ส่วนที่ 1 ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา ระบุข้อมูลที่ทราบจากโจทย์ สิ่งที่โจทย์ต้องการ และดูความเพียงพอของข้อมูลในการหาคำตอบ

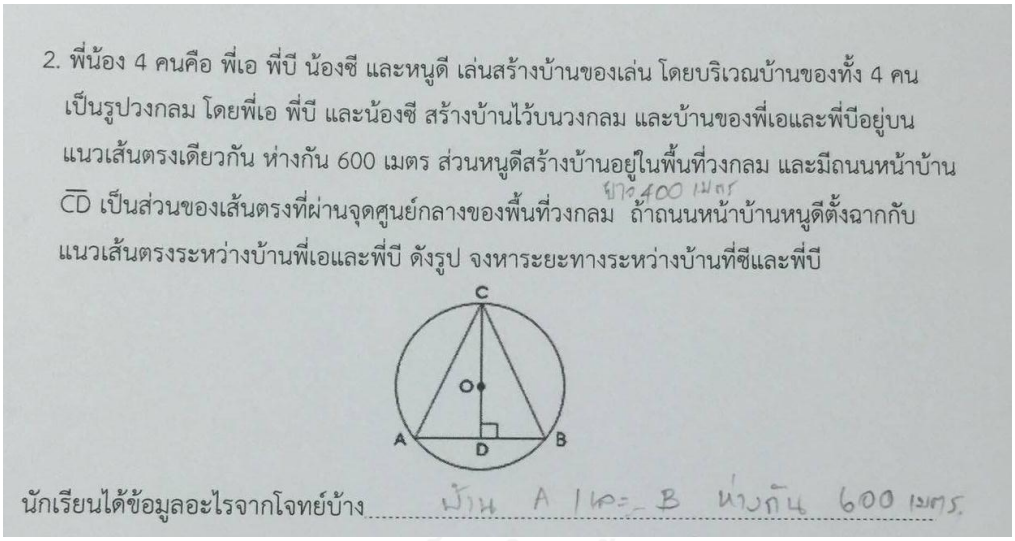
ก่อนการทดลองนักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุข้อมูลที่ทราบจากโจทย์ ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการได้แต่ไม่ครบถ้วน และนักเรียนยังพิจารณาความเพียงพอของข้อมูลจากโจทย์ในการหาคำตอบยังไม่ถูกต้อง นักเรียนบางส่วนระบุข้อมูลที่ทราบจากโจทย์โดยการคัดลอกโจทย์ปัญหาทั้งหมดมา ซึ่งยังไม่ถือว่าสามารถระบุข้อมูลได้ ดังตัวอย่างผลงานนักเรียน



ภาพที่ 1 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด สิ่งที่โจทย์ต้องการ ในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

จากภาพที่ 1 จะเห็นได้ว่า นักเรียนคัดลอกส่วนของโจทย์ปัญหามาเขียนตอบทั้งหมด โดยแยกเป็น 2 ส่วนคือสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการ ซึ่งยังไม่ใช่การระบุข้อมูลจากโจทย์ที่ถูกต้องชัดเจน

ระหว่างการทดลอง เมื่อการทดลองผ่านไปสองสัปดาห์แรก พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในส่วนของการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาได้ดีขึ้นกว่าระยะก่อนทดลอง แต่ดีขึ้นไม่มากนัก กล่าวคือนักเรียนบางส่วนยังระบุข้อมูลที่ทราบจากโจทย์โดยการคัดลอกโจทย์ปัญหามาทั้งหมดอยู่ และนักเรียนระบุข้อมูลที่ทราบจากโจทย์ยังไม่ชัดเจนครบทุกเงื่อนไขของปัญหา ดังตัวอย่างผลงานนักเรียน


2. พี่น้อง 4 คนคือ พี่เอ พี่บี น้องซี และหนูดี เล่นสร้างบ้านของเล่น โดยบริเวณบ้านของทั้ง 4 คน เป็นรูปวงกลม โดยพี่เอ พี่บี และน้องซี สร้างบ้านไว้บนวงกลม และบ้านของพี่เอและพี่บีอยู่บนแนวเส้นตรงเดียวกัน ห่างกัน 600 เมตร ส่วนหนูดีสร้างบ้านอยู่ในพื้นที่วงกลม และมีถนนหน้าบ้าน $\overline{CD}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางของพื้นที่วงกลม ยาว 400 เมตร ถ้าถนนหน้าบ้านหนูดีตั้งฉากกับแนวเส้นตรงระหว่างบ้านพี่เอและพี่บี ดังรูป จงหาระยะทางระหว่างบ้านที่ซีและพี่บี

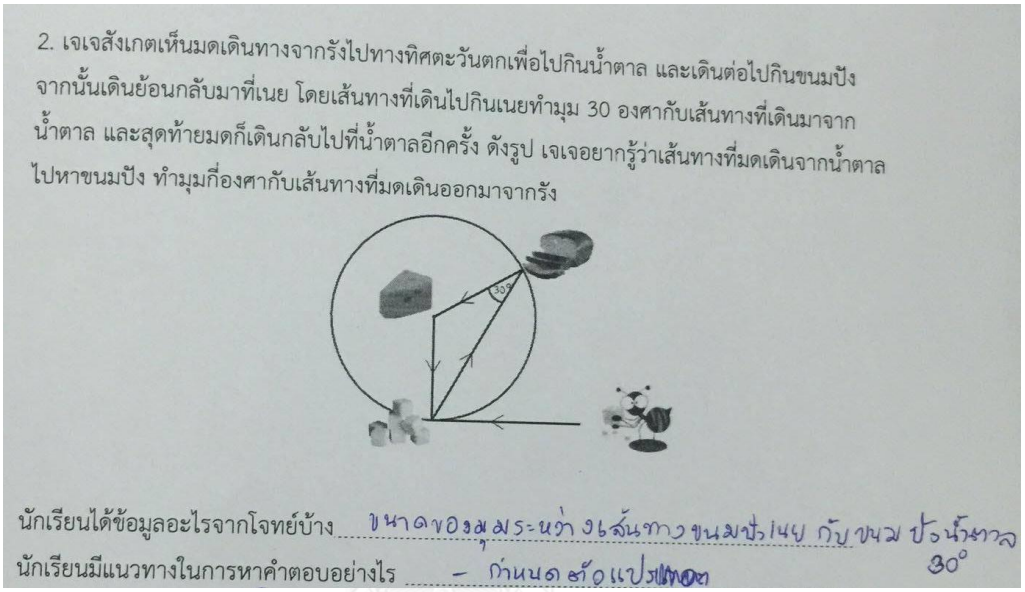
นักเรียนได้ข้อมูลอะไรจากโจทย์บ้าง บ้าน A และ B ห่างกัน 600 เมตร

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาพที่ 2 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดในใบงานที่ 10 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4

จากภาพที่ 2 จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถอธิบายสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องบางส่วน แต่ยังไม่ครบถ้วนทั้งหมด ควรระบุข้อมูลส่วนของเส้นตรง CD ยาว 400 เมตรด้วย

เมื่อการทดลองผ่านไปสองสัปดาห์หลัง พบว่ามีจำนวนนักเรียนที่มีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในส่วนของการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาเพิ่มขึ้น นักเรียนสามารถระบุข้อมูลที่ทราบจากโจทย์ และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ชัดเจนขึ้น รวมทั้งเริ่มพิจารณาความเพียงพอของข้อมูลในการหาคำตอบได้ดีขึ้นด้วย ดังตัวอย่างนักเรียน


2. เจเจสังเกตเห็นมดเดินทางจากรังไปทางทิศตะวันตกเพื่อไปกินน้ำตาล และเดินต่อไปกินขนมปัง จากนั้นเดินย้อนกลับมาที่เนย โดยเส้นทางที่เดินไปกินเนยทำมุม 30 องศากับเส้นทางที่เดินมาจากน้ำตาล และสุดท้ายมดก็เดินกลับไปที่น้ำตาลอีกครั้ง ดังรูป เจเจอยากรู้ว่าเส้นทางที่มดเดินจากน้ำตาลไปหาขนมปัง ทำมุมกี่องศากับเส้นทางที่มดเดินออกมาจากรัง

นักเรียนได้ข้อมูลอะไรจากโจทย์บ้าง ขนาดของมุมระหว่างเส้นทางขนมปังเนย กับขนมปังน้ำตาล 30°

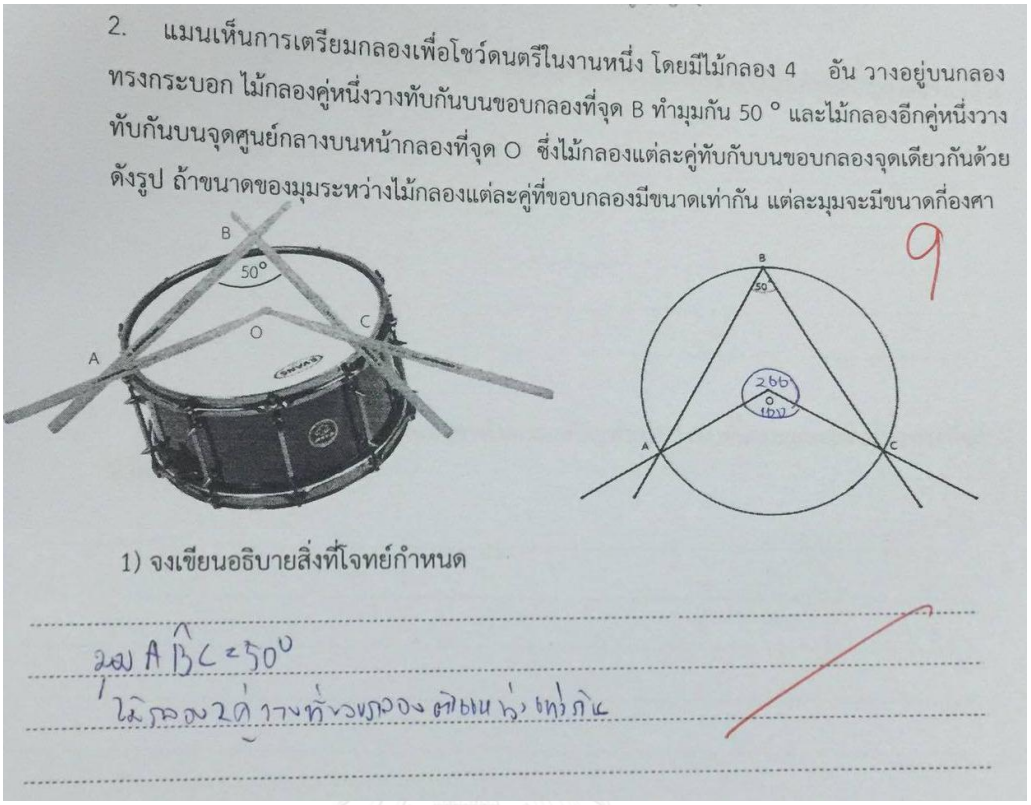
นักเรียนมีแนวทางในการหาคำตอบอย่างไร – กำหนดตัวแปรแทน

ภาพที่ 3 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดในใบงานที่ 13 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากภาพที่ 3 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถอธิบายสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ ดีขึ้นกว่าระยะก่อนทดลอง แต่ยังคงไม่ครบถ้วน

หลังการทดลอง จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุข้อมูลที่ทราบจากโจทย์ได้ชัดเจน ครบถ้วนมากขึ้น และระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ถูกต้อง รวมทั้งสามารถพิจารณาความเพียงพอของข้อมูลที่จะใช้ในการหาคำตอบได้ดีขึ้นกว่าช่วงก่อนการทดลองและระหว่างการทดลอง ดังตัวอย่างผลงานของนักเรียน



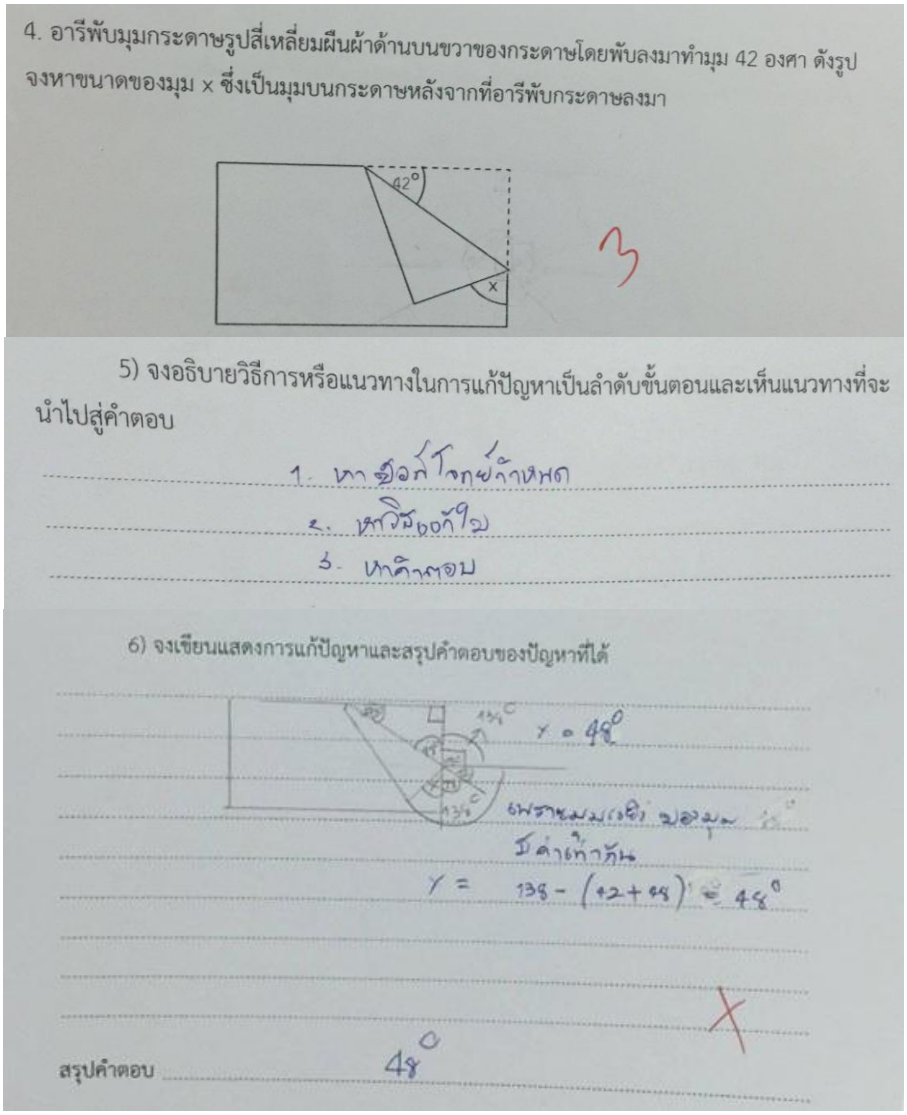
ภาพที่ 4 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด ในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

จากภาพที่ 4 จะเห็นได้ว่านักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ถูกต้อง และชัดเจนมากขึ้นกว่าระยะก่อนหน้า

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในส่วนที่ 1 คือส่วนของการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาได้ว่า ก่อนทดลองนักเรียนระบุข้อมูลที่ทราบจากโจทย์ยังไม่ชัดเจน และยังพิจารณาความเพียงพอของข้อมูลในการหาคำตอบไม่ได้ เมื่อการทดลองผ่านไปจนกระทั่งสัปดาห์ที่สี่ นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น โดยนักเรียนสามารถระบุข้อมูลที่ทราบจากโจทย์ และสิ่งที่โจทย์ต้องการได้ชัดเจนขึ้น รวมทั้งเริ่มพิจารณาความเพียงพอของข้อมูลในการหาคำตอบได้ดีขึ้น และเมื่อหลังทดลองพบว่า นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชัดเจนขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับระยะก่อนทดลองและระหว่างทดลอง

ส่วนที่ 2 ความสามารถของนักเรียนในการกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาและดำเนินการตามแนวทางที่กำหนดไว้ หาความสัมพันธ์ของข้อมูลจากโจทย์และสิ่งที่ต้องการ จัดลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา และนำแนวทางที่กำหนดไว้มาดำเนินการแก้ปัญหา เพื่อนำไปสู่คำตอบของปัญหา

ก่อนการทดลอง จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน เมื่อกำหนดปัญหามาให้นักเรียนจะแก้ปัญหาได้บ้าง แต่ไม่สามารถเขียนกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้ และนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถแก้ปัญหาจนนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้ ดังตัวอย่างผลงานนักเรียน

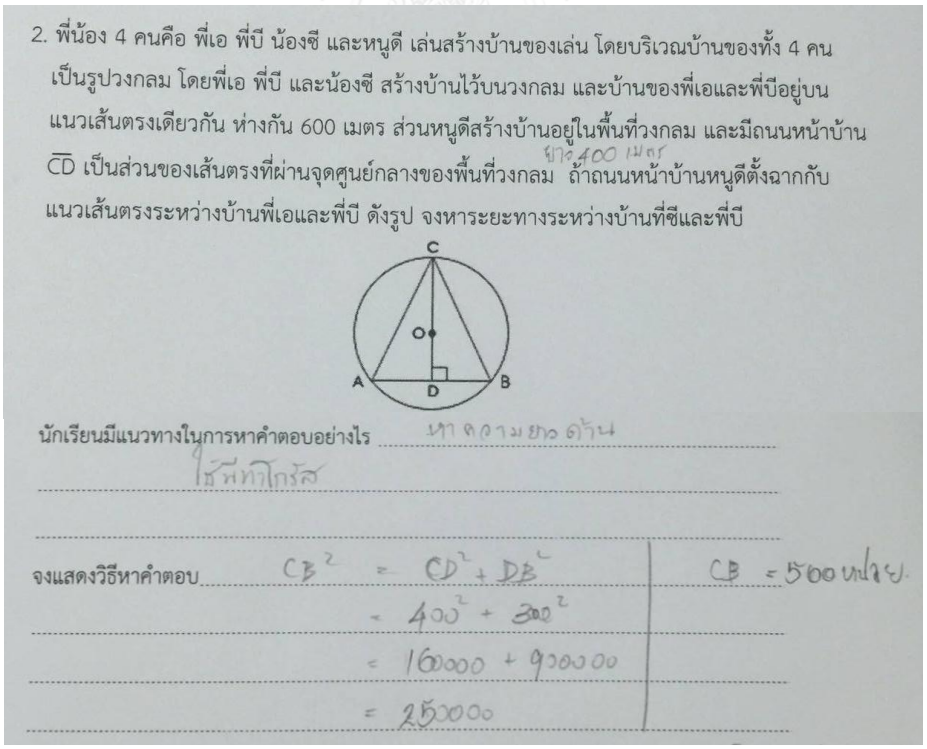


ภาพที่ 5 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแสดงการแก้ปัญหา ในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

จากภาพที่ 5 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเขียนแนวทางการแก้ปัญหาแบบทั่วไป กว้างๆ ยังไม่สามารถเขียนกำหนดแนวทางที่เป็นลำดับขั้นตอนได้ และไม่สามารถแก้โจทย์ปัญหาได้และสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง เนื่องจากมีความรู้พื้นฐานเดิมคลาดเคลื่อนทำให้ดำเนินการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง

ระหว่างการทดลอง เมื่อการทดลองผ่านไปสองสัปดาห์แรก พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในส่วนของการกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาและดำเนินการตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ดีขึ้นกว่าระยะก่อนทดลอง แต่ดีขึ้นไม่มากนัก กล่าวคือนักเรียนหาความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ดีขึ้นแต่ยังไม่สามารถกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาที่เป็นลำดับขึ้นตอนที่ถูกต้องได้ ในส่วนของการแก้ปัญหาพอได้

เมื่อการทดลองผ่านไปสองสัปดาห์หลัง พบว่ามีนักเรียนที่มีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในส่วนของการกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาและดำเนินการตามแนวทางที่กำหนดไว้เพิ่มขึ้น นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์ของข้อมูลแล้วนำมากำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้เป็นลำดับขั้นตอนชัดเจนขึ้น และนำแนวทางมาแก้ปัญหาได้ถูกต้องมากขึ้น ดังตัวอย่างผลงานนักเรียน


2. พี่น้อง 4 คนคือ พี่เอ พี่บี น้องซี และหนูดี เล่นสร้างบ้านของเล่น โดยบริเวณบ้านของทั้ง 4 คน เป็นรูปวงกลม โดยพี่เอ พี่บี และน้องซี สร้างบ้านไว้บนวงกลม และบ้านของพี่เอและพี่บีอยู่บนแนวเส้นตรงเดียวกัน ห่างกัน 600 เมตร ส่วนหนูดีสร้างบ้านอยู่ในพื้นที่วงกลม และมีถนนหน้าบ้าน $\overline{CD}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางของพื้นที่วงกลม ยาว 400 เมตร ถ้าถนนหน้าบ้านหนูดีตั้งฉากกับแนวเส้นตรงระหว่างบ้านพี่เอและพี่บี ดังรูป จงหาระยะทางระหว่างบ้านที่ซีและพี่บี

C
O
A
D
B

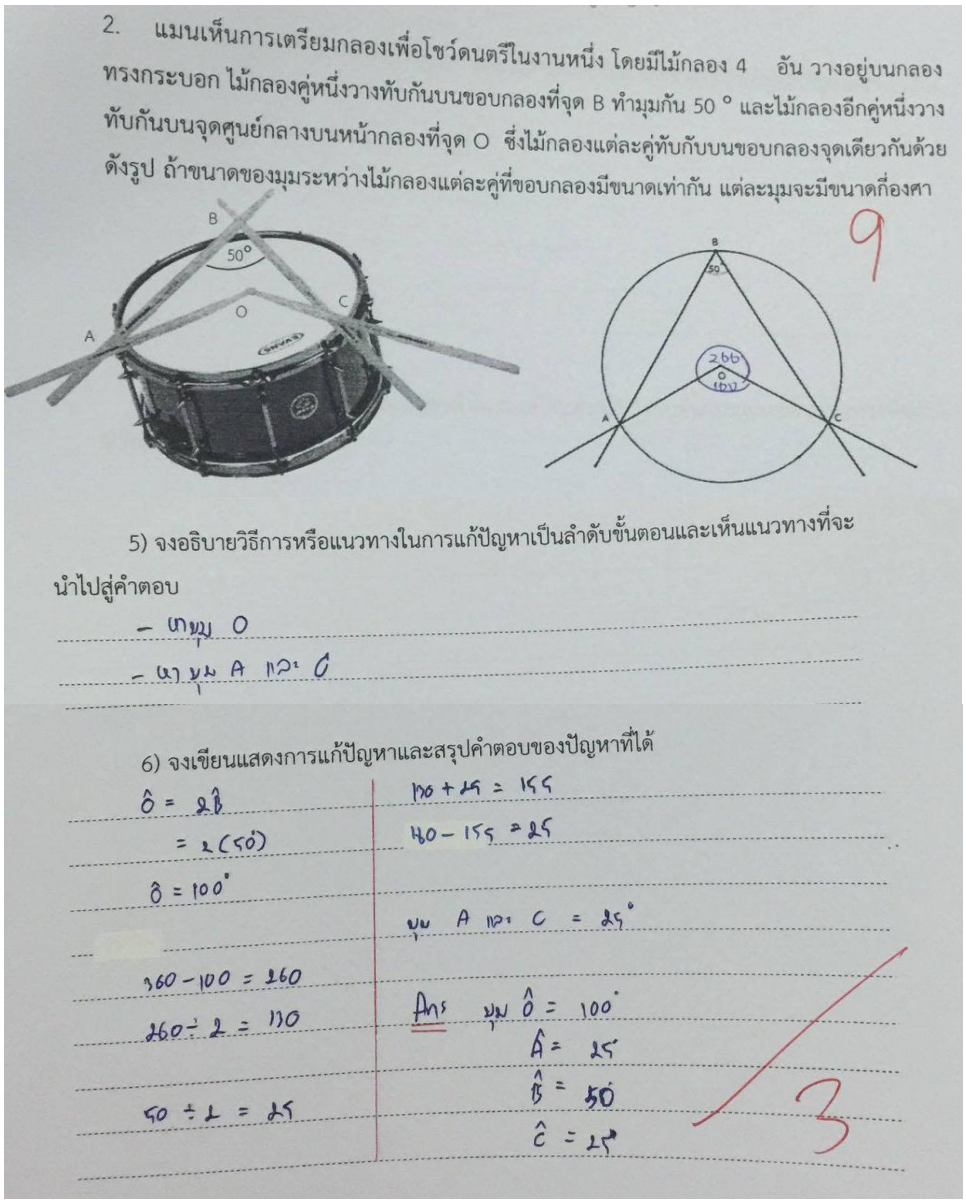
นักเรียนมีแนวทางในการหาคำตอบอย่างไร หาความยาวด้าน ใช้พีทาโกรัส

จงแสดงวิธีหาคำตอบ $CB^2 = CD^2 + DB^2$
$= 400^2 + 300^2$
$= 160000 + 90000$
$= 250000$
$CB = 500$ หน่วย

ภาพที่ 6 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแสดงการแก้ปัญหา ในใบงานที่ 10 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4

จากภาพที่ 6 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเริ่มกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้บ้างสั้นๆ ยังไม่เป็นลำดับขั้นตอนชัดเจน และสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ แต่ยังไม่ถูกต้องชัดเจนทั้งหมด

หลังการทดลอง จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถหาความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมาเขียนกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้เป็นลำดับขั้นตอนแล้วนำไปแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบได้ดีขึ้นกว่าช่วงก่อนการทดลองและระหว่างการทดลอง ดังตัวอย่างผลงานของนักเรียน



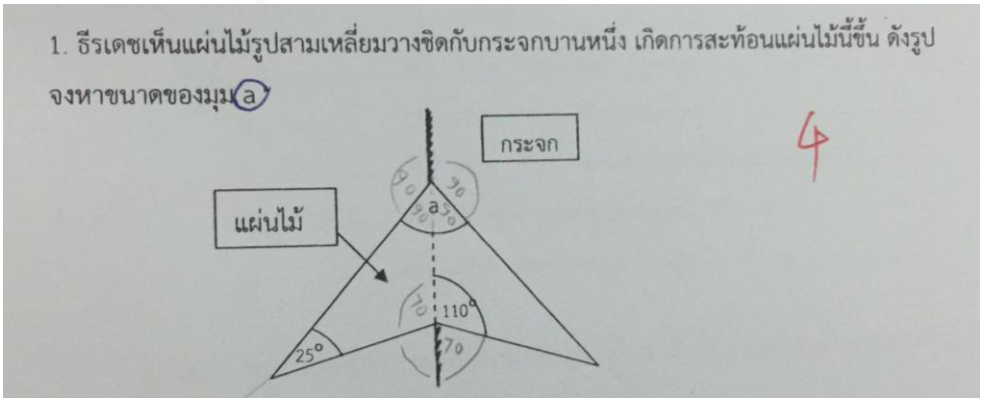
ภาพที่ 7 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแสดงการแก้ปัญหาในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

จากภาพที่ 7 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเขียนกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น เป็นลำดับขั้นตอนที่จะใช้ในการแก้ปัญหาชัดเจนขึ้นกว่าระยะก่อนหน้ามาก และสามารถดำเนินการแก้ปัญหา และสรุปคำตอบได้ถูกต้อง

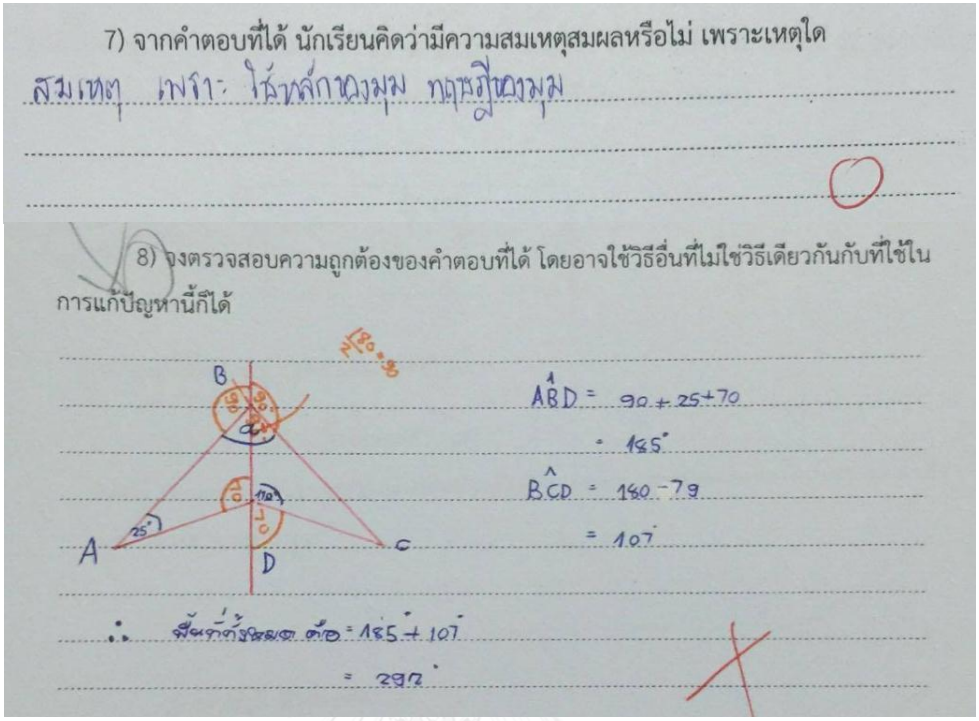
จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในส่วนที่ 2 คือส่วนของการกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาและดำเนินการตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ว่า ก่อนทดลอง นักเรียนเขียนกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนไม่ได้ และดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อนำไปสู่คำตอบได้ยังไม่ถูกต้อง เมื่อการทดลองผ่านไปจนกระทั่งสัปดาห์ที่สี่ นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น โดยนักเรียนสามารถกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาได้เป็นลำดับขั้นตอนมากขึ้น และดำเนินการแก้ปัญหาตามแนวทางที่กำหนดไว้ได้ดีขึ้น และเมื่อหลังทดลองพบว่า นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชัดเจนขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับระยะก่อนทดลองและระหว่างทดลอง

ส่วนที่ 3 ความสามารถของนักเรียนในการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ก่อนการทดลองนักเรียนไม่สามารถตรวจสอบความถูกต้องและสมเหตุสมผลของคำตอบได้ ซึ่งอาจเป็นผลมาจากนักเรียนไม่สามารถหาคำตอบของปัญหาได้ทำให้ไม่สามารถตรวจสอบได้ หรือนักเรียนไม่รู้วิธีในการตรวจสอบคำตอบ ตัวอย่างผลงานนักเรียนแสดงดังภาพ



ภาพที่ 8 โจทย์ในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

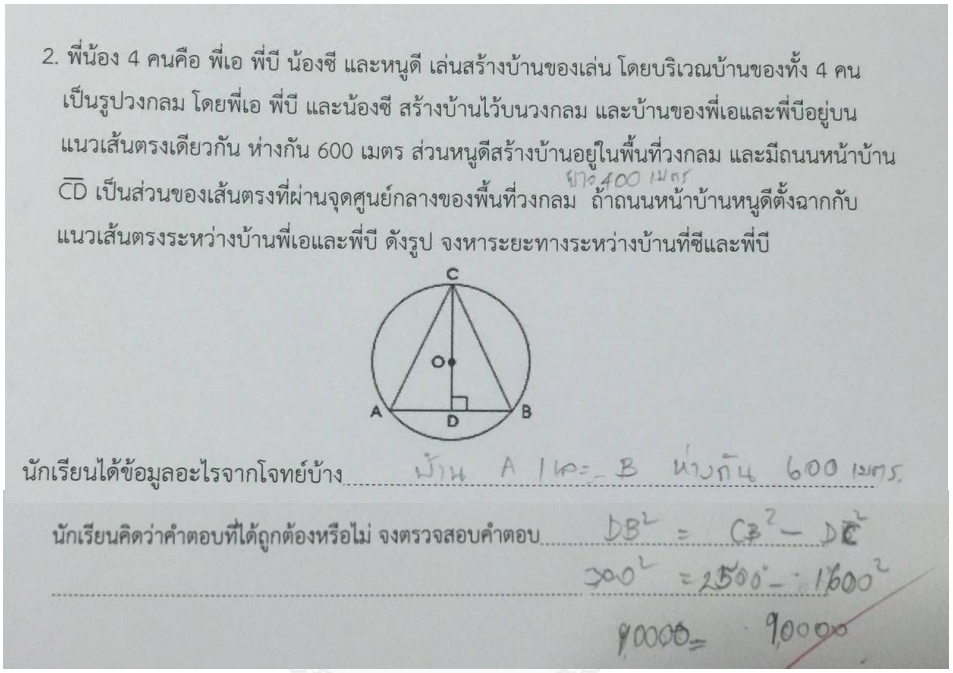


ภาพที่ 9 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนแสดงการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ ในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน

จากภาพที่ 9 จะเห็นได้ว่า นักเรียนยังไม่สามารถแสดงเหตุผลเพื่อยืนยันความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ และยังใช้วิธีการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบไม่ถูกต้อง

Chulalongkorn University

ระหว่างการทดลอง เมื่อการทดลองผ่านไปสองสัปดาห์แรก พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ดีขึ้นกว่าระยะก่อนทดลอง แต่ดีขึ้นไม่มากนัก กล่าวคือนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่รู้วิธีการตรวจสอบคำตอบ และบางส่วนรู้วิธีการตรวจสอบคำตอบ แต่ดำเนินการไม่ถูกต้องหรือคำนวณผิด ดังตัวอย่างผลงานนักเรียน


2. พี่น้อง 4 คนคือ พี่เอ พี่บี น้องซี และหนูดี เล่นสร้างบ้านของเล่น โดยบริเวณบ้านของทั้ง 4 คน เป็นรูปวงกลม โดยพี่เอ พี่บี และน้องซี สร้างบ้านไว้บนวงกลม และบ้านของพี่เอและพี่บีอยู่บนแนวเส้นตรงเดียวกัน ห่างกัน 600 เมตร ส่วนหนูดีสร้างบ้านอยู่ในพื้นที่วงกลม และมีถนนหน้าบ้าน $\overline{CD}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางของพื้นที่วงกลม ถ้าถนนหน้าบ้านหนูดีตั้งฉากกับแนวเส้นตรงระหว่างบ้านพี่เอและพี่บี ดังรูป จงหาระยะทางระหว่างบ้านที่ซีและพี่บี

นักเรียนได้ข้อมูลอะไรจากโจทย์บ้าง บ้าน A และ B ห่างกัน 600 เมตร

นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ จงตรวจสอบคำตอบ $DB^2 = CB^2 - DC^2$

$300^2 = 2500 - 1600^2$

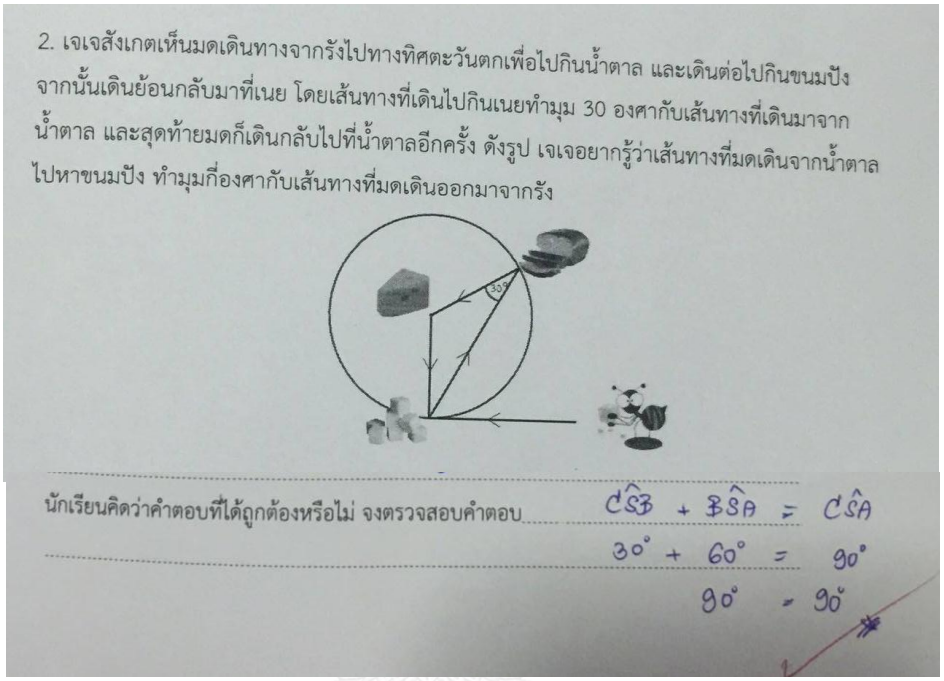
$90000 = 90000$

ภาพที่ 10 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนแสดงการตรวจสอบความถูกต้อง ในงานที่ 10 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4

Chulalongkorn University

จากภาพที่ 10 จะเห็นได้ว่า นักเรียนเริ่มรู้วิธีการตรวจสอบคำตอบ แต่ยังแสดงวิธีตรวจสอบไม่ถูกต้อง

เมื่อการทดลองผ่านไปสองสัปดาห์หลัง พบว่ามีจำนวนนักเรียนที่มีพัฒนาการของความสามารถในการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบเพิ่มขึ้น นักเรียนสามารถตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ และแสดงการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ดีเพิ่มขึ้น

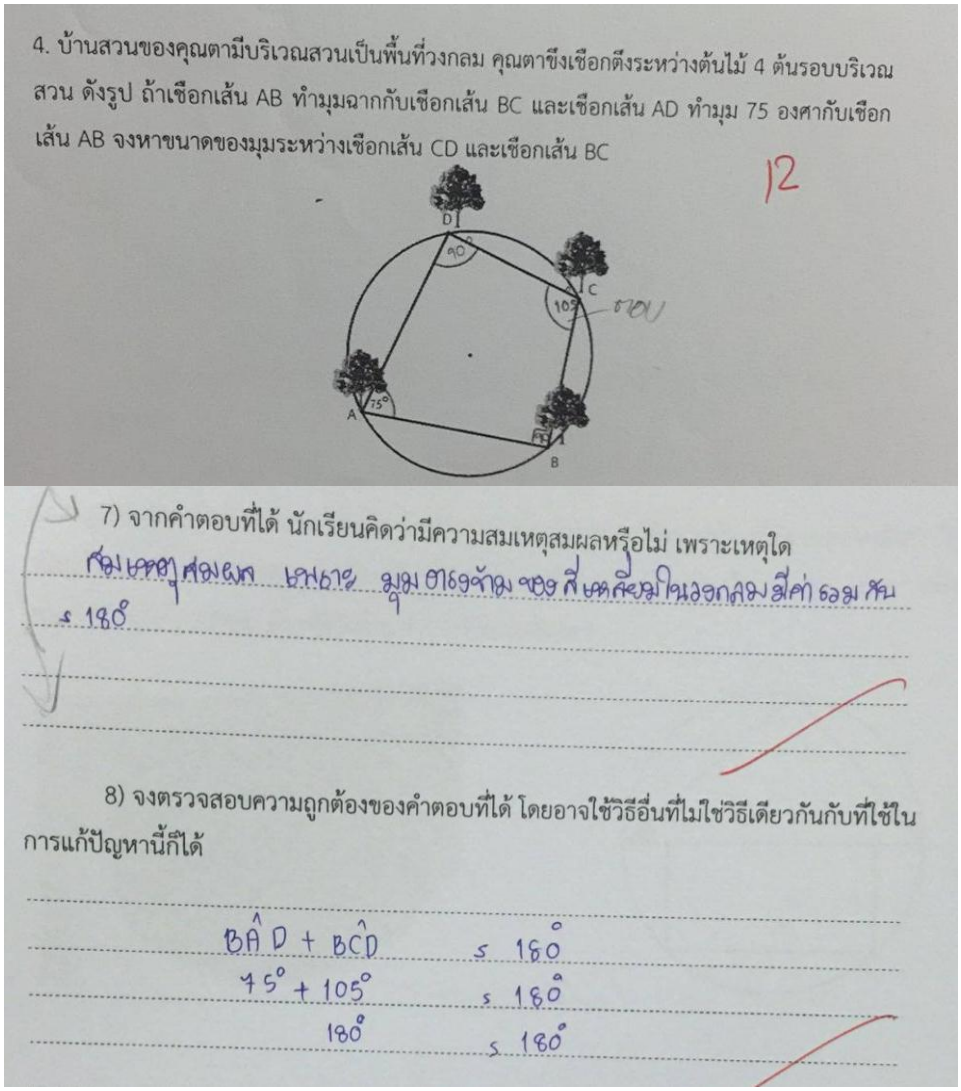


ภาพที่ 11 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนแสดงการตรวจสอบความถูกต้อง ในใบงานที่ 13 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จากภาพที่ 11 จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ถูกต้อง ชัดเจนมากขึ้นกว่าระยะก่อนการทดลอง

หลังการทดลอง จากการตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ตรวจสอบความสมเหตุสมผลและความถูกต้องของคำตอบได้ชัดเจน ครบถ้วนมากขึ้นกว่าช่วงก่อนการทดลองและระหว่างการทดลอง ดังตัวอย่างผลงานของนักเรียน



ภาพที่ 12 นักเรียนกลุ่มทดลองเขียนแสดงการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ ในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน

จากภาพที่ 12 จะเห็นได้ว่า นักเรียนสามารถแสดงเหตุผลเพื่อยืนยันความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้อง และสามารถดำเนินการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ถูกต้อง และชัดเจนขึ้นกว่าระยะก่อนการทดลอง และระหว่างการทดลอง

จากที่กล่าวมาข้างต้น สามารถสรุปพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในส่วนที่ 3 คือส่วนของการตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ว่า ก่อนทดลอง นักเรียนไม่สามารถตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ เมื่อการทดลองผ่านไปจนกระทั่งสัปดาห์ที่สี่ นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น โดยนักเรียนสามารถแสดงการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ดีขึ้น และเมื่อหลังทดลองพบว่า นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชัดเจนขึ้นเมื่อเปรียบเทียบกับระยะก่อนทดลองและระหว่างทดลอง

จากที่กล่าวมา สามารถสรุปได้ว่า ส่วนที่ 1 นักเรียนสามารถวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา ระบุข้อมูลที่ทราบจากโจทย์ สิ่งที่โจทย์ต้องการ และดูความเพียงพอของข้อมูลในการหาคำตอบได้ชัดเจน ครบถ้วนมากขึ้นจากระยะก่อนเรียน ระหว่างเรียน และระยะหลังเรียนตามลำดับ ในส่วนที่ 2 นักเรียนสามารถกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา จัดลำดับขั้นตอน และนำแนวทางที่กำหนดไว้มาดำเนินการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น เขียนเป็นลำดับขั้นตอนและแก้ปัญหาได้ถูกต้องมากขึ้นตามระยะ จากระยะก่อนเรียน ระหว่างเรียน และระยะหลังเรียนตามลำดับ และในส่วนที่ 3 นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ดีขึ้น โดยสามารถหาเหตุผลมาสนับสนุนความสมเหตุสมผลได้ตรงประเด็น และดำเนินการตรวจสอบคำตอบด้วยวิธีต่างๆได้ถูกต้องและชัดเจนขึ้นตามระยะเวลา จากระยะก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน ตามลำดับ ซึ่งพัฒนาการความสามารถของนักเรียนทั้ง 3 ส่วน เป็นองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นใน 3 ระยะคือระยะก่อนทดลอง ระหว่างทดลอง และระยะหลังทดลอง

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่องผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้กับเกณฑ์ร้อยละ 60

2. เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ก่อนเรียนและหลังเรียน

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

5. เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 10 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานกระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 ในโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 10 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 2 ห้องเรียน ซึ่งเลือกจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม จำนวน 6 ห้องเรียน โดยผู้วิจัยได้สุ่มนักเรียนเพื่อใช้เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม กลุ่มละ 1 ห้องเรียน

ผู้วิจัยเลือกนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยผู้วิจัยนำคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2557 ของนักเรียนทั้ง 6 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) แล้วเลือกห้องที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ใกล้เคียงกันมากที่สุดจำนวน 2 ห้อง คือห้อง ม.3/7 และ ม.3/11 ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 18.23 และ 19.26 ตามลำดับ จากนั้นผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญที่ทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยการทดสอบที (t-test for Independent Sample) พบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานไม่แตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงทำการจับฉลากเพื่อจัดกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม.3/11 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ และนักเรียนห้อง ม.3/7 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมงและ 1.5 ชั่วโมง ตามลำดับ

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ตามเนื้อหาเรื่อง วงกลม ในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รวมแผนการจัดการเรียนรู้มีทั้งหมดจำนวน 12 แผน ใช้ในการทดลองสอน 12 คาบ เป็นระยะเวลา 4 สัปดาห์

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและหลังเรียน โดยมีรายละเอียด ดังนี้

2.1 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบจำนวน 30 ข้อ มีความเที่ยงเท่ากับ 0.72 ค่าความยากง่าย (p) เท่ากับ 0.24-0.71 และค่าอำนาจจำแนก (r) เท่ากับ 0.23-0.54

2.2 แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ จำนวน 30 ข้อ มีความเที่ยงเท่ากับ 0.82 ค่าความยากง่าย (p) เท่ากับ 0.24-0.66 และค่าอำนาจจำแนก (r) เท่ากับ 0.21-0.58

2.3 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน เป็นข้อสอบชนิดข้อเขียน จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 12 คะแนน มีความเที่ยงเท่ากับ 0.77 ค่าความยากง่าย (p) เท่ากับ 0.30-0.49 และค่าอำนาจจำแนก (r) เท่ากับ 0.27-0.53

2.4 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน เป็นข้อสอบชนิดข้อเขียน จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 12 คะแนน มีความเที่ยงเท่ากับ 0.60 ค่าความยากง่าย (p) เท่ากับ 0.30-0.43 และค่าอำนาจจำแนก (r) เท่ากับ 0.27-0.41

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยมีขั้นตอนการดำเนินงานดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม

1.2 ผู้วิจัยติดต่อผู้อำนวยการโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ เพื่อประสานงาน ขอความร่วมมือในการนำกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ไปทดลองใช้ และขอความร่วมมือในการกำหนดตารางสอน และขอบเขตเนื้อหาที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.3 ผู้วิจัยทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 10 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

1.4 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารเกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่ม

2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

2.1 ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างด้วยเทคนิคการเลือกตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive Sampling) แล้วเลือกกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจากคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 ที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s.d.) ใกล้เคียงกันมากที่สุด 2 ห้อง คือห้อง ม.3/7 และ ม.3/11 ที่มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 18.23 และ 19.26 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

(s.d.) เท่ากับ 3.714 และ 4.697 ตามลำดับ จากนั้นนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของทั้งสองห้องไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ผลการทดสอบพบว่าความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของทั้งสองห้องเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนำค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ของนักเรียนทั้งสองห้องเรียน ไปทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ด้วยค่าที (t-test for Independent Sample) ผลการทดสอบพบว่า ค่าเฉลี่ยคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของทั้งสองเรียนไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องเรียนมีพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกัน แล้วทำการสุ่มอย่างง่ายด้วยวิธีจับสลาก ผลดังนี้ ม.3/11 เป็นกลุ่มทดลอง คือ กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ และ ม.3/7 เป็นกลุ่มควบคุม คือ กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2.2 ผู้วิจัยให้นำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนไปให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำ แล้วนำมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูล โดยนำคะแนนมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s) ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) พบว่าค่าความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกัน แล้วนำมาทดสอบความแตกต่างด้วยค่าที (t-test for Independent Sample) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของทั้งสองห้องแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 19.26 กลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ18.23 และกลุ่มทดลองมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.697 และกลุ่มควบคุมมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.714

ดังนั้นในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยจึงต้องใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) โดยผู้วิจัยใช้คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนมาเป็นตัวแปรร่วมเพื่อปรับคะแนนหลังทดลอง

2.3 ผู้วิจัยให้นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนไปให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำ แล้วนำมาตรวจให้คะแนนและทำการวิเคราะห์ข้อมูล โดยนำคะแนนมาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (s.d.) ไปทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) พบว่าค่าความแปรปรวนของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกัน แล้วนำมาทดสอบความแตกต่างด้วยค่าที (t-test for Independent Sample) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของทั้งสองห้องแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 18.20

กลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต เท่ากับ 21.13 และกลุ่มทดลองมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 7.571 และกลุ่มควบคุมมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.911

ดังนั้นในการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยจึงต้องใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) โดยผู้วิจัยใช้คะแนนที่ได้จากการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนมาเป็นตัวแปรร่วมเพื่อปรับคะแนนหลังทดลอง

2.4 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เตรียมไว้ โดยทำการทดลองกับนักเรียนทั้งสองกลุ่ม ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2558 โดยสอนตามชั่วโมงปกติของโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ ในสาระการเรียนรู้เรื่องวงกลม จำนวน 12 คาบ โดยเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 18 มกราคม 2559 ถึงวันที่ 8 กุมภาพันธ์ 2559

2.5 ผู้วิจัยนำแบบวัดมโนทัศน์แบะความสามรถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนมาให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มทำ

2.6 ผู้วิจัยนำผลคะแนนมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูล โดยทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science: SPSS) และการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพโดยศึกษาจากร่องรอยการทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาก่อนและหลังเรียน และร่องรอยการทำงานจากข้อความในใบงาน โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

- เปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ โดยวิเคราะห์ด้วยเทคนิควิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) โดยใช้คะแนนจากแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเป็นตัวแปรร่วม ซึ่งนำไปปรับแต่งความแตกต่างของมโนทัศน์พื้นฐานที่แตกต่างกันของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

- เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยด้วยการทดสอบค่าที (Paired Sample t-test)

- เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ โดยวิเคราะห์ด้วยเทคนิควิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (ANCOVA) โดยใช้คะแนนจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา

ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนเป็นตัวแปรร่วม ซึ่งนำไปปรับแต่งความแตกต่างของมโนทัศน์พื้นฐานที่แตกต่างกันของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

- วิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ ด้วยการวิเคราะห์ข้อมูลก่อนการทดลอง ระหว่างการทดลอง และหลังการทดลอง โดยนำข้อมูลจากหลักฐาน ร่องรอย การตอบคำถามจากใบงาน แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียน และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน มาวิเคราะห์ด้วยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content analysis)

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สรุปผลการวิจัย ดังนี้

1. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นเมื่อเปรียบเทียบเป็นระยะจากก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน โดยก่อนการทดลองนั้น นักเรียน

สามารถระบุข้อมูลจากโจทย์ได้ กำหนดแนวทางการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหา รวมถึงตรวจสอบคำตอบได้บ้าง แต่ยังไม่ครบถ้วน ชัดเจน โดยนักเรียนระบุความรู้ได้ แต่นักเรียนบางส่วนใช้การคัดลอกโจทย์มาทั้งหมดแทนการระบุข้อมูล นักเรียนหาความสัมพันธ์ของข้อมูลได้บ้าง แต่ไม่สามารถนำมาจัดลำดับขั้นตอนเพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหาได้ และนักเรียนส่วนใหญ่ไม่รู้วิธีการตรวจสอบคำตอบ ระยะระหว่างการทดลอง พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น นักเรียนสามารถระบุความรู้ได้ กำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นดีขึ้น ดำเนินการแก้ปัญหาถูกต้องและรู้วิธีการตรวจสอบคำตอบได้มากขึ้น ชัดเจนกว่าก่อนการทดลอง ระยะหลังการทดลอง พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้นอย่างเห็นได้ชัด นักเรียนสามารถระบุความรู้ พิจารณาความเพียงพอของข้อมูล สามารถหาความสัมพันธ์ของข้อมูล นำมากำหนดแนวทางการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นเพื่อแก้ปัญหาได้ ดำเนินการแก้ปัญหาไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้ และตรวจสอบคำตอบได้ถูกต้อง ชัดเจน เป็นส่วนใหญ่

อภิปรายผลการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยขอนำเสนอการอภิปรายผลการวิจัยตามสมมติฐานการวิจัย ดังนี้

1. จากผลการวิจัย ที่พบว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1 อาจเป็นผลเนื่องมาจากกระบวนการ RMT และการเสริมต่อการเรียนรู้มีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เริ่มจากการส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้การสังเกต การสะท้อนความคิดของตนเอง การหาความสัมพันธ์ของข้อมูลและพัฒนาความคิด เชื่อมโยงข้อมูลจากความรู้พื้นฐานเดิมของนักเรียนมาสร้างมโนทัศน์ใหม่ ส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกคิด ฝึกสร้างมโนทัศน์ใหม่ด้วยตนเอง และได้ฝึกใช้มโนทัศน์ที่สร้างขึ้น ซึ่งในแต่ละขั้นดำเนินการแบบค่อยเป็นค่อยไปและต่อเนื่องตั้งแต่ขั้นแรก ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจในเนื้อหาอย่างถูกต้องและเป็นระบบ และมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดี

2. จากผลการวิจัย ที่พบว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 2 อาจเป็นผลเนื่องมาจากกระบวนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้เป็นการจัดกิจกรรมการ

เรียนรู้ที่เน้นย้ำให้นักเรียนได้สร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองจากพื้นฐานความรู้และความคิดเดิมที่มีของนักเรียนเองในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ที่จะเรียนรู้ เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดและฝึกหาความสัมพันธ์ข้อข้อมูลในเนื้อหาเดิม และได้เชื่อมมโนทัศน์เดิมนั้นมาสู่มโนทัศน์ใหม่อย่างเป็นขั้นเป็นตอน โดยมีครูคอยช่วยเหลือ ชี้แนะให้นักเรียนได้เรียนรู้อย่างต่อเนื่องและสามารถดำเนินการด้วยตนเองได้จนสำเร็จ นอกจากนั้นเมื่อนักเรียนสร้างมโนทัศน์ใหม่ได้แล้ว นักเรียนยังได้ทำใบงานที่ให้นักเรียนได้ฝึกนำมโนทัศน์ที่ได้ไปใช้ ซึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์นี้นักเรียนได้เรียนรู้ตามกระบวนการ 6 ขั้นตอน ผู้วิจัยพบว่า

ขั้นที่ 1 ขั้นสังเกตและสะท้อนการคิด นักเรียนได้เตรียมความพร้อมเพื่อการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ โดยครูตรวจสอบความพร้อมของนักเรียนทั้งด้านความรู้และความคิดเกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ ผ่านการทำกิจกรรม การสังเกตใบงานหรือกิจกรรมที่ทำ และนักเรียนได้สะท้อนความคิดเกี่ยวกับกิจกรรมออกมา ทำให้นักเรียนได้ทบทวนความรู้เดิม และครูได้ตรวจสอบความรู้พื้นฐานของนักเรียนด้วย ซึ่งจะพบว่ามีนักเรียนที่มีความรู้พื้นฐานเดิมทั้งถูกต้องและไม่ถูกต้อง ในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมดี แต่ยังไม่ค่อยกล้าพูดสะท้อนความคิดของตนเองออกมา และไม่กล้าเขียนแสดงสิ่งที่ตนเองสังเกตได้ เพราะกลัวไม่ถูกต้อง ครูต้องคอยกระตุ้นให้นักเรียนได้สะท้อนความคิด และฝึกเขียนความคิดตนเองที่ได้ลงไป ซึ่งการที่ครูช่วยเหลือส่วนนี้ทำให้นักเรียนกล้าที่จะแสดงความคิดของตนเองออกมาได้มากขึ้น และทำให้ครูเข้าใจนักเรียนและสามารถแก้ปัญหาให้นักเรียนได้ตรงจุดมากขึ้นด้วย

ขั้นที่ 2 ขั้นพัฒนาการคิดให้มีระดับสูงขึ้น นักเรียนจะได้รับการไต่ลำดับความคิดจากความรู้เดิมของนักเรียนที่สะท้อนออกมาในขั้นก่อนหน้า พัฒนาให้นักเรียนแยกมโนทัศน์ที่ถูกและผิดได้ โดยนักเรียนจะได้รับการแก้ไขความรู้ ความคิดเดิมที่ยังไม่ถูกต้องจากครู และได้รับความรู้ความคิดเกี่ยวกับเนื้อหาที่ต่อยอดจากเดิมให้สูงขึ้นและเพียงพอต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ ทำให้นักเรียนมีความพร้อมในการเรียนรู้มากขึ้น ซึ่งพบว่านักเรียนที่มีความรู้ในเนื้อหาพื้นฐานถูกต้องช่วยชี้แนะเพื่อนที่มีความรู้ยังไม่ถูกต้องได้ และเมื่อครูให้ความรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับเนื้อหาให้นักเรียน ก็ยังคงมีนักเรียนที่มีความรู้นั้นไม่ถูกต้องอยู่ ครูต้องคอยตรวจสอบและแก้ไขความรู้ที่ไม่ถูกต้องของนักเรียนให้ถูกต้องก่อน

ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ในขั้นนี้นักเรียนจะได้เชื่อมมโนทัศน์เดิมมาสู่มโนทัศน์ใหม่ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยมีครูชี้ให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ย่อย ทำให้นักเรียนค่อยๆสัมพันธ์ความรู้เดิมเชื่อมโยงมาสู่ความรู้ใหม่อย่างเป็นระบบ ซึ่งพบว่า ในขณะที่นักเรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมในช่วงแรกของการเรียนรู้ นักเรียนไม่คุ้นเคยกับกระบวนการที่ให้นักเรียนเขียนและเรียนรู้ด้วยตนเอง นักเรียนจะไม่กล้าเขียนคำตอบลงในใบกิจกรรม และในการหาความสัมพันธ์ของความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ ครูต้องคอยกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความรู้จากขั้นก่อนหน้ามาเชื่อมความสัมพันธ์กับกิจกรรมสร้างมโนทัศน์ใหม่ เนื่องจากนักเรียนอาจจะไม่ได้นึกถึงกิจกรรมเดิม

และไม่หาสัมพันธ์ของความรู้ ครูจึงต้องคอยตรวจสอบการทำกิจกรรมและชี้แนะให้นักเรียนได้ใช้ความรู้เดิมอย่างต่อเนื่อง เพื่อสร้างมโนทัศน์ใหม่ได้เองอย่างเป็นระบบ และมีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น

ขั้นที่ 4 ขั้นค้นพบและกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ขั้นนี้นักเรียนจะค้นพบ และสรุปข้อค้นพบมโนทัศน์ด้วยตนเองในใบกิจกรรมจากการเชื่อมโยงมโนทัศน์ในขั้นก่อนหน้า ซึ่งพบว่าเมื่อครูให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์เอง นักเรียนจะเขียนข้อสรุปด้วยภาษาตนเองซึ่งแต่ละคนมีความแตกต่างกัน ครูต้องตรวจสอบข้อสรุปของนักเรียนเพื่อดูความใกล้เคียงและสอดคล้องกับมโนทัศน์ในเนื้อหามากที่สุด และเมื่อ

ขั้นที่ 5 ขั้นการใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้ฝึกเขียนมโนทัศน์ที่สร้างได้โดยใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ตามโครงสร้างแต่ละเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่เป็นข้อตกลงที่ต้องเขียนเหมือนกัน ขั้นนี้ครูจึงต้องเขียนแสดงภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหานั้นให้นักเรียนดู

ขั้นที่ 6 ขั้นการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหา ขั้นนี้นักเรียนได้ฝึกใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างขึ้นมาอย่างเป็นระบบ และนำมโนทัศน์นั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง ซึ่งพบว่านักเรียนสามารถนำมโนทัศน์นั้นไปแก้ปัญหาเองได้ อาจเพราะเป็นการทำงานอย่างต่อเนื่องในทันที ทำให้นักเรียนใช้มโนทัศน์ที่เรียนแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ในบางโจทย์ปัญหาที่มีความรู้อื่นมาประยุกต์ด้วย นักเรียนจะเริ่มสับสน ครูต้องคอยตรวจสอบความเข้าใจ และคอยชี้แนะให้นักเรียนค่อยๆใช้ความรู้มาแก้ปัญหาเองให้สำเร็จด้วยตนเองได้

จากกระบวนการทั้ง 6 ขั้นตอนข้างต้น ทำให้นักเรียนกลุ่มทดลองมีความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนชัดเจนและเกิดการคิดที่เป็นนามธรรมในเนื้อหาที่เรียนได้มากกว่ากลุ่มทดลอง โดยขั้นที่ 3 และ 4 เป็นขั้นที่เน้นให้นักเรียนมีการสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเอง และสรุปมโนทัศน์นั้นด้วยความเข้าใจของตนเอง ส่งผลให้นักเรียนกลุ่มทดลองมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น เมื่อพิจารณานักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือขั้นเตรียมความพร้อม ขั้นจัดกิจกรรม และขั้นสรุปและสะท้อนการคิดนั้น พบว่า นักเรียนมีการฝึกการสร้างมโนทัศน์ด้วยตัวเองบ้าง แต่ไม่เป็นลำดับขั้นตอนและต่อเนื่องเท่ากับกลุ่มทดลอง อีกทั้งกลุ่มควบคุมก็ไม่ได้รับการสอนที่ใช้แนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ในระหว่างเรียนรู้ จึงอาจส่งผลให้กลุ่มควบคุมมีความเข้าใจในเนื้อหาและมีมโนทัศน์ในเนื้อหาที่เรียนไม่ชัดเจนและต่อเนื่องเท่ากับกลุ่มทดลอง ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของบลูเนอร์ (Bruner, 1960) ที่กล่าวว่า การให้นักเรียนค้นพบความรู้ด้วยตนเองเป็นวิธีการที่ช่วยสนับสนุนให้นักเรียนได้เกิดความเข้าใจในสิ่งที่เรียน และสามารถนำไปประยุกต์ในสถานการณ์ใหม่ได้ และสอดคล้องกับผลการวิจัยของคินาดและโคซูลิน (Kinard and Kozulin, 2005) ได้ศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยใช้กระบวนการ RMT และ MLE (Mediated Learning Experience) ซึ่งพบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนการสอนแบบปกติ

อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จึงอาจเป็นเหตุผลที่ทำให้กลุ่มทดลองมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุม

3. นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 3 ที่ผู้วิจัยตั้งไว้ ทั้งนี้อาจมีเหตุผลสนับสนุน ดังนี้

ผู้วิจัยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ ซึ่งมีกระบวนการในการฝึกใช้มโนทัศน์ที่สร้างได้ในขั้นตอนก่อนหน้า และนำมโนทัศน์นี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทต่างๆด้วยตนเอง ในขั้นที่ 6 เมื่อใช้ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนสามารถฝึกแก้ปัญหาด้วยตนเองได้อย่างเต็มที่ ซึ่งจากการจัดกิจกรรมพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่จะเริ่มต้นแก้ปัญหาด้วยตนเองไม่ได้ ครูต้องคอยกระตุ้น และพยายามให้นักเรียนค่อยๆตอบคำถามในใบงานทีละขั้นตอนก่อน โดยครูจะต้องใจเย็น และไม่ควบคุมการทำงานของนักเรียนมากเกินไป ดังที่ แวน เดอ สตัฟ (Van Der Stuyf, 2002) กล่าวไว้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยมีการใช้การเสริมต่อการเรียนรู้นั้นครูต้องหยุดการควบคุมและให้อิสระในการทำงานกับนักเรียน แม้จะเป็นการทำงานที่ผิดไปก่อนได้ ซึ่งอาจเป็นสิ่งที่ยากสำหรับครูในการปฏิบัติ ครูต้องพยายามให้นักเรียนแก้ปัญหาให้ได้ด้วยตนเองให้มากที่สุด แต่เนื่องด้วยจำนวนนักเรียนในห้องมีจำนวนมาก จึงทำให้ครูไม่สามารถตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคนได้ทั้งหมด ทำให้การช่วยเหลือนักเรียนให้เกิดความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเองโดยต่อยอดจากสิ่งที่นักเรียนแต่ละคนทำได้นั้นเป็นไปได้ยาก

จากขั้นตอนที่ 6 เอื้อให้นักเรียนได้นำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่สร้างได้ไปใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง นักเรียนได้ฝึกการใช้มโนทัศน์ในใบกิจกรรมต่อเนื่องจากการสร้างมโนทัศน์นั้น ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในปัญหาดีขึ้น ซึ่งส่งผลให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นด้วย

จากเดิมก่อนเรียนผู้วิจัยได้ทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียน พบว่าเดิมนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับที่ต้องพัฒนา คือนักเรียนไม่สามารถนำข้อมูลจากโจทย์มาสัมพันธ์และเรียงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาเพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาและดำเนินการแก้ปัญหาได้ รวมถึงไม่สามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ด้วย และเมื่อผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ ซึ่งมีขั้นตอนการเน้นให้นักเรียนนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาเพื่อฝึกการดำเนินการแก้ปัญหาอย่างต่อเนื่อง และนักเรียนได้รับ

การชี้แนะและเสริมต่อการเรียนรู้จากครูระหว่างการดำเนินการอย่างต่อเนื่อง จึงทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นกว่าก่อนเรียน

4. จากผลการวิจัย ที่พบว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 4 โดยอาจมีสาเหตุมาจากการที่ผู้วิจัยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนกลุ่มทดลอง ซึ่งเป็นกระบวนการที่เน้นการนำมโนทัศน์ที่นักเรียนสร้างได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทต่างๆด้วยตนเองในขั้นที่ 6 และเมื่อใช้ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ ทำให้นักเรียนสามารถฝึกแก้ปัญหาด้วยตนเองได้อย่างเป็นขั้นเป็นตอนและต่อเนื่องจากสิ่งที่ตนเองได้ดำเนินการมาตั้งแต่การเริ่มสร้างมโนทัศน์ ฝึกใช้มโนทัศน์นั้น และนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยในแต่ละช่วงการทำงานก็มีการเน้นให้นักเรียนได้ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นส่วนใหญ่ ทำให้นักเรียนได้ฝึกพยายามดำเนินการแก้ไขปัญหาจนสำเร็จได้ด้วยตนเอง จึงช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจปัญหา สามารถคิดกำหนดแนวทางที่จะดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตัวเองได้ และสามารถตรวจสอบคำตอบที่ได้มาด้วยตนเองได้ดีขึ้น ในขณะที่กลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ไม่ได้รับการฝึกการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบขั้นตอนมากนัก อีกทั้งยังไม่ได้รับการเสริมต่อการเรียนรู้ ที่กระตุ้นให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตัวเอง ด้วยเหตุนี้จึงส่งผลให้นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยของ อิบราฮิม (Ibrahim Jbeili, 2012) ที่ศึกษาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือและการเสริมต่อการเรียนรู้ พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือและการเสริมต่อการเรียนรู้มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ และสอดคล้องกับแนวคิดของ สสวท. (2555) ที่กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ให้นักเรียนได้มีการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้งาน ครูควรส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกฝน ให้นักเรียนได้ใช้ความคิด ประสบการณ์ไปใช้ในการแก้ปัญหา และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาอย่างต่อเนื่อง และสอดคล้องกับ อัมพร ม้าคนอง (2554) ที่ว่าสิ่งสำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้คือ นักเรียนควรได้รับการเรียนรู้กระบวนการแก้ปัญหาที่เป็นระบบและเป็นภาพรวมที่สามารถนำไปใช้กับการแก้ปัญหาใดๆก็ได้ การมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบและต่อเนื่องจึงมีความสำคัญต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ยิ่งขึ้น

5. จากผลการวิจัย ที่พบว่านักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นเป็นลำดับเมื่อเปรียบเทียบเป็นระยะจากก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน สามารถอภิปรายผลได้ ดังนี้

พัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ส่วนของความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา พบว่าก่อนการทดลองนักเรียนสามารถระบุข้อมูลที่ได้จากโจทย์ได้ถูกต้องเป็นส่วนใหญ่ แต่ยังไม่ชัดเจน และยังไม่สามารถพิจารณาความเพียงพอของข้อมูลได้ถูกต้องทั้งหมด ในระยะระหว่างการทดลอง พบว่านักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น นักเรียนสามารถระบุข้อมูลจากโจทย์และพิจารณาความเพียงพอของข้อมูลได้ชัดเจน ครบถ้วนขึ้น และหลังการทดลอง พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชัดเจนขึ้นอย่างเห็นได้ชัดเมื่อเปรียบเทียบกับระยะก่อนทดลอง และระหว่างทดลอง ซึ่งพัฒนาการในส่วนนี้อาจมีสาเหตุมาจากการที่นักเรียนได้ฝึกสังเกตและสะท้อนการคิดระหว่างการเรียนรู้ในขั้นที่ 1 ของกระบวนการ RMT ทำให้นักเรียนได้นำไปใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลปัญหาได้ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของไวก็อตสกี (Vygotsky, 1986) ที่ว่า การที่นักเรียนได้สังเกตและคิดเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง จะทำให้เกิดการเชื่อมข้อมูลจากประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำลังพบเจอ จึงอาจส่งผลให้นักเรียนมีพัฒนาการในส่วนนี้ดีขึ้น

พัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ส่วนของความสามารถของนักเรียนในการกำหนดแนวทางการแก้ปัญหาและดำเนินการตามแนวทางที่กำหนดไว้ พบว่าระยะก่อนการทดลองนักเรียนไม่สามารถหาความสัมพันธ์เพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นได้ และไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้ทั้งหมด ในระยะระหว่างการทดลอง พบว่านักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น นักเรียนสามารถหาความสัมพันธ์ของข้อมูลและเขียนกำหนดแนวทางเป็นลำดับขั้นได้มากขึ้น และแก้ปัญหาได้ชัดเจนขึ้น และหาคำตอบที่ถูกต้องได้มากขึ้น และหลังการทดลอง พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชัดเจนขึ้นอย่างเห็นได้ชัดเมื่อเปรียบเทียบกับระยะก่อนทดลอง และระหว่างทดลอง ซึ่งพัฒนาการในส่วนนี้อาจมีสาเหตุมาจากการที่นักเรียนได้ฝึกหาความสัมพันธ์ของข้อมูล ความรู้ด้วยตนเอง และฝึกนำข้อมูลไปใช้ดำเนินการแก้ปัญหา ในขั้นที่ 3 และขั้นที่ 6 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งทำให้นักเรียนได้ใช้ความรู้เดิมมาเชื่อมข้อมูลใหม่เกิดเป็นการคิด ลำดับการดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนได้พบ ฝึกแก้ปัญหาบ่อยๆ รวมถึงครูนักเรียนมีเวลาในการดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับบิทเตอร์ (Bitter, 1990: 3-4) ที่กล่าวว่าการสอนเพื่อให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานั้น ครูควรให้นักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหาที่น่าสนใจ

และท้าทายบ่อยๆ ให้นักเรียนได้ร่วมอภิปรายวิธีการแก้ปัญหาและผลการแก้ปัญหานั้น และควรให้เวลากับนักเรียนในการแก้ปัญหา

พัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ส่วนของความสามารถของนักเรียนในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลและความถูกต้องของคำตอบ พบว่าก่อนการทดลอง นักเรียนไม่สามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ทั้งหมด และวิธีการตรวจสอบคำตอบยังไม่ถูกต้อง รวมทั้งไม่สามารถแสดงเหตุผลในความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ ในระยะระหว่างการทดลอง พบว่านักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น นักเรียนสามารถเขียนแสดงการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ชัดเจน ครบถ้วนขึ้น และเขียนแสดงเหตุผลของความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ดีขึ้น และหลังการทดลอง พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ชัดเจนขึ้นอย่างเห็นได้ชัดเมื่อเปรียบเทียบกับระยะก่อนทดลอง และระหว่างทดลอง ซึ่งพัฒนาการในส่วนนี้อาจมีสาเหตุมาจากการที่นักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ในขั้นตอนที่ 6 ของการจัดกิจกรรม รวมทั้งได้รับการเสริมต่อการเรียนรู้ขณะดำเนินการแก้ปัญหา มีครูคอยช่วยเหลือให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาด้วยกันจนนักเรียนแก้ปัญหาได้เอง ทำให้เกิดความเข้าใจในการแก้ปัญหา สามารถเข้าใจ และให้เหตุผลแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบได้มากขึ้น และตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบโดยใช้วิธีการตรวจสอบได้ถูกต้องมากขึ้นโดยสามารถใช้วิธีย้อนกลับไปที่วิธีการแก้ปัญหาในขั้นแรกของการแก้ปัญหาได้ ซึ่งไวก็อตสกี้ (Vygotsky, 1978: 36) ที่กล่าวว่าการแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายหลังจากการแก้ปัญหาร่วมกันกับผู้อื่นที่ได้ใช้ปัจจัยการคิดทางสังคมที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจถึงความหมายของแนวคิดและการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้และยอมรับวิธีที่แตกต่าง เกิดเป็นการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีที่สามารถทำได้จริงด้วยตนเองได้

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะดังนี้

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. จากการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ เรื่องวงกลม ส่งผลให้นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ ดังนั้นครูผู้สอนควรศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้นี้เพื่อนำไปออกแบบและ

นำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในห้องเรียนของตัวเองให้เหมาะสมกับนักเรียนและเนื้อหาที่สอน และเพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยควรให้เวลานักเรียนในการคิดและทำกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อให้นักเรียนได้ฝึกคิดและทำงานตามขั้นตอน ให้เวลานักเรียนในการเชื่อมความรู้เดิมมาสู่ความรู้ใหม่ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สร้างมโนทัศน์และดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเอง แม้ว่าการดำเนินการของนักเรียนจะยังไม่ถูกต้องก็ตาม และครูควรคอยตรวจสอบความคิดและการทำงานของนักเรียนอย่างต่อเนื่อง

2. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครูควรเสริมต่อการเรียนรู้ให้กับนักเรียนเป็นรายบุคคลโดยตรวจสอบความรู้หรือวิธีการของนักเรียนขณะนั้นก่อน และช่วยเหลือนักเรียนเมื่อนักเรียนไม่สามารถดำเนินการทำงานด้วยตนเองได้ในทันที เพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ไข หรือดำเนินการทำงานได้อย่างต่อเนื่อง และมีความเข้าใจในเนื้อหาได้ดีขึ้น

3. เนื่องจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ ฝึกให้นักเรียนสร้างมโนทัศน์ ฝึกใช้มโนทัศน์ และนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ครูผู้สอนจึงควรมีความอดทนในการใช้กระบวนการอย่างต่อเนื่อง เนื่องจากในช่วงแรกนักเรียนอาจไม่คุ้นเคยกับกระบวนการที่ต้องทำงานด้วยตนเอง แต่เมื่อเวลาผ่านไป นักเรียนจะค่อยๆพัฒนาและคุ้นเคยกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มากขึ้น โดยครูควรเตรียมใบกิจกรรมหรือใบงานที่เริ่มต้นด้วยความรู้ง่ายๆ และใช้คำถามที่เข้าใจง่าย ง่ายต่อการเขียนตอบคำถาม และครูควรคอยกระตุ้น ชี้แนะและช่วยเหลือนักเรียนขณะทำกิจกรรมในช่วงแรกอย่างใกล้ชิด

4. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ มีกระบวนการ 3 ระยะ 6 ขั้นตอน ซึ่งค่อนข้างต้องใช้เวลา และเพื่อให้นักเรียนได้มีเวลาในการคิดและทำงานตามกระบวนการอย่างเป็นระบบและต่อเนื่อง ทำให้ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เป็นคาบคู่เพื่อให้เกิดความต่อเนื่องของกระบวนการ และทำให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาตัวแปรอื่นๆที่นอกเหนือจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเชื่อมโนยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ และการคิดอย่างมีวิจารณญาณ เป็นต้น เพื่อศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ในการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์อื่นๆ

2. ควรศึกษาวิจัยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้กับนักเรียนในระดับชั้นอื่นๆ เพื่อตรวจสอบประสิทธิภาพของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาอื่นๆ เนื่องจากการวิจัยครั้งนี้ใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยกิจกรรมที่จัดขึ้นจะเน้นให้นักเรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองจากความรู้ ประสบการณ์เดิม ซึ่งหากเป็นนักเรียนที่ระดับชั้นต่ำกว่า อาจจะทำให้การจัดกิจกรรมสนับสนุนการสร้างองค์ความรู้ที่เป็นรูปธรรมมากขึ้น โดยอาจจะมีการปรับกิจกรรมให้เหมาะสมกับระดับชั้นของนักเรียน โดยกาจจะมีการเพิ่มขั้นการขยายความคิดเพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น เช่น ขั้นขยายความคิดไปสู่มโนทัศน์อื่น และขยายความคิดไปสู่ชีวิตประจำวัน เป็นต้น

3. ควรมีการศึกษาพัฒนาการของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในระยะยาว เนื่องจากในการวิจัยที่ผ่านมานั้นผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้กับเนื้อหาเพียงเรื่องเดียวในการวิเคราะห์พัฒนาการ อาจทำให้เห็นพัฒนาการไม่เด่นชัดเท่าที่ควร จึงควรมีการศึกษาพัฒนาการของนักเรียนในระยะยาว เพื่อให้เห็นประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กมลรัตน์ หล้าสุวงษ์. (2528). *จิตวิทยาการศึกษา*. กรุงเทพมหานคร. ภาควิชาแนะแนวและจิตวิทยาการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์. (2546). *การคิดเชิงมโนทัศน์*. กรุงเทพมหานคร: ซัคเซสมีเดีย.

ชูรายา สัสตีวงศ์. (2555). *การพัฒนากระบวนการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์. (2537). ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการสอน. *สารพัฒนาหลักสูตร*. 14 (ตุลาคม-ธันวาคม 2537): 55-60.

บัญชา แสนทวี. (2556) *การเตรียมความพร้อมต่อการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์สู่อาเซียน: กรณีศึกษาคะแนน PISA และ O-NET*. [ออนไลน์]. 2556. สืบค้นจาก: http://www.sw-sch.net/docs/pisa.pdf.

บุญเสริม ฤทธาภิรมย์. (2523). *การเรียนรู้แบบสร้างความคิดรวบยอด*. วารสารประชากรศึกษา, 31(กุมภาพันธ์): 6-17.

เบญจมาศ ฉิมมาลี. (2550). *ผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของฟรายวิลลิกที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต, ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ประยูร อาษานาม. (2537). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในระดับประถมศึกษา: หลักการและแนวปฏิบัติ,* กรุงเทพมหานคร: ประกายพรึก.

ปราณี รามสูต. (2528). *จิตวิทยาการศึกษา.* กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์เจริญกิจ.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์, *ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางวิชาคณิตศาสตร์หน่วยที่ 12-15.* สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ภัทรกุล จริยวิทยานนท์ และอินทิรา ศรีวัฒนะธรรมา. (2533). คณิตศาสตร์กับการพัฒนาประเทศ. *วารสาร สสวท.* ปีที่ 18 ฉบับ 2 (ตุลาคม-ธันวาคม 2533).

ยุพิน พิพิธกุล. (2542). การแก้ปัญหา. *วารสารคณิตศาสตร์,* 485-487(กุมภาพันธ์-เมษายน): 5-12.

ราชบัณฑิตยสถาน. (2551). *พจนานุกรมศัพท์ศึกษาศาสตร์ อักษร A-L ฉบับราชบัณฑิตสถาน,* กรุงเทพมหานคร: อรุณการพิมพ์. หลักสูตร 113(เม.ย.-มิ.ย.): 49-5.

กระทรวงศึกษา, กรมวิชาการ. (2544). *คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนร์ คณิตศาสตร์.* กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

กระทรวงศึกษา, กรมวิชาการ. (2546). *การจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1-6 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2544.* กรุงเทพมหานคร: กระทรวงศึกษาธิการ.

วิไลวรรณ ตรีศรี ชะนะมา. (2537). แนวคิดบางประการเกี่ยวกับความคิดรวบยอด. *สารพัฒนาหลักสูตร.* 113 (เมษายน-มิถุนายน): 49-51.

ศศิวรรณ ศรีพหล. (2536). *การวิเคราะห์พฤติกรรมการเรียน.* ประมวลสาระชุดวิชาการพัฒนาหลักสูตรและวิทยาวิธีทางการสอน หน่วยที่ 8-11. กรุงเทพมหานคร มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.* กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

ศึกษาธิการ, กระทรวง. สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). *หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.* กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

โศจิวัจน์ เสริฐศรี. (2553). *การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้แนวคิดการคิดเชิงสัมพันธ์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนประถมศึกษา.* วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2557*). ผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2556* [ออนไลน์]. 2557. สืบค้นจาก: http://www.niets.or.th.pdf [2557, ตุลาคม 31]

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2546). *แนวทางการจัดการเรียนรู้*. กรุงเทพมหานคร: คุรุสภา.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). 2551. *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.). (2555). *การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์*. กรุงเทพมหานคร: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สิรีรัตน์ ผลขวัญโชติกา. (2554). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E×2 ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3.* วิทยานิพนธ์ปริญญาดุษฎีบัณฑิต, ภาควิชาหลักสูตรและการสอนคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุรางค์ โค้วตระกูล. (2533). *จิตวิทยาการศึกษา.* กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สมเดช บุญประจักษ์. (2544). แนวคิดในการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์. *วารสารคณิตศาสตร์.* (พฤศจิกายน-ธันวาคม 2544): 33-37.

สมนึก ภัททิยธนี. (2547). *เทคนิคการสอนและรูปแบบการเขียนข้อสอบแบบเลือกตอบ วิชาคณิตศาสตร์เบื้องต้น.* พิมพ์ครั้งที่ 2. กาฬสินธุ์: ประสานการพิมพ์.

สมศักดิ์ โสภณพินิจ. (2547). ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (กับการสอน). *วารสารคณิตศาสตร์*. ฉบับเฉลิมพระเกียรติ 72 พรรษา: 14-25.

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์. (2520). *เทคนิคและวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่.* กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช.

หทัยรัตน์ ยศแผ่น. (2556). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2*. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2547). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้.* กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2554). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อรญา อัญโย. (2553). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟ ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถใน*

การแก้ปัญหาเรื่องฟังก์ชัน. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต, ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

Amiripour, P. et al. (2012). Scaffolding as effective method for mathematical learning. *Indian Journal of Science and Technology*. 5: 3328-3331.

Anghileri, J. (2006). Scaffolding Practice that Enhance Mathematics Learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*. 9: 33-52.

Ausubel, D. P. (1968). *Educational psychology: a cognitive view*. New York: Rinegart and Winston.

Bitter, G.G. (1990). *Mathematics method for the elementary and middle school: A compreherbsive approach*. Boston: Allyn and Bacon.

Brooks, G. P., Johanson, G. A. (2003). *Test Analysis Program*. Applied Psychological Measurement, 27, 305-306.

Charlesworth, R. (2005). *Experiences in Math for Young Children*. 5th. United States: Thomson Delmar Learning.

Cockburn, A., and G. H. Littler. (2010). *The Upper Students Conceptions and Misconceptions about Photosynthesis in Khon Kaen*, Thailand. SEAMEORECSAM. 84(4).

Cooney, T.J., Davis E.J., and Henderson, K. B. (1975). *Dynamics of teaching Secondary school mathematics.* Boston: Houghton Mifflin Company.

Cooney, T.J., Davis E.J., and Henderson, K. B. (1983). *Dynamics of teaching Secondary school mathematics.* Illinois: Waveland Press.

Cruikshank, Douglas E. and Sheffeld Linda Jensen. (1992). *Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics.* New York: Macmillan Publishing Company.

De Cecco, J. P. (1968). *The Psychology of Learning and Instruction: Educational Psychology.* Englewook: Prentice–Hall.

Dossey, J. (2005). *Developing students' literacy levels through interdisciplinary applications of mathematical problem solving*. [Slides]. Bangkok.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Eggen, P. D., and Kauchak, D. O. (1995). *Strategies for teaching content and thinking skill.* 3rd ed. Boston: Allyn and bacon.

Fatma H. et al. (2010). Scaffolding Strategies Applied by Student Teachers to Teach Mathematics. *The International Journal of Research in Teacher Education*, 1: 25-36.

Feldman, R. S. (1990). *Understanding Psychology*, 5th ed. New York: McGraw-Hill.

Feuerstein, R., Rand, Y., Hoffman, M., and Miller, R. (1980). *Instrumental Enrichment*. Baltimore, MD: University Park Press.

Feuerstein, R. (1990). The theory of structural cognitive modifiability. In B. Presseisen (Ed.), *Learning and thimking styles*. Washington, DC: National Education Association

Gagne, R. M. (1970). *The learning of concepts*. Cited in Clarizio, H.F., Craig, R.C. & Mehrens, W. A. (eds) *Contemporary Psychology*. Boston: Allyn &Bacon.

Gibson, J. T. (1980). *Psychology for the Classroom*. New Jersey: Prentice-Hall.

Harina Fitriyani. (2011). *Identification of Mathematical Thinking Skills Rigor Students of SMP-capable Mathematics Medium in Mathematical Problem Solving*. Department of Mathematics Education UNY.

Ibrahim Jbeili. (2012). The Effect of Cooperative Learning with Metacognitive Scaffolding on Mathematics Conceptual Understanding and Procedural Fluency. *International Journal for Research in Education (IJRE).* 32,46-66.

Ika Kurniasari. (2013). *Student Identification of errors in Resolving Three-dimensional Grometry Problems of The Class 11 Science High School.* Department of Mathematics Education UNY.

Kajamies A, Vauras M. & Kinnunen R. (2010). Instructing Low-Achievers in Mathematical Word Problem Solving. *Scandinavian Journal of Educational Research,* 4: 335-355.

Kinard, J. T. (2001). *Creating Rigorous Mathemaical Thinking: A Dynamic that Drives Mathematical and Science Conceptual Development*. [online]. 2009 Available from: http://www.umanitoba.ca/unevoc/conference/papers/kinard.pdf. [2014, September 4].

Kinard, T and Kozulin, A. (2005). Rigorous Mathematical Thinking: Mediated learning and psychological tools. *Focus on Learning Problem Solving in Mathematics*, 22: 1-29.

Kinard, T and Kozulin, A. (2008). *Rigorous Mathematical Thinking: Conceptual formation in the Mathematics classroom*. Cambridge: Harvard University Press.

Klausmeier, H. J., and Ripple, R. E. (1971). *Learning and Human abilities: Educational Psychology.* New York: Harper International Edition.

Kozulin, A. et al. (2003) *Vygotsky's educational theory in cultural context*. Cambridge: Cambridge University Press.

Krulik, S., and Reys, R. E. (1980). *Problem Solving in School Mathematics: National Council of Teachers of Mathematics 1980 Year Book*. Reston, VA:National Council of Teachers of Mathematics.

Larkin, M. J. (2001). Providing Support for Student Independence through Scaffolded Instruction. *Council for Exceptional Children*. 34(1): 30-34.

Larkin, M. J. (2002). Using Scaffolding instruction to optimize learning. *VA: ERIC Clearinghhouse on Disabilities and Gifted Education*. Retrieved 2014, December 22.

Lasley, T. J., Matczynski, T. J., and Rowley, J. B. (2002). *Strategies for Teaching in a Diverse Society: Instructional Models.* 2th ed. Belmont, California: Wadsworth.

Lau Ngee Kiong และ Hwa Tee Yong. (2004). *Scaffolding: A Teaching Strategy for Mathematics*. [online] Available from: http://math.ecnu.edu.cn. [2014, November 22].

LeBlanc, J. F. (1997). You can tech problem solving. *Arithmetic Teacher.* 25 (November 1977): 17-20.

Lovell, K. (1966). *Educational Psychology and children.* Great Britain for the University of London: Press Ltd.

Michael Orey. (2010). *Emerging perspectives on learning, teaching, and Technology*. [online]. Available from: http://www.coe.uga.edu/epltt/scaffolding.htm. [2014, November 25].

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Nggoro Sujalmo and Mega Teguh. (2013). Student's Understanding of Symbol, Letters, and Sign on Algebra Math Skills Based on Student and Cognitive Function Rigorous Mathematical Thinking (RMT). *Scientific Journal of Mathematics Education.* 3 (2013).

Nggoro Sujalmo and Mega Teguh. (2014). Student's Identification of Ability in Resolving Problems Trigonometry Evidence Based on Cognitive Function Rigorous Mathematical Thinking (RMT). *Scientific Journal of Mathematics Education.* 1: 64-72.

Podell, Harriett Amster. (1958). Psychological Monographs: General and Applied. *American Psychological Association*. 72(15): 1-20.

Polya, G. (1973). *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. (2^{nd}ED). New Jersey: Princeton University Press.

Polya, G. (1980). *On Solving Mathematics: 1980 Year book.* Virginia: The National Council of Teacher of Mathematics. Inc.

Rosenshine, B., and Guenther, J. (1992). *Using Scaffolding for Teaching Higher Level Cognitive Strategies*. In J. W. Keefe., and H. J. Wallberg (eds), *Teaching for Teaching*. Virginia: National Association of Secondart School Principles.

Russell, D. H. (1956). *Children's thinking*. Boston: Ginn and Company.

Thomas A. Brush., and John W. Saye. (2002). A Summary of Research Exploring Hard and Soft Scaffolding for Teachers and Students Using a Multimedia Supported Learning Environment. *The Journal of Interactive Online Learning*. 2: 1-12.

Toumasis, C. (1995). Concept worksheet: An important tool for learning. *The Mathematics Teacher*. 88(2): 98-100

Ulya, H., Kartono., and A. Retnoningsih. (2014). Analysis of Mathematics Problem solving Ability of Junior High school Students Viewed From Students' Cognitive style. *International Journal of Education and Research*.

Van Der Stuyf, R. (2002). Scaffolding as a Teaching Strategy.

Verenikina, I. M., Chinnappan, M. & Foxwell, A. 2007. *The development of pre-service teachers' conceptual understanding of scaffolding numeracy*. University of Wollongong: Australian Teacher Education Association.

Vygotsky, L. (1978). *Mine in Society: The development of Higher Psychological Process.* Cambridge: Harvard University Press.

Vygotsky, L. (1986). *Thought ang language*. (rev.ed.). Cambridge,MA: MIT Press.

Waitshega Tefo Smitta Moalosi. (2013). *Effect of Direct Instruction and Social Constructivism on Learners' Cognitive Development: A comparative study*. Department of Educational Foundations, University of Botswana.

Wilson, J. W. (1971). *Evalution of learning in secondary school Mahtematics*. New York: McGraw-Hill Book.

Wood, D., Bruner, J., and Ross, G. (1976). The Role of tutoring in Problem Solving. *Journal of Child Psychology*. 17: 89-100.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจสอบแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน มีดังนี้

1. รองศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา	อาจารย์ประจำสาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. อาจารย์ฐิติพร ลินิฐฏา	อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต
3. อาจารย์ปรุง อินทมาตร์	ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน มีดังนี้

1. ผู้ช่วยศาสตรจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์	อาจารย์ประจำสาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. อาจารย์ฐิติพร ลินิฐฏา	อาจารย์ประจำคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนดุสิต
3. อาจารย์สุธิดา เกตุแก้ว	ครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิและขอความร่วมมือในการวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- 8432

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

9 ธันวาคม 2558

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน รองศาสตราจารย์ ดร.ชานนท์ จันทรา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วยนางสาวสายพิณ ล้ำเลิศ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612
เบอร์ติดต่อผู้วิจัย 095-757-6050

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 0132

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

13 มกราคม 2559

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ฐิติพร ลินิฐฏา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วยนางสาวสายพิณ ส้ำเลิศ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612
เบอร์ติดต่อผู้วิจัย 095-757-6050

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 0134

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

13 มกราคม 2559

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ปรุง อินทมาตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วยนางสาวสายพิณ ล้ำเลิศ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612
เบอร์ติดต่อผู้วิจัย 095-757-6050

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- 6433

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

9 ธันวาคม 2558

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วยนางสาวสายพิณ ล้ำเลิศ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612
เบอร์ติดต่อผู้วิจัย 095-757-6050

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 0133

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

13 มกราคม 2559

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ สุธิดา เกตแก้ว

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วยนางสาวสายพิณ ล้ำเลิศ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

.

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612
เบอร์ติดต่อผู้วิจัย 095-757-6050

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 3137

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

13 มกราคม 2559

เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศรัทธาสมุทร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสายพิณ ล้ำเลิศ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612
เบอร์ติดต่อผู้วิจัย 095-757-6050

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/58- 30

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

15 ธันวาคม 2558

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสมุทรสาครบูรณะ

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวสายพิณ ล้ำเลิศ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3" โดยมี รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บข้อมูลด้วยแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.เนาวนิตย์ สงคราม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0-2218-2681-82 ต่อ 612
เบอร์ติดต่อผู้วิจัย 095-7576050

ภาคผนวก ค

ผลการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของกลุ่มตัวอย่างก่อนทดลอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 5 แสดงผลการเปรียบเทียบคะแนนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานของคะแนนภาคเรียนที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2557 ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S.D.	t
กลุ่มทดลอง	46	19.26	4.697	1.171*
กลุ่มควบคุม	47	18.23	3.714	

* $p < 0.05$

จากตารางที่ 9 แสดงให้เห็นว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ภาคเรียนที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน ปีการศึกษา 2556 ของนักเรียนกลุ่มทดลองและนักเรียนกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ง

ผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนทดลอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 6 แสดงผลการเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S.D.	t
กลุ่มทดลอง	46	19.11	4.203	4.137*
กลุ่มควบคุม	47	15.64	3.920	

* $p < 0.05$

จากตารางที่ 10 แสดงให้เห็นว่าคะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

ตารางที่ 7 แสดงผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S.D.	t
กลุ่มทดลอง	46	18.23	7.599	-2.121*
กลุ่มควบคุม	47	21.32	6.458	

* $p < 0.05$

จากตารางที่ 11 แสดงให้เห็นว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนกลุ่มควบคุมสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก จ

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 8 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
พื้นฐานทางเรขาคณิต	- จุด เป็นคำอนิยาม ใช้สำหรับแสดงตำแหน่ง จุด A เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ •A - เส้นตรง เป็นคำอนิยาม มีความยาวไม่จำกัด เส้นตรง AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overleftrightarrow{AB}$ - ส่วนของเส้นตรง คือ ส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่มีจุดปลายสองจุด ส่วนของเส้นตรง AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overline{AB}$ - รังสี คือ ส่วนหนึ่งของเส้นตรงซึ่งมีจุดปลายเพียงจุดเดียว รังสี AB เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overrightarrow{AB}$	3 (1,2, 3)	2	1,2
	มุม - มุม คือ รังสีสองเส้นที่มีจุดปลายเป็นจุดเดียวกัน เรียกรังสีทั้งสองเส้นนี้ว่า แขนของมุม และเรียกจุดปลายที่เป็นจุดเดียวกันนี้ว่า จุดยอดมุม - มุม คือ ส่วนของเส้นตรงสองเส้นที่มีจุดปลายจุดหนึ่งร่วมกัน **มุมและขนาดของมุม** - มุมแหลม หมายถึง มุมที่มีขนาดมากกว่า 0 องศา แต่น้อยกว่า 90 องศา - มุมฉาก หมายถึง มุมที่มีขนาด 90 องศา - มุมป้าน หมายถึง มุมที่มีขนาดมากกว่า 90 องศา แต่น้อยกว่า 180 องศา - มุมตรง หมายถึง มุมที่มีขนาด 180 องศา - มุมกลับ หมายถึง มุมที่มีขนาดมากกว่า 180 องศา แต่น้อยกว่า 360 องศา - มุมรอบจุด หมายถึง มุมที่มีขนาด 360 องศา	8 (4,5, 6,7, 8,9, 10, 11)	5	3,4, 5,6, 7
ความเท่ากันทุกประการ	- รูปเรขาคณิตสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ สามารถเคลื่อนที่รูปหนึ่งไปทับอีกรูปหนึ่งได้สนิท	5 (12, 13,	3	8,9, 10

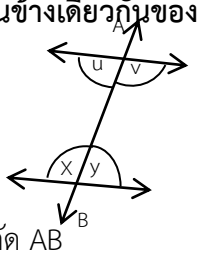
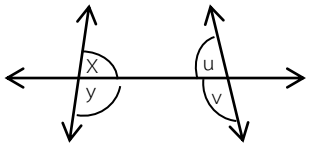
ตารางที่ 8 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
ความเท่ากันทุกประการ (ต่อ)	- ส่วนของเส้นตรงสองเส้นเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ส่วนของเส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นยาวเท่ากัน - มุมสองมุมเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ มุมทั้งสองมุมนั้นมีขนาดเท่ากัน	14,15,16)		
	ความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้นมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ๆ **ความเท่ากันทุกประการของรูปหลายเหลี่ยม** รูปหลายเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกัน และมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปหลายเหลี่ยมทั้งสองนั้นมีขนาดเท่ากันเป็นคู่ๆ	3 (17, 18, 19)	2	11, 12
	รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากันมีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ	2 (20, 21)	1	13
	รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (ม.ด.ม.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ	2 (22, 23)	1	14
	รูปสามเหลี่ยมที่มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมความสัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (ด.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ	2 (24, 25)	1	15

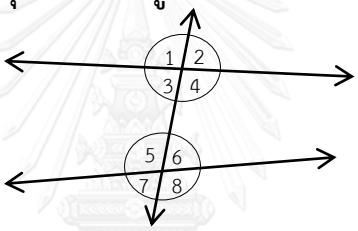
ตารางที่ 8 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
ความเท่ากันทุกประการ (ต่อ)	**รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว** รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว คือรูปสามเหลี่ยมที่มีด้านสองด้านยาวเท่ากัน สมบัติของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว - เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะแบ่งรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ - มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน - เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะแบ่งครึ่งฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว - เส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว จะตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว - เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาแบ่งครึ่งฐาน จะแบ่งครึ่งมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว - เส้นที่ลากจากมุมยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาแบ่งครึ่งฐาน จะตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว	3 (26, 27, 28)	2	16, 17
เส้นขนาน	**บทนิยามของเส้นขนาน** เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันขนานกัน ก็ต่อเมื่อ เส้นตรงสองเส้นนั้นไม่ตัดกัน	2 (29, 30)	1	18
	ระยะห่างระหว่างเส้นขนาน ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกัน แล้วระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นจะเท่ากันเสมอ ถ้าเส้นตรงสองเส้นมีระยะห่างระหว่างเส้นตรงเท่ากันเสมอ แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน เส้นตรงสองเส้นขนานกัน ก็ต่อเมื่อ ระยะห่างระหว่างเส้นตรงคู่นั้นเท่ากันเสมอ	2 (31, 32)	1	19

ตารางที่ 8 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
เส้นขนาน (ต่อ)	**มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด**  $\overleftrightarrow{AB}$ เรียกว่า เส้นตัด AB เรียก $\hat{x}$ และ $\hat{u}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB เรียก $\hat{y}$ และ $\hat{v}$ ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB	2 (33, 34)	1	20
	เส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเท่ากับ 180 องศา ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นขนานคู่หนึ่ง ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะรวมกันเท่ากับ 180 องศาแล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อ ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเท่ากับ 180 องศา	3 (35, 36, 37)	2	21, 22
	สมบัติถ่ายทอดของเส้นตรงที่ขนานกัน ถ้ากำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB}$// $\overleftrightarrow{CD}$ และ $\overleftrightarrow{CD}$ // $\overleftrightarrow{EF}$ แล้ว $\overleftrightarrow{AB}$ //$\overleftrightarrow{EF}$	2 (38, 39)	1	23
	มุมแย้ง  เรียก $\hat{x}$ และ $\hat{v}$ ว่าเป็นมุมแย้ง และเรียก $\hat{y}$ และ $\hat{u}$ ว่าเป็นมุมแย้ง	2 (40, 41)	1	24

ตารางที่ 8 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
เส้นขนาน (ต่อ)	**เส้นขนานและมุมแย้ง** ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อ มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน	2 (42, 43)	1	25
	มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด  เรียก $\hat{1}$ และ $\hat{5}$, $\hat{2}$ และ $\hat{6}$ $\hat{7}$ และ $\hat{3}$, $\hat{8}$ และ $\hat{4}$ แต่ละคู่ว่าเป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด	2 (44, 45)	1	26
	เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นขนานกัน เมื่อเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง เส้นตรงคู่นั้นขนานกันก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน	3 (46, 47, 48)	2	27, 28

ตารางที่ 8 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
เส้นขนาน (ต่อ)	**เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม** **มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม** ขนาดของมุมภายในทั้งสามมุมของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ 180 องศา **มุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม** ถ้าต่อด้านในด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น	3 (49, 50, 51)	2	29, 30
รวม		**51**	30	30

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียน

<u>คำชี้แจง</u>

1. แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีทั้งหมด 30 ข้อ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก (ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 30 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบวัด 60 นาที
3. ก่อนทำแบบวัดให้นักเรียนเขียนชื่อ–นามสกุล ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. แบบวัดแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท X ลงในกระดาษคำตอบ
5. หากมีปัญหาโปรดสอบถามผู้คุมสอบ
6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบวัดและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จงกากบาท (X) ทับหน้าข้อที่ถูกต้องที่สุดพียงข้อเดียว

1. ข้อใดต่อไปนี้กล่าว<u>ไม่</u>ถูกต้อง

ก. มุมรอบจุด คือมุมที่มีขนาดสี่มุมฉาก

ข. มุมตรง คือมุมที่ประกอบด้วยมุมป้านสองมุม

ค. มุมกลับ คือมุมที่ประกอบด้วยหนึ่งมุมฉากและมุมป้าน

ง. มุมป้าน คือมุมที่ประกอบด้วยหนึ่งมุมฉากและมุมแหลม

2. ข้อใดถูกต้อง เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้เท่ากันทุกประการแบบ มุม-ด้าน-มุม

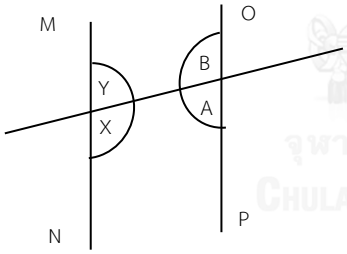
ก. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมที่มีขนาดเท่ากัน 2 คู่และด้านยาวเท่ากัน 2 ด้าน

ข. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมที่มีขนาดเท่ากัน 2 คู่และด้านที่เป็นแขนร่วมของมุมยาวเท่ากัน

ค. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมที่มีขนาดเท่ากัน 1 คู่และด้านยาวเท่ากัน 1 คู่

ง. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีมุมที่มีมุมภายในเท่ากัน 1 คู่และมีด้านหนึ่งด้านเป็นแขนของมุมร่วมกัน

3. จากรูปที่กำหนดให้ ถ้า $\overline{MN} // \overline{OP}$ แล้วข้อใดถูกต้อง



1) $\hat{X}$ และ$\hat{A}$ เป็นมุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

2) $\hat{Y}+\hat{B}= 180^{o}$

ก. ข้อ 1) ถูก ข้อ 2) ผิด

ข. ข้อ 1) ผิด ข้อ 2) ถูก

ค. ถูกทั้ง ข้อ 1) และ ข้อ 2)

ง. ผิดทั้ง ข้อ 1) และ ข้อ 2)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 9 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
วงกลม (2 ชั่วโมง)	**ส่วนประกอบของวงกลม** - วงกลมเป็นรูปเรขาคณิตบนระนาบของแต่ละจุดบนรูปเรขาคณิตนี้อยู่ห่างจากจุดคงที่จุดหนึ่งบนระนาบเดียวกันเป็นระยะเท่ากัน เรียกจุดคงที่นี้ว่าจุดศูนย์กลางของวงกลม เรียกระยะที่เท่ากันนี้ว่า รัศมีของวงกลม - คอร์ดคือส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน - เส้นตัดวงกลม คือเส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด - เส้นสัมผัสวงกลม คือเส้นตรงที่ตัดวงกลมเพียงจุดเดียวเท่านั้น และเรียกจุดตัดนั้นว่า จุดสัมผัส - มุมที่จุดศูนย์กลาง คือ มุมที่มีจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นจุดยอดมุมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม - มุมในส่วนโค้งของวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลมและแขนทั้งสองของมุมตัดวงกลม - มุมในครึ่งวงกลม คือ มุมที่มีจุดยอดมุมอยู่บนวงกลม และแขนทั้งสองของมุมผ่านจุดปลายทั้งสองของเส้นผ่านศูนย์กลางเส้นหนึ่ง	6 (1,2, 3,4, 5,6)	4	1,2, 3,4
มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม (6 ชั่วโมง)	**มุมในครึ่งวงกลม** - มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศาหรือหนึ่งมุมฉาก **มุมที่จุดศูนย์กลาง** - ในวงกลมวงเดียวกัน มุมที่จุดศูนย์กลาง จะมีขนาดเป็นสองเท่าของขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน **มุมในส่วนโค้งของวงกลม** - ในวงกลมวงเดียวกัน มุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาดเท่ากัน	9 (7,8, 9,10, 11, 12, 13, 14, 15)	6	5,6, 7,8, 9, 10

Chulalongkorn University

ตารางที่ 9 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม (ต่อ)	**มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม** - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมวงเดียวกัน ถ้ามุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมที่จุดศูนย์กลางนั้นจะยาวเท่ากัน - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้ามุมในส่วนโค้งของวงกลมมีขนาดเท่ากัน แล้วส่วนโค้งที่รองรับมุมทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน	3 (16, 17, 18)	2	11, 12
	มุมและส่วนโค้งที่รองรับมุม (ต่อ) - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมที่จุดศูนย์กลางที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าส่วนโค้งยาวเท่ากัน แล้วมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้นจะมีขนาดเท่ากัน	3 (19, 20, 21)	2	13, 14
คอร์ด (4 ชั่วโมง)	**คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม** - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน - ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน	5 (22, 23, 24 ,25, 26)	3	15, 16, 17
	คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม - ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตัดคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมีสมบัติดังนี้ 1. ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด	5 (27, 28, 29, 30, 31)	3	18, 19, 20

ตารางที่ 9 ตารางกำหนดลักษณะของแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน (ต่อ)

เนื้อหา	มโนทัศน์	จำนวนข้อสอบที่สร้าง	จำนวนข้อสอบที่ใช้จริง	ข้อที่
คอร์ด (ต่อ)	2. ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด - เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลมจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น			
	รูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม - ถ้ารูปสี่เหลี่ยมใดๆมีผลบวกของขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากับสองมุมฉาก แล้วรูปสี่เหลี่ยมนั้นแนบในวงกลมได้	3 (32, 33, 34)	2	21, 22
	คอร์ดที่ยาวเท่ากัน - ในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน - ในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองเส้นอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน	3 (35, 36, 37)	2	23, 24
เส้นสัมผัสวงกลม (2 ชั่วโมง)	**เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี** - เส้นสัมผัสวงกลม จะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส - เส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนวงกลมจะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดนั้น	3 (38, 39, 40)	2	25, 26
	เส้นสัมผัสวงกลมและรัศมี (ต่อ) - ส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดๆหนึ่งภายนอกวงกลมมาสัมผัสวงกลมวงเดียวกัน จะยาวเท่ากันและมีได้สองเส้น	3 (41,42,43)	2	27, 28
	เส้นสัมผัสและคอร์ด - มุมที่เกิดจากคอร์ดและเส้นสัมผัสของวงกลมที่จุดสัมผัสจะมีขนาดเท่ากับขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลมที่อยู่ตรงข้ามกับคอร์ดนั้น	3 (44, 45, 46)	2	29, 30
รวม		**46**	30	30

ตัวอย่างแบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หลังเรียน

<u>คำชี้แจง</u>

1. แบบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้มีทั้งหมด 30 ข้อ เป็นข้อสอบชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก (ข้อละ 1 คะแนน คะแนนเต็ม 30 คะแนน)
2. ใช้เวลาในการทำแบบวัด 60 นาที
3. ก่อนทำแบบวัดให้นักเรียนเขียนชื่อ–นามสกุล ลงในกระดาษคำตอบให้ชัดเจน
4. แบบวัดแต่ละข้อมีตัวเลือกที่ถูกต้องเพียงข้อเดียว ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องแล้วทำเครื่องหมายกากบาท X ลงในกระดาษคำตอบ
5. หากมีปัญหาโปรดสอบถามผู้คุมสอบ
6. เมื่อหมดเวลาสอบ ให้ส่งแบบวัดและกระดาษคำตอบกับครูผู้คุมสอบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จงกากบาท (X) ทับข้อที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ข้อใดต่อไปนี้ กล่าวถึงคอร์ดของวงกลมได้ถูกต้อง

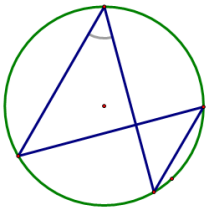
ก. เส้นตรงที่ตัดวงกลมสองจุด

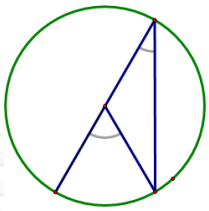
ข. เส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม

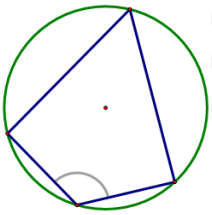
ค. ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่ในวงกลมเดียวกัน

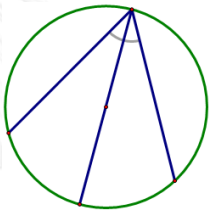
ง. ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายทั้งสองอยู่บนวงกลมเดียวกัน

2. ข้อใดต่อไปนี้เป็นมุมในส่วนโค้งของวงกลม ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน

ก. 

ข. 

ค. 

ง. 

3. ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถึง คอร์ดและส่วนโค้งในวงกลมไม่ถูกต้อง

ก. ถ้าคอร์ดที่ตัดวงกลม ไม่ใช่คอร์ดที่ยาวที่สุด จะทำให้เกิดส่วนโค้งน้อยของวงกลมความยาวไม่เท่ากับส่วนโค้งใหญ่ของวงกลมนั้น

ข. คอร์ดที่ยาวที่สุดของวงกลม จะทำให้ความยาวส่วนโค้งของวงกลมนั้นยาวเท่ากัน

ค. คอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน ทำให้ความยาวส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แต่ความยาวส่วนโค้งใหญ่ไม่เท่ากัน

ง. ถ้าคอร์ดตัดวงกลม เกิดส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน จะทำให้ความยาวคอร์ดนั้นเท่ากัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 10 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

เนื้อหา	**จำนวนคาบ**	**จำนวนข้อ (ข้อที่)**		
		ข้อที่ทดลองใช้	**ข้อที่ใช้ได้**	**ข้อที่ใช้จริง**
พื้นฐานทางเรขาคณิต	15	1,6	6	6
ความเท่ากันทุกประการ	14	2,3,4	3,4	3,4
เส้นขาน	18	5,7,8	7,8	7,8
รวม	47	8	5	5

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

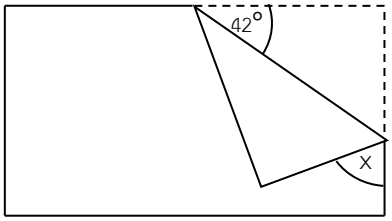
ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียน
เรื่องวงกลม ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3

คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ
2. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้ มีคะแนนเต็มข้อละ 12 คะแนน (รวม 60 คะแนน)
3. ใช้เวลาในการทำแบบวัด 90 นาที

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1. อารีพับมุมกระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าด้านบนขวาของกระดาษโดยพับลงมาทำมุม 42 องศา ดังรูป จงหาขนาดของมุม x ซึ่งเป็นมุมบนกระดาษหลังจากที่อารีพับกระดาษลงมา



จากโจทย์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) จงเขียนอธิบายสิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

.....

.....

.....

2) จงระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3) ข้อมูลที่โจทย์กำหนดเพียงพอต่อการหาคำตอบแล้วหรือไม่ หรือต้องหาข้อมูลอะไรเพิ่มเติมบ้าง

.....

.....

4) จากรูป นักเรียนจะต่อเติมรูปภาพ และกำหนดข้อมูลให้สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาอย่างไรบ้าง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5) จงอธิบายวิธีการหรือแนวทางในการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนและเห็นแนวทางที่จะนำไปสู่คำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6) จงเขียนแสดงการแก้ปัญหาและสรุปคำตอบของปัญหาที่ได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปคำตอบ .....

7) จากคำตอบที่ได้ นักเรียนคิดว่ามีความสมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

8) จงตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้ โดยอาจใช้วิธีอื่นที่ไม่ใช่วิธีเดียวกันกับที่ใช้ในการแก้ปัญหานี้ก็ได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 11 วิเคราะห์จำนวนคาบกับความสอดคล้องของจำนวนข้อสอบในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

เนื้อหา	**จำนวนคาบ**	**จำนวนข้อ (ข้อที่)**		
		ข้อที่ทดลองใช้	**ข้อที่ใช้ได้**	**ข้อที่ใช้จริง**
วงกลม	21	8 (1,2,3,4,5,6,7,8)	1,2,3,4,5,6,7,8	1,2,3,5,6
รวม	21	8	8	5

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

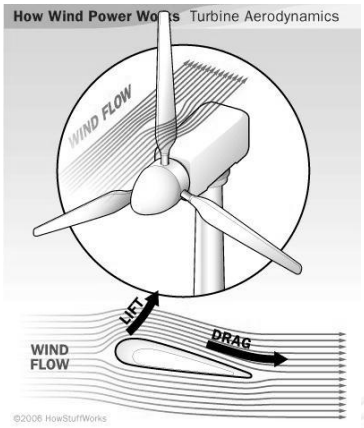
ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียน
เรื่องวงกลม ระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3

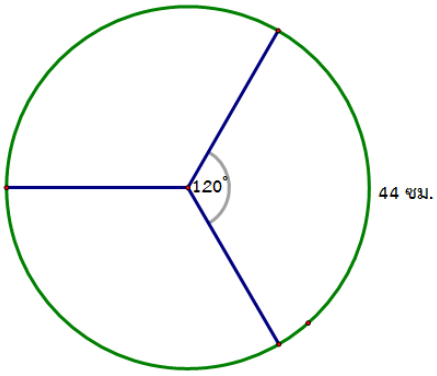
คำชี้แจง

1. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับนี้ เป็นข้อสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ
2. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นี้ มีคะแนนเต็มข้อละ 12 คะแนน (รวม 60 คะแนน)
3. ใช้เวลาในการทำแบบวัด 90 นาที

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1. พัดลมเครื่องหนึ่ง ดังรูป มีใบพัด 3 ใบ ถ้าขนาดของมุมระหว่างใบพัดแต่ละคู่ทำมุม 120 องศา และส่วนโค้งที่รองรับมุมระหว่างใบพัดลมแต่ละมุม มีความยาว 44 เซนติเมตร จงหาว่าพัดลมเครื่องนี้มีรัศมียาวกี่เซนติเมตร





จากโจทย์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) จงเขียนอธิบายสิ่งที่โจทย์กำหนด

.....

.....

.....

.....

2) จงระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการ

.....

.....

3) ข้อมูลที่โจทย์กำหนดเพียงพอต่อการหาคำตอบแล้วหรือไม่ หรือต้องหาข้อมูลอะไรเพิ่มเติมบ้าง

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4) จากรูป นักเรียนจะต่อเติมรูปภาพ และกำหนดข้อมูลให้สอดคล้องกับโจทย์ปัญหาอย่างไรบ้าง

5) จงอธิบายวิธีการหรือแนวทางในการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนและเห็นแนวทางที่จะนำไปสู่คำตอบ

6) จงเขียนแสดงการแก้ปัญหาและสรุปคำตอบของปัญหาที่ได้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

7) จากคำตอบที่ได้ นักเรียนคิดว่ามีความสมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

8) จงตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่ได้ โดยอาจใช้วิธีอื่นที่ไม่ใช่วิธีเดียวกันกับที่ใช้ในการแก้ปัญหานี้ก็ได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ฉ

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 วงกลม เรื่อง วงกลม
ผู้สอน นางสาวสายพิณ ล้ำเลิศ จำนวน 2 คาบ

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติ สามมิติได้
มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหาได้
มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ม.1-3/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา
ม.1-3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและการบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม
ม.1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม
ม.1-3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง นักเรียนสามารถ

1. บอกความสัมพันธ์ของคอร์ดและส่วนโค้งของวงกลมได้ถูกต้อง
2. บอกสมบัติของคอร์ดกับส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางได้ถูกต้อง

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. นำความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรมไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้
2. สื่อสารและนำเสนอสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรม

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรมการเรียนรู้
2. กล้าแสดงความคิดเห็น และมีส่วนร่วมในชั้นเรียน
3. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย

สาระสำคัญ

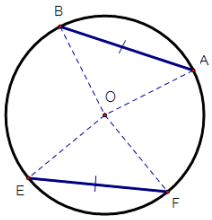
- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกันถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน
- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน
- ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตัดคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมี**สมบัติ**ดังนี้
    1. ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด
    2. ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด
- เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลมจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น

สาระการเรียนรู้

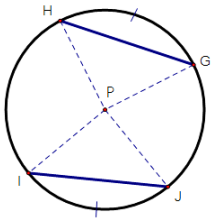
คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกันถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน



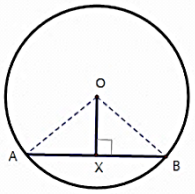
- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลม ทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน



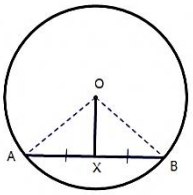
คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม

- ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตัดคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมี**สมบัติ**ดังนี้

1. ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด

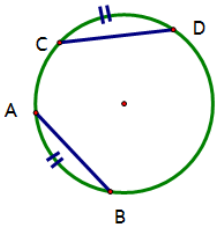


2. ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด

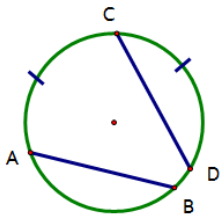


- เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลมจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น

ตัวอย่าง 1 จากรูปที่กำหนดให้ ให้นักเรียนพิจารณาว่าคอร์ด $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ในแต่ละข้อมีความยาวเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด



1.1)

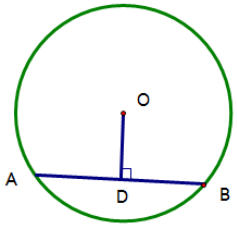


1.2)

ตอบ 1.1) เท่ากัน เพราะ m(AB) = m(CD) เป็นส่วนโค้งน้อยของวงกลม และอยู่ในวงกลมเดียวกัน ทำให้มีความยาวส่วนโค้งใหญ่เท่ากันด้วย

1.2) ไม่จำเป็นต้องเท่ากัน เพราะ m(AC) = m(CD) แต่ $\overline{AC}$ ไม่ใช่ส่วนโค้งมีรองรับ $\overline{AB}$

ตัวอย่าง 2 จากรูปที่กำหนดให้ ถ้า $\overline{AB} \perp \overline{OD}$ และ $\overline{AB}$ ยาว 12 หน่วย จงหาความยาวของ $\overline{AD}$



ตอบ จากสมบัติเกี่ยวกับคอร์ดละจุดศูนย์กลางของวงกลม

เมื่อ $\overline{AB} \perp \overline{OD}$ จะทำให้ $\overline{OD}$ แบ่งครึ่งคอร์ด $\overline{AB}$

และ $\overline{AB}$ ยาว 12 หน่วย

ดังนั้น $\overline{AD}$ ยาว $12 \div 2 = 6$ หน่วย

กิจกรรมการเรียนรู้ (คาบ 1)

ระยะที่ 1 ระยะพัฒนาสติปัญญา

ครูเตรียมความพร้อมในด้านความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับคอร์ด และส่วนโค้งของวงกลม โดยให้นักเรียนสังเกตแบบสังเกตและสะท้อนความคิดพื้นฐานออกมา เพื่อตรวจสอบความคิดพื้นฐานของนักเรียน ดูความเพียงพอของความรู้ที่จะนำไปใช้ในการเรียนรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนโค้งของวงกลม หากพบว่านักเรียนมีความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ครูจะชี้จุดสำคัญให้นักเรียนเห็นข้อผิดพลาด หรือหากไม่ครบถ้วนเพียงพอ ครูจะกระตุ้นให้นักเรียนคิดเพิ่มเติมในเนื้อหาพื้นฐาน เมื่อมีพื้นฐานเพียงพอแล้ว ครูจะต่อยอดความคิดพื้นฐานนั้นให้มีความรู้ในระดับที่มากกว่าเดิม เพื่อพัฒนาความรู้เดิมของนักเรียนให้เพียงพอต่อการเรียนรู้มุมต่างๆที่เกี่ยวข้องกับวงกลม โดยมี 2 ขั้น ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นสังเกตและสะท้อนการคิด

1. ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยพูดคุยกับนักเรียน ให้นักเรียนแสดงความคิดเพื่อทบทวนส่วนต่างๆ ของวงกลมที่เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนโค้งของวงกลม โดยครูวาดรูปวงกลมบนกระดาน ให้นักเรียนระบุคอร์ด ส่วนโค้งน้อย และส่วนโค้งใหญ่ของวงกลม

2. ครูปรับจากการพูดคุยมาเป็นการให้นักเรียนทำกิจกรรมตามแบบสังเกตที่ 2 ข้อ 1 โดยครูนำสื่อซึ่งเป็นเชือก 2 เส้นที่มีความยาวเท่ากัน ขดเป็นรูปวงกลมไว้ 2 วง บนแผ่นป้าย จากนั้นครูแบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่ม โดยกลุ่มที่ 1 ช่วยครูกำหนดจุด 2 จุดบนวงกลม และสร้างคอร์ด 1 คอร์ด และให้นักเรียนกลุ่มที่ 2 ช่วยกันกำหนดจุดอีก 2 จุดบนวงกลมอีกวง และสร้างคอร์ด 1 คอร์ดที่มีขนาดเท่ากับเส้นแรก จากนั้นครูตัดเชือกที่จุดบนวงกลมแต่ละวงที่จุดบนวงกลม 2 จุด และครูกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตความยาวเชือกที่ได้ และสะท้อนความคิดที่สังเกตได้จากกิจกรรม โดยนักเรียนอาจจะแสดงความคิดเห็นว่าเมื่อตัดเชือกแล้วความยาวเชือกต่างกัน มีเส้นสั้นและยาว เชือกเส้นยาวที่ได้จากวงกลมทั้ง 2 วง มีขนาดเท่ากัน

ขั้นที่ 2 ขั้นพัฒนาการคิดให้มีระดับสูงขึ้น

1. ครูปรับและพัฒนาความคิดของนักเรียนที่สะท้อนออกมา โดยเมื่อพบว่า นักเรียนมีความรู้พื้นฐานส่วนต่างๆส่วนใดไม่ถูกต้อง ครูจะชี้ให้นักเรียนเห็นข้อผิดพลาดและปรับความคิดนั้นให้ถูกต้อง

2. ครูพัฒนาความรู้ความคิดพื้นฐานจากที่นักเรียนสะท้อนออกมาให้มีระดับความรู้ในพื้นฐานนั้นให้สูงขึ้น และเพียงพอต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ ทฤษฎีต่อไป โดยครูกระตุ้นให้นักเรียนคิดเพิ่มเติมว่าถ้าระยะห่างระหว่าง จุดที่กำหนดบนเชือกเปลี่ยนไป ความยาวของเชือกจะเปลี่ยนไปหรือไม่

3. ครูยกตัวอย่างมโนทัศน์เดิมที่เป็นตัวอย่างและไม่เป็นตัวอย่างให้นักเรียนเห็น โดยอาจถามนักเรียนว่า ในกรณีที่กำหนดจุดบนเชือกแล้วตัดเชือกออกโดยเชือกที่ได้มีความยาวเท่ากัน สามารถเกิดขึ้นได้หรือไม่ อย่างไร

ระยะที่ 2 ระยะการพัฒนากระบวนการสู่เนื้อหา

ครูให้นักเรียนเชื่อมมโนทัศน์เดิมที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนโค้งของวงกลมของนักเรียน มาสู่การเรียนรู้มโนทัศน์ที่เป็นทฤษฎีใหม่ โดยใช้การทำกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสร้างมโนทัศน์ ค้นพบและกำหนดมโนทัศน์ด้วยตนเอง รวมทั้งการใช้ภาษาสัญลักษณ์คณิตศาสตร์แทนมโนทัศน์ได้ถูกต้อง โดยครูจะคอยสังเกตและกระตุ้นให้นักเรียนทำกิจกรรมการเรียนรู้และสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองได้

ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

1. ครูให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ในเนื้อหาผ่านการทำงานโดยให้นักเรียนเชื่อมมโนทัศน์เดิมเกี่ยวกับความสัมพันธ์ที่ได้จากการสังเกตความยาวเชือกที่เกิดจากคอร์ด เพื่อสร้างมโนทัศน์ใหม่เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนโค้งของวงกลม ในใบกิจกรรมที่ 4 ข้อที่ 1 ซึ่งกำหนดคอร์ดที่ยาวเท่ากันอยู่บนวงกลม 2 วงที่มีขนาดเท่ากัน และกระตุ้นให้นักเรียนสังเกตส่วนของวงกลมที่เกิดจาก

คอร์ด และหาความสัมพันธ์ของส่วนนั้น โดยครูจะคอยกระตุ้นและชี้แนะให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของส่วนโค้งของวงกลมที่เกิดจากคอร์ดได้

2. ครูสังเกตจากเชื่อมมโนทัศน์เดิมเพื่อสร้างมโนทัศน์ใหม่ของนักเรียน แล้วช่วยแก้ไขหรือชี้แนะให้นักเรียนสามารถสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองได้

ขั้นที่ 4 ขั้นค้นพบและกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. ครูกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนโค้งของวงกลม จากกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 ที่ได้ทำไป

2. ครูสังเกตความคิดของนักเรียน ดูมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หากพบความคลาดเคลื่อนครูจะชี้ให้นักเรียนเห็นข้อผิดพลาดในมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้น และกระตุ้นให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ของความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนโค้งของวงกลมที่ได้ให้ตรงประเด็นและตรงตามมโนทัศน์หลักมากที่สุด

3. ครูให้นักเรียนตรวจสอบและทบทวนมโนทัศน์ใหม่ที่ได้เรียนไปโดยใช้ใบความรู้ที่ 6 เพื่อดูความสอดคล้องของมโนทัศน์ที่นักเรียนสรุปกับมโนทัศน์ที่ถูกต้อง

ขั้นที่ 5 ขั้นการใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

1. ครูให้นักเรียนได้เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนคอร์ด ส่วนโค้งของวงกลม และส่วนของเส้นตรง รวมทั้งเขียนมโนทัศน์ของทฤษฎีความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนโค้งของวงกลมในรูปของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้อง และสร้างข้อตกลงในการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนในใบกิจกรรมที่ 4

2. ครูสังเกตการเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดูความถูกต้อง พร้อมทั้งคอยช่วยเหลือและแก้ไขในส่วนที่นักเรียนเขียนไม่ถูกต้อง ให้ถูกต้องด้วย

ระยะที่ 3 ระยะการฝึกมโนทัศน์

ครูให้นักเรียนนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนโค้งของวงกลมที่สร้างได้ มาฝึกและนำมโนทัศน์นี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ โดยครูจะสังเกตการใช้มโนทัศน์ของนักเรียนและช่วยชี้แนะเพิ่มเติมเมื่อพบว่านักเรียนไม่สามารถดำเนินการนำมโนทัศน์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนโค้งของวงกลมไปใช้ได้

ขั้นที่ 6 ขั้นการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหา

ครูให้นักเรียนฝึกใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทที่หลากหลายและในชีวิตจริง โดย

-การฝึกใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. ครูให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีฝึกใช้มโนทัศน์พื้นฐานเบื้องต้นจากที่เรียนรู้มาในตัวอย่างที่ 1 โดยครูใช้การถามตอบกับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้มากขึ้น

2. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 9 ข้อ 1 เพื่อฝึกมโนทัศน์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนโค้งของวงกลม

3. ครูสังเกตการตอบคำถามในใบงาน และการเขียนภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในมโนทัศน์ของนักเรียน

4. ครูกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายเหตุผลสนับสนุน เชื่อมมโนทัศน์ในแต่ละส่วน หากพบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ครูจะชี้จุดสำคัญให้นักเรียนเห็นข้อผิดพลาดในมโนทัศน์นั้นของนักเรียนเพื่อให้มีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง

5. ครูกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันอภิปราย แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับส่วนต่างๆที่เกี่ยวข้องความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนโค้งของวงกลม และคอร์ดกับส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลาง เพื่อให้เกิดความเข้าใจมโนทัศน์และดำเนินการแก้ปัญหาให้ถูกต้อง

-การนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา

1. ครูนำตัวอย่างปัญหาในบริบทที่หลากหลายและในชีวิตจริง เพื่อให้นักเรียนนำมโนทัศน์เกี่ยวข้องกับมุมความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนโค้งของวงกลมไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆในชีวิตจริงได้ โดยทำในใบงานที่ 9 ข้อ 2

2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มเป็นกลุ่มละ 4-5 คนเพื่อร่วมกันคิด อภิปรายคำตอบในใบงาน

3. ครูสังเกตการคิด วิธีการดำเนินการเลือกมโนทัศน์ของนักเรียนเพื่อมาใช้ในการตอบคำถามโดยรวม เพื่อตรวจสอบความสามารถและวิธีการในการแก้ปัญหาของนักเรียน และหากขณะที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนดำเนินการได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาเองได้ ครูสอบถามข้อมูลหรือความรู้ที่นักเรียนจะใช้ในการแก้ปัญหา และช่วยเชื่อมข้อมูลหรือความรู้นั้นให้นักเรียนเกิดแนวทางในการแก้ปัญหาด้วยตนเองได้

4. ครูเลือกตัวแทนนักเรียนกลุ่มที่มีการคิด วิธีการ และแนวทางในการนำความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนโค้งของวงกลมมาใช้ในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน อธิบายหรือแสดงความคิดให้เพื่อนดูหน้าชั้นเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

5. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย แสดงความคิดเห็นต่อแนวคิดของเพื่อนที่เป็นตัวอย่าง และครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

กิจกรรมการเรียนรู้ (คาบ 2)

ระยะที่ 1 ระยะพัฒนาสติปัญญา

ครูเตรียมความพร้อมในด้านความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับคอร์ด และส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางไปตัดกับคอร์ด โดยให้นักเรียนสังเกตแบบสังเกตและสะท้อนความคิดพื้นฐานออกมา เพื่อตรวจสอบความคิดพื้นฐานของนักเรียน ดูความเพียงพอของความรู้ที่จะนำไปใช้ในการเรียนรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลาง หากพบว่านักเรียนมีความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ครูจะชี้จุดสำคัญให้นักเรียนเห็นข้อผิดพลาด หรือหากไม่ครบถ้วนเพียงพอ ครูจะกระตุ้นให้นักเรียนคิดเพิ่มเติมในเนื้อหาพื้นฐาน เมื่อมีพื้นฐานเพียงพอแล้ว ครูจะต่อยอดความคิดพื้นฐานนั้นให้มีความรู้ในระดับที่มากกว่าเดิม เพื่อพัฒนาความรู้เดิมของนักเรียนให้เพียงพอต่อการเรียนรู้มุมต่างๆที่เกี่ยวข้องกับวงกลม โดยมี 2 ขั้น ได้แก่

ขั้นที่ 1 ขั้นสังเกตและสะท้อนการคิด

1. ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยพูดคุยกับนักเรียน ให้นักเรียนแสดงความคิดเพื่อทบทวนส่วนต่างๆของวงกลมที่เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลาง โดยครูวาดรูปวงกลมบนกระดาน ให้นักเรียนระบุคอร์ด และส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางมาตัดกับคอร์ด

2. ครูให้นักเรียนสังเกตในแบบสังเกตที่ 2 ข้อ 2 ครูแจกชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 2 รูปที่เท่ากันทุกประการให้นักเรียน และให้นักเรียนนำรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมาต่อกันให้มีด้านประชิดมุมฉากด้านหนึ่งร่วมกัน แล้วให้นักเรียนสังเกตรูปเรขาคณิตรูปใหม่ที่เกิดขึ้น จากนั้นครูกระตุ้นให้นักเรียนสะท้อนความคิดที่สังเกตได้ออกมา โดยครูสังเกตความคิดของนักเรียนเกี่ยวกับความถูกต้องและสมเหตุสมผลของความรู้พื้นฐานนั้น เพื่อตรวจสอบความรู้พื้นฐาน หากพบว่านักเรียนสังเกตไม่ได้ ครูจะกระตุ้นและชี้แนะจุดสำคัญให้นักเรียนสังเกตได้

ขั้นที่ 2 ขั้นพัฒนาการคิดให้มีระดับสูงขึ้น

1. ครูปรับและพัฒนาความคิดของนักเรียนที่สะท้อนออกมา โดยเมื่อพบว่า นักเรียนมีความรู้พื้นฐานส่วนต่างๆส่วนใดไม่ถูกต้อง ครูจะชี้ให้นักเรียนเห็นข้อผิดพลาดและปรับความคิดนั้นให้ถูกต้อง

2. ครูพัฒนาความรู้ความคิดพื้นฐานจากที่นักเรียนสะท้อนออกมาให้มีระดับความรู้ในพื้นฐานนั้นให้สูงขึ้น และเพียงพอต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ ทฤษฎีต่อไป โดยครูชี้แนะให้นักเรียนสังเกตความยาวฐานของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และความสัมพันธ์ของความยาวฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

3. ครูยกตัวอย่างมโนทัศน์เดิมที่เป็นตัวอย่างและไม่เป็นตัวอย่างให้นักเรียนเห็น โดยอาจยกตัวอย่างเป็นการประกอบรูปสามเหลี่ยม 2 รูปที่ไม่ใช่รูปสามเหลี่ยมมุมฉากแล้วสังเกตความยาวที่ฐานของรูปเรขาคณิตที่ประกอบได้

ระยะที่ 2 ระยะการพัฒนากระบวนการสู่เนื้อหา

ครูให้นักเรียนเชื่อมมโนทัศน์เดิมที่เกี่ยวข้องกับความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางของนักเรียน มาสู่การเรียนรู้มโนทัศน์ที่เป็นทฤษฎีใหม่ โดยใช้การทำกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อสร้างมโนทัศน์ ค้นพบและกำหนดมโนทัศน์ด้วยตนเอง รวมทั้งการใช้ภาษาสัญลักษณ์คณิตศาสตร์แทนมโนทัศน์ได้ถูกต้อง โดยครูจะคอยสังเกตและกระตุ้นให้นักเรียนทำกิจกรรมการเรียนรู้และสร้างมโนทัศน์ด้วยตนเองได้

ขั้นที่ 3 ขั้นการสร้างมโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

1. ครูให้นักเรียนเชื่อมมโนทัศน์เดิมเกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วและความยาวฐานของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและความยาวฐานรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 4 ข้อ 2 เพื่อสร้างมโนทัศน์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางด้วยตนเอง โดยให้นักเรียนสร้างคอร์ดลงบนวงกลมที่กำหนดให้ วัดความยาวของคอร์ดที่สร้าง จากนั้นสร้างส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางไปยังคอร์ดที่สร้างให้ตั้งฉากกับคอร์ด และให้นักเรียนสังเกตมุม และความยาวคอร์ดที่เกิดขึ้น

Chulalongkorn University

2. ครูสังเกตการดำเนินการสร้างคอร์ดและส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางไปตัดคอร์ดของนักเรียน รวมถึงการตอบคำถามในใบงาน และคอยช่วยเหลือนักเรียนให้สามารถตอบคำถามและสร้างมโนทัศน์ได้ด้วยตนเองอย่างเป็นระบบ

ขั้นที่ 4 ขั้นค้นพบและกำหนดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. ครูกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางจากกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 ที่ได้ทำไป

2. ครูสังเกตความคิดของนักเรียน ดูมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หากพบความคลาดเคลื่อนครูจะชี้ให้นักเรียนเห็นข้อผิดพลาดในมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้น และกระตุ้นให้นักเรียนสรุปมโนทัศน์ของความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางที่ได้ให้ตรงประเด็นและตรงตามมโนทัศน์หลักมากที่สุด

3. ครูให้นักเรียนตรวจสอบและทบทวนมโนทัศน์ใหม่ที่ได้เรียนไปโดยใช้ใบความรู้ที่ 7 เพื่อดูความสอดคล้องของมโนทัศน์ที่นักเรียนสรุปกับมโนทัศน์ที่ถูกต้อง

ขั้นที่ 5 ขั้นการใช้ภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

1. ครูให้นักเรียนได้เขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนคอร์ด ส่วนโค้งของวงกลม และส่วนของเส้นตรง รวมทั้งเขียนมโนทัศน์ของสมบัติของคอร์ดกับส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางในรูปของสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้ถูกต้อง และสร้างข้อตกลงในการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนในใบกิจกรรมที่ 4

2. ครูสังเกตการเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดูความถูกต้อง พร้อมทั้งคอยช่วยเหลือและแก้ไขในส่วนที่นักเรียนเขียนไม่ถูกต้อง ให้ถูกต้องด้วย

ระยะที่ 3 ระยะการฝึกมโนทัศน์

ครูให้นักเรียนนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางที่สร้างได้ มาฝึกและนำมโนทัศน์นี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ โดยครูจะสังเกตการใช้มโนทัศน์ของนักเรียนและช่วยชี้แนะเพิ่มเติมเมื่อพบว่านักเรียนไม่สามารถดำเนินการนำมโนทัศน์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางไปใช้ได้

ขั้นที่ 6 ขั้นการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหา

ครูให้นักเรียนฝึกใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทที่หลากหลายและในชีวิตจริง โดย

-การฝึกใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. ครูให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีฝึกใช้มโนทัศน์พื้นฐานเบื้องต้นจากที่เรียนรู้มาในตัวอย่างที่ 2 โดยครูใช้การถามตอบกับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้มากขึ้น

2. ครูให้นักเรียนทำใบงานที่ 10 ข้อ 1 เพื่อฝึกมโนทัศน์เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลาง

3. ครูสังเกตการตอบคำถามในใบงาน และการเขียนภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในมโนทัศน์ของนักเรียน

4. ครูกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายเหตุผลสนับสนุน เชื่อมมโนทัศน์ในแต่ละส่วน หากพบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ครูจะชี้จุดสำคัญให้นักเรียนเห็นข้อผิดพลาดในมโนทัศน์นั้นของนักเรียนเพื่อให้มีมโนทัศน์ที่ถูกต้อง

5. ครูกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันอภิปราย แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับส่วนต่างๆที่เกี่ยวข้อง ความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนโค้งของวงกลม และคอร์ดกับส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลาง เพื่อให้เกิดความเข้าใจมโนทัศน์และดำเนินการแก้ปัญหาให้ถูกต้อง

-การนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา

1. ครูนำตัวอย่างปัญหาในบริบทที่หลากหลายและในชีวิตจริง เพื่อให้นักเรียนนำมโนทัศน์เกี่ยวข้องกับมุมความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆในชีวิตจริงได้ โดยทำในใบงานที่ 10 ข้อ 2

2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มเป็นกลุ่มละ 4-5 คนเพื่อร่วมกันคิด อภิปรายคำตอบในใบงาน

3. ครูสังเกตการคิด วิธีการดำเนินการเลือกมโนทัศน์ของนักเรียนเพื่อมาใช้ในการตอบคำถามโดยรวม เพื่อตรวจสอบความสามารถและวิธีการในการแก้ปัญหาของนักเรียน และหากขณะที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนดำเนินการได้ไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาเองได้ ครูสอบถามข้อมูลหรือความรู้ที่นักเรียนจะใช้ในการแก้ปัญหา และช่วยเชื่อมข้อมูลหรือความรู้นั้นให้นักเรียนเกิดแนวทางในการแก้ปัญหาด้วยตนเองได้

4. ครูเลือกตัวแทนนักเรียนกลุ่มที่มีการคิด วิธีการ และแนวทางในการนำความสัมพันธ์ของคอร์ดกับส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางมาใช้ในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน อธิบายหรือแสดงความคิดให้เพื่อนดูหน้าชั้นเรียน

5. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย แสดงความคิดเห็นต่อแนวคิดของเพื่อนที่เป็นตัวอย่าง และครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการนำมโนทัศน์ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. อุปกรณ์ในการทำกิจกรรม (เชือก แผ่นป้าย กรรไกร แผ่นชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก)
2. แบบสังเกต
3. ใบกิจกรรม
4. ใบความรู้
5. ใบงาน

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกตการตอบคำถาม และการทำกิจกรรมของนักเรียน
2. สังกตการมีส่วนร่วมในกิจกรรมของนักเรียน
3. สังเกตความถูกต้องของการตอบคำถามในใบกิจกรรมและใบงาน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผลการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

2. ปัญหาและอุปสรรคที่พบ

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ไขปัญหาและข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

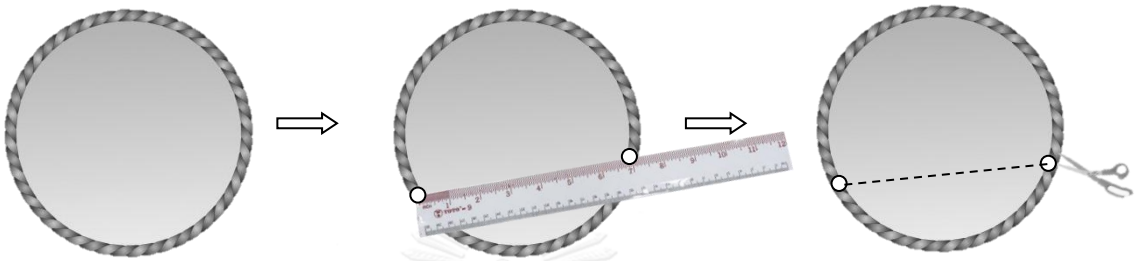
ลงชื่อ .....

(นางสาวสายพิณ ล้ำเลิศ)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แบบสังเกตที่ 2

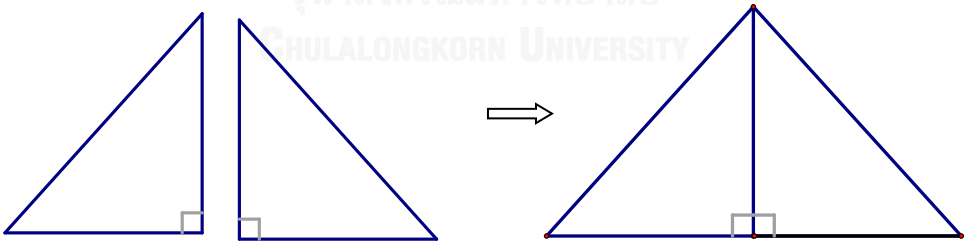
1. กำหนดวงกลม 2 วงที่สร้างจากเชือก 2 เส้นมีความยาวเท่ากัน ให้นักเรียนกำหนดจุดบนวงกลมวงละ 2 จุด และใช้ไม้บรรทัดวัดความยาวระหว่างจุด 2 จุดที่กำหนด โดยจุดที่กำหนดบนวงกลมทั้ง 2 วงมีระยะห่างเท่ากัน เมื่อตัดเชือกที่จุดบนวงกลมที่กำหนด ให้นักเรียนลงสังเกตความยาวเชือกที่ได้



สิ่งที่สังเกตได้ คือ.....

.....

2. ให้นักเรียนนำชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่เท่ากันทุกประการ 2 รูปมาต่อกัน ดังรูป สังเกตรูปเรขาคณิตใหม่ที่เกิดขึ้น และสะท้อนความคิดเกี่ยวกับสิ่งที่สังเกตได้



สิ่งที่สังเกตได้ คือ.....

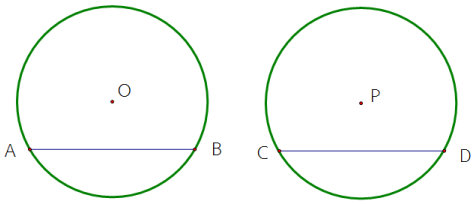
.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบกิจกรรมที่ 4

➢ ในวงกลม คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลมมีความสัมพันธ์กันอย่างไรบ้างนะ

1. ถ้ากำหนดคอร์ด AB = CD จะทำให้ส่วนโค้งของวงกลม O และ วงกลม P สัมพันธ์กันอย่างไร



คอร์ดในวงกลมวงหนึ่ง จะแบ่งวงกลมเป็นส่วนใดบ้าง.....

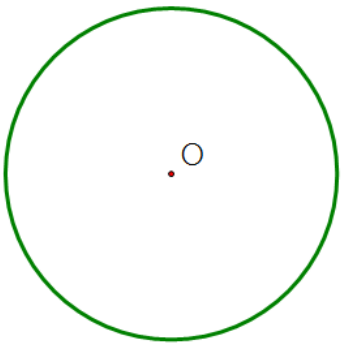
.....

ถ้า AB = CD แล้ววงกลม O และวงกลม P มีส่วนใดสัมพันธ์กันหรือไม่ อย่างไร.....

.....

สรุปได้ว่า.....

2. ให้นักเรียนสร้างคอร์ด $\overline{AB}$ ในวงกลม O และวัดความยาวของคอร์ด จากนั้นลากส่วนของเส้นตรง OC ซึ่ง C อยู่บน $\overline{AB}$ และ $OC \perp AB$



คอร์ด $\overline{AB}$ ที่สร้างได้ มีความยาว.....

เมื่อลากส่วนของเส้นตรง OC ที่จุด C อยู่บน $\overline{AB}$ และ $OC \perp AB$ จะเกิดมุมใดบ้าง.....

.....

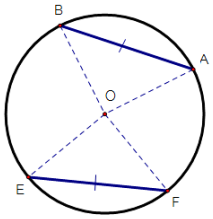
ความยาวของคอร์ดแต่ละส่วนที่ถูกแบ่งด้วย $\overline{OC}$ เป็นอย่างไร.....

.....

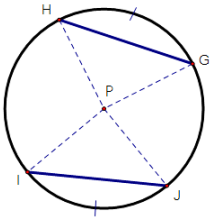
สรุปได้ว่า.....

ใบความรู้ที่ 6

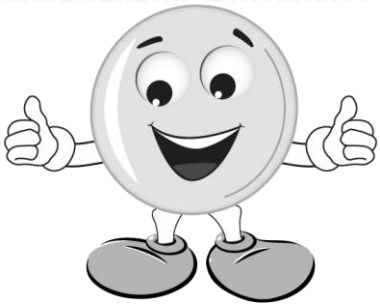
คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม



ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกันถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน



ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

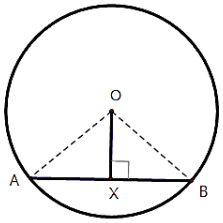


ใบความรู้ที่ 7

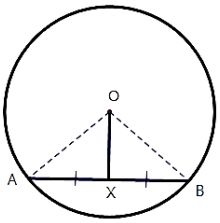
คอร์ดกับจุดศูนย์กลางของวงกลม

- ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม และตัดคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง จะมี**สมบัติ**ดังนี้

1. ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด ดังรูป



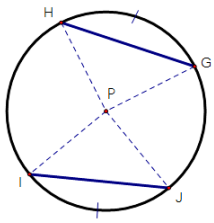
2. ถ้าส่วนของเส้นตรงแบ่งครึ่งคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะตั้งฉากกับคอร์ด ดังรูป



<u>ทฤษฎีบท</u> เส้นตรงที่ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ดของวงกลมจะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนั้น

ใบงานที่ 9

1. พิจารณารูปวงกลม P ที่กำหนดให้ จงหาความสัมพันธ์ของขนาดของ $H\hat{P}G$ และ $I\hat{P}J$



วิธีคิด.....

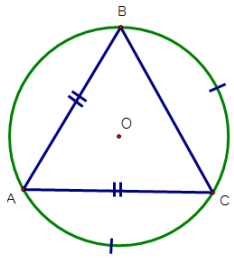
.....

.....

.....

สรุปคำตอบ.....

2. จากรูปวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาว่ารูปสามเหลี่ยมที่แนบในวงกลม เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด เพราะเหตุใด



นักเรียนได้ข้อมูลอะไรจากโจทย์บ้าง.....

นักเรียนมีแนวทางในการหาคำตอบอย่างไร .....

.....

.....

จงแสดงวิธีหาคำตอบ.....

.....

.....

.....

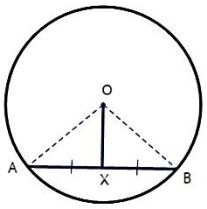
นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ จงตรวจสอบคำตอบ.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบงานที่ 10

1. จากรูปวงกลม O ที่กำหนดให้ ถ้า $\overline{AB}$ ยาว 8 หน่วย และวงกลมมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 10 หน่วย จงหาความยาวของ $\overline{OX}$



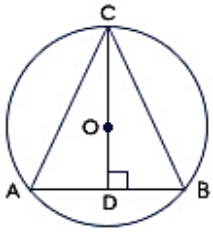
วิธีคิด.....

.....

.....

สรุปคำตอบ.....

2. พี่น้อง 4 คนคือ พี่เอ พี่บี น้องซี และหนูดี เล่นสร้างบ้านของเล่น โดยบริเวณบ้านของทั้ง 4 คน เป็นรูปวงกลม โดยพี่เอ พี่บี และน้องซี สร้างบ้านไว้บนวงกลม และบ้านของพี่เอและพี่บีอยู่บนแนวเส้นตรงเดียวกัน ห่างกัน 600 เมตร ส่วนหนูดีสร้างบ้านอยู่ในพื้นที่วงกลม และมีถนนหน้าบ้าน $\overline{CD}$ เป็นส่วนของเส้นตรงที่ผ่านจุดศูนย์กลางของพื้นที่วงกลม ถ้าถนนหน้าบ้านหนูดีตั้งฉากกับแนวเส้นตรงระหว่างบ้านพี่เอและพี่บี ดังรูป จงหาระยะทางระหว่างบ้านที่ซีและพี่บี



นักเรียนได้ข้อมูลอะไรจากโจทย์บ้าง.....

นักเรียนมีแนวทางในการหาคำตอบอย่างไร .....

.....

.....

จงแสดงวิธีหาคำตอบ.....

.....

.....

.....

นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ จงตรวจสอบคำตอบ.....

.....

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 (กลุ่มควบคุม)

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3
หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 วงกลม เรื่อง วงกลม
ผู้สอน นางสาวสายพิณ ล้ำเลิศ จำนวน 1 คาบ

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติ สามมิติได้

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหาได้

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ม.1-3/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ม.1-3/2 ใช้ความรู้ ทักษะและการบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

ม.1-3/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ม.1-3/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายและการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง นักเรียนสามารถ

1. บอกความสัมพันธ์ของคอร์ดและส่วนโค้งของวงกลมได้ถูกต้อง

ด้านทักษะ/กระบวนการ นักเรียนสามารถ

1. นำความรู้ที่ได้จากการทำกิจกรรมไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้
2. สื่อสารและนำเสนอสิ่งที่ได้จากการทำกิจกรรม

ด้านคุณลักษณะ นักเรียน

1. มีความกระตือรือร้นในการทำกิจกรรมการเรียนรู้
2. กล้าแสดงความคิดเห็น และมีส่วนร่วมในชั้นเรียน
3. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย

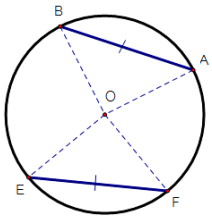
สาระสำคัญ

- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกันถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน
- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

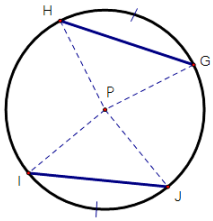
สาระการเรียนรู้

คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

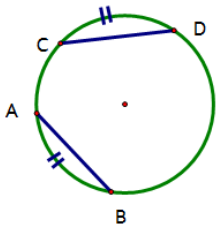
- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกันถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน



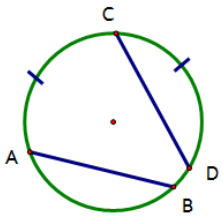
- ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน



ตัวอย่าง 1 จากรูปที่กำหนดให้ ให้นักเรียนพิจารณาว่าคอร์ด $\overline{AB}$ และ $\overline{CD}$ ในแต่ละข้อมีความยาวเท่ากันหรือไม่ เพราะเหตุใด



1.1)

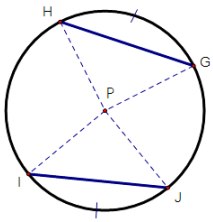


1.2)

ตอบ 1.1) เท่ากัน เพราะ m(AB) = m(CD) เป็นส่วนโค้งน้อยของวงกลม และอยู่ในวงกลมเดียวกัน ทำให้มีความยาวส่วนโค้งใหญ่เท่ากันด้วย

1.2) ไม่จำเป็นต้องเท่ากัน เพราะ m(AC) = m(CD) แต่ $\overline{AC}$ ไม่ใช่ส่วนโค้งมีรองรับ $\overline{AB}$

ตัวอย่าง 2 พิจารณารูปวงกลม P ที่กำหนดให้ จงหาความสัมพันธ์ของขนาดของ $H\hat{P}G$ และ $I\hat{P}J$



ตอบ จาก m(HG) = m(IJ)

จะได้ว่า $\overline{HG} = \overline{IJ}$

และ $\overline{PH} = \overline{PG} = \overline{PI} = \overline{PJ}$ (รัศมี)

จะได้ว่า $\Delta HPG \cong \Delta IPJ$

กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นเตรียมความพร้อม

ครูเตรียมความพร้อมให้กับนักเรียน ก่อนที่จะเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ โดยครูตรวจสอบและทบทวนความรู้พื้นฐานเดิมที่จำเป็นต่อการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ ดังนี้

1. ครูให้นักเรียนทบทวนส่วนประกอบต่างๆของวงกลมที่ได้เรียนมา ได้แก่ คอร์ด ส่วนโค้งของวงกลมซึ่งประกอบด้วยส่วนโค้งน้อยและส่วนโค้งใหญ่ โดยถามนักเรียนว่าแต่ละส่วนคืออะไร

2. ครูใช้การถาม-ตอบ เพื่อให้นักเรียนได้ทบทวนและเตรียมความพร้อมในเนื้อหาพื้นฐานที่จะเรียนต่อไป

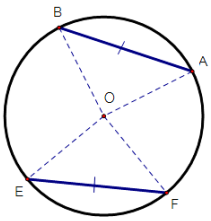
3. ครูทบทวนความรู้ในส่วนที่นักเรียนยังเข้าใจไม่ถูกต้อง และส่วนที่นักเรียนยังมีข้อมูลความรู้ไม่ครบถ้วนหรือยังไม่เพียงพอก่อนขึ้นเนื้อหาใหม่ในบทเรียน

4. ครูแจ้งเรื่องที่จะเรียนให้นักเรียนทราบ คือ ความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดและส่วนโค้งน้อยและส่วนโค้งใหญ่ที่เกิดจากคอร์ด

ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ครูให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ใหม่เกี่ยวกับวงกลม จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

1. ครูเขียนรูปบนกระดาน และถามนักเรียนว่าส่วนใดคือคอร์ดและส่วนโค้งน้อยและส่วนโค้งใหญ่ในรูป



2. ครูอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างคอร์ดและส่วนโค้งน้อยและส่วนโค้งใหญ่ที่เกิดจากคอร์ด ให้นักเรียนทราบ โดยใช้ใบความรู้ที่ 6 ประกอบการอธิบาย

3. ครูแนะนำสื่อการสอนที่เป็นเชือกขดเป็นวงกลมที่มีขนาดเท่ากัน 2 วงกลมและไม้เสียบลูกชิ้น 2 ขนาดให้นักเรียนรู้จักและครูขอตัวแทนนักเรียนออกมาทำกิจกรรมหน้าชั้นเรียน 2 กลุ่มกลุ่มละ 2 คน

4. ครูแจกสื่อให้นักเรียนกลุ่มละ 1 ชุด และให้ตัวแทนนักเรียนกลุ่มที่ 1 ใช้ไม้เสียบลูกชิ้น 2 ไม้ที่มีความยาวเท่ากัน วางพาดวงกลมให้จุดปลายของไม้เสียบลูกชิ้นทั้ง 2 จุดอยู่บนวงกลม

5. ครูให้ตัวแทนนักเรียนกลุ่มที่ 2 ใช้ไม้เสียบลูกชิ้น 2 ไม้ที่มีความยาวไม่เท่ากัน วางพาดวงกลมให้จุดปลายของไม้เสียบลูกชิ้นทั้ง 2 จุดอยู่บนวงกลม

6. ครูให้นักเรียนกลุ่มที่ 1 ใช้เชือกวัดความยาวส่วนโค้งน้อยและส่วนโค้งใหญ่ที่เกิดจากไม้เสียบลูกชิ้นทั้ง 2 ไม้

7. ครูให้นักเรียนกลุ่มที่ 2 ใช้เชือกวัดความยาวส่วนโค้งน้อยและส่วนโค้งใหญ่ที่เกิดจากไม้เสียบลูกชิ้นทั้ง 2 ไม้

8. ครูให้นักเรียนสังเกตความยาวของเชือกที่เป็นส่วนโค้งน้อยและส่วนโค้งใหญ่ที่รองรับคอร์ด (ไม้เสียบลูกชิ้น) โดยสังเกตผลที่ได้ของทั้ง 2 กลุ่ม

9. ครูให้นักเรียนช่วยกันอภิปรายผลของความยาวส่วนโค้ง (เชือก) ที่เกิดจากไม้เสียบลูกชิ้นซึ่งเป็นคอร์ด จากการทำกิจกรรมของนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม ดูความเหมือน ความต่างของความยาวเชือกที่ได้

10. ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปความสัมพันธ์ของคอร์ดและความยาวส่วนโค้งที่ได้จากการทำกิจกรรมของตัวแทนนักเรียนทั้ง 2 กลุ่มอีกครั้ง

11. ครูอธิบายตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนเข้าใจบนกระดานหน้าชั้นเรียน เพื่อเป็นแนวทางและตัวอย่างในการทำใบงานและแบบฝึกหัด

12. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดในใบงานที่ 9 ข้อ 1 และข้อ 2 ซึ่งเป็นการนำความสัมพันธ์ของคอร์ดและส่วนโค้งของวงกลมมาใช้ในการหาคำตอบ

13. ครูสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมาเฉลยใบงานที่ 9 หน้าชั้นเรียน

14. ครูและนักเรียนที่เหลือช่วยกันอภิปรายและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ และสรุปคำตอบที่ได้

15. ครูให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดที่ 3.3 ก. ในหนังสือเรียน หน้า 117 ข้อที่ 1 และ 2

ขั้นสรุปและสะท้อนความคิด

ครูให้นักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระและมโนทัศน์ของเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ได้จากการทำกิจกรรมในห้องเรียน และสะท้อนความคิดเกี่ยวกับความรู้และมโนทัศน์ที่ได้ รวมทั้งมอบหมายงานให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเพื่อเพิ่มความเข้าใจและเกิดการเรียนรู้มากขึ้น

สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
2. อุปกรณ์ในการทำกิจกรรม (เชือก ไม้เสียบลูกชิ้น กรรไกร ไม้บรรทัด)
3. แบบสังเกต
4. ใบกิจกรรม
5. ใบความรู้
6. ใบงาน

การวัดและการประเมินผล

1. สังเกตการตอบคำถาม และการทำกิจกรรมของนักเรียน
2. สังกตการมีส่วนร่วมในกิจกรรมของนักเรียน
3. สังเกตความถูกต้องของการตอบคำถามในใบใบงาน

บันทึกผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1. ผลการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

2. ปัญหาและอุปสรรคที่พบ

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ไขปัญหาและข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

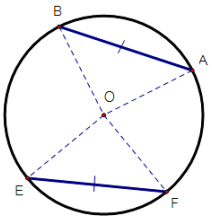
ลงชื่อ .....

(นางสาวสายพิณ ล้ำเลิศ)

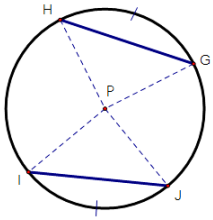
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบความรู้ที่ 6

คอร์ดและส่วนโค้งของวงกลม

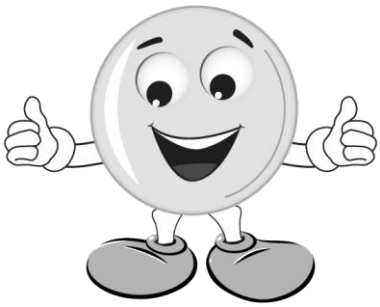


ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกันถ้าคอร์ดสองคอร์ดยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองจะตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน และส่วนโค้งใหญ่ยาวเท่ากัน



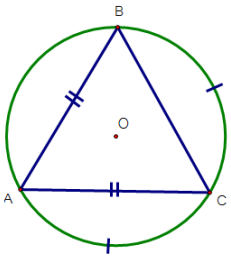
ในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน ถ้าคอร์ดสองคอร์ดตัดวงกลมทำให้ส่วนโค้งน้อยยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะยาวเท่ากัน

Chulalongkorn University



ใบงานที่ 9

1. จากรูปวงกลม O ที่กำหนดให้ จงหาว่ารูปสามเหลี่ยมที่แนบในวงกลม เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด เพราะเหตุใด



วิธีคิด.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สรุปคำตอบ.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นางสาวสายพิณ ล้ำเลิศ เกิดเมื่อวันพฤหัสบดี ที่ 26 ตุลาคม พุทธศักราช 2532 อยู่บ้านเลขที่ 67/2 ถนนเทศบาลสาย 5 อำเภอขลุง จังหวัดจันทบุรี 22110 สำเร็จการศึกษาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ จากคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ เมื่อปีการศึกษา 2554 เข้าศึกษาต่อในหลักสูตร ครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2556

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University