ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5

นายไตรภพ คงเสน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2559
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING A FOUR-POINT INSTRUCTIONAL MODEL ON MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION ABILITIES OF ELEVENTH GRADE STUDENTS

Mr. Traipop Khongsen

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education Program in Mathematics Education
Department of Curriculum and Instruction
Faculty of Education
Chulalongkorn University
Academic Year 2016
Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5
โดย	นายไตรภพ คงเสน
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะครุศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์)

ไตรภพ คงเสน : ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING A FOUR-POINT INSTRUCTIONAL MODEL ON MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION ABILITIES OF ELEVENTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ. ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม, 171 หน้า.

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์

1) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

2) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

4) เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒารามในพระบรมราชินูปถัมภ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 กลุ่มทดลองจำนวน 44 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 36 คน เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลคือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาตร์ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองคือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที

ผลการวิจัยพบว่า

1) นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2) นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3) นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4) นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ภาควิชา หลักสูตรและการสอน ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก .....

ปีการศึกษา 2559

5783396227 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORDS: A FOUR-POINT INSTRUCTIONAL MODEL/ MATHEMATICAL REASONING ABILITY/ MATHEMATICAL COMMUNICATION ABILITY

TRAIPOP KHONGSEN: EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING A FOUR-POINT INSTRUCTIONAL MODEL ON MATHEMATICAL REASONING AND COMMUNICATION ABILITIES OF ELEVENTH GRADE STUDENTS. ADVISOR: PAIROT NOUMNOM, Ed.D., 171 pp.

The purposes of the research were:

1) to compare the mathematical reasoning ability of students before and after being taught by learning activities using a four-point instructional model.

2) to compare the mathematical reasoning ability of students between group being taught by learning activities using a four-point instructional model and the group being taught by using a conventional approach.

3) to compare the mathematical communication ability of students before and after being taught by learning activities using a four-point instructional model.

4) to compare the mathematical communication ability of students between group being taught by learning activities using a four-point instructional model and the group being taught by using a conventional approach.

The subjects were eleventh grade students of Mahaprutaram Girls' School under the Royal Patronage of her Majesty the Queen, in the second semester of the academic year 2016. There were 44 students in experimental group and 36 students in the control group. The instruments of data collection were mathematical reasoning ability tests and mathematical communication ability tests. The experimental instruments constructed by the researcher were lesson plans using a four-point instructional model as well as conventional lesson plan. The data was analyzed by means of arithmetic mean, standard deviation and t-test.

The results of the study revealed that:

1) the mathematical reasoning ability of students in the experimental group were higher than those before the experiment at a .05 level of significance.

2) the mathematical reasoning ability of students in the experimental group were higher than those of students in the control group at a .05 level of significance.

3) the mathematical communication ability of students in the experimental group were higher than those before the experiment at a .05 level of significance.

4) the mathematical communication ability of students in the experimental group were higher than those of students in the control group at a .05 level of significance.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Department: Curriculum and Instruction
Field of Study: Mathematics Education
Academic Year: 2016

Student's Signature .....
Advisor's Signature .....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงด้วยความเมตตากรุณาอย่างสูงจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม ที่สละเวลาให้คำปรึกษา คำแนะนำที่มีคุณค่ายิ่งและตรวจสอบปรับปรุงวิทยานิพนธ์ด้วยความเอาใจใส่ จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ รวมทั้งให้แนวคิดในการทำงานให้กับผู้วิจัย ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณมา ณ โอกาสนี้เป็นอย่างสูง

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ และคณาจารย์ในสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ที่ให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอกราบขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิ ที่ได้สละเวลาให้คำแนะนำในการปรับปรุงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ขอขอบพระคุณผู้บริหาร คณะครูอาจารย์ และนักเรียน โรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม ที่ได้ให้ความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือเป็นอย่างดี และโรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒารามในพระบรมราชินูปถัมภ์ที่ได้ให้ความร่วมมือในการทดลองเป็นอย่างดี และขอขอบพระคุณเจ้าหน้าที่บุคลากรของคณะครุศาสตร์ สำนักงานวิทยาทรัพยากรและบัณฑิตวิทยาลัยที่ให้คำแนะนำและอำนวยความสะดวกให้กับผู้วิจัย

ขอขอบคุณเพื่อน ๆ พี่ ๆ และน้อง ๆ สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่คอยให้กำลังใจและเป็นกัลยาณมิตรเสมอมา

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณคุณแม่ ครอบครัวสุขการณ์และครอบครัวคงเสนที่คอยสนับสนุน เป็นกำลังใจในการทำงาน และทุกท่านที่คอยสนับสนุนให้กำลังใจคำปรึกษาและมีส่วนช่วยให้วิทยานิพนธ์นี้สำเร็จลุล่วงด้วยดี คุณประโยชน์ทั้งที่อันเกิดจากการทำวิจัยครั้งนี้ขอมอบเป็นเครื่องบูชาคุณบิดา มารดา และครูบาอาจารย์ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้ให้กับผู้วิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ช

สารบัญตาราง ..... ญ

สารบัญภาพ ..... ฐ

บทที่ 1 บทนำ 1

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา 1

คำถามการวิจัย 6

วัตถุประสงค์การวิจัย 6

สมมติฐานของการวิจัย 6

ขอบเขตการวิจัย 10

คำจำกัดความที่ใช้ในงานวิจัย 10

ประโยชน์ที่ได้รับ 12

บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 13

1. รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ 14

1.1 ที่มาของรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ 14

1.2 ระยะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ 15

1.3 ข้อควรพิจารณาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ 16

1.4 ข้อมูลเพิ่มเติมสำหรับการออกแบบกิจกรรมการตั้งปัญหา และการใช้คำถามปลายเปิดของครู 16

1.5 ตัวอย่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ 26

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

หน้า

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 30
2.1 ความหมายของการให้เหตุผลและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 30
2.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....34
2.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 37
2.4 แนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....43
2.5 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....48
3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....51
3.1 ความหมายของการสื่อสารและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 51
3.2 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....53
3.3 แนวทางการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....55
3.4 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....59
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....63
4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์.....63
4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 68
4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....70
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย.....73
การศึกษาเอกสารและงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....73
การออกแบบการวิจัย 74
การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 74
การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....75
การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล 95
การวิเคราะห์ข้อมูล 96
สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....97

หน้า

บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล....99

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 104

สรุปผลการวิจัย.... 106

อภิปรายผล.... 106

ข้อเสนอแนะ.... 112

รายการอ้างอิง 114

ภาคผนวก.... 122

ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย 123

ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ หนังสือขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัย และหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย.... 125

ภาคผนวก ค ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง 132

ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง.... 135

ภาคผนวก จ โครงสร้างของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผลการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ใน การเก็บรวมรวมข้อมูล และตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 150

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 171

Chulalongkorn University

สารบัญตาราง

หน้า

ตาราง 1 แสดงการให้เหตุผลเชิงคุณภาพ.....42

ตาราง 2 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการให้เหตุผลของกรมวิชาการ.....50

ตาราง 3 แสดงเกณฑ์การประเมินเพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนใช้เป็นกรอบในการประเมินคุณภาพของผู้เรียนด้านการให้เหตุผล.....51

ตาราง 4 มาตรฐานในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 58

ตาราง 5 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค.....59

ตาราง 6 แสดงเกณฑ์การให้คะแนน การทำแบบทดสอบอัตนัย ทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ 62

ตาราง 7 แบบแผนของการทดลอง 74

ตาราง 8 แสดงหัวข้อเรื่องและจำนวนคาบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น 78

ตาราง 9 แสดงสาระการเรียนรู้ เนื้อหาของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น 78

ตาราง 10 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม 81

ตาราง 11 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์...86

ตาราง 12 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์.....91

ตาราง 13 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t-paired samples test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)..... 100

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

หน้า

ตาราง 14 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t-independent samples test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการทดลองระหว่างนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)..... 101

ตาราง 15 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t-paired samples test) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)..... 102

ตาราง 16 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t-independent samples test) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการทดลองระหว่างนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)..... 103

ตาราง 17 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t-independent samples test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)..... 133

ตาราง 18 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t-independent samples test) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)..... 134

ตาราง 19 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง..... 151

หน้า

ตาราง 20 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง จำนวน 4 ข้อ..... 152

ตาราง 21 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง..... 156

ตาราง 22 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง จำนวน 4 ข้อ.. 157

ตาราง 23 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง..... 161

ตาราง 24 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง จำนวน 4 ข้อ..... 162

ตาราง 25 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง..... 166

ตาราง 26 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง จำนวน 4 ข้อ .. 167

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญภาพ

หน้า

ภาพ 1 ระดับความคิดทางคณิตศาสตร์ของครูลิคและรุดนิค (Krulik & Rudnick, 1993).....31

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์มีความสำคัญยิ่งสำหรับการพัฒนาคนเพื่อนำไปสู่การพัฒนาความเจริญในด้านต่าง ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการคิด การสร้างองค์ความรู้และการทำงาน การจัดการศึกษาด้านคณิตศาสตร์จึงมุ่งเน้นการพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ (อัมพร ม้าคนอง, 2557: คำนำคณบดี) คณิตศาสตร์ยังช่วยพัฒนาให้แต่ละบุคคลเป็นคนที่สมบูรณ์ เป็นพลเมืองดี เพราะคณิตศาสตร์ช่วยส่งเสริมความมีเหตุผล ความเป็นคนช่างคิด ช่างริเริ่มสร้างสรรค์ มีระบบระเบียบในการคิด มีการวางแผนในการทำงาน มีความสามารถในการตัดสินใจ มีความรับผิดชอบต่อกิจการงานที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนมีลักษณะของความเป็นผู้นำในสังคม (สิริพร ทิพย์คง, 2545: 1) จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จึงกำหนดให้คณิตศาสตร์เป็นสาระหลัก มีเป้าหมายเพื่อให้ผู้เรียนได้มีความรู้ความเข้าใจในคณิตศาสตร์พื้นฐานพร้อมทั้งสามารถนำความรู้นั้นไปประยุกต์ใช้ได้ รวมถึงมีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น คือ ผู้เรียนต้องมีความสามารถในการแก้ปัญหา มีความสามารถในการให้เหตุผล มีความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ มีความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ ได้ รวมถึงมีความสามารถในการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551)

อย่างไรก็ตาม การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จ เห็นได้จากผลการประเมินทั้งในประเทศและต่างประเทศ ซึ่งอยู่ในเกณฑ์ที่ควรได้รับการปรับปรุง เช่น ผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) ของนักเรียนที่มีอายุ 15 ปี ในโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ หรือ PISA (Programme for International Student Assessment) ซึ่งดำเนินการโดยองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ หรือ OECD (Organisation for Economic Co-operation and Development) ที่เน้นการนำคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาไปใช้ในสถานการณ์ของชีวิตจริง โดยนักเรียนจะต้องขยายความรู้จากที่เรียนมาประยุกต์ใช้กับสถานการณ์จริงในบริบทต่าง ๆ ที่หลากหลาย ผลการประเมินของนักเรียนไทยใน PISA 2012 ได้คะแนนคณิตศาสตร์เฉลี่ย 427 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยนานาชาติที่มีคะแนนเฉลี่ย 494 คะแนน และยังพบว่าผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยมีแนวโน้มลดต่ำลง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2557: 185) ผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของ

นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 และชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในโครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ หรือ TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) ดำเนินการโดยสมาคมนานาชาติเพื่อการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา หรือ IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) ที่ประเมินทั้งด้านเนื้อหาวิชา และด้านพฤติกรรมการเรียนรู้ ผลการประเมินของนักเรียนไทยชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ใน TIMSS 2011 มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ 458 คะแนน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554: 9) และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีคะแนนเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ 427 คะแนน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554: 10) ซึ่งต่างก็ต่ำกว่าค่ากลางของการประเมินคือ 500 คะแนน และจากผลการประเมินผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนระดับชาติ (O-NET) ประจำปีการศึกษา 2558 ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่นักเรียนได้คะแนนในวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ย 32.40 คะแนน และตั้งแต่ปีการศึกษา 2551 – 2558 พบว่านักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำกว่าครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็ม (ไทยรัฐออนไลน์, 2559) และนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 ได้คะแนนในวิชาคณิตศาสตร์เฉลี่ย 26.59 คะแนน ซึ่งพบว่านักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยในวิชาคณิตศาสตร์ต่ำกว่าครึ่งหนึ่งของคะแนนเต็ม (โพสต์ทูเดย์, 2559)

ข้อมูลข้างต้นแสดงให้เห็นว่านักเรียนไทยจำนวนไม่น้อยยังด้อยความสามารถเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งในด้านการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาดังกล่าวทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ในชีวิตประจำวัน และในการศึกษาต่อได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2551: 1) จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน โดยเฉพาะความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือข้อสนับสนุนเกี่ยวกับแนวคิด และความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาเกี่ยวกับแนวคิดนั้น (O'Daffer & Thornquist, 1993) การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการดำรงชีวิตของมนุษย์ (Baroody & Coslick, 1993) ผลการวิจัยจำนวนมากยืนยันว่าการสอนให้นักเรียนเข้าใจหลักการอย่างมีเหตุผลเป็นสิ่งที่ดีกว่าการสอนให้จำ เพราะนักเรียนจะสามารถนำความรู้ไปปรับใช้กับ

สถานการณ์ใหม่ได้ สามารถจดจำได้ดีและยาวนานกว่า การเป็นผู้รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลจะเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ตลอดชีวิต การเรียนคณิตศาสตร์ในลักษณะที่มีความเป็นเหตุเป็นผลจะส่งผลให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์เกิดความมั่นใจและสามารถที่จะค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ได้ด้วยตนเอง (ปิยวดี วงษ์ใหญ่, 2548) นอกจากนี้การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง (National Council of Teachers of Mathematics, 2000: 29) นอกจากนี้ความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนยังมีความสำคัญต่อผู้สอน คือ ใช้สำหรับอธิบายระดับพัฒนาการของนักเรียนในการเรียนมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของนักเรียนพร้อมทั้งเหตุผล วิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ (Emerging ideas) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียนเพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับผู้เรียนคนอื่น ๆ ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical structures) หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของผู้เรียน จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียนและตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของผู้เรียน (อัมพร ม้าคนอง, 2553: 49)

นอกจากความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์แล้ว ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะพื้นฐานที่สำคัญในการเรียนคณิตศาสตร์ ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงและทำความเข้าใจแนวคิด เป็นการผสมผสานความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายความเข้าใจของตนเอง โดยนักเรียนจะเข้าใจความคิดของตนเองอย่างลึกซึ้งเมื่อนักเรียนได้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของตน ได้พิสูจน์ความมีเหตุผลต่อคนอื่น หรือเมื่อนักเรียนได้ตั้งโจทย์หรือคำถาม ด้วยวิธีการสื่อสารที่หลากหลาย เช่น การเขียน การฟัง การพูด (National Council of Teachers of Mathematics, 1989: 214) สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกาได้กล่าวว่า “การสื่อสารและการนำเสนอต้องเป็นจุดเน้นที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์” (NCTM, 1996 and 2001 อ้างถึงใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555: 59) สอดคล้องกับ Kennedy and Tipps (1994: 181) ที่ว่า เป้าหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ก็คือ ให้นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพราะการสื่อสารจะเป็นตัวเชื่อมโยงระหว่างข้อมูล ความรู้ และสิ่งที่เป็นนามธรรมไปสู่สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และเป็นการเสนอแนวคิด แลกเปลี่ยนเรียนรู้ ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมายังไม่ได้เน้นเรื่องการสื่อสารสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอมากนัก ผู้เรียนจึงยังมีความสามารถในด้านนี้ไม่ดีพอ จะเห็นได้จากการที่ผู้เรียนจำนวนมากไม่สามารถนำเสนอข้อมูลให้ผู้อื่นเห็นภาพรวมหรือเข้าใจประเด็น

สำคัญ ๆ ของสิ่งที่ต้องการนำเสนอได้ หรือไม่สามารถสื่อความหมายเรื่องบางเรื่องให้ผู้อื่นเข้าใจตรงกันได้ ทั้งที่ผู้เรียนผ่านการเรียนรู้การนำเสนอข้อมูลมาแล้ว หลายท่านคงเคยได้ยินคำกล่าวที่ว่า คนที่เรียนคณิตศาสตร์เก่งมาก ๆ มักสื่อความหมายหรือพูดให้คนอื่นเข้าใจไม่ได้ หรือแม้แต่ผู้เรียนที่เก่งคณิตศาสตร์บางคนก็อาจบอกว่าตนเองเข้าใจแต่อธิบายเป็นคำพูดไม่ได้ สิ่งเหล่านี้แสดงถึงปัญหาในการสื่อสาร การพัฒนาผู้เรียนให้สามารถสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอให้ผู้อื่นเข้าใจได้จึงมีความจำเป็น (อัมพร ม้าคนอง, 2553: 56-57)

จากความสำคัญของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้วิจัยจึงศึกษารูปแบบการเรียนการสอนเพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่จะช่วยพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งผู้วิจัยได้พบรูปแบบการเรียนการสอนที่น่าสนใจคือ รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ (A Four-Point Instructional Model) ถูกพัฒนาโดยนักการศึกษาชื่อ Manouchehri (2001: 180-186) เป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่มุ่งพัฒนาให้นักเรียนได้คิดและทำงานเหมือนนักคณิตศาสตร์ตามข้อเสนอแนะของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2000) ที่มีเป้าหมายให้นักเรียนได้ฝึกการคิดและการทำงานเหมือนนักคณิตศาสตร์คือ สำรวจข้อมูล (explore) สร้างข้อคาดการณ์ (experiment) แก้ปัญหา (solve problems) และตั้งปัญหา (pose problems) รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ จึงมุ่งเน้นให้นักเรียนได้ทำการสืบสอบ (inquiry) ผ่านการตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา ร่วมกับการสนทนาหรืออภิปราย (discourse) กับผู้อื่น โดยผู้สอนมีหน้าที่คอยอำนวยความสะดวกการเรียนรู้ของนักเรียนและใช้คำถามปลายเปิดเพื่อนำทางการเรียนรู้ของนักเรียนให้เป็นไปตามเป้าหมายที่ครูวางไว้ ซึ่งมีระยะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 การตั้งปัญหาในกลุ่มใหญ่ (Large-group problem posing) ครูให้นักเรียนตั้งคำถามตามหัวข้อที่ครูกำหนด และให้นักเรียนนำเสนอคำถามดังกล่าวต่อชั้นเรียน ซึ่งการตั้งคำถามจะช่วยให้นักเรียนฝึกการสังเกตหรือวิเคราะห์ข้อมูล ทบทวนและเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เรียนไปแล้ว และยังเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดผ่านคำถามที่ตนตั้งขึ้น จากนั้นครูให้นักเรียนเลือกคำถามที่ถูกตั้งขึ้นในชั้นเรียนตามความสนใจเพื่อนำไปใช้ในระยะต่อไป

ระยะที่ 2 การแก้ปัญหาในกลุ่มเล็ก (Small-group problem solving) ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มเพื่อแก้ปัญหาที่ถูกเลือกจากระยะที่ 1 ซึ่งนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มจะได้สนทนาและอภิปราย (discourse) เกี่ยวกับการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบและวิธีแก้ปัญหาของปัญหาที่ถูกเลือก โดยครูคอยใช้คำถามปลายเปิดในการช่วยเหลือการทำงานของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มเพื่อให้นักเรียนได้

เรียนรู้ตามเป้าหมายที่ครูวางไว้ ในการแก้ปัญหานักเรียนจะได้ทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ระยะที่ 3 การอภิปรายผลในกลุ่มใหญ่เกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนค้นพบ (Large-group discussion about the students' findings and discoveries) ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบและวิธีการในการแก้ปัญหา และคอยกระตุ้นให้นักเรียนคนอื่น ๆ ถามคำถามหรือแสดงความคิดในการสนับสนุนหรือคัดค้านเกี่ยวกับคำตอบหรือวิธีการหาคำตอบกับกลุ่มที่นำเสนอ นอกจากนี้ครูยังคอยใช้คำถามปลายเปิดเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน ขยายแนวคิด เชื่อมโยงและสรุปแนวความคิดหรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้ฝึกการนำเสนอ ถามคำถาม เชื่อมโยงแนวความคิด ขยายแนวความคิด ทำให้เกิดความเข้าใจที่ชัดเจนมากขึ้น

ระยะที่ 4 การมอบหมายภาระงานและโครงงานเพิ่มเติม (Extended assignments and projects) ครูมอบหมายและดูแลให้นักเรียนทำภาระงานเพิ่มเติมตามความต้องการและความสนใจของแต่ละคน นักเรียนจะได้ฝึกฝนการใช้ความรู้หรือแนวคิดที่ได้รับในการทำภาระงานดังกล่าว

จากการศึกษารูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ พบว่ามีความเป็นไปได้ที่จะนำไปจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์อาศัยแนวคิดพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบ (inquiry) การแก้ปัญหา และคำถามปลายเปิด (open-end question) ซึ่งมีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดพื้นฐานดังกล่าวที่พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (เจน สมุทร แสงพันธ์, 2548; พีชาณิกา เพชรสังข์, 2556; เสาวรัตน์ รามแก้ว, 2552) อีกทั้งจากการวิเคราะห์ในแต่ละระยะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้พบว่าช่วยสนับสนุนให้นักเรียนได้ฝึกใช้เหตุผลและสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเห็นได้จาก ในระยะที่ 1 การตั้งปัญหาในกลุ่มใหญ่ นักเรียนจะได้ฝึกใช้เหตุผลในการเชื่อมโยงข้อมูลกับความรู้ทางคณิตศาสตร์มาตั้งเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ในระยะที่ 2 การแก้ปัญหาในกลุ่มเล็ก และระยะที่ 3 อภิปรายผลในกลุ่มใหญ่เกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนค้นพบ นักเรียนจะได้ฝึกการให้เหตุผลเพื่อยืนยันหรือคัดค้านแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาของตนเองหรือของผู้อื่น และในระยะที่ 4 การมอบหมายภาระงานและโครงงานเพิ่มเติม นักเรียนจะฝึกการให้เหตุผลขณะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งในแต่ละระยะนักเรียนยังมีโอกาสได้ใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยได้ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการพูดคุยเพื่อแลกเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหากับนักเรียนคนอื่น ๆ หรือกับผู้สอน

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงสนใจที่จะนำรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีต่อ

ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผลการวิจัยที่ได้จะเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอนหรือผู้สนใจเพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในเนื้อหาอื่น หรือเพื่อพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในด้านอื่นต่อไป

คำถามการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนการรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์สามารถทำให้ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนดีขึ้นได้หรือไม่

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

สมมติฐานของการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ ถูกพัฒนาโดย Manouchehri (2001: 180-186) อาศัยแนวคิดพื้นฐานที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบ (inquiry) การแก้ปัญหา และการใช้คำถามปลายเปิดของครูเพื่อช่วยเหลือการทำกิจกรรมของนักเรียนในการตั้งคำถามและอภิปราย (discourse) วิธีการแก้ปัญหา ผู้วิจัยจึงได้ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดของการสืบสอบ (inquiry approach)

และการใช้คำถามปลายเปิด (open-end question) ในการจัดการเรียนรู้ เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการตั้งสมมติฐานดังนี้

Williams (1981: 1605-A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบทัศนคติ ผลสัมฤทธิ์ และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ระหว่างการสอนแบบสืบสอบกับการสอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลางในวิชาประวัติศาสตร์อเมริกา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของกลุ่มที่สอนแบบสืบสอบสูงกว่ากลุ่มที่สอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลาง

Lavigne and Lajoie (2007: 630-666) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมโดยใช้กระบวนการสืบสอบเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติของนักเรียนเกรด 7 ซึ่งกระบวนการสืบสอบที่ใช้แบ่งเป็น 4 ขั้น ขั้นตั้งคำถาม ขั้นเก็บรวบรวมข้อมูล ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล และขั้นนำเสนอข้อมูล กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 6 คน ซึ่งแบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน โดยผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ลักษณะของการให้เหตุผลทางสถิติของนักเรียนผ่านการอัดวีดีโอ แล้วให้ผู้ประเมินจำนวน 2 คน ทำการถอดเทป แล้ววิเคราะห์พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกระหว่างการอภิปรายของกลุ่มในทุก ๆ ขั้นตอนของการสืบสอบ ผลการวิจัยพบว่า หลังจากจัดกิจกรรมผ่านกระบวนการสืบสอบ นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติสูงขึ้น และนักเรียนสามารถให้เหตุผลทางสถิติได้สูงสุดในขั้นตอนของการวิเคราะห์ข้อมูลและการนำเสนอข้อมูล

เจนสมุทร แสงพันธ์ (2548) ได้ทำการวิจัยเรื่องการใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ พบว่านักเรียนมีการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น ซึ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก็เป็นส่วนหนึ่งของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

โสมรัศมิ์ ดาหลาย (2551) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับกลุ่มตัวอย่างจำนวน 79 คน เป็นกลุ่มทดลองจำนวน 41 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 38 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับกลุ่มตัวอย่างจำนวน 66 คน เป็นกลุ่มทดลองจำนวน 34 คน และ

กลุ่มควบคุมจำนวน 32 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์พัฒนาขึ้นอย่างเป็นลำดับ

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 80 คน เป็นกลุ่มทดลองจำนวน 40 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 รวมถึงพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังสูงขึ้นอย่างเป็นลำดับ

พีชาณิกา เพชรสังข์ (2556) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 รวมทั้งความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นอีกด้วย

จากงานวิจัยข้างต้น ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

1. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Manouchehri (2001: 180-186) ได้นำเสนอตัวอย่างการนำรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ ไปใช้กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในการสอนเรื่องทฤษฎีจำนวนของครูเอส เพื่อพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical thinking) ของนักเรียน ซึ่งมาโนเชรี่ได้อธิบายว่าหลังจากที่นักเรียนได้รับการสอนโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ ตั้งแต่เปิดเทอมจนถึงเดือนกุมภาพันธ์แสดงให้เห็นถึงความแตกต่างของความตั้งใจในการตั้งปัญหา การแบ่งปันความคิดของนักเรียน และการแสดงความคิดเห็นต่อความคิดของผู้อื่นในชั้นเรียน ซึ่งบ่งบอกถึงพัฒนาการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical thinking) และทักษะการสื่อสาร (communication skills) ของนักเรียนที่เพิ่มขึ้นอย่างชัดเจน

เจนสมุทร แสงพันธ์ (2548) ที่ได้ทำการวิจัยเรื่องการใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ พบว่านักเรียนมีการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น ซึ่งการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก็เป็นส่วนหนึ่งของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 80 คน เป็นกลุ่มทดลองจำนวน 40 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 รวมถึงพัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังสูงขึ้นอย่างเป็นลำดับ

จากงานวิจัยข้างต้น ผู้วิจัยจึงตั้งสมมติฐานในการวิจัยครั้งนี้ว่า

3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ขอบเขตการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัย เป็นนักเรียนหญิงมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมศึกษาในสังกัดคณะกรรมการศึกษาธิการจังหวัด (กศจ.) กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. เนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการวิจัย เป็นส่วนหนึ่งของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน มัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เรื่อง ความน่าจะเป็น

3. ตัวแปรที่ศึกษา มีดังนี้

3.1 ตัวแปรจัดกระทำ ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.2.2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในงานวิจัย

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ของ Manouchehri (2001: 180-186) ที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้คิดและทำงานเหมือนนักคณิตศาสตร์ คือ สำรวจข้อมูล (explore) สร้างข้อคาดการณ์ (experiment) แก้ปัญหา (solve problems) และตั้งปัญหา (pose problems) โดยผู้เรียนจะได้ประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาในการทำกิจกรรมการตั้งปัญหาและการแก้ปัญหา รวมถึงมีการอภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนและสรุปแนวคิดต่าง ๆ ผู้สอนคอยอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ (facilitator) และใช้คำถามในการแนะหรือคำถามปลายเปิดเพื่อให้ผู้เรียนตั้งคำถามและแก้ปัญหาได้ ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 4 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 การตั้งปัญหาในกลุ่มใหญ่ (Large-group problem posing) ในระยะนี้ผู้สอนนำเสนอข้อมูลทางคณิตศาสตร์และใช้คำถามปลายเปิดเพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกสำรวจข้อมูลและตั้งคำถามที่ต้องการทราบเกี่ยวกับข้อมูลทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวแล้วนำเสนอต่อชั้นเรียน ผู้สอนพิจารณาคำถามที่ผู้เรียนตั้งขึ้นและอาจใช้คำถามในการแนะหรือคำถามปลายเปิดเพื่อให้ผู้เรียนขยายคำถามที่ผู้เรียนตั้งขึ้นให้มีความยากง่ายที่เหมาะสม จากนั้นผู้เรียนร่วมกันเลือกคำถามที่สนใจแล้วตั้งเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปแก้ปัญหาในระยะต่อไป

ระยะที่ 2 การแก้ปัญหาในกลุ่มเล็ก (Small-group problem solving) ในระยะนี้ผู้สอนให้ผู้เรียนแบ่งเป็นกลุ่มย่อย และใช้คำถามปลายเปิดเพื่อให้ผู้เรียนทำความเข้าใจปัญหาและสร้างข้อคาดการณ์เกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการในการหาคำตอบของปัญหาที่ถูกเลือกจากระยะที่ 1 แล้วลงมือแก้ปัญหา ซึ่งในการแก้ปัญหาผู้เรียนจะได้ฝึกถามคำถามต่อตนเองหรือต่อสมาชิกในกลุ่มเพื่อทบทวนหรือตรวจสอบความเหมาะสมและความถูกต้องของแนวคิดหรือข้อสรุปที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยผู้สอนคอยให้คำแนะนำหรือใช้คำถามในการแนะเพื่อให้ผู้เรียนแก้ปัญหาได้ รวมถึงอาจใช้คำถามปลายเปิดในการขยายแนวคิดของผู้เรียน

ระยะที่ 3 การอภิปรายผลในกลุ่มใหญ่เกี่ยวกับการค้นพบของนักเรียน (Large-group discussion about the students' findings and discoveries) ในระยะนี้ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอแนวคิดหรือผลการแก้ปัญหาต่อชั้นเรียน ซึ่งผู้เรียนจะได้เรียนรู้แนวคิดที่กลุ่มอื่นใช้ในการแก้ปัญหา และฝึกถามคำถามหรือแสดงแนวคิดเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาต่อกลุ่มที่นำเสนอแล้วสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ โดยผู้สอนคอยให้คำแนะนำหรือใช้คำถามในการแนะเพื่อให้ผู้เรียนทบทวนข้อผิดพลาดหรือความรู้เดิม และใช้คำถามปลายเปิดเพื่อขยายแนวคิดของผู้เรียนหรือเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรม

ระยะที่ 4 การมอบหมายภาระงานและโครงงานเพิ่มเติม (Extended assignments and projects) ในระยะนี้ผู้สอนนำเสนอปัญหาอื่นให้ผู้เรียนแก้ ซึ่งอาจเป็นปัญหาที่เหลือจากระยะที่ 1 หรือผู้สอนกำหนดขึ้นใหม่ ผู้สอนใช้คำถามปลายเปิดเพื่อให้ผู้เรียนได้ฝึกสำรวจและวิเคราะห์ข้อมูลของปัญหา สร้างข้อคาดการณ์โดยอาจอาศัยแนวคิดที่ได้จากระยะที่ 3 และลงมือแก้ปัญหา ซึ่งในการแก้ปัญหาผู้เรียนจะได้ฝึกถามคำถามต่อตนเองหรือต่อผู้อื่นเพื่อทบทวนหรือตรวจสอบความเหมาะสมและความถูกต้องของแนวคิดหรือข้อสรุปที่ใช้ในการแก้ปัญหา จากนั้นผู้เรียนนำเสนอแนวคิดหรือผลการแก้ปัญหาต่อชั้นเรียน แล้วสรุปแนวคิดที่ได้เรียนรู้ โดยผู้สอนคอยให้คำแนะนำหรือใช้คำถามในการแนะ รวมถึงใช้คำถามปลายเปิดในการขยายแนวคิดของผู้เรียน

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวทางการจัดการเรียนรู้ของคู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2556 จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล เกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยองค์ประกอบ 2 ด้าน คือ

3.1 ด้านการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์หรือข้อสรุป หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาความสัมพันธ์หรือข้อสรุป

3.2 ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุป โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

โดยวัดจากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

4. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงความเข้าใจ ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการแก้ปัญหา ซึ่งประกอบด้วยความสามารถย่อย 3 ด้าน ดังนี้

4.1 ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายของปัญหา หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษา แผนภาพ สัญลักษณ์ หรือเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์เพื่อแทนข้อความของปัญหา

4.2 ด้านการนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการเขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

4.3 ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในขั้นตอนการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการเขียนอธิบายแนวคิดที่ใช้ในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้และข้อมูลของปัญหา

โดยวัดจากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ประโยชน์ที่ได้รับ

1. ครูคณิตศาสตร์และผู้ที่สนใจได้ทราบแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นสิ่งที่นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมและการพัฒนา

2. ครูคณิตศาสตร์หรือผู้ที่สนใจได้รับแนวทางในการนำรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ไปพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3. ครูคณิตศาสตร์หรือผู้สนใจสามารถนำผลการวิจัยที่ได้ไปใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น ๆ ต่อไป

บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์
    1.1 ที่มาของรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์
    1.2 ระยะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์
    1.3 ข้อควรพิจารณาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์
    1.4 ข้อมูลเพิ่มเติมสำหรับการออกแบบกิจกรรมการตั้งปัญหา และการใช้คำถามปลายเปิดของครู
    1.5 ตัวอย่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์
2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    2.1 ความหมายของการให้เหตุผลและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    2.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    2.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    2.4 แนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    2.5 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
    3.1 ความหมายของการสื่อสารและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
    3.2 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
    3.3 แนวทางการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
    3.4 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
    4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์
    4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
    4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

1.1 ที่มาของรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (National Council of Teachers of Mathematics, 2000) ได้เสนอแนะให้ครูจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดและทำงานเหมือนนักคณิตศาสตร์ โดยเน้น 4 จุดสำคัญ คือ สำรวจข้อมูล (explore) สร้างข้อคาดการณ์ (experiment) แก้ปัญหา (solve problems) และตั้งปัญหา (pose problem) ตัวอย่างของการคิดและการทำงานของนักคณิตศาสตร์เช่น สังเกตปรากฏการณ์หรือมองหาแบบรูป ตั้งคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่สังเกต และพยายามหาคำตอบของคำถามดังกล่าว นอกจากนี้ยังใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ของผู้อื่นเป็นฐานในการขยายความรู้ผ่านการสืบสอบ (inquiry) ด้วยการพูดคุยกับเพื่อนร่วมงาน จากการคิดและการทำงานของนักคณิตศาสตร์ข้างต้นแสดงให้เห็นถึงความแตกต่างของสิ่งที่ครูให้นักเรียนทำในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ เพราะนักเรียนมักจะพบเจอปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งจากในชั้นเรียนและแบบฝึกหัดที่มีโครงสร้างที่สมบูรณ์แบบ (well-define problem) นั่นคือมีข้อมูล บริบท และข้อคำถาม และครูยังสอนนักเรียนให้แก้ปัญหาด้วยวิธีการเฉพาะบางอย่าง นอกจากนี้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนยังถูกตัดสินจากความเร็วที่ใช้ในการแก้ปัญหาอีกด้วย จากเหตุผลดังกล่าวจึงเป็นความท้าทายของครูในการหาแนวทางเพื่อให้นักเรียนได้คิดและทำงานเหมือนนักคณิตศาสตร์

รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ ถูกพัฒนาขึ้นโดย Manouchehri (2001: 180-186) เพื่อตอบสนองข้อเสนอแนะของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) ในการส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดและทำงานเหมือนนักคณิตศาสตร์ โดยอาศัยแนวคิดที่ว่า การแก้ปัญหาควรเป็นฐานสำหรับการปฏิรูปหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนของ Hiebert et al. (1996) และแนวคิดของ Borasi (1994) ที่ว่า ควรสร้างสภาพแวดล้อมที่ส่งเสริมการเรียนรู้แบบสืบสอบเพื่อเปลี่ยนแปลงประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนไปจากเดิม นอกจากนี้ยังมีการผสมผสานเทคนิคการสอนเพื่ออำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ของนักเรียน ประกอบด้วย การถามคำถามปลายเปิด (asking open-ended questions) การช่วยให้นักเรียนสร้างข้อคาดการณ์ (allowing students to formulate conjectures) การมอบหมายโครงงานตามสภาพจริง (assigning authentic projects) และการปัญหา (problem posing)

จากที่มาของรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ข้างต้น สรุปได้ว่า รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อทย์ถูกพัฒนาโดย Manouchehri เมื่อปี ค.ศ. 2001 เพื่อตอบสนองแนวคิดของสภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) ในการพัฒนาให้นักเรียนได้คิดและทำงาน

เหมือนนักคณิตศาสตร์ คือ สำรวจข้อมูล สร้างข้อคาดการณ์ แก้ปัญหา และตั้งปัญหา โดยอาศัยแนวคิดพื้นฐานและเทคนิคการสอนเกี่ยวกับ การตั้งและการแก้ปัญหา การเรียนรู้แบบสืบสอบ และการใช้คำถามปลายเปิดของครู

1.2 ระยะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

Manouchehri (2001: 180-186) ได้อธิบายระยะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ประกอบด้วย 4 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 การตั้งปัญหาในกลุ่มใหญ่ (Large-group problem posing) ครูให้นักเรียนตั้งคำถามตามหัวข้อที่ครูกำหนด และให้นักเรียนนำเสนอคำถามดังกล่าวต่อชั้นเรียน ซึ่งการตั้งคำถามจะช่วยให้นักเรียนฝึกการสังเกตหรือวิเคราะห์ข้อมูล ทบทวนและเชื่อมโยงความรู้ที่ได้เรียนไปแล้ว และยังเป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดผ่านคำถามที่ตนตั้งขึ้น จากนั้นครูให้นักเรียนเลือกคำถามที่ถูกตั้งขึ้นในชั้นเรียนตามความสนใจเพื่อนำไปใช้ในระยะต่อไป

ระยะที่ 2 การแก้ปัญหาในกลุ่มเล็ก (Small-group problem solving) ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มเพื่อแก้ปัญหาที่ถูกเลือกจากระยะที่ 1 ซึ่งนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มจะได้สนทนาและอภิปราย (discourse) เกี่ยวกับการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบและวิธีแก้ปัญหาของปัญหาที่ถูกเลือก โดยครูคอยใช้คำถามในการแนะและคำถามปลายเปิดในการช่วยเหลือการทำงานของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่มเพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้ตามเป้าหมายที่ครูวางไว้ ในการแก้ปัญหานักเรียนจะได้ทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ระยะที่ 3 การอภิปรายผลในกลุ่มใหญ่เกี่ยวกับการค้นพบของนักเรียน (Large-group discussion about the students' findings and discoveries) ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบและวิธีการในการแก้ปัญหา และคอยกระตุ้นให้นักเรียนคนอื่น ๆ ถามคำถามหรือแสดงความคิดในการสนับสนุนหรือคัดค้านเกี่ยวกับคำตอบหรือวิธีการหาคำตอบกับกลุ่มที่นำเสนอ นอกจากนี้ครูยังคอยใช้คำถามปลายเปิดเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน ขยายแนวคิด เชื่อมโยงและสรุปแนวความคิดหรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้ฝึกการนำเสนอ ถามคำถาม เชื่อมโยงแนวความคิด ขยายแนวความคิด ทำให้เกิดความเข้าใจที่ชัดเจนมากขึ้น

ระยะที่ 4 การมอบหมายภาระงานและโครงงานเพิ่มเติม (Extended assignments and projects) ครูมอบหมายและดูแลให้นักเรียนทำภาระงานเพิ่มเติมตามความต้องการและความสนใจของแต่ละคน นักเรียนจะได้ฝึกฝนการใช้ความรู้หรือแนวคิดที่ได้รับในการทำภาระงานดังกล่าว

จากระยะของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ข้างต้น สรุปได้ว่า รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์มี 4 ระยะในการจัดกิจกรรม ระยะที่ 1 การตั้งปัญหาใน

กลุ่มใหญ่ เป็นระยะที่ครูนำเสนอข้อมูลทางคณิตศาสตร์แล้วให้นักเรียนสำรวจและตั้งคำถามที่เกี่ยวข้องแล้วนำเสนอต่อชั้นเรียน แล้วเลือกคำถามที่สนใจและตั้งเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระยะที่ 2 การแก้ปัญหาในกลุ่มเล็ก เป็นระยะที่นักเรียนจัดกลุ่มย่อยแล้วลงมือแก้ปัญหาที่ถูกเลือกจากระยะที่ 1 ระยะที่ 3 การอภิปรายผลในกลุ่มใหญ่เกี่ยวกับการค้นพบของนักเรียน เป็นระยะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหา และระยะที่ 4 การมอบหมายภาระงานและโครงงานเพิ่มเติม เป็นระยะที่นักเรียนได้ฝึกฝนการใช้ความรู้หรือแนวคิดที่ได้รับในบริบทอื่น

1.3 ข้อควรพิจารณาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

Manouchehri (2001: 180-186) ได้กล่าวถึงข้อควรพิจารณาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ไว้ว่า จุดสำคัญของรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ คือ การตั้งคำถามของนักเรียน ครูต้องทำให้นักเรียนเชื่อว่าการตั้งคำถามนั้นเป็นกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญเท่ากับการแก้ปัญหาอีกทั้งต้องทำให้นักเรียนเข้าใจว่าคำถามทางคณิตศาสตร์นั้นอาจจะหาคำตอบไม่ได้ทันที การตั้งคำถามนั้นเหมือนกับการแก้ปัญหาที่ต้องใช้เวลาในการเรียนรู้ โดยธรรมชาตินักเรียนจะลังเลในการถามคำถามที่พวกเขาอาจไม่รู้คำตอบ จึงควรเริ่มด้วยการส่งเสริมให้นักเรียนถามคำถามโดยไม่มีความกดดันที่จะต้องตอบคำถามนั้น รูปแบบการสอนนี้เน้นที่ครู โดยครูจะต้องอุทิศเวลาและความคิดในการเตรียมการสอน เพื่อช่วยให้นักเรียนได้มีเทคนิคในการแก้ปัญหาและตั้งคำถาม ทักษะการสื่อสารและทักษะทางด้านสังคม และเพื่อช่วยให้นักเรียนทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพทั้งในกลุ่มเล็กและกลุ่มใหญ่ อีกทั้งครูควรเป็นคู่หู (partners) ของนักเรียนในการทำงานเพื่อพัฒนาให้นักเรียนได้คิดและทำงานเหมือนนักคณิตศาสตร์ทำ นั่นคือ สำรวจ สร้างข้อคาดการณ์ แก้ปัญหา และตั้งปัญหา

จากข้อควรพิจารณาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ข้างต้น สรุปได้ว่า ครูควรทำให้นักเรียนเชื่อว่าการตั้งคำถามเป็นกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญ และบางคำถามอาจหาคำตอบไม่ได้ทันที และครูควรให้เวลาในการเตรียมการสอนและการช่วยเหลือการทำงานของนักเรียนทั้งในกลุ่มเล็กและกลุ่มใหญ่ เพื่อให้นักเรียนได้คิดและทำงานเหมือนนักคณิตศาสตร์

1.4 ข้อมูลเพิ่มเติมสำหรับการออกแบบกิจกรรมการตั้งปัญหา และการใช้คำถามปลายเปิดของครู

ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพิ่มเติม เพื่อใช้ในการออกแบบกิจกรรมการตั้งปัญหา และการใช้คำถามปลายเปิดของครู ดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1.4.1 การให้ผู้เรียนตั้งปัญหา

1.4.1.1 ลักษณะของการตั้งปัญหา

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงลักษณะของการตั้งปัญหาไว้ ดังนี้

Silver (1995: 67-72) ได้กล่าวถึงลักษณะของการตั้งปัญหาไว้ 3 ลักษณะ คือ 1) การตั้งปัญหาก่อนแก้ปัญหา (before [pre solution]) 2) การตั้งปัญหาระหว่างแก้ปัญหา (during [within solution]) และ 3) การตั้งปัญหาหลังจากที่ได้ตั้งไปหาไปแล้ว ([after problem posing])

Sayed (2002: 2) ได้กล่าวถึงลักษณะของสถานการณ์การตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ลักษณะ ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

1. สถานการณ์การตั้งปัญหาแบบอิสระ (Free problem-posing situation) เป็นสถานการณ์จากชีวิตประจำวัน อาจเป็นได้ทั้งในห้องเรียนและนอกห้องเรียน โดยนักเรียนสามารถใช้การตั้งคำถามเพื่อนำไปสู่การสร้างปัญหาของตนเอง ซึ่งนักเรียนควรได้รับคำถามที่ง่ายเพื่อให้มีกำลังใจในการตั้งปัญหา เช่น “จงสร้างปัญหาที่ง่ายหรือยาก” หรือ “จงสร้างปัญหาที่เหมาะสมสำหรับการแข่งขันหรือการทดสอบทางคณิตศาสตร์” หรือ “จงสร้างปัญหาที่คุณชอบ” นอกจากนี้หากครูนำสถานการณ์ชีวิตจริงที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์มาสอนและให้นักเรียนตั้งปัญหาขึ้นมาใหม่จะเป็นการพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น สถานการณ์การตั้งปัญหาอาจมีลักษณะดังต่อไปนี้ สถานการณ์ในชีวิตประจำวัน การตั้งปัญหาอย่างอิสระ ปัญหาที่ฉันชอบ ปัญหาสำหรับการแข่งขันทางคณิตศาสตร์ ปัญหาที่เขียนขึ้นเพื่อให้เพื่อนแก้ปัญหาหรือปัญหาที่สร้างขึ้นเพื่อความสนุกสนาน

2. สถานการณ์การตั้งปัญหาแบบกึ่งโครงสร้าง (Semi-structure problem-posing situation) เป็นสถานการณ์เปิดที่กำหนดให้นักเรียน จากนั้นให้สำรวจและใช้ความรู้ ทักษะ มโนทัศน์ ความสัมพันธ์จากประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่มีมาก่อน ซึ่งอยู่ในรูปแบบของปัญหาปลายเปิด ปัญหาที่คล้ายกับปัญหาที่กำหนดให้ ปัญหาที่เกี่ยวกับสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกัน ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีบทเฉพาะ ปัญหาที่มีที่มาจากรูปภาพที่กำหนดให้และโจทย์ปัญหา สถานการณ์ ปัญหากึ่งโครงสร้าง จากชีวิตประจำวัน นักเรียนจะได้รับมอบหมายให้ทำสถานการณ์ให้สมบูรณ์ โดยใช้แนวคิดของตนเองเพื่อให้สามารถตั้งปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ นักเรียนอาจสร้างปัญหาโดยนำสิ่งที่เป็นคำถามออกจากสถานการณ์ที่กำหนดให้

3. สถานการณ์การตั้งปัญหาแบบมีโครงสร้าง (Structured problem-posing situation) ปัญหาต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยข้อมูลที่ทราบ (สิ่งที่กำหนดให้) และสิ่งที่ไม่

ทราบ (สิ่งที่โจทย์ต้องการ) ครูอาจเปลี่ยนสิ่งที่ทราบอย่างง่ายและตั้งปัญหาใหม่ หรือเก็บข้อมูลไว้แต่เปลี่ยนสิ่งที่อยากทราบแทน ซึ่ง Brown and Walter (2005) ได้เสนอแนวทางการสร้างปัญหาที่เป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพที่สุดที่ใช้ในกิจกรรมการตั้งปัญหาแบบมีโครงสร้างในห้องเรียนคณิตศาสตร์ โดยการสร้างปัญหาในการเรียนการสอน บนพื้นฐานของการตั้งปัญหาใหม่จากปัญหาที่ได้รับคำตอบแล้ว โดยมีความหลากหลายของเงื่อนไขหรือเป้าหมายของปัญหาที่กำหนดให้

Cemalettin, Kar, Yalçın, and Zehir (2011: 485-489) ได้กล่าวถึงลักษณะของการตั้งปัญหาที่แตกต่างกัน 4 ลักษณะ คือ 1) การตั้งปัญหาจากข้อมูลที่เป็นตัวเลขหรือคำตอบบางอย่าง (editing) 2) การตั้งปัญหาจากการเลือกใช้ข้อมูลหรือสถานการณ์บางอย่างจากข้อมูลทั้งหมด (selecting) 3) การตั้งปัญหาจากสมการ อสมการ หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (comprehending) และ 4) การตั้งปัญหาจากรูปภาพ แผนภาพ หรือตาราง (translating)

อัมพร ม้าคนอง (2546: 45-46) ได้กล่าวถึงลักษณะการตั้งปัญหา ดังนี้

1. การให้ผู้เรียนตั้งคำถามที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิมที่เคยเรียนมาแล้ว การที่ผู้สอนถามให้ผู้เรียนคิดต่อจากสิ่งที่รู้แล้วจะง่ายกว่าการให้ผู้เรียนเริ่มต้นคิดใหม่ ตัวอย่างเช่น ผู้เรียนทราบมาก่อนว่า ปริมาตรของลูกบาศก์ที่กว้าง 1 นิ้ว ยาว 1 นิ้ว และสูง 1 นิ้ว คือ 1 ลูกบาศก์นิ้ว ผู้สอนอาจถามถึงปริมาตรหรือความจุของกล่องที่มีความกว้าง ยาว และสูง ด้านละ 2 นิ้ว และให้ผู้เรียนคิดต่อไปถึงปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีความกว้าง ยาว และสูง ไม่เท่ากัน โดยให้ผู้เรียนเป็นผู้ตั้งปัญหาเองตามที่ตนสนใจอยากรู้

2. กำหนดสถานการณ์ให้ เพื่อให้ผู้เรียนสร้างคำถามที่ตนอยากรู้ คำถามที่ผู้เรียนสร้างขึ้นอาจเป็นคำถามที่สามารถหาคำตอบได้หรือไม่ได้ โดยที่ผู้สอนไม่ควรเน้นในจุดนี้ แต่ควรเน้นที่ความหลากหลายของปัญหาที่เกิดขึ้นจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ การไม่กำหนดให้ผู้เรียนต้องหาคำตอบจากคำถามที่ตนตั้งขึ้น จะทำให้ผู้เรียนกล้าที่จะตั้งคำถามในแง่มุมต่าง ๆ ตัวอย่างของสถานการณ์ที่ผู้สอนอาจกำหนดให้ คือ ธาริณีมีเงินเป็นสามเท่าของทวีป ทวีปมีเงินมากกว่าธนา 75 บาท ธนามีเงิน 60 บาท สิ่งที่ให้ผู้เรียนทำ คือ ให้ตั้งคำถาม 2 – 3 คำถามที่สามารถใช้ข้อมูลที่มีอยู่เพื่อหาคำตอบได้

3. ให้ผู้เรียนหาสถานการณ์หรือข้อมูลจากแหล่งต่าง ๆ เช่น หนังสือพิมพ์ วารสาร นิตยสาร อินเทอร์เน็ต หนังสือ และตำราต่าง ๆ แล้วสร้างคำถามที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์หรือข้อมูลนั้น ตัวอย่าง เช่น หากผู้เรียนหาข้อมูลจากหนังสือพิมพ์ได้ว่า น้ำมันเบนซินออกเทน 95 ราคาลิตรละ 15.75 บาท คำถามที่ตั้งอาจเป็น จะเติมน้ำมันได้กี่ลิตรถ้ามีเงินอยู่ 500 บาท หรือต้องการเติมน้ำมัน 15 ลิตร จะใช้เงินกี่บาท เป็นต้น

4. การสร้างปัญหาโดยการส่งต่อเป็นกลุ่ม (Pass along problem posing) ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนทำงานเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 – 5 คน จากนั้นให้แต่ละกลุ่มสร้างประโยคแรก แล้วส่งให้กลุ่มอื่นสร้างประโยคที่ 2, 3, ... ซึ่งแต่ละประโยคต้องมีความสัมพันธ์และต่อเนื่องกัน โดยกลุ่มสุดท้ายจะต้องตั้งคำถามหรือสร้างปัญหาก่อนส่งคืนให้กลุ่มเจ้าของ ในท้ายสุด จะได้จำนวนปัญหาที่เป็นเรื่องราวเท่ากับจำนวนกลุ่มของผู้เรียน จากนั้น จึงให้แต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนกันแก้ปัญหา

จากลักษณะของการตั้งปัญหาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า การตั้งปัญหาหรือคำถามสามารถตั้งได้ทั้งก่อน ระหว่าง และหลังการแก้ปัญหา โดยการตั้งปัญหาหรือคำถามนั้นอาจใช้ปัญหาเดิมเป็นฐานในการตั้งปัญหาหรือคำถามใหม่ หรืออาจตั้งปัญหาหรือคำถาม โดยครูหรือนักเรียนเป็นผู้กำหนดข้อมูลหรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องทางคณิตศาสตร์ขึ้นมา

1.4.1.2 กลวิธีการให้ผู้เรียนตั้งปัญหา

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง กลวิธีการให้ผู้เรียนตั้งปัญหาไว้ ดังนี้

Brown and Walter (2005: 19-65) ได้เสนอแนะการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมการตั้งปัญหาที่ดีในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1. สร้างความมั่นใจให้กับนักเรียน โดยให้ตั้งปัญหาให้เพื่อนที่มีมาตรฐานใกล้เคียงกันจนกว่าพวกเขาจะมีทักษะอย่างเพียงพอมากขึ้นในการสร้างปัญหา

2. ทำให้แน่ใจว่านักเรียนร่วมมือกันในการแก้ปัญหาโดยผู้ตั้งปัญหาจะได้รับการตอบสนองในความเหมาะสมของปัญหาที่พวกเขาออกแบบ

3. ให้นักเรียนแต่ละคนเขียนระบุรูปแบบความเข้าใจและวิธีที่ผู้แก้ปัญหาจะต้องใช้เพื่อแก้ปัญหาให้สำเร็จ ก่อนที่จะให้เพื่อนคนอื่น ๆ แก้ปัญหา

4. สร้างความมั่นใจในการแก้ปัญหาโดยให้ถกเถียงกับคนอื่นที่พบปัญหาที่ยากแก่การเข้าใจ เป็นปัญหาที่กระตุ้นและท้าทายให้อยากค้นหาคำตอบ

5. เปิดโอกาสให้นักเรียนที่อ่อนคณิตศาสตร์ได้ทำงานร่วมกับนักเรียนที่เก่งกว่า

6. ท้าทายให้นักเรียนเปลี่ยนแปลงโจทย์ปัญหาเดิม ๆ โดยการออกแบบปัญหาปลายเปิดและเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ชีวิตจริง

7. สร้างความมั่นใจให้นักเรียนใช้เทคโนโลยี เช่น เครื่องคิดเลข แผ่นซีดี ในการพัฒนาทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพวกเขาอาจใช้เทคโนโลยีเหล่านี้สร้างสถานการณ์ปัญหาใหม่

จากกลวิธีที่ช่วยให้ผู้เรียนตั้งปัญหาที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ครูควรสร้างความมั่นใจให้กับนักเรียนในการตั้งปัญหาใหม่ โดยเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตั้งปัญหาใหม่จากปัญหาเดิมที่เคยแก้ไปแล้ว

และแลกเปลี่ยนปัญหาที่ตั้งขึ้นกับเพื่อนที่มีระดับความสามารถใกล้เคียงกัน รวมถึงเปิดโอกาสให้นักเรียนที่อ่อนได้ถกเถียงการแก้ปัญหาหรือทำงานร่วมกับนักเรียนที่เก่งกว่า

1.4.2 การใช้คำถามปลายเปิด (Open-ended question) ของครู

1.4.2.1 ความหมายของคำถามปลายเปิด

ในการอธิบายความหมายของคำถามปลายเปิดนั้น มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายไว้ดังนี้

Stenmark (1991: 20) ได้กล่าวว่า คำถามปลายเปิดที่มีแนวทางเข้าสู่คำตอบได้อย่างหลากหลายและให้นักเรียนตอบได้อย่างหลากหลายวิธี

Cai, Lane, and Jakabcsin (1996: 137) ได้กล่าวว่า คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความสามารถในการคิด การให้เหตุผล การสื่อสารและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ถึงแม้จะมีผู้หาคำตอบได้แล้วนักเรียนคนอื่นก็ยังมีโอกาสหาคำตอบอื่น ๆ ได้อีก ทำให้นักเรียนตอบคำถามได้ตามระดับความสามารถของตนเอง ซึ่งคำตอบที่ได้จะสะท้อนถึงระดับความเข้าใจของนักเรียนแต่ละคน

Becker and Shimada (1997: 1) ได้กล่าวว่า คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบ ซึ่งคำถามประเภทนี้มักพบอยู่เสมอในการสอนตามปกติในชั้นเรียน เมื่อครูใช้คำถามนักเรียนโดยมีจุดมุ่งหมายในการพัฒนาความหลากหลายของวิธีการหรือแนวทางเข้าสู่การหาคำตอบของปัญหาที่กำหนด

ดนัย ถนอมจิตร (2553: 27) ได้กล่าวว่า คำถามปลายเปิดหมายถึง คำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงคำตอบหรือวิธีการอย่างหลากหลายในการแก้ปัญหา เป็นคำถามที่กระตุ้นให้คิด โดยนักเรียนที่มีความสามารถต่างกัน สามารถทำหรือแก้ปัญหาได้ตามความสามารถของตนเอง

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544: 27) ได้กล่าวว่า คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่สร้างขึ้นให้มีคำตอบเปิดกว้าง มีคำตอบที่ถูกต้องหลายคำตอบหรือวิธีการหรือแนวทางหาคำตอบได้หลายวิธี

ปิยะรัตน์ เงาผ่อง (2544: 18) ได้กล่าวว่า คำถามปลายเปิดคือคำถามที่ให้นักเรียนแสดงถึงวิธีการแก้ปัญหาที่มีหลายคำตอบหรือมีความหลากหลายของการที่จะได้มาซึ่งคำตอบด้วยความสามารถของตนเอง พัฒนาวิธีการแก้ปัญหาและการสื่อสารความคิดด้วยตนเอง

พีชาณิกา เพชรสังข์ (2556: 21) ได้กล่าวว่า คำถามปลายเปิดหมายถึงคำถามที่ไม่จำกัดขอบเขตวิธีคิด เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงแนวคิดและวิธีการแก้ปัญหา โดยอาจมีคำตอบหรือแนวทางการหาคำตอบที่หลากหลาย ตามประสบการณ์เดิมและความรู้ของนักเรียน

จากความหมายของคำถามปลายเปิดที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงคำตอบหรือแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย

1.4.2.2 ลักษณะและชนิดของคำถามปลายเปิด

นักการศึกษาหลายท่านได้อธิบายลักษณะและจำแนกชนิดของคำถามปลายเปิด ตามเกณฑ์ในการจำแนกที่แตกต่างกัน ดังนี้

Noda (1983 อ้างถึงในดนัย ถนอมจิตร, 2553: 28) ได้แบ่งชนิดของคำถามปลายเปิดออกเป็น 3 ชนิด

1. กระบวนการเปิด (Process is open) คำถามปลายเปิดชนิดนี้จะมีการระบุคำถามเพื่อให้นักเรียนได้พยายามหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย แนวทางการหาคำตอบที่หลากหลายนั้น ทำให้นักเรียนดำเนินกิจกรรมไปตามความสามารถและความสนใจ โดยอาศัยการอภิปรายกลุ่ม

2. ผลลัพธ์เปิด (End product are open) คำถามปลายเปิดชนิดนี้มีคำตอบที่ถูกต้องหลากหลาย

3. แนวทางในการพัฒนาคำถามปลายเปิด (Way do develop are open) หลังจากแก้ปัญหาได้แล้ว นักเรียนยังสามารถพัฒนาไปสู่ปัญหาใหม่ด้วยการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขหรือองค์ประกอบเดิม

Becker and Shimada (1997: 23) ได้แบ่งคำถามปลายเปิดออกเป็น 3 ประเภทดังนี้

1. คำถามที่เกี่ยวข้องกับการหาความสัมพันธ์ (Finding relations) คำถามประเภทนี้จะมีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนค้นหากฎเกณฑ์หรือความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น “87 เป็นจำนวนที่อยู่ในพจน์ของลำดับ 3, 10, 17, 24, 31, ... หรือไม่เพราะเหตุใด”

2. คำถามที่เกี่ยวกับการแยกประเภท (Classifying) เป็นคำถามเพื่อให้นักเรียนแยกประเภทหมวดหมู่ที่มีลักษณะแตกต่างกันโดยใช้เกณฑ์ของนักเรียนเอง ซึ่งจะนำไปสู่การสร้างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

3. คำถามที่เกี่ยวกับการประเมินหรือการประมาณของสิ่งต่าง ๆ หรือสถานการณ์ (Measuring) คำถามในลักษณะนี้มีเป้าหมายเพื่อให้นักเรียนประเมินสถานการณ์ที่เป็นปัญหาใด ๆ ที่เกี่ยวกับการคิด การตัดสินใจโดยใช้คณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้รับการคาดหวังว่าจะประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะพื้นฐานที่จะนำมาแก้ปัญหา เช่น “เศรษฐีคนหนึ่งมีลูกน้องชื่อ บุญมา เป็นคนซื่อสัตย์และทำหน้าที่คอยดูแลกิจการแทนเศรษฐี ดังนั้นเศรษฐีจึงให้รางวัลแก่บุญมา โดยให้เลือกระหว่าง 1) เอาทางคำหนัก 50 บาท 2) รับเงินรายวันโดยเริ่มวันแรก 1 บาท วันที่สอง 2 บาท วันที่สาม 4 บาท ส่วนวันต่อ ๆ ไปจะได้รับเงินเป็นสองเท่าของวันที่ได้รับก่อนหน้านั้นทุกวันและจะได้รับเงินเพิ่มแบบนี้จนครบ 20 วัน บุญมาจะเลือกรับรางวัลแบบใด จงให้เหตุผล”

Partmership for Reform Initiatives in Sciences and Mathematics (PRISM) (2001 อ้างถึงในพีชาณิกา เพชรสังข์, 2556: 22) ได้จัดประเภทของคำถามปลายเปิดไว้ดังนี้

1. คำถามปลายเปิดประเภทให้วิเคราะห์ เป็นคำถามที่มักให้อธิบาย หรือยกตัวอย่างเพื่อแสดงถึงความเข้าใจของนักเรียน

2. คำถามปลายเปิดประเภทให้เปรียบเทียบ เป็นคำถามที่มีเป้าหมายให้นักเรียนชี้ถึงความแตกต่างของสิ่งที่สัมพันธ์กันอยู่

3. คำถามปลายเปิดประเภทให้แก้ปัญหา เป็นคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนพยายามหาแนวทางต่าง ๆ ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนทราบได้ว่านักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหามากน้อยเพียงใด

Foong (2000: 135-140) ได้กำหนดลักษณะของคำถามปลายเปิดไว้ดังนี้

1. คำถามที่ใช้ถามเกี่ยวกับปัญหาที่มีข้อมูลบางส่วนขาดหายไป

2. คำถามใหม่ที่ใช้ถามหลังจากที่นักเรียนแก้ปัญหาต้นแบบได้แล้ว

3. คำถามที่ใช้ถามเพื่อให้นักเรียนอธิบายความคิดรวบยอด กฎเกณฑ์ ความผิดพลาดในการหาคำตอบต่าง ๆ

4. คำถามที่ใช้ถามเพื่อให้นักเรียนค้นพบ

จากลักษณะและชนิดของคำถามปลายเปิดที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า ลักษณะของคำถามปลายเปิดจะเป็นคำถามที่เน้นให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิด และคำถามปลายเปิดสามารถแบ่งได้หลายชนิดตามเกณฑ์ที่นักการศึกษาใช้

1.4.2.3 การสร้างคำถามปลายเปิด

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงลักษณะของการสร้างคำถามปลายเปิดไว้ ดังนี

Sullivan and Clarke (1991: 14-18) ได้กล่าวถึงคำถามที่ดีว่าควรมีลักษณะเด่นสามอย่าง คือ 1) นักเรียนจะต้องใช้มากกว่าการจำวิธีทำในการตอบคำถามนั้น 2) นักเรียนสามารถเรียนรู้ระหว่างกระบวนการในการตอบคำถามนั้นได้ และ 3) คำถามนั้นมีคำตอบที่รับได้หลายคำตอบ

Becker and Shimada (1997: 28-31) ได้กล่าวถึงการสร้างคำถามปลายเปิดที่ดีและเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียนที่แตกต่างกัน ไว้ดังนี้

1. ตระเตรียมสถานการณ์เชิงกายภาพที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรเชิงปริมาณที่สามารถสังเกตความสัมพันธ์ได้

2. เปลี่ยนคำถามจากเดิมที่ให้พิสูจน์ทฤษฎีบทในรูป “ถ้า P แล้ว Q” เปลี่ยนเป็น “ถ้า P แล้วความสัมพันธ์ของสิ่งต่าง ๆ ที่นักเรียนพบมีอะไรบ้าง” โดยจะต้องมีการกำหนดขอบเขตของคำว่า “สิ่งต่าง ๆ” ให้เฉพาะเจาะจงขึ้น

3. ในการสอนเกี่ยวกับทฤษฎีบท ควรเริ่มต้นด้วยการยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างก่อนเพื่อให้นักเรียนได้สร้างข้อสรุปด้วยตนเอง

4. แสดงรายการที่เป็นลำดับหรือตารางของข้อมูลต่าง ๆ เพื่อให้นักเรียนได้ค้นหาความสัมพันธ์หรือกฎทางคณิตศาสตร์

5. ใช้ตัวอย่างจริงเพื่อให้นักเรียนได้เห็นภาพ

6. แสดงคำถามที่มีลักษณะคล้าย ๆ กันหลายคำถามเพื่อให้นักเรียนได้หาคำตอบและหาสมบัติที่คำถามเหล่านั้นร่วมกัน

7. จัดสถานการณ์กึ่งคณิตศาสตร์ (Quasi–mathematics) ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการช่วยอธิบายได้

8. แสดงตัวอย่างที่ชัดเจนของโครงสร้างทางพีชคณิต โดยแสดงตัวอย่างข้อมูลเชิงตัวเลขที่ง่ายในการพิจารณาเพื่อให้นักเรียนได้ค้นหากฎทางคณิตศาสตร์

Partnership for Reform Initiatives in Science and Mathematics (2001 อ้างถึงใน พีชาณิกา เพชรสังข์, 2556: 24) ได้กล่าวถึงขั้นตอนของการสร้างคำถามปลายเปิดไว้ ดังนี้

1. เลือกหัวเรื่องของคำถาม ซึ่งเป็นการกำหนดความคิดรวบยอดที่ต้องการใช้คำถามปลายเปิดประเมินพร้อมทั้งกำหนดเป้าหมายและเลือกส่วนของเนื้อหาบทเรียนที่จะใช้คำถามปลายเปิด

2. พิจารณาสิ่งที่ต้องการให้นักเรียนได้ปฏิบัติโดยต้องคำนึงถึงความเป็นไปได้ของรูปแบบที่ดีที่สุดที่นักเรียนจะใช้ เช่น เปรียบเทียบ อธิบาย ประเมินค่า ทำนาย เป็นต้น และควรมีการเชื่อมโยงเนื้อหากับความคาดหวังของครูที่ต้องการให้นักเรียนแสดงออกมา

3. ใช้รูปแบบ RAMPS ในการสร้างข้อคำถาม ดังนี้

3.1 เขียนสถานการณ์ของข้อคำถาม โดยมีการระบุถึงบทบาทของนักเรียน (Role: R) ผู้อ่านที่นักเรียนจะนำเสนอ (Audience: A) บริบทของปัญหา (Setting: S) ปัญหาที่ต้องการให้นักเรียนแก้ รวมถึงสมมติฐานของปัญหา (ถ้ามี)

3.2 เขียนความคาดหวังที่สัมพันธ์กับการแสดงออกของนักเรียนต่อคำถาม ได้แก่ รูปแบบหรือวิธีการที่เป็นไปได้ที่นักเรียนจะใช้ (Mode: M) เช่น การวางแผน การอธิบาย การสรุป เป็นต้น กำหนดเป้าหมายในการถาม (Purpose: P) เช่น ถามเพื่อประเมินค่า เปรียบเทียบ อธิบาย ทำนาย เป็นต้น นอกจากนี้ควรระบุความคาดหวังเฉพาะที่ต้องการให้นักเรียนอธิบาย ซึ่งอาจระบุให้นักเรียนอธิบายโดยการใช้แผนภาพ ไดอะแกรม หรือรูปภาพ

4. พัฒนาเกณฑ์การให้คะแนน

พร้อมพรรณ อุดมสิน (2544: 181 อ้างถึงใน พีชาณิกา เพชรสังข์, 2556: 24) ได้กล่าวถึงแนวทางในการสร้างคำถามปลายเปิด คือ การปรับคำถามปลายปิดที่มีอยู่ในแบบเรียนให้เป็นคำถามปลายเปิดโดยใช้วิธีการเช่น ตัดเงื่อนไขบางประการออกไป การย้ายคำถาม การเพิ่มข้อมูลที่ไม่จำเป็นเข้าไปในคำถาม

พีชาณิกา เพชรสังข์ (2556: 24) กล่าวถึงการสร้างคำถามปลายเปิดไว้ว่า การสร้างคำถามปลายเปิดนั้นสามารถทำได้โดยการนำคำถามปลายปิดมาสร้างเป็นคำถามปลายเปิด ซึ่งจะยึดสถานการณ์เดิมไว้ และตัดเงื่อนไขบางประการออกไป แล้วนำมาถามในแง่มุมใหม่

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การสร้างคำถามปลายเปิดสามารถทำได้โดยการตัดส่วนของข้อคำถามในคำถามปลายปิดแต่คงไว้ซึ่งข้อมูลของสถานการณ์เดิม หรืออาจเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขบางอย่างแล้วนำมาถามในแง่มุมใหม่ที่เปิดกว้างคำตอบหรือแนวคิด

1.4.2.4 ลักษณะการใช้คำถามที่ดี

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงลักษณะของการใช้คำถามที่ดีไว้ ดังนี้

Becker and Shimada (1997: 31-32) ได้กล่าวถึงลักษณะของสิ่งที่ควรพิจารณาก่อนนำคำถามปลายเปิดไปใช้ไว้ดังนี้

1. คำถามนั้นมีคุณค่าทางคณิตศาสตร์หรือไม่ โดยคำถามที่ใช้นอกจากจะกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดจากมุมมองที่แตกต่างกันแล้วควรจะมีคุณค่าในเชิงเนื้อหาคณิตศาสตร์ กล่าวคือ นักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั้งสูงและและต่ำสามารถแก้ปัญหาได้โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ตนเองมีอยู่ ซึ่งแต่ละคนอาจจะใช้วิธีการที่แตกต่างกัน และในแต่ละวิธีการนั้นยังคงมีคุณค่าทางคณิตศาสตร์

2. ระดับความรู้คณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ในการตอบคำถามเหมาะสมกับระดับความรู้ของนักเรียนหรือไม่ เพราะเมื่อนักเรียนต้องตอบคำถามปลายเปิดนั้นเขาอาจต้องใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนมาแล้ว ดังนั้นครูควรเลือกใช้คำถามที่เหมาะสมกับพื้นฐานความรู้ของนักเรียน

3. คำถามนั้นเมื่อใช้แล้วสามารถนำไปสู่การพัฒนาเชิงคณิตศาสตร์ได้หรือไม่ กล่าวคือ คำตอบที่เป็นไปได้ของคำถามปลายเปิดนั้นควรจะมีบางคำตอบที่สามารถเชื่อมโยงหรือสัมพันธ์มโนมติทางคณิตศาสตร์ในระดับที่สูงขึ้นได้

4. นักเรียนสามารถตอบได้อย่างหลากหลายทั้งวิธีการและคำตอบ ทั้งนี้นักเรียนแต่ละคนย่อมมีความคิดที่ไม่เหมือนกัน และที่สำคัญควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารความเข้าใจในเรื่องนั้น ๆ ได้อย่างอิสระและเต็มความสามารถ

5. เป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สื่อสารความคิดของตนเอง เพราะเมื่อใดที่นักเรียนได้สื่อสารความคิดหรือเหตุผลของตนแล้ว ครูสามารถรับรู้ได้ว่านักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจและสามารถประยุกต์ใช้ความรู้ได้อย่างไรบ้าง

6. คำถามที่ให้ควรมีความชัดเจน ว่าต้องการให้นักเรียนทำหรือแสดงอะไร เมื่อนักเรียนได้อ่านคำถามแล้ว ควรจะคาดเดาได้ว่าคำตอบลักษณะใดที่เป็นคำตอบที่เหมาะสม และตรงกับความต้องการของครู

Callahan and Clark (1998) กล่าวถึงขั้นตอนการใช้คำถามไว้ดังนี้

1. ควรถามคำถามเสียก่อน ก่อนจะเรียกผู้เรียนให้ตอบ

2. ถามไปแล้ว ก็หยุดให้เขามีความคิดเสียก่อน ก่อนจะเรียกให้เขาตอบ

3. ถ้าเขาตอบคำถามแล้วบางส่วน ก็ควรขยายคำถามย่อย ๆ ให้เขาขยายคำตอบส่วนนั้นให้เป็นที่เข้าใจ (ถ้าพบว่าคำตอบยังไม่ชัดเจน)

4. โปรยคำถามไปทั่ว ๆ อย่าตกหลุมถามแต่บางคนที่ชอบใจว่าจะตอบได้ดี

5. ชมเชยผู้ให้คำตอบได้ดี ไม่ตำหนิหรือแสดงความเบื่อหน่ายคำตอบที่ไม่ถูกต้อง แต่ให้กำลังใจต่อไปอีกด้วยการถามทำนองเดียวกันซ้ำ ๆ เพื่อให้ผู้ตอบได้ความคิดใหม่ ๆ จนมุ่งหาคำตอบที่ต้องการได้

อัมพร ม้าคนอง (2546: 44-45) กล่าวถึงการนำคำถามไปใช้ ให้เกิดประสิทธิภาพ โดยใช้เทคนิคดังนี้

1. ถามคำถามเพื่อให้ผู้เรียนทุกคนได้มีโอกาสร่วมคิดอย่างทั่วถึง ไม่ถามคำถามที่มีเฉพาะผู้เรียนบางคนเท่านั้นที่จะตอบได้

2. ถามคำถามก่อนเรียกชื่อผู้เรียนให้ตอบ เพื่อให้ผู้เรียนทุกคนคิดว่าตนเป็นผู้มีโอกาสจะถูกเลือกเป็นผู้ตอบ ไม่ควรเรียกชื่อผู้เรียนก่อนตั้งคำถาม เพราะผู้เรียนคนอื่นจะไม่สนใจคำถาม และอาจไม่พยายามคิดหาคำตอบเนื่องจากตนเองไม่ได้เป็นผู้ตอบคำถามนั้น

3. เมื่อตั้งคำถามแล้ว ควรให้เวลาผู้เรียนคิด ให้เหมาะสมกับระดับความยากง่ายและความซับซ้อนของคำถาม

4. ไม่ควรถามคำถามเดิมซ้ำหรือย้ำหลาย ๆ ครั้ง แต่อาจทำได้เมื่อมีผู้เรียนไม่เข้าใจคำถามหรือขอให้ผู้สอนถามใหม่อีกครั้ง

5. เมื่อถามคำถามแล้ว ควรให้โอกาสกับผู้เรียนที่ต้องการจะตอบได้ตอบ เพื่อเป็นการให้ความสำคัญกับสิ่งที่ผู้เรียนคิด

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่าลักษณะของการใช้คำถามที่ดีนั้น ผู้ถามจะต้องรู้จักประเภทของคำถาม และรู้เป้าหมายของการถาม ซึ่งประโยคคำถามจะต้องมีความชัดเจน และไม่เจาะจงผู้ตอบก่อนที่จะถามเพื่อเปิดโอกาสให้ทุกคนได้คิด

1.5 ตัวอย่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

Manouchehri (2001: 180-186) ได้ยกตัวอย่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ ของครูเอส ที่สอนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ห้องเรียนแบบคละความสามารถ ในการสอนท้ายคาบเรื่องทฤษฎีจำนวน โดยในคาบนี้เธอมีเป้าหมายให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ที่ได้เรียนไปแล้วและส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับเรื่องทฤษฎีจำนวน ดังนี้

ระยะที่ 1 การตั้งปัญหาในกลุ่มใหญ่ (Large-group problem posing)

ครูเอสชี้แจงหัวข้อที่จะเรียน “วันนี้จะเรียนเรื่อง ทฤษฎีจำนวน” จากนั้นเธอใช้คำถามปลายเปิดกระตุ้นให้นักเรียนตั้งคำถาม “เรามีคำถามดี ๆ เกี่ยวกับมันหรือไม่” และเว้นระยะเวลาให้นักเรียนแต่ละคนตั้งคำถามและเขียนลงในสมุดประมาณ 10 นาที จากนั้นเธอให้นักเรียนนำเสนอคำถามต่อชั้นเรียนโดยเธอคอยจดคำถามดังกล่าวบนกระดาน นอกจากนี้เธอยังใช้คำถามปลายเปิดเพื่อให้นักเรียนทบทวนความรู้ เช่น “เราทุกคนรู้จักจำนวนสามเหลี่ยมหรือเปล่า” และคอยให้กำลังใจนักเรียนในการตั้งคำถาม เช่น “ดีมาก” “เป็นคำถามที่ดี” “ครูชอบคำถามของเธอ”

จากนั้นเธอใช้เวลาประมาณ 5 นาทีในการแบ่งกลุ่มนักเรียนที่สนใจในคำถามเดียวกัน ซึ่งได้กลุ่ม 2 คน จำนวนห้ากลุ่ม กลุ่ม 3 คนและกลุ่ม 4 คนอย่างละหนึ่งกลุ่ม และกลุ่ม 1 คนจำนวนสองกลุ่ม ซึ่งตัวอย่างคำถามที่นักเรียนตั้งขึ้น เช่น “ผลคูณของจำนวนคู่สองจำนวนเป็นอะไร” “จำนวนคู่ใดเป็นกำลังสองสมบูรณ์และกำลังสามสมบูรณ์” “กำลังสองสมบูรณ์ที่ใหญ่ที่สุดที่เล็กกว่า 5,000 คืออะไร มันเป็นคู่หรือคี่” “ตรงไหนที่มีจำนวนเฉพาะมากกว่ากันระหว่าง 0 ถึง 1,000 หรือระหว่าง 1,000 ถึง 2,000” “เลขคู่ใดเป็นจำนวนสามเหลี่ยม”

ระยะที่ 2 การแก้ปัญหาในกลุ่มเล็ก (Small-group problem solving)

ครูเอสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสนทนาและอภิปราย (discourse) เพื่อหาคำตอบและวิธีการในการแก้ปัญหา โดยเธอคอยสังเกตการทำงานและการมีส่วนร่วมของนักเรียนแต่ละคนในกลุ่ม และคอยให้ความช่วยเหลือในการแก้ปัญหาของนักเรียนแต่ละคน เช่น การให้คำแนะนำหรือรายละเอียดเพิ่มเติม การใช้คำถามปลายเปิดเพื่อให้นักเรียนทบทวนความรู้ ข้อผิดพลาด หรืออธิบายแนวคิดของตนต่อกลุ่ม เพื่อให้นักเรียนได้บรรลุตามเป้าหมายที่เธอวางไว้ การสนทนาหรืออภิปราย (discourse) ในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มจะช่วยให้แนวคิดหรือความรู้ของนักเรียนมีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างบทสนทนาในกลุ่ม ๆ ของโทนี่ (Tony) และเอมี่ (Amy) ที่เลือกแก้ปัญหาเกี่ยวกับรูปแบบกำลังสองสมบูรณ์และกำลังสามสมบูรณ์ของจำนวนคู่ว่าเป็นจำวนคู่หรือจำนวนคี่

โทนี่ : [เริ่มด้วยการดูตัวอย่างสองถึงสามตัวอย่าง] “2 ยกกำลังสองคือ 4, 8 ยกกำลังสองได้ 64 แล้ว 12 กำลังสองเป็นอะไร”

เอมี่ : [กดเครื่องคิดเลข] “144 ฉันคิดว่ามันจะเป็นจำนวนคู่เสมอ”

โทนี่ : “ฉันนึกถึงที่ครูเอสพูดเสมอว่าเราไม่ควรเชื่อเพราะตัวอย่างไม่กี่ตัวอย่าง ทำไมมันถึงเป็นจำนวนคู่เสมอ?”

เอมี่ : “เพราะมันจะมี 2 เป็นตัวหารเสมอ เช่น 8 มี 2 เป็นตัวหาร ดังนั้นไม่ว่าจะคูณด้วยตัวมันเองกี่ครั้งมันก็จะมี 2 เป็นตัวหาร”

โทนี่ : “แล้วถ้ามันเป็นจำนวนเลขคี่ละ เช่น 3 หรือ 9 กำลังสองได้ 9 และ 81 มันเป็นจำนวนคี่ทั้งคู่”

เอมี่ : “ลองทำดูกัน ฉันไม่แน่ใจ [หยุดชั่วขณะ] ลองดูเลขอื่น ๆ ดู” [นักเรียนทั้งสองลอง 5, 7 และ 11 และพบว่าผลลัพธ์เป็นจำนวนคี่ทั้งหมด]

ครูเอส : [ใช้คำถามปลายเปิดเพื่อให้นักเรียนทบทวนนิยามของจำนวนคู่และจำนวนคี่ และให้นักเรียนค้นหาวิธีการอื่นในการสรุปคำตอบ] “จะตัดสินอย่างรวดเร็วได้อย่างไรว่าจำนวนที่ยกกำลังสองแล้วจะเป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่โดยใช้นิยามดังกล่าว”

เอมี่ : “เดี๋ยวก่อน ถ้ามันเป็นจำนวนคี่ มันจะไม่มี 2 เป็นตัวหาร ไม่งั้นมันจะเป็นจำนวนคู่ ดังนั้นกำลังสองของมันต้องไม่มี 2 เป็นตัวหาร”

โทนี่ : “เราจะรู้ได้อย่างไรว่าเมื่อคูณกัน 10 ตัวแล้วยังไม่มี 2 เป็นตัวหาร เช่น ถ้าเราคูณ 5 ด้วยตัวมันเอง 4 ครั้ง คำตอบจะเป็นอะไร 4 มีตัวหารเป็น 2 ดังนั้นมันควรจะเป็นจำนวนคู่”

เอมี่ : [กดเครื่องคิดเลข แต่หยุดพูดคุยทันที] “เราไม่เห็นจะต้องคูณมันเลย ดูสิว่า 5 ไม่มี 2 เป็นตัวหาร ดังนั้นจะคูณตัวมันเองกี่ครั้งก็ไม่ได้เลขคู่ ทางเดียวที่เราจะได้จำนวนคู่คือเอาตัวจำนวนคู่คูณตัวมันเอง ลองคำถามอื่นกัน อันที่ถามว่าเลขคู่ใดเป็นทั้งกำลังสองสมบูรณ์และกำลังสามสมบูรณ์เป็นไง”

ครูเอส : [ให้พวกเขาอธิบายความแตกต่างระหว่าง 5 กำลังสี่ กับ 5 คูณ 4 ซึ่งจะช่วยให้โทนี่เข้าใจคำอธิบายของเอมี่ก่อนที่จะเปลี่ยนปัญหา]

ระยะที่ 3 การอภิปรายผลในกลุ่มใหญ่เกี่ยวกับการค้นพบของนักเรียน (Large-group discussion about the students’ findings and discoveries)

ครูเอสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มนำเสนอคำตอบและแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยเธอคอยตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนด้วยการใช้คำถามปลายเปิดเพื่อให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดของตน และช่วยเหลือนักเรียนในการเชื่อมโยงหรือขยายแนวคิดของแต่ละกลุ่ม นอกจากนี้เธอยังส่งเสริมให้นักเรียนถามคำถามหรือเสนอแนวคิดเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านเกี่ยวกับคำตอบหรือแนวคิดกับกลุ่มที่นำเสนอ ซึ่งนักเรียนจะได้เรียนรู้แนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของบทสนทนาที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนของครูเอส

ครูเอส : [ขออาสาสมัครนักเรียนออกมานำเสนอคำตอบและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาของกลุ่ม ซึ่งได้กลุ่มแรกเป็นกลุ่มของทิม (Tim) เจเน็ต (Janet) และแครี่ (Carery)]

ทิม : “เริ่มแรกเราต้องการดูว่าจำนวนกำลังสองสมบูรณ์ที่มากที่สุดที่น้อยกว่า 5,000 คืออะไร และกำลังสามสมบูรณ์ที่มากที่สุดที่น้อยกว่า 5,000 คืออะไร แล้วเราจะดูว่ากำลังสองสมบูรณ์ใดเป็นกำลังสามสัมบูรณ์ด้วย”

ครูเอส : “ดีมาก เริ่มแรกเราจะดูบทนิยามก่อน กำลังสองสมบูรณ์และกำลังสามสมบูรณ์คืออะไร”

เจเน็ต : “กำลังสองสมบูรณ์คือจำนวน เช่น 25, 36 ซึ่งเป็นจำนวนกำลังสอง กำลังสามสมบูรณ์คือเช่น 8, 27, 64 ซึ่งเป็นกำลังสามของตัวเลขเช่น 2^3, 3^3”

ครูเอส : “ดังนั้น 50 เป็นกำลังสองสมบูรณ์หรือไม่ ครูหมายความว่าเราเขียนมันได้เป็น 25×2 และ 25 คือ 2^2”

แซมมี่ : [นักเรียนที่ไม่ได้อยู่ในกลุ่ม] “ไม่เป็น เพราะมันต้องเป็นทั้งเลข ก็คือเราต้องไม่มีตัวหารอื่น”

เจเน็ต : “โอเค ให้ฉันพูดอีกครั้ง กำลังสองสมบูรณ์คือจำนวนที่สามารถเขียนเป็นกำลังสองของจำนวน ๆ หนึ่ง [หยุดชั่วคราว] เช่นเดียวกับกำลังสามสมบูรณ์”

ครูเอส : “ดีขึ้น”

เจเน็ต : “เราเริ่มจาก 2^2 และเพิ่มขึ้น แต่มันใช้เวลานานเกินไปที่จะทำทุกกำลังสอง ดังนั้นเราจะดู 10, 20, 40 และพยายามเข้าใกล้ 5,000 เรื่อย ๆ โดยการลองผิดลองถูก เราพบว่า 4,900 เป็นกำลังสองที่มากที่สุด [เธอวาดตารางลงบนกระดานเพื่อบันทึกเลข] คุณเห็นไหมว่าเรากำลังทำอะไร [เธอมองไปที่เพื่อนร่วมห้อง ทุกคนพยักหน้าตอบรับ]”

ครูเอส : “ดังนั้นถ้าเรามี 8,000 แทน 5,000 เราว่าเลขอะไรเป็นกำลังสองสมบูรณ์ที่มากที่สุดที่น้อยกว่า 8,000 [ทุกคนในกลุ่มเงียบ]”

เทอเรส : [นักเรียนที่ไม่ได้อยู่ในกลุ่ม] “คิดว่าเริ่มที่ 90 ได้เพราะกำลังสองของมันคือ 8,100 ดังนั้นมันน้อยกว่า 90”

ครูเอส : [บันทึกการให้เหตุผลของเทอเรส] “ดีมาก กลุ่มนี้สอนเราเกี่ยวกับการหากำลังสองสมบูรณ์ ในตอนนี้ลองหากำลังสามสมบูรณ์ใหญ่สุดที่น้อยกว่า 5,000 จะได้อะไร แครี่”

แครี่ : [จดบนกระดาน $10\times10\times10 = 1{,}000$, $20\times20\times20=8{,}000$] “เราเริ่มที่ 10 เพราะมันหาค่าได้ง่าย แล้วเราก็ลอง 20 เหมือนที่เราเคยทำ แต่มันมากเกินไป ดังนั้นเรารู้ว่าคำตอบอยู่ระหว่าง 10 กับ 20 แล้วเราลองและตรวจสอบแล้วได้เป็น 17”

ครูเอส : “เราจะมีวิธีเร็ว ๆ ในการหาว่าควรจะลองเลขอะไรเป็นเลขแรกไหม”

ทานย่า : [นักเรียนที่ไม่ได้อยู่ในกลุ่ม] “เราบอกได้ว่า เพราะ 8,000 ใกล้เคียง 5,000 มากกว่า 1,000 ดังนั้นเลขที่ต้องการจะใกล้เคียง 20 มากกว่า”

ทิม : “ดังนั้นเราควรเริ่มที่ 16 เหรอ”

ระยะที่ 4 การมอบหมายภาระงานและโครงงานเพิ่มเติม (Extended assignments and projects)

ครูเอสได้มอบหมายให้นักเรียนแต่ละคนเลือกคำถามคนละ 1 - 2 คำถามเป็นการบ้าน ซึ่งนักเรียนแต่ละคนหรือกลุ่มสามารถเลือกทำเป็นโครงงานพิเศษเพื่อศึกษาต่อจากสิ่งที่ได้เรียนในห้องเรียนได้

2. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของการให้เหตุผลและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

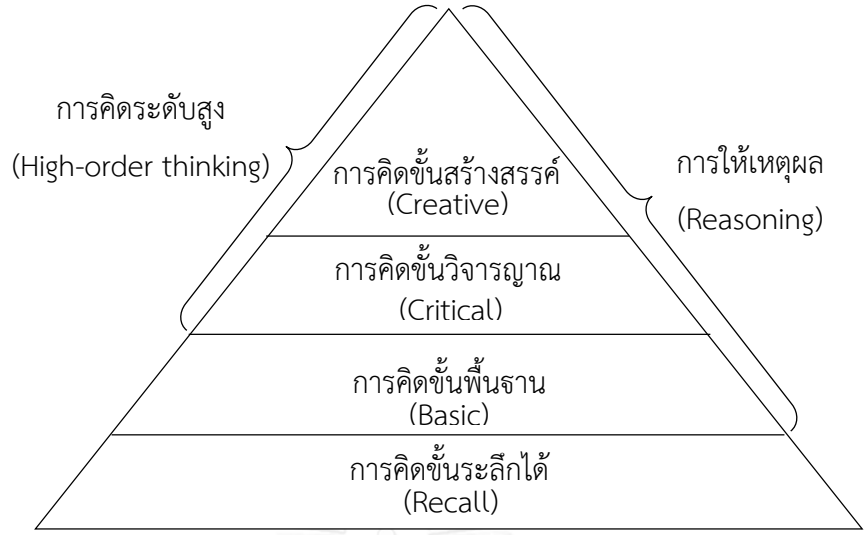
คณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลนั้นมีความสัมพันธ์กัน สภาครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000: 56) ได้กำหนดให้ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และกล่าวว่า การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางปรากฏการณ์ต่าง ๆ ได้ ซึ่งกำหนดมาตรฐานของการให้เหตุผลและการพิสูจน์สำหรับนักเรียนระดับอนุบาลถึงเกรด 12 ดังนี้

- ตระหนักถึงความสำคัญของการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์
- สร้างและตรวจสอบข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์ได้
- พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้

Greenwood (1993: 144) ได้กล่าวถึง การคิดทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นความสามารถในการเข้าใจแบบรูป หาสถานการณ์ร่วมของปัญหา ระบุข้อผิดพลาด และสร้างยุทธวิธีใหม่ การคิดทางคณิตศาสตร์ทำให้เกิดวิธีการเชิงระบบสำหรับปัญหาเชิงปริมาณที่เป็นผลของการเรียนรู้ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นการเน้นการเรียนรู้มากกว่าการมุ่งเพียงผลลัพธ์หรือคำตอบ Greenwood ยังกล่าวย้ำว่าถ้าสนับสนุนจุดเน้นนี้ให้เกิดขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์จะเป็นประโยชน์ไม่เพียงแต่การเรียนรู้ในเนื้อหาเท่านั้น แต่จะเกิดความสามารถในการคิดและให้เหตุผลในตัวนักเรียนด้วย

Krulik and Rudnick (1993: 3-5) ได้กล่าวว่า การคิด หมายถึงความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด โดยนักเรียนต้องสร้างข้อความคาดการณ์ หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผล อธิบายข้อสรุป และยืนยันข้อสรุปนั้น ซึ่งข้อสรุปก็คือแนวคิดหรือความรู้ใหม่ที่ได้รับ

Krulik and Rudnick ได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ขั้นตอน คือ การคิดขั้นระลึกได้ (recall) การคิดขั้นพื้นฐาน (basic) การคิดขั้นวิจารณญาณ (critical) และการคิดขั้นสร้างสรรค์ (creative) ส่วนการให้เหตุผล Krulik and Rundnick ได้จัดให้การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่อยู่เหนือระดับระลึกได้ (recall) ดังภาพ 1



ภาพ 1 ระดับความคิดทางคณิตศาสตร์ของครูลิคและรุดนิค (Krulik & Rudnick, 1993)

Krulik and Rudnick อธิบายอีกว่า การคิดเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน แต่ละขั้นตอนที่แสดงในภาพมิได้แยกขาดจากกันเลยทีเดียว แต่ละขั้นตอนอาจจะคาบเกี่ยวกันบ้าง จากแผนภาพดังกล่าวจะเห็นว่าการให้เหตุผลจะรวมถึงการคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิเคราะห์ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ สำหรับการคิดวิเคราะห์และการคิดขั้นสร้างสรรค์ Krulik and Rudnick เรียกว่าเป็นการคิดระดับสูง (Higher order thinking)

O' Daffer and Thornquist (1993: 43) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Reasoning) เป็นส่วนหนึ่งของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ และให้ความหมายเกี่ยวกับความคิดทางคณิตศาสตร์ว่าหมายถึง การใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด สร้างข้อสรุปหรือสนับสนุนข้อสรุปเกี่ยวกับแนวคิด และความสัมพันธ์ของแนวคิดและแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับแนวคิดนั้น

Alice and Shirel (1999: 114) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งที่ทำให้การแก้ปัญหามีความสมบูรณ์ นักเรียนจะไม่สามารถเข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหา หรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้ หากปราศจากการให้เหตุผล จึงกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

Prestage (2002: 26) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลไว้ว่า เป็นการที่นักเรียนสามารถค้นหาคำตอบ และตัดสินความถูกต้องได้ รวมถึงการพัฒนาแนวคิดเป็นข้อสรุปทั่วไป การโต้แย้ง และการพิสูจน์

Leighton and Sternberg (2004: 11) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผล หมายถึง กระบวนการในการสร้างข้อสรุป ทุกสิ่งทุกอย่างที่ทำและคิด จะเกี่ยวข้องกับการสร้างข้อสรุป นั่นคือ เมื่อเราเรียนรู้ วิเคราะห์ ตัดสิน สรุปอ้างอิง ประเมิน จะต้องมีการสร้างข้อสรุปจากข้อมูลและความเชื่อเสมอ

ชัชชัย คุ้มทวีพร (2534: 121) กล่าวว่า การใช้เหตุผล หมายถึง ลักษณะหนึ่งของการคิดที่พยายามอธิบายเหตุการณ์บางอย่าง ไม่ว่าจะเป็นการใช้หลักฐานการสังเกตหรือข้อความต่าง ๆ ที่ได้รับการยอมรับ

ทิศนา แขมมณี (2551: 14) ได้กล่าวว่า การคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผล เป็นการคิดที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อเข้าใจความคิดที่สามารถอธิบายได้ด้วยหลักเหตุผล โดยสามารถจำแนกข้อมูลที่เป็นข้อเท็จจริงและพิจารณาเรื่องที่คิดบนพื้นฐานของข้อเท็จจริงโดยใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัย และอุปนัย ซึ่งประกอบด้วยทักษะย่อย ๆ ดังนี้

1. สามารถแยกข้อเท็จจริงและความคิดเห็นออกจากกันได้
2. สามารถใช้เหตุผลแบบนิรนัย หรืออุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้
3. สามารถใช้เหตุผลทั้งแบบนิรนัยและอุปนัย พิจารณาข้อเท็จจริงได้

อัมพร ม้าคนอง (2547: 97) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการโยงความสัมพันธ์เชิงตรรกในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการให้เหตุผลมีความสำคัญมาก เนื่องจากในกระบวนการให้เหตุผลผู้เรียนต้องใช้การคิดหลายลักษณะ เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่ถูกต้อง และข้อมูลการให้เหตุผลของผู้เรียนยังมีความสำคัญโดยอาจทำให้ผู้สอนสามารถดำเนินการในสิ่งต่อไปนี้

1. อธิบายระดับพัฒนาการของผู้เรียนในการเรียนมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ
2. ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน หรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนพร้อมทั้งเหตุผล
3. วิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ (Emerging ideas) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียนเพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับผู้เรียนคนอื่น ๆ
4. ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematics structure) หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของผู้เรียน

5. จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียน

6. ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของผู้เรียน

อลิสรา ชมชื่น (2550: 59) สรุปความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ ความสัมพันธ์ของเหตุและผล โดยการจำแนกข้อเท็จจริง ใช้หลักเหตุผลแบบนิรนัย และแบบอุปนัยเพื่อหาคำตอบ ตัดสินความถูกต้อง หรือข้อสรุปเป็นความคิดรวบยอดที่สมเหตุสมผล และขยายหลักการไปสู่ความคิดอื่น

โสมรัศมิ์ ดาหลาย (2551: 59) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่อย่างหลากหลายในการทำความเข้าใจแนวคิด ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิด ท้ายสุดคือแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดนั้น

ณัฐิกานต์ รักนาค (2552: 45) กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ สามารถวิเคราะห์ปัญหา และสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ สามารถคาดการณ์ วางแผนตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม การคิดอย่างมีเหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในการพัฒนาตนเองให้เกิดการเรียนรู้สิ่งใหม่ในการทำงาน และการดำรงชีวิต

พรรรทิพา พรหมรักษ์ (2552: 37) กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงแนวคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การวิเคราะห์ การหาความสัมพันธ์ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล รวมทั้งความสามารถในการพิจารณาและยืนยันข้อสรุปที่สมเหตุสมผล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวไว้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึงกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยการคิดวิเคราะห์ และ/หรือความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในการรวบรวมข้อเท็จจริง ข้อความ แนวคิด สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ แจกแจงความสัมพันธ์ หรือการเชื่อมโยง เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริง หรือสถานการณ์ใหม่

จากความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลและเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างข้ออ้างอิงทั่วไปและหาข้อสรุปหรือยืนยันข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดได้อย่างสมเหตุสมผล

2.2 ความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลนั้นเป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ เป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากการให้เหตุผล การแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าที่นักเรียนหาคำตอบได้ถูกต้อง (NCTM, 1989: 6, 29, 81) นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านได้ให้แนวคิดไว้ว่า การที่นักเรียนได้คำตอบที่ถูกต้องแต่ใช้เหตุผลผิดเป็นอันตรายอย่างยิ่งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เนื่องจากเมื่อนักเรียนได้คำตอบถูกต้องแล้ว ครูอาจไม่ได้ให้โอกาสนักเรียนแสดงเหตุผล ซึ่งทำให้ทั้งครูและนักเรียนไม่ทราบว่าที่ผิดนั้นผิดเพราะเหตุใด ดังนั้นสิ่งที่ดีกว่าการได้คำตอบถูกต้องแต่เหตุผลผิด คือ การได้คำตอบที่ผิด แต่สามารถค้นพบอย่างเป็นเหตุเป็นผลว่าอะไรผิดและผิดเพราะเหตุใด (อัมพร ม้าคนอง, 2546: 4-5) ดังนั้นการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญและจำเป็น เพราะการให้เหตุผลช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถนอกเหนือไปจากการจดจำข้อเท็จจริง กฎ และการดำเนินการ จากคำกล่าวที่ว่า “คณิตศาสตร์ คือการให้เหตุผล” (NCTM, 1989) แสดงให้เห็นว่าการให้เหตุผลมีความสำคัญทั้งในการเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้และใช้งานคณิตศาสตร์ และการดำเนินชีวิตของมนุษย์ (Baroody & Coslick, 1993) บุคคลที่สามารถคิดและวิเคราะห์อย่างมีเหตุผลจะสามารถมองเห็นรูปแบบ โครงสร้าง หรือลักษณะของสถานการณ์ทั้งในโลกแห่งความจริงและสิ่งของที่เป็นสัญลักษณ์ คนที่คิดวิเคราะห์อย่างมีเหตุผลจะตั้งคำถามเพื่อพบรูปแบบที่มีความคลาดเคลื่อน หรือเมื่อเกิดข้อสงสัย ต้องการเหตุผล บุคคลผู้นี้ก็จะคาดคะเนและพิสูจน์ข้อคาดคะเนนั้น จนกระทั่งได้ข้อสรุปที่สมเหตุสมผล ดังนั้นการให้เหตุผลจึงจำเป็นต่อทั้งการเรียนคณิตศาสตร์การนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน จากเหตุผลดังกล่าวทำให้นักการศึกษาได้แสดงแนวคิดเกี่ยวกับความสำคัญของการให้เหตุผลไว้ดังนี้

Baroody and Coslick (1993: 2-22 - 22-23) ได้กล่าวว่าการให้เหตุผลจำเป็นต่อการทำงานทางคณิตศาสตร์เพราะ

- การให้เหตุผลสามารถส่งเสริมอำนาจทางคณิตศาสตร์ ด้วยการช่วยให้นักเรียนมองเห็นว่าคณิตศาสตร์มีความเป็นเหตุเป็นผลและสามารถทำความเข้าใจได้
- การให้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำคัญในการเรียนการสอนและการใช้ชีวิต การค้นพบรูปแบบและการให้เหตุผล “ถ้า...แล้ว...” สามารถนำไปใช้ในเนื้อหาวิทยาศาสตร์และเนื้อหาอื่น ๆ ได้ นอกจากนี้การประเมินข้อโต้แย้งยังเป็นสิ่งจำเป็นในการตัดสินใจอีกด้วย

Alice and Shirel (1999: 115-126) ได้กล่าวถึงความสำคัญของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนที่ทำให้การแก้ปัญหาสมบูรณ์นักเรียนจะไม่สามารถ

เข้าใจปัญหา วิเคราะห์ปัญหาหรือวางแผนในการแก้ปัญหาได้ หากปราศจากการให้เหตุผล ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญควบคู่ไปกับการแก้ปัญหา

Stiggins (1997: 6) ได้กล่าวว่าการทำความเข้าใจโดยใช้เหตุผลช่วยให้นักเรียนเป็นนักคิดที่ดี ในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลในลักษณะการวิเคราะห์เพื่อจะดูว่าส่วนปลีกย่อยต่าง ๆ เข้ากับภาพโดยรวมของสิ่งนั้นหรือไม่ในบางโอกาสเราต้องใช้การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบเพื่อให้เข้าใจความเหมือนกับความแตกต่าง

National Council of Teachers of Mathematics (2000: 29) ได้กำหนดให้การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นมาตรฐานหนึ่งในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์และกล่าวว่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้นจะเป็นแนวทางในการพัฒนาให้เกิดการแสดงออกถึงความเข้าใจอันลึกซึ้งเกี่ยวกับปรากฏการต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวางและได้กล่าวถึงวิชาคณิตศาสตร์กับการให้เหตุผลว่าจุดเน้นของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับดังนี้

ระดับอนุบาล-เกรด 4 เน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียน

1. หาผลสรุปทางคณิตศาสตร์
2. ใช้ความรู้สมบัติความสัมพันธ์และรูปแบบต่าง ๆ ในการอธิบายแนวคิด
3. ให้เหตุผลเกี่ยวกับคำตอบและกระบวนการในการหาคำตอบ
4. ใช้รูปแบบและความสัมพันธ์ต่าง ๆ ในการวิเคราะห์สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์
5. เชื่อว่าคณิตศาสตร์มีความสมเหตุสมผล

เกรด 5-8 เน้นการให้เหตุผลที่ให้นักเรียน

1. มีความเข้าใจและใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัย
2. สามารถทำความเข้าใจและประยุกต์ใช้กระบวนการให้เหตุผลเชิงมิติสัมพันธ์
3. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดาและข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์
4. ให้เหตุผลในความคิดของตนเอง
5. เห็นความสำคัญของการให้เหตุผลว่าเป็นส่วนสำคัญของคณิตศาสตร์

เกรด 9-12 สนับสนุนให้นักเรียนได้ขยายทักษะการให้เหตุผลโดยมุ่งให้นักเรียนสามารถ

1. สร้างและตรวจสอบข้อคาดเดา
2. ยกตัวอย่างคัดค้านได้

3. แสดงการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล
4. ตัดสินข้อโต้แย้งด้วยเหตุและผล
5. อ้างเหตุผลอย่างง่ายได้

สมวงษ์ แปลงประสพโชค (2544: คำนำ) กล่าวไว้โดยสรุปได้ว่า การให้เหตุผลเป็นเรื่องจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิต ความเชื่อ การยอมรับ การโต้แย้ง ตลอดจนการตัดสินใจต้องอาศัยเหตุผลประกอบ หากเหตุผลดี ถูกหลักการจะทำให้การตัดสินใจไม่ผิดพลาด นอกจากนี้ยังเป็นพื้นฐานของการศึกษาหาความรู้ในศาสตร์อีกหลายสาขา เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ สังคมศาสตร์ รัฐศาสตร์ เป็นต้น

ปิยวดี วงษ์ใหญ่ (2548: 1) ได้กล่าวว่าการสอนคณิตศาสตร์ในลักษณะของความเป็นเหตุเป็นผลจะทำให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์เกิดความมั่นใจเชื่อว่าคณิตศาสตร์ที่มีเหตุผลและนักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้และเขายังสามารถที่จะค้นพบอะไรใหม่ ๆ ได้เองด้วย นักเรียนที่เรียนด้วยความเข้าใจและมีเหตุผลจะตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่อาศัยการให้เหตุผลอย่างมีระบบและจะเป็นการพัฒนาพื้นฐานแนวการเรียนรู้คณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ ซึ่งจะมีคุณค่าต่ออนาคตของผู้เรียน

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552: 49) ได้ให้ความสำคัญของการให้เหตุผลไว้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลนั้นเป็นทักษะที่จำเป็นสำหรับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริง และเป็นองค์ประกอบที่สำคัญที่จะทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ดีและถูกต้องในวิชาคณิตศาสตร์ รวมทั้งทำให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

อัมพร ม้าคนอง (2553: 49) ได้กล่าวว่าการให้เหตุผลของผู้เรียนมีความสำคัญต่อผู้สอนในการดำเนินการต่อไปนี้

- อธิบายระดับพัฒนาการของผู้เรียนในการเรียนมโนทัศน์เฉพาะใด ๆ
- ระบุความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนหรืออุปสรรคต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนพร้อมทั้งเหตุผล
- วิเคราะห์แนวคิดใหม่ ๆ (Emerging ideas) ที่เกิดจากการให้เหตุผลของผู้เรียนเพื่อที่จะขยายความและอภิปรายร่วมกับผู้เรียนคนอื่น ๆ
- ระบุโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (Mathematical structures) หรือประเภทของปัญหาที่จำเป็นสำหรับการสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีความหมายของผู้เรียน
- จัดหาสถานการณ์ที่เหมาะสมสำหรับการเรียนรู้ของผู้เรียน

- ตรวจสอบผลของสิ่งแวดล้อมและวัฒนธรรมในห้องเรียนที่มีต่อความคิดและความเข้าใจของผู้เรียน

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555: 32) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนสำคัญในการคิดหาคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผล การคิดหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดนั้น อีกทั้งยังสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

จากความสำคัญของการให้เหตุผลที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การให้เหตุผลมีความสำคัญมากต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ช่วยพัฒนาให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา การตัดสินใจและการหาข้อสรุป อีกทั้งเป็นพื้นฐานการคิดในขั้นสูงเพื่อนำไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2.3 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

Heller; et al (1989: 209-211 อ้างถึงใน จิตติมา ชอบเอียด, 2551: 28-29) ได้แบ่งประเภทปัญหาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาการให้เหตุผลแบบบอกทิศทางเชิงคุณภาพ (Qualitative directional Reasoning Problems) เป็นลักษณะคำถามเชิงคุณภาพปัญหาที่ใช้เป็นเหตุผลเชิงคุณภาพแบบนี้เรียกว่าคำถามเชิงทิศทาง (Directional questions) โดยคำถามจะถามเกี่ยวกับค่าของอัตราส่วนว่ามีการเปลี่ยนแปลงอย่างไรอาจเพิ่มลดลงหรือเท่าเดิมเมื่อกำหนดให้เศษและส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม โดยแบ่งลักษณะค่าของอัตราส่วนที่เปลี่ยนไปได้ทั้งหมด 9 ลักษณะ ดังนี้

1.1 เศษเพิ่มและส่วนเพิ่มขึ้นค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้

1.2 เศษเพิ่มและส่วนเท่าเดิมค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น

1.3 เศษเพิ่มและส่วนลดลงค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น

1.4 เศษเท่าเดิมและส่วนเพิ่มขึ้นค่าของอัตราส่วนลดลง

1.5 เศษเท่าเดิมและส่วนเท่าเดิมค่าของอัตราส่วนเท่าเดิม

1.6 เศษเท่าเดิมและส่วนลดลงค่าของอัตราส่วนเพิ่มขึ้น

1.7 เศษลดลงและส่วนเพิ่มขึ้นค่าอัตราส่วนลดลง

1.8 เศษลดลงและส่วนเท่าเดิมค่าอัตราส่วนลดลง

1.9 เศษลดลงและส่วนลดลงค่าของอัตราส่วนไม่สามารถบอกการเปลี่ยนแปลงได้

2. ปัญหาการให้เหตุผลแบบบอกทิศทางเชิงตัวเลข (Number directional reasoning problems) คือเป็นลักษณะคำถามเชิงตัวเลขโดยคำถามจะถามหาค่าตัวแปร การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เช่น A = 8/24 เท่ากับ B = x/3 แล้วให้หาค่า x สามารถทำได้โดยหาค่า x ซึ่งในการหาค่า x สามารถทำได้โดยให้ 8/24 = x/3 จะได้ x = 1

O' Daffer (1990: 378) ได้เสนอว่าทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมี 2 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเกี่ยวกับการใช้ข้อมูลในการสร้างหลักการใหม่ ค้นหารูปแบบทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ อธิบายสมบัติและโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปเป็นมโนมติ หรืออาจกล่าวได้ว่าการให้เหตุผลแบบอุปนัยเกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ อย่าง แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งใช้รูปแบบการลงความเห็นที่สมเหตุสมผล ในการสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุป และตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลที่เป็นระบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลที่ใช้โครงสร้างคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท อาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัยเป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ผลสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นหลักการที่เป็นจริง

Baroody and Coslick (1993: 2-61) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประเภท โดยเพิ่มการให้เหตุผลแบบสามัญสำนึก (Intuitive Reasoning) ซึ่งเป็นลักษณะของการให้เหตุผลที่เกิดจากการหยั่งรู้ (Insight) หรือเกิดจากลางสังหรณ์ ไม่ได้มีข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดในการตัดสินใจ จึงตัดสินใจจากข้อมูลที่เห็น หรือจากความรู้สึกภายใน เหตุผลเชิงหยั่งรู้จึงเป็นเหตุผลที่วางอยู่บนสิ่งที่ปรากฏ หรือข้อสมมติฐาน ซึ่งสิ่งที่ปรากฏอาจถูกหรือผิดก็ได้ ส่วนอีก 2 ประเภทคือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย และการให้เหตุผลแบบนิรนัย โดยเขากล่าวว่า การให้เหตุผลทั้ง 3 ประเภท มีความสัมพันธ์กันคือ ในกระบวนการสืบค้นทางคณิตศาสตร์มักเริ่มต้นด้วยการสรุปจากการให้เหตุผลแบบสามัญสำนึก หรือแบบอุปนัย ที่เรียกว่าการสร้างข้อคาดเดา แล้วตรวจสอบ พิสูจน์ข้อคาดเดา ซึ่งก็คือการให้เหตุผลแบบนิรนัย

Cooney, Brown, Dossey, Schrage, and Wittmann (1996: 8-10) ได้เสนอการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 4 ประเภทดังต่อไปนี้

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ได้จากการสังเกตเห็นสิ่งที่ร่วมกันจากหลาย ๆ ตัวอย่าง หรือการทดลองซ้ำหลายครั้ง แล้วสรุปออกมาอย่างมีเหตุมีผลสนับสนุน

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลจากหลักการทั่วไป หรือหลักใหญ่ ๆ แล้วอ้างอิงไปยังที่ที่ต้องการ ที่มีความจำเพาะเจาะจง

3. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่เพิ่มขึ้นหรือลดลง ซึ่งสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการคำนวณเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านคำตอบที่ได้มา

4. การให้เหตุผลในเชิงปริภูมิ (Spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่มีมิติ เป็น 2 มิติ หรือ 3 มิติ

Stiggins (1997) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลเป็น 3 ประเภท คือ

1. การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ (Analytical reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยพิจารณาส่วนย่อย หรือส่วนประกอบ ซึ่งประกอบกันเป็นสิ่งนั้น ๆ เป็นการศึกษาลงลึกในส่วนย่อย ๆ เมื่อต้องการศึกษาสิ่งนั้นอย่างลึกซึ้ง ก็ใช้การวิเคราะห์เพื่อศึกษารายละเอียด หรือในกรณีที่ต้องการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องอาศัยการวิเคราะห์สถานการณ์หรือปัญหา แล้วนำความรู้และการให้เหตุผลมาใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ

2. การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ (Comparative reasoning) เป็นกระบวนการศึกษาว่าสิ่งนั้น ๆ มีอะไรที่เหมือนกัน มีอะไรที่ต่างกัน ในบางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่ต่างกัน บางโอกาสเราต้องศึกษาส่วนที่เหมือนกัน การใช้การให้เหตุผลวิธีนี้จะต้องมีความรู้ความเข้าใจสิ่งที่ต้องการเปรียบเทียบอย่างลึกซึ้ง มีข้อตกลงอย่างชัดเจนว่า อย่างไรที่ถือว่าเหมือนกัน อย่างไรที่ถือว่าต่างกัน ก่อนที่จะทำการเปรียบเทียบ

3. การให้เหตุผลในการประเมิน (Evaluative reasoning) เป็นการใช้เหตุผลประเมินเมื่อเราตัดสินคุณค่า หรือความถูกต้องโดยใช้เหตุผล อาศัยความสมเหตุสมผลเป็นเครื่องตัดสิน

นอกจากนี้ Stiggins ยังได้กล่าวถึงการให้เหตุผลในลักษณะอื่น ๆ อีกได้แก่

การสังเคราะห์ (Synthesizing) เป็นการนำข้อมูลต่าง ๆ มาหลอมรวมเป็นข้อสรุป หรือเป็นการนำข้อมูลจากหลาย ๆ แหล่งมาทำความเข้าใจและหาข้อสรุป เช่น การสอนแบบเป็นหัวเรื่อง (Thematic) ที่นำการให้เหตุผลและความรู้จากหลาย ๆ สาขาวิชา เช่น คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และภาษามาบูรณาการ ใช้การให้เหตุผลมาแก้ปัญหาทางสังคมหรือทางวิทยาศาสตร์เป็นต้น

การจำแนก (Classifying) เป็นการจัดแบ่งประเภท เช่น การจำแนกประเภทของพืช ประเภทของสัตว์ ซึ่งการจำแนกในลักษณะนี้ผู้จำแนกต้องรู้จักแต่ละประเภทที่ต้องการจำแนกเป็นอย่างดีและอาศัยการให้เหตุผลในการจำแนก

การอนุมาน (Inferential) เป็นการให้เหตุผลให้ได้มาเป็นผลผลิต เช่น ได้หลักการข้อสรุปเป็นการหากรณีทั่วไปจากหลักฐานกล่าวคือใช้ความจริงจากกรณีหนึ่ง ๆ นำไปสู่กฎหรือหลักการทั่วไปและในทางกลับกันการให้เหตุผลที่อ้างอิงกฎหรือกรณีทั่วไปเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาก็ถือเป็นการให้เหตุผลแบบอนุมาน

สมัย เหล่าวานิชย์ (2525: 4) แบ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ 2 ลักษณะ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive Reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยมีเหตุย่อยหลาย ๆ เหตุ เหตุย่อยแต่ละเหตุจะเป็นอิสระต่อกัน และเหตุย่อยทั้งหลายนี้จะสรุปรวมเป็นเหตุการณ์ทั่ว ๆ ไปในวงกว้าง

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive Reasoning) เป็นวิธีการให้เหตุผลโดยมีเหตุใหญ่ (Major Premise) และติดตามด้วยเหตุย่อย (Minor Premise) ลดหลั่นกันตามลำดับความสัมพันธ์ระหว่างเหตุใหญ่และเหตุย่อยจนทำให้เกิดผลสรุป

เจนสมุทร แสงพันธ์ (2548: 10-11) ซึ่งได้ศึกษาการให้เหตุผลทางเรขาคณิตในการแก้ปัญหาปลายเปิดโดยเน้นการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อยได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มเติมไว้ 3 แบบ คือ

1. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (proportional reasoning) การให้เหตุผลเชิงสัดส่วนเป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงซึ่งผู้เรียนจะใช้ความรู้เกี่ยวกับสัดส่วนในการคำนวณเพื่อสนับสนุนหรือคัดค้านคำตอบ

2. การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (spatial reasoning) การให้เหตุผลเชิงปริภูมิเกี่ยวข้องกับความรู้สึกเชิงปริภูมิของบุคคลโดยเฉพาะอย่างยิ่งกับการให้เหตุผลเกี่ยวกับคุณสมบัติและความสัมพันธ์ของรูปสองมิติและรูปทรงสามมิติ

3. การให้เหตุผลเชิงนามธรรม (abstracting reasoning) การให้เหตุผลเชิงนามธรรมเป็นลักษณะของการให้เหตุผลขั้นสูงที่สามารถอธิบายและให้เหตุผลเกี่ยวกับสิ่งที่เป็นนามธรรมได้โดยที่ไม่ต้องอาศัยการอ้างอิงสิ่งที่เป็นรูปธรรม

อัมพร ม้าคนอง (2553: 50-53) กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายลักษณะ ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก (Logical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรกประกอบด้วยการให้เหตุผล 2 ประเภท ต่อไปนี้

1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยการสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญ หรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูลย่อย ๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างแล้วใช้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า เป็นการหาความสัมพันธ์จากสมาชิกบางส่วนในกลุ่ม เพื่ออ้างอิงไปใช้กับสมาชิกส่วนอื่นของกลุ่มเดียวกัน

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎหรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริง โดยมีการพิสูจน์มาแล้ว เป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎหรือเกณฑ์นั้น

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลข และข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวน การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน ซึ่งมีหลายลักษณะ ดังต่อไปนี้

2.1 การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน เมื่อตัวเศษและ/หรือตัวส่วนของเศษส่วนเดิมเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม ซึ่งแบ่งเป็น 8 ประเภท ดังนี้

2.1.1 เมื่อตัวเศษและตัวส่วนเพิ่มขึ้น ไม่สามารถระบุค่าของเศษส่วนใหม่ได้

2.1.2 เมื่อตัวเศษเพิ่มขึ้น ตัวส่วนเท่าเดิม เศษส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น

2.1.3 เมื่อตัวเศษเพิ่มขึ้น ตัวส่วนลดลง เศษส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น

2.1.4 เมื่อตัวเศษเท่าเดิม ตัวส่วนเพิ่มขึ้น เศษส่วนมีค่าลดลง

2.1.5 เมื่อตัวเศษเท่าเดิม ตัวส่วนลดลง เศษส่วนมีค่าเพิ่มขึ้น

2.1.6 เมื่อตัวเศษลดลง ตัวส่วนเพิ่มขึ้น เศษส่วนมีค่าลดลง

2.1.7 เมื่อตัวเศษลดลง ตัวส่วนเท่าเดิม เศษส่วนมีค่าลดลง

2.1.8 เมื่อตัวเศษและตัวส่วนลดลง ไม่สามารถระบุค่าของเศษส่วนใหม่ได้

การเปลี่ยนแปลงของเศษส่วนเมื่อตัวเศษและ/หรือตัวส่วนเปลี่ยนแปลงทั้ง 8 ประเภท สามารถแสดงได้ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 1 แสดงการให้เหตุผลเชิงคุณภาพ

ตัวส่วน	**ตัวเศษ**		
	เพิ่มขึ้น	**เท่าเดิม**	**ลดลง**
เพิ่มขึ้น	ระบุไม่ได้	ลดลง	ลดลง
เท่าเดิม	เพิ่มขึ้น	เท่าเดิม	ลดลง
ลดลง	เพิ่มขึ้น	เพิ่มขึ้น	ระบุไม่ได้

การให้เหตุเชิงคุณภาพ เป็นการให้เหตุผลที่เกิดจากการทำงาน 2 ลักษณะดังนี้

1. การเปรียบเทียบเชิงคุณภาพ เป็นการเปรียบเทียบระดับคุณภาพจากข้อมูลที่มีอยู่ เช่น วัวตัวแรกกินหญ้าหนึ่งกระสอบหมดในเวลา 4 วัน วัวตัวที่สองกินหญ้ากระสอบเดียวกันหมดในเวลา 5 วัน แสดงว่า วัวตัวแรกกิจจุกว่าวัวตัวที่สอง

2. การบอกทิศทางของการเปลี่ยนแปลง เป็นการระบุทิศทางของการเปลี่ยนแปลง จากข้อมูลที่กำหนดให้ เช่น ในการตัดเสื้อเดือนนี้ ช่างตัดเสื้อใช้เวลามากกว่าเดิม แต่ได้จำนวนเนื้อน้อยกว่าเดิม แสดงว่า ความสามารถในการตัดเสื้อของช่างลดลง

2.2 การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่เกี่ยวข้องกับตัวเลข แบ่งเป็น 2 ประเภทดังนี้

2.2.1 การระบุค่าของตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของค่าของตัวแปรจากปัญหาสัดส่วน

2.2.2 การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลจากการเปรียบเทียบอัตราส่วน หรือเศษส่วน

2.3 การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมติสัมพันธ์ หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่าง ๆ

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2547: 21) ได้แบ่งการคิดเชิงเหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

1. การคิดเชิงเหตุผลแบบอุปนัย เป็นการสร้างข้อสรุปจากการปฏิบัติหลาย ๆ กรณี หรือพูดอีกนัยหนึ่งคือ การสรุปจากส่วนย่อย ๆ ไปสู่ส่วนใหญ่ ซึ่งครูต้องระมัดระวังและทำความเข้าใจกับนักเรียนด้วยว่า การเปรียบเทียบ 2 – 3 กรณีแล้วมาสรุปเป็นหลักการเป็นเพียงแนวทางหนึ่งในการสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้มีการค้นพบไว้แล้วเท่านั้น

2. การคิดเชิงเหตุผลแบบนิรนัยเป็นไปในทางตรงกันข้ามกับการคิดเชิงเหตุผลแบบอุปนัย คือ เป็นการสรุปจากส่วนใหญ่ไปยังส่วนย่อย

วรนารถ อยู่สุข (2555: 37) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญมี 2 ประเภท คือ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย คือ การให้เหตุผลที่เกิดจากการสังเกตหรือการทดลองซ้ำหลาย ๆ ครั้งเพื่อรวบรวมข้อมูลมาสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป และ 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่นำเอาข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป ซึ่งยอมรับว่าเป็นความจริง มาอ้างอิงเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปใหม่ ๆ นอกจากนี้ยังมีประเภทของการให้เหตุผลอื่น ๆ ที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ ได้แก่ การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน การให้เหตุผลในเชิงปริภูมิ การให้เหตุผลแบบวิเคราะห์ การให้เหตุผลแบบเปรียบเทียบ และการให้เหตุผลในการประเมิน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555: 41-45) ได้จำแนกการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้ 1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นกระบวนการที่ใช้การสังเกตหรือการทดลองหลาย ๆ ครั้ง แล้วรวบรวมข้อมูลเพื่อนำมาหาแบบรูปที่จะนำไปสู่ข้อสรุปที่เชื่อได้ว่า น่าจะมีความถูกต้อง น่าจะเป็นจริง และมีความเป็นไปได้มากที่สุด แต่ยังไม่สามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริง และยังไม่พบข้อขัดแย้ง เรียกข้อสรุปนั้นว่า ข้อความคาดการณ์ 2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นกระบวนการที่ยกเอาสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงหรือยอมรับว่าจริงโดยไม่ต้องพิสูจน์ แล้วใช้เหตุผลตามหลักคณิตศาสตร์ อ้างจากสิ่งที่รู้ว่าเป็นจริงนั้น เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือผลสรุปที่เพิ่มเติมขึ้นมาใหม่ ประกอบด้วย 2 ส่วนที่สำคัญคือ ส่วนของเหตุหรือสมมติฐาน และส่วนของผลหรือผลสรุป

จากการศึกษาเกี่ยวกับประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากนักการศึกษาหลายท่าน ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้สรุปรูปแบบการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ 2 ประเภท คือ การให้เหตุผลแบบอุปนัย หมายถึง ความสามารถในการวิเคราะห์ และระบุความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล ที่ได้จากการสังเกตสิ่งที่ร่วมกันหลาย ๆ ตัวอย่างและนำสิ่งนั้นมาสร้างข้อสรุปหรืออ้างอิงเป็นหลักการทั่วไป และการให้เหตุผลแบบนิระนัย หมายถึง ความสามารถในการใช้ กฎ ข้อตกลง บทนิยาม หรือสิ่งที่เคยรับทราบมาก่อนว่าเป็นจริง มาใช้ในการพิจารณาข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับความจริงเหล่านั้น และสามารถหาข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปอย่างสมเหตุสมผลได้

2.4 แนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

การให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สามารถพัฒนาให้เพิ่มพูนขึ้นได้ โดยอาจมีครูผู้สอนคอยชี้แนะ หรือจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมให้เกิดการพัฒนาทางการให้เหตุผล ซึ่งนักวิชาการ และนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอแนวทางสำหรับการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Guilford and Hoepfner (1971)) ได้เสนอว่า ในการพัฒนาบุคคลให้มีความสามารในการให้เหตุผลนั้น ต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุผล ความสามารถในการให้เหตุผลดังกล่าวนี้เป็นสิ่งจำเป็นที่โรงเรียนควรจัดทำ และเป็นสิ่งที่สามารถฝึกได้ โดยสอนควบคู่กับเนื้อหาวิชาปกติ หรือสถานการณ์ต่าง ๆ ที่เหมาะสม

Brandt (1984 อ้างถึงใน สมเดช บุญประจักษ์, 2540: 39) ได้กล่าวไว้ว่าการคิดกับการให้เหตุผลมีส่วนสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด และเป็นพื้นฐานสำคัญของการเรียนรู้และการแก้ปัญหา ด้วยเหตุนี้นักการศึกษาจึงให้ความสำคัญเกี่ยวกับการสอนเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดการคิดอย่างมีเหตุผลมากขึ้น โดยได้พยายามศึกษาทดลองเพื่อหาว่าทักษะการคิดอะไรที่จำเป็นและเป็นพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุผล สอนอย่างไรจึงจะทำให้เกิดทักษะที่ต้องการเหล่านั้นได้ มีการกล่าวถึงไว้ 3 แนวทาง คือ แนวทางการสอนเพื่อให้คิด (Teaching for thinking) แนวางการสอนการคิด (Teaching of thinking) และแนวทางการสอนที่เกี่ยวกับการคิด (Teaching about thinking)

1. การสอนเพื่อให้คิด การสอนตามแนวทางนี้เน้นในด้านการสอนเนื้อหาวิชา โดยมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการสอนเพื่อเพิ่มความสามารถในด้านการคิดของผู้เรียน

2. การสอนการคิด การสอนตามแนวทางนี้มีจุดเน้นเกี่ยวกับกระบวนการทางสมองที่นำมาใช้ในการคิดโดยเฉพาะ โดยเน้นไปที่ทักษะการคิดหรือเป็นแนวทางที่สอนทักษะการคิดโดยตรง แนวทางในการสอนนั้นจะมีลักษณะที่แตกต่างกันหลายแนวทาง ตามความเชื่อพื้นฐานของผู้ที่จัดสร้างแนวทางการสอน

3. การสอนเกี่ยวกับการคิด การสอนตามแนวทางนี้เป็นแนวทางที่ใช้การคิดเป็นเนื้อหาสาระของการสอนโดยมุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดของตัวเอง โดยรู้ว่าตนกำลังคิดอะไรต้องการรู้อะไร และในขณะที่กำลังคิดอยู่นั้นตนเองรู้อะไรและไม่รู้อะไร ซึ่งสิ่งดังกล่าวนี้จะช่วยให้ผู้เรียนได้เข้าใจกระบวนการคิดของตนเองอันก่อให้เกิดทักษะที่เรียกว่า การสังเคราะห์ความคิดของตนเอง แนวทางการสอนเกี่ยวกับการคิดนี้เริ่มเป็นที่สนใจของนักการศึกษาทั่วไปเพิ่มขึ้น โดยเชื่อว่าเป็นแนวทางที่ทำให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและตรวจสอบการคิดของตนเองได้ในขณะที่ทำการคิด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนสามารถค้นหาข้อบกพร่องของตนเองได้ ทั้งนี้เพื่อหาแนวทางแก้ไขได้ตรงจุด

Rowan and Morrow (1993) ได้เสนอแนวคิดว่า บรรยากาศในชั้นเรียนเป็นจริงสำคัญมาก ครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่า การให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง บรรยากาศในชั้นเรียนจะต้องไม่ทำให้นักเรียนรู้สึกหวาดกลัว หากแต่เป็นบรรยากาศที่สนับสนุนส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบาย และแสดงเหตุผลของแนวคิด

Baroody and Coslick (1998: 2-30) ได้เสนอแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ว่าควรจัดการเรียนการสอนตามลักษณะดังต่อไปนี้

1. ควรบูรณาการการให้เหตุผลกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้น นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมการให้เหตุผลแบบหยั่งรู้ และแบบอุปนัย เพื่อคาดการณ์ และการให้เหตุผลแบบนิรนัยง่าย ๆ

2. ควรมีการชี้แนะให้นักเรียนได้เห็นว่ามีรูปแบบที่แตกต่างกันมากมาย ทั้งกฎเกณฑ์ในสถานการณ์ต่าง ๆ

3. การใช้กิจกรรมที่มีการจำแนกอย่างชัดเจน

4. ส่งเสริมให้นักเรียนได้ประเมินการคาดการณ์ และการนิรนัยอย่างไม่มีแบบแผน

Malloy (1999) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลในระดับมัธยมศึกษา โดยเสนอให้ผู้สอนใช้แนวทางการสืบสอบ (Inquiry Approach) ในการส่งเสริมให้ผู้เรียนใช้เหตุผลในการตรวจสอบ และอภิปรายเกี่ยวกับบริบทของปัญหา และเชื่อมโยงเนื้อหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้อง

Sternberg (1999) ได้เสนอแนวคิดว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาทักษะการให้เหตุผล และประเมินการให้เหตุผลของผู้เรียน ผู้สอนควรต้องคำนึงถึงกระบวนการทางปัญญา 5 ขั้น คือ การระบุปัญหา การสร้างกลวิธีเพื่อแก้ปัญหา การสร้างมโนภาพจากข้อมูลในปัญหา การวางแผน และการจัดการทรัพยากรเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา การกำกับและประเมินคำตอบ

National Council of Teachers of Mathematics (2000) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลโดยการจัดสภาพการณ์ให้นักเรียนได้คิด ได้ให้เหตุผลในชั้นเรียน ส่งเสริมบรรยากาศการคิดอย่างมีเหตุผลในคณิตศาสตร์ เลือกงานที่ต้องมีการจัดกลุ่มข้อมูล มีการตรวจสอบความถูกต้องของข้อมูล รู้ข้อจำกัดของการให้เหตุผลแบบอุปนัย เพื่อจะได้ใช้การให้เหตุผลนี้อย่างถูกต้อง และครูต้องช่วยตรวจสอบพัฒนาการการให้เหตุผลของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ นอกจากนี้ควรให้นักเรียนอภิปรายการให้เหตุผลของตนเองกับครู และกับนักเรียนคนอื่น โดยให้นักเรียนอธิบายหลักการที่ใช้ในการคาดเดาของตนเอง และเหตุผลในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ด้วยประสบการณ์เหล่านี้ นักเรียนจะมีความสามารถในการให้เหตุผลทั้งแบบอุปนัยและนิรนัยได้อย่างเหมาะสม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545: 195-196) ที่กล่าวถึงแนวทางในการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลว่าการฝึกให้ผู้เรียนรู้จัดคิดและให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผลนั้นสามารถ

สอดแทรกได้ในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาวิชาของคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ ด้วย นอกจากนี้ยังได้เสนอองค์ประกอบหลักที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุมีผลและรู้จัดการให้เหตุผลดังนี้

1. ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ เป็นปัญหาที่ไม่ยากเกิดความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล

2. ให้ผู้เรียนมีโอกาสและอิสระที่จะแสดงออกถึงความคิดเห็นในการให้เหตุผลของตัวเอง

3. ผู้สอนช่วยสรุปและชี้แจงให้ผู้เรียนเข้าใจว่า เหตุผลของผู้เรียนถูกต้องตามหลักเกณฑ์หรือไม่ขาดตกบกพร่องอย่างไร

การเริ่มต้นที่จะส่งเสริมให้ผู้เรียนเรียนรู้ และเกิดทักษะในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนควรจัดสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจให้ผู้เรียนได้ลงมือปฏิบัติ ผู้สอนสังเกตพฤติกรรมของผู้เรียนและคอยช่วยเหลือโดยกระตุ้นหรือชี้แนะอย่างกว้าง ๆ โดยใช้คำถามกระตุ้นด้วยคำว่า “ทำไม” “อย่างไร” “เพราะเหตุใด” พร้อมทั้งให้ข้อคิดเพิ่มเติมอีก เช่น “ถ้า.....แล้ว ผู้เรียนคิดว่า.....จะเป็นอย่างไร” ผู้เรียนที่ให้เหตุผลได้ไม่สมบูรณ์ ผู้สอนจะต้องไม่ตัดสินด้วยคำว่า ไม่ถูกต้อง แต่อาจใช้คำพูดเสริมแรงและให้กำลังใจว่าคำตอบที่ผู้เรียนตอบมามีบางอย่างถูกต้อง ผู้เรียนคนใดจะให้คำอธิบายหรือให้เหตุผลเพิ่มเติมของเพื่อนได้อีกบ้าง เพื่อให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ร่วมกันมากยิ่งขึ้น ในการจัดการเรียนรู้ผู้สอนควรเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างหลากหลาย โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนดควรเป็นปัญหาปลายเปิด ที่ผู้เรียนสามารถแสดงความคิดเห็นหรือให้เหตุผลที่แตกต่างกันได้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 3) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลว่า ควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนเรียนรู้อย่างมีเหตุผล
2. ให้นักเรียนฝึกคิดอย่างมีเหตุผล
3. ให้นักเรียนฝึกเป็นผู้ให้เหตุผล
4. ให้นักเรียนฝึกเขียนอธิบายสิ่งที่นักเรียนทำ เพื่อหาคำตอบ
5. ให้นักเรียนฝึกให้เหตุผลในการอธิบายหรืออภิปราย
6. ให้นักเรียนได้คิดวิเคราะห์ ประเมินการให้เหตุผลของผู้อื่น ๆ
7. ให้นักเรียนรู้จักใช้เหตุผลเป็นเครื่องมือสำหรับการตรวจสอบ หรือพิจารณาความถูกต้อง
8. ให้นักเรียนได้อาศัยการให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลพฤติกรรมที่แสดงออกถึงการใช้ทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
9. เลือกและใช้วิธีการให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ชนิดต่าง ๆ ได้หลากหลาย

10. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผล และการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

11. เลือกใช้ความรู้ เพื่อจัดลำดับขั้นตอนของการให้เหตุผลและลงข้อสรุป

12. อ้างอิงความรู้ ข้อมูลหรือข้อเท็จจริงหรือสร้างแผนภาพ

13. ตรวจสอบความถูกต้อง และความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผล

14. สร้างและตรวจสอบข้อความคาดคะเนทางคณิตศาสตร์ได้

15. วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ การจัดหมวดหมู่ สรุปรวมข้อมูลที่มีลักษณะเหมือน หรือต่างกันได้

นอกจากนี้ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 15) ยังได้เสนอบทบทของครูที่จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล 17 ประการ ดังต่อไปนี้

1. ครูจะต้องสร้างบรรยากาศการเรียนการสอน โดยให้นักเรียนตระหนักถึงสิ่งต่อไปนี้

1.1 การเรียนคณิตศาสตร์ต้องเรียนด้วยความเข้าใจ ซึ่งครูจะต้องทำให้นักเรียนรู้สึกว่าคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่นักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้ และต้องเรียนด้วยความเข้าใจ นักเรียนหรือบุคคลทั่วไปมักจะคิดว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ยาก เรียนไม่รู้เรื่อง ตนเองไม่มีความสามารถเพียงพอที่จะเข้าใจได้ วิธีการในการเรียนจะต้องจดจำขั้นตอน วิธีการ จำสูตรเพื่อหาคำตอบ โดยไม่เข้าใจว่าทำเช่นนั้นทำไม ซึ่งความคิดเช่นนี้จะทำให้นักเรียนรู้สึกเบื่อวิชาคณิตศาสตร์ และเห็นว่าวิชาคณิตศาสตร์มีไว้สำหรับคนเก่งเท่านั้น แนวคิดเช่นนี้จะสกัดกั้นการเรียนคณิตศาสตร์อย่างมีความสุข และเห็นคุณค่า ครูจึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องสร้างบรรยากาศให้นักเรียนรู้สึกว่าวิชาคณิตศาสตร์นั้นไม่ยาก

1.2 ให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีเหตุผล รู้ว่าทำไม เพราะอะไร และสามารถแสดงเหตุผลได้

1.3 ครูต้องทำให้นักเรียนรู้ว่า ครูให้ความสำคัญต่อความเข้าใจและการให้เหตุผล โดยครูต้องประเมินความเข้าใจของนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ และที่สำคัญ ครูควรให้การเสริมแรงทางบวกทันที เมื่อนักเรียนสามารถให้เหตุผลที่ดีได้

2. ให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดและให้เหตุผลเพื่อยืนยันแนวความคิดดังกล่าว ซึ่งอาจทำด้วยวาจา การเขียนโดยใช้ภาษาง่าย ๆ หรือใช้อุปกรณ์ช่วยในการแสดงให้เห็นจริง

3. ครูควรตั้งคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงเหตุผลบ่อย ๆ และใช้คำถามเหล่านั้นอย่างต่อเนื่อง

4. ควรสนับสนุนให้นักเรียนได้สร้างข้อคาดเดาบนพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุมีผล

5. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทดสอบและปรับแต่งข้อคาดเดา โดยอยู่บนพื้นฐานของการใช้เหตุผล

6. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้วิเคราะห์แบบรูปและสร้างแบบรูปด้วยตนเอง

7. ควรใช้วิธีแสดงสิ่งที่เป็นตัวอย่าง และสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่าง เพื่อให้นักเรียนได้สรุปแนวคิด

8. ควรใช้ปัญหาปลายเปิด

9. เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีการอภิปรายในชั้นเรียน เพื่อหากรณีทั่ว ๆ ไป

10. ท้าทายให้นักเรียนได้คิดและปฏิบัติกิจกรรม

11. ให้ความสำคัญกับความคิดเห็นของนักเรียน และให้นักเรียนได้ฝึกการฟัง และทำความเข้าใจกับเหตุผลของผู้อื่น

12. มีความยืดหยุ่น สามารถปรับแนวทางในการอภิปรายให้สอดคล้องกับวิธีการคิดของนักเรียน

13. มีความอดทน ให้เวลา และให้โอกาสกับนักเรียน

14. เน้นความเป็นเหตุเป็นผลมากกว่ากฎเกณฑ์ หรืออาศัยคำที่นักเรียนใช้เพื่อนำไปสู่การแนะวิธีการคิด

15. ควรใช้ภาษาที่เหมาะสม รัดกุม เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้ และไม่ควรตำหนิเมื่อนักเรียนใช้ภาษาไม่ถูกต้อง ไม่เหมาะสม ไม่รัดกุม แต่ควรช่วยนักเรียนสรุปอีกครั้ง

16. ควรใช้ภาษาตรรกศาสตร์กับเหตุการณ์ทั่ว ๆ ไป เพื่อให้นักเรียนรู้สึกคุ้นเคยกับภาษาเหล่านั้น

17. ครูควรสร้างความเข้าใจว่าครูให้ความสำคัญกับการให้เหตุผล และในการประเมินควรจะมีการให้คะแนนสำหรับการให้เหตุผลจากงานที่ให้ทำ หรือในข้อสอบควรมีส่วนที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล

Chulalongkorn University

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ควรเริ่มส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกการคิดการวิเคราะห์และการสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผลภายใต้บรรยากาศที่สนับสนุนให้มีการอภิปรายแลกเปลี่ยนความคิดและแก้ปัญหาร่วมกัน โดยใช้กิจกรรมที่เน้นให้เกิดการฝึกคิดและการให้เหตุผลควบคู่กันไปตามสถานการณ์ที่กำหนดให้

2.5 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เป็นหลักสูตรแกนกลางที่กระทรวงศึกษาธิการได้จัดทำขึ้น มีลักษณะเป็นกรอบเพื่อเป็นแนวทางในการจัดการศึกษาในการพัฒนาผู้เรียนให้เป็นไปตามจุดหมายของหลักสูตร ในสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้กำหนดสาระเป็นองค์ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์และสาระที่เป็นทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์การประเมินผล

คณิตศาสตร์ต้องประเมินทั้งความรู้ในเชิงเนื้อหา และทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป้าหมายของการประเมินผู้เรียน คือ 1) เป็นการประเมินเพื่อจัดวางผู้เรียนให้เหมาะสมกับความสามารถ 2) เป็นการประเมินเพื่อพัฒนาและปรับปรุงการเรียนรู้ของผู้เรียน รวมทั้งเพื่อพัฒนาและปรับปรุงการสอนของผู้สอน ในการประเมินผลทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในด้านการให้เหตุผล สามารถประเมินผู้เรียนด้วยวิธีการอย่างหลากหลายวิธี เช่น สังเกตจากการพูดคุย การเขียน และการประเมินจากการกระทำทางคณิตศาสตร์ (Doing mathematics) โดยปกติแล้วผู้เรียนจะสามารถสร้างข้อคาดเดาจากตัวอย่างต่าง ๆ ที่ผู้เรียนได้เห็นหรือได้ลงมือกระทำ แล้วพัฒนาข้อโต้แย้งซึ่งขึ้นอยู่กับข้อมูลที่ผู้เรียนมีความรู้ว่าเป็นข้อเท็จจริงหรือไม่

สำหรับแผนกการศึกษาแห่งรัฐแคลิฟอร์เนีย (California State Department of Education, 1989 อ้างถึงใน พรรรทิพา พรหมรักษ์, 2552: 49-50) กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนกรณีข้อสอบที่เป็นแบบอัตนัยโดยแบ่งระดับคะแนนเป็น 6 ระดับ คือ 6, 5, 4, 3, 2 และ 1 มีรายละเอียดดังนี้

ระดับ 6 ตอบชัดเจน (Exemplary response) โดยให้คำตอบสมบูรณ์ ชัดเจน มีเหตุมีผล ไม่คลุมเครือและอธิบายได้ดีเยี่ยม ซึ่งรวมถึงการใช้แผนผังประกอบการอธิบายชัดเจน อ่านง่าย สามารถสื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบสำคัญทั้งหมดของปัญหา ยกตัวอย่างที่ใช้และไม่ใช้ มีข้อมูลสนับสนุนชัดเจนและหนักแน่น

ระดับ 5 ตอบโดยมีข้อมูลเพียงพอ (Competent response) อธิบายชัดเจน มีเหตุมีผลและสมบูรณ์ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายได้เหมาะสม สื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบที่สำคัญโดยส่วนใหญ่ของปัญหา มีข้อมูลสนับสนุนเพียงพอ

ระดับ 4 ตอบโดยมีข้อบกพร่องเล็กน้อย แต่มีข้อมูลน่าสนใจ (Minor flaws but satisfactory) ตอบคำถามถูกต้อง ครบถ้วน แต่อธิบายสับสน ข้ออ้างหรือข้อสนับสนุนไม่สมบูรณ์ แผนผังประกอบการอธิบายไม่เหมาะสม หรือไม่ชัดเจน แสดงความเข้าใจแนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในการตอบคำถาม ใช้แนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ระดับ 3 ตอบโดยมีข้อบกพร่องมากแต่ค่อนข้างพอใช้ (Serious flaws but satisfactory) เริ่มต้นในการตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ตอบคำถามบางคำถาม แสดงออกถึงความไม่เข้าใจแนวคิดหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คำนวณผิด นำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ผิด แก้ปัญหาผิดวิธี

ระดับ 2 เริ่มต้นได้แต่แก้ปัญหาไม่ได้ (Begin, but fails to complete problem) อธิบายไม่เข้าใจ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน แสดงถึงการไม่เข้าใจคำถาม คำนวณผิด

ระดับ 1 ไม่สามารถเริ่มต้นแก้ปัญหาได้ (Unable to begin effectively) คำตอบไม่สอดคล้องกับคำถาม นำเสนอข้อมูลที่ไม่เกี่ยวกับคำถามหรือไม่ตอบ

กรมวิชาการ (2546: 121-124) ได้กำหนดเกณฑ์การประเมินการให้คะแนนการทำข้อสอบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการให้เหตุผล ไว้ดังนี้

ตาราง 2 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบอัตนัย ทักษะ/กระบวนการให้เหตุผล ของกรมวิชาการ

ระดับคะแนน/ความหมาย	**ผลการทำข้อสอบอัตนัย**	**ความสามารถในการให้เหตุผล**
4/ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้องครบถ้วน	มีการอ้างอิงที่ถูกต้องบางส่วนและเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2/พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้องครบถ้วน หรือ การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใน
1/ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงวิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	มีความพยายามเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0/ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 121-123) ได้กล่าวเกี่ยวกับเกณฑ์การประเมินผู้เรียนด้านการให้เหตุผล ในการจัดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ช่วงชั้นที่ 3 และช่วงชั้นที่ 4 เพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนใช้เป็นกรอบในการประเมินคุณภาพของผู้เรียนด้านการให้เหตุผล ดังตาราง 3

ตาราง 3 แสดงเกณฑ์การประเมินเพื่อเป็นแนวทางให้ครูผู้สอนใช้เป็นกรอบในการประเมินคุณภาพของผู้เรียนด้านการให้เหตุผล

คะแนน/ความหมาย	**ความสามารถในการให้เหตุผลที่ปรากฏให้เห็น**
4/ดีมาก	มีการอ้างอิง เสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจอย่างสมเหตุสมผล
3/ดี	มีการอ้างอิงถูกต้องบางส่วน และเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
2/พอใช้	เสนอแนวคิดไม่สมเหตุสมผลในการประกอบการตัดสินใจ
1/ควรแก้ไข	มีความพยายามในการเสนอแนวคิดประกอบการตัดสินใจ
0/ต้องปรับปรุง	ไม่มีแนวคิดประกอบการตัดสินใจ

จากแนวทางการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังกล่าวข้างต้น สำหรับในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยเลือกใช้เกณฑ์การประเมินแบบรูบิค แยกตามองค์ประกอบของการให้เหตุผล 2 ด้าน คือ 1) ด้านการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์หรือข้อสรุป 2) ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป โดยในแต่ละด้านมีระดับการให้คะแนน 0 - 3 คะแนน ตามแนวทางการประเมินของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551: 121-123)

3. ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของการสื่อสารและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

National Council of Teachers of Mathematics (1989: 214) เสนอว่าการสื่อสารเป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ศัพท์ สัญลักษณ์ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงและทำความเข้าใจแนวคิด เป็นการผสมผสานความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายความเข้าใจของตนเอง โดยนักเรียนจะเข้าใจความคิดของตนเองอย่างลึกซึ้งเมื่อนักเรียนได้นำเสนอวิธีการแก้ปัญหาของตนเอง ได้พิสูจน์ความมีเหตุผลต่อคนอื่น หรือเมื่อนักเรียนได้ตั้งโจทย์หรือคำถาม ด้วยวิธีการสื่อสารที่หลากหลาย เช่น การเขียน การฟัง การพูด ต่อมาในปี 2000 NCTM (60-62) ได้แยก

การใช้สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อแนวคิดออกเป็นการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นการสื่อสารจึงเป็นวิธีการแลกเปลี่ยนและการทำความเข้าใจให้กระจ่างชัดเจน

Thomas (1991 อ้างถึงใน หทัยรัตน์ ยศแผ่น, 2556: 43) กล่าวว่า คณิตศาสตร์คือการสื่อสาร นักเรียนจำเป็นต้องมีการพัฒนาทักษะด้านการเขียน การพูด การฟังอย่างหลากหลายในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ การใช้สื่อต่าง ๆ เช่น วัตถุ รูปภาพ แผนภูมิ ล้วนเป็นสิ่งสำคัญของการสร้างมโนทัศน์และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารส่งเสริมให้นักเรียนมีโอกาสนำเสนอความคิดผ่านทางวัตถุ การวาดภาพ และการสร้างแผนภูมิ โอกาสในการสื่อสารเหล่านี้จะช่วยให้นักเรียนตระหนักถึงความสำคัญของการนำเสนอ การอภิปราย การอ่าน การเขียน และการฟัง ความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของการเรียนรู้และการใช้คณิตศาสตร์

Baroody and Coslick (1993) กล่าวว่า คณิตศาสตร์เป็นภาษาหนึ่งที่นอกจากช่วยในการคิดแล้วยังเป็นเครื่องมือในการค้นหาแบบรูป การแก้ปัญหา และใช้ในการสื่อสารแนวคิดต่าง ๆ ให้มีความชัดเจน ถูกต้องและรัดกุม

Reys, Lindquist, Lambdin, and Smith (2001) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่ใช้รวบรวมแนวคิดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูดและการเขียน เพื่อแสดงและอธิบายแนวคิดโดยเฉพาะการสื่อสารสองทาง ช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบาย รวบรวม และขยายแนวคิดแลกเปลี่ยนแนวคิดกับคนอื่น โดยใช้การสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย เช่น การสื่อสารด้วยภาพ การแสดงท่าทาง การเขียนกราฟ การเขียนแผนภูมิ และการใช้สัญลักษณ์ไปพร้อมกับการใช้ทั้งการพูดและการเขียน

Prestage (2002: 26) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสาร คือการที่นักเรียนสามารถกำหนดหรืออภิปราย อธิบายข้อมูลและข้อบันทึก และนำเสนอข้อค้นพบได้หลากหลายวัตถุประสงค์และหลากหลายวิธีการ การสื่อสารเกิดจากหลายวัตถุประสงค์ ทั้งการแสดงความคิดเห็นของตนเอง การทำความเข้าใจคำพูดและการเขียนของบุคคลอื่น ๆ และการทำให้ความคิดของตนเองมีความชัดเจน

อลิสรา ชมชื่น (2550) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษา คำศัพท์ สัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อสื่อสาร นำเสนอ อภิปราย อธิบายแนวคิดหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจ ด้วยวิธีการที่หลากหลาย โดยการพูด การฟัง การอ่าน และการเขียนได้อย่างถูกต้องและกระชับ

พรรรทิพา พรหมรักษ์ (2552) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นการใช้การพูดและการเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ รูปภาพและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ เพื่อแสดงแนวคิดและอธิบายแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจแนวคิดได้อย่างถูกต้องชัดเจน

อัมพร ม้าคนอง (2553) กล่าวว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการอธิบาย ชี้แจง แสดงความเข้าใจหรือความคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของตนเองให้ผู้อื่นได้รับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การอธิบายลำดับขั้นตอนการทำงาน การแสดงเหตุผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุปที่ได้ โดยการใช้ตาราง กราฟหรือค่าสถิติ ในการอธิบายหรือการนำเสนอข้อมูล

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) กล่าวว่า ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ เป็นความสามารถในการพูดและเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ ตัวแปร ตาราง กราฟ รูปภาพ และแบบจำลอง เพื่อแสดงหรืออธิบายแนวคิดของตนเองให้ผู้อื่นรับรู้ โดยใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง มีความกระชับ ชัดเจนและเหมาะสม

จากแนวความคิดเกี่ยวกับการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การสื่อสารทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นการใช้การพูดและการเขียน การใช้คำศัพท์ สัญลักษณ์ รูปภาพและโครงสร้างทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแนวคิดและอธิบายแนวความคิด ซึ่งแสดงความหมายและความสัมพันธ์ของแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของตนให้ผู้อื่นเข้าใจแนวคิดได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

3.2 ความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ในการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียนจะเกิดความเข้าใจเมื่อนักเรียนได้ปฏิบัติสิ่งต่าง ๆ ดังนี้ นำเสนอวิธีในการแก้ปัญหา อธิบายเหตุผลของตนเองต่อเพื่อน ๆ หรือต่อครู ตั้งปัญหายาก ๆ เป็นต้น ซึ่งการปฏิบัติสิ่งเหล่านี้ต้องใช้การสื่อสารทั้งสิ้น การสื่อสารช่วยให้นักเรียนเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ในขณะที่ลงมือปฏิบัติกิจกรรม วาดภาพ ใช้สื่ออุปกรณ์ ช่วยในการอธิบายการคำนวณ ใช้แผนผัง เขียนและใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

Mumme and Shepherd (1993) ได้เสนอประโยชน์ของการสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) การสื่อสารจะช่วยส่งเสริมในการทำความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน กล่าวคือ การแสดงออกทางความคิด การเข้าร่วมอภิปราย การฟังนักเรียนคนอื่น ๆ จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งขึ้น การฟังความคิดของคนอื่นจะเป็นวิธีการที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจความคิด

ของคนอื่นที่มีความคิดที่แตกต่างในสถานการณ์เดียวกัน นักเรียนจะสามารถสร้างความเข้าใจบนพื้นฐานของประสบการณ์ตรงและส่งเสริมการสร้างความรู้ที่ช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในสิ่งที่นักเรียนคิด

2) การสื่อสารเป็นวิธีการแลกเปลี่ยนความเข้าใจคณิตศาสตร์ซึ่งกันและกัน กล่าวคือ การให้นักเรียนสื่อสารโต้ตอบกันและกัน จะทำให้เกิดการช่วยเหลือแลกเปลี่ยนความคิดเห็น เกิดการเรียนรู้จากเพื่อนในกลุ่มมากกว่าการเรียนจากครู เพราะในกลุ่มนักเรียนด้วยกันจะใช้ภาษาในระดับเดียวกันย่อมพูดกันรู้เรื่องและไม่เกิดความอับอายในการซักถามเรื่องที่ตนไม่เข้าใจ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนที่อธิบายให้เพื่อนฟังเกิดความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งมากขึ้น เพราะนักเรียนที่อธิบายต้องศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมก่อนจะมาอธิบายได้ และยังเกิดความภาคภูมิใจในตนเองที่มีส่วนร่วมในการช่วยเหลือเพื่อน

3) การสื่อสารเป็นการเสริมสร้างให้นักเรียนรู้ คือ เมื่อครูเป็นผู้ตั้งคำถามและนักเรียนเป็นผู้ตอบโดยการพูดและการเขียนในสิ่งที่นักเรียนคิด หรือนักเรียนถามตอบกันเองจะทำให้นักเรียนเกิดความเชื่อมั่นในความสามารถทางคณิตศาสตร์ของตนเอง การให้นักเรียนรายงานสิ่งที่นักเรียนคิดเป็นประเด็นที่มีความสำคัญ เพราะนักเรียนจะต้องใช้ศักยภาพ และควบคุมการเรียนรู้ของตนเองในการศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติม และในที่สุดนักเรียนจะเปลี่ยนเป็นผู้เสริมสร้างความรู้ด้วยตนเอง

4) การสื่อสารเป็นการส่งเสริมสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมในการเรียนรู้ คือ การพูดและการฟังในกลุ่มเพื่อนจากการเรียนรู้เป็นกลุ่มย่อยเป็นวิธีที่ปลอดจากความวิตกกังวลในการแสดงความคิดใหม่ ๆ เมื่อการมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน ๆ เป็นสิ่งที่น่าสนุกสนานจะทำให้นักเรียนเกิดความเต็มใจในการร่วมมือกัน

5) การสื่อสารช่วยให้ครูได้หยั่งรู้ (Insight) ในความคิดของนักเรียน คือ ครูจะเรียนรู้สิ่งที่นักเรียนเรียนรู้ โดยการฟังสิ่งที่นักเรียนอธิบายโดยกระบวนการให้เหตุผล โดยความสามารถในการอธิบายเป็นทักษะที่ได้จากการฝึกฝนทักษะการสื่อสารในกลุ่มเพื่อนที่มีการใช้ภาษาอย่างง่าย ๆ และเหมาะสมกับระดับความสามารถของนักเรียน

จากความสำคัญของการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวสรุปได้ว่า การสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ จากการแสดงความคิด การอภิปรายและการฟังนักเรียนคนอื่น การสื่อสารเป็นวิธีการแลกเปลี่ยนความคิดและความเข้าใจ โดยเฉพาะการที่นักเรียนได้อธิบายเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ตนเข้าใจให้เพื่อนฟัง ซึ่งจะเกิดความเข้าใจทั้งผู้พูดและผู้ฟัง เนื่องจากนักเรียนมักใช้ภาษาในระดับเดียวกัน การสื่อสารเสริมสร้างให้นักเรียนได้รู้ จากการศึกษาค้นคว้าเพิมเติม เพื่อนำมาถ่ายทอดให้ผู้อื่นฟัง อีกทั้งการสื่อสารยังช่วยปรับสภาพแวดล้อมให้เหมาะสม

กับการเรียนรู้ เนื่องจากเมื่อนักเรียนเริ่มสื่อสารแล้วจะเกิดความสบายใจไม่กังวลกับการแสดงความคิดใหม่ ๆ และการสื่อสารของนักเรียนจะทำให้ครูได้ทราบสิ่งที่นักเรียนรับรู้

3.3 แนวทางการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

เป้าหมายของการเรียนรู้คณิตโดยการสื่อสาร คือ เป็นวิธีการให้นักเรียนได้พูด ฟัง อ่าน และเขียนภาพ ศัพท์ ภาษา และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ อธิบายความสัมพันธ์ นักเรียนจึงต้องมีโอกาสในการทดสอบความคิดของตนเองในสังคมคณิตศาสตร์ในห้องเรียน โดยครูสามารถส่งเสริมกิจกรรมการสื่อสารในห้องเรียนได้ด้วยการสร้างสังคมที่นักเรียนรู้สึกมีอิสระในการแสดงออกทางความคิด ครูกระตุ้นการสื่อสารของนักเรียนด้วยการใช้คำถามนำแล้วให้นักเรียนอธิบายแนวคิดของตนโดยให้เพื่อน ๆ มีส่วนร่วมในการอภิปรายแนวคิดนั้นโดยการอภิปรายข้อดีและข้อบกพร่องของแต่ละแนวทางและร่วมกันตัดสินใจเลือกแนวทางการแก้ปัญหาที่ดีที่สุด ก่อให้เกิดปฏิสัมพันธ์แลกเปลี่ยนความคิดซึ่งกันและกัน ดังนั้นการจัดการเรียนการสอนโดยใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พูดและมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน ๆ และครู เพื่อให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น อธิบายเหตุผล และนักเรียนได้รับฟังความคิดเห็นของเพื่อนพร้อมทั้งสะท้อนความคิดของเพื่อนด้วย และให้นักเรียนได้ฝึกการอ่านและการเขียนไปพร้อมกัน โดยเฉพาะนักเรียนที่เรียนอ่อนอาจจะไม่เข้าใจแนวคิดบางอย่างซึ่งคนอื่นเข้าใจแล้ว ดังนั้นครูจึงต้องให้ความช่วยเหลือเป็นพิเศษ การเรียนรู้โดยผ่านมุมมองของคนอื่นเป็นสิ่งที่กระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียนกลุ่มนี้ การมีส่วนร่วมในการอภิปรายในชั้นเรียนเป็นสิ่งท้าทายของนักเรียนบางคน ดังนั้นครูควรส่งเสริมการสื่อสารให้มากขึ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

Rowan and Morrow (1993) ได้เสนอแนวทางการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

1) การนำเสนอสื่อรูปธรรม แล้วให้นักเรียนพรรณนาถึงสิ่งที่พบ

2) ใช้เนื้อหา เรื่องราว หรืองานที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียน เช่น โครงงานที่มีกิจกรรมสืบค้นเป็นสิ่งที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้สื่อสารโดยตรง กิจกรรมเช่นนี้ช่วยให้นักเรียนเห็นคุณค่าทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นวิชาที่มีประโยชน์ในการดำเนินชีวิต และเป็นเรื่องราวที่เกี่ยวข้องและใกล้ตัวนักเรียนทำให้การสื่อสารเป็นไปอย่างสมบูรณ์

3) การใช้คำถาม โดยเฉพาะคำถามปลายเปิดจะเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงการตอบสนองออกมา คำถามปลายเปิดเป็นคำถามที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้คิดอย่างหลากหลาย และมีการคิดอย่างสร้างสรรค์

4) ให้โอกาสนักเรียนได้เรียนได้เขียนสื่อสารแนวคิด เพื่อให้นักเรียนเห็นว่าการเขียนเป็นส่วนสำคัญของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องเข้าใจว่าทำไมต้องเขียนอธิบาย นั่นคือเป้าหมายของการเขียนต้องชัดเจน

การสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์โดยการเขียนเป็นทักษะการสื่อสารที่ช่วยให้นักเรียนมีความชัดเจนในแนวคิด ช่วยพัฒนาการรับรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้ทราบว่าตนเองมีความคิดเห็นและมีความเข้าใจอย่างไร เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนที่ไม่กล้าแสดงออกด้วยการพูดได้แสดงออกโดยการเขียน

5) ใช้การเรียนแบบร่วมมือซึ่งกันและกัน (Cooperative and collaborative group) เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร

6) ใช้การชี้แนะโดยตรงและโดยอ้อม (Overt and covert clues) การตอบสนองต่อคำถามของนักเรียน การบริการและจัดระบบชั้นเรียน เป็นการชี้แนะให้นักเรียนได้ทราบถึงสิ่งที่คาดหวังและมาตรฐานในการเรียนรู้ เพื่อที่นักเรียนจะได้แสดงแนวคิดเหล่านั้นได้อย่างไม่ต้องกังวล

Buschman (1995) ได้แนะนำการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาการสื่อสารไว้ดังนี้

1) เสนอปัญหาและคำตอบ และให้นักเรียนเขียนข้อความที่เห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วยกับคำตอบ

2) เสนอปัญหาที่แก้ผิดบ่อย ๆ ให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อผิดพลาดนั้น

3) เสนอปัญหาที่ประกอบด้วยข้อมูล และเงื่อนไขของปัญหาให้นักเรียนเขียนปัญหาใหม่ และมีข้อมูลและเงื่อนไขไม่แตกต่างจากปัญหาเดิม แล้วให้นักเรียนแก้ปัญหาทั้ง 2 ข้อ

4) เสนอปัญหาและวิธีการแก้ปัญหาบางส่วน แล้วให้นักเรียนหาทางแก้ปัญหาต่อให้สำเร็จ และให้นักเรียนคิดหาวิธีแก้ปัญหาแบบใหม่และอธิบายวิธีแก้ปัญหานั้น

5) เสนอปัญหาและข้อเท็จจริงที่ไม่เกี่ยวกับคำตอบ นักเรียนระบุข้อเท็จจริงเหล่านั้นและเขียนปัญหานั้นใหม่โดยตัดข้อเท็จจริงที่ไม่เกี่ยวข้องออกไป

6) เสนอปัญหา แล้วให้นักเรียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหา โดยใช้เพียงคำสั้น ๆ

7) หลังจากนักเรียนแก้ปัญหาเสร็จแล้ว ให้นักเรียนเขียนปัญหาใหม่ที่มีบริบทแตกต่างกันไป แต่ยังมีโครงสร้างปัญหาเหมือนเดิม

8) เสนอปัญหาในชีวิตจริงที่ไม่มีตัวเลขแก่นักเรียน ให้นักเรียนประมาณคำตอบและตัวเลขที่หายไป

9) เสนอกราฟหรือตารางให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนเขียนเรื่องที่นำเสนอข้อมูลในกราฟหรือตารางนั้น

10) เสนอปัญหาปลายเปิดให้นักเรียน แล้วให้นักเรียนค้นหาข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา

11) ให้นักเรียนเขียนเรื่องราวใหม่โดยมีข้อมูลที่เป็นตัวเลขอยู่ด้วยเพื่อใช้เป็นแหล่งในการสร้างโจทย์ปัญหา

National Council of Teachers of Mathematics (2000) ได้กำหนดมาตรฐานของการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนในระดับอนุบาลถึงเกรด 12 ไว้ ดังนี้

1) จัดระบบและรวบรวมเหตุผลความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองผ่านการสื่อสาร

2) สื่อสารความคิดทางคณิตศาสตร์อย่างเชื่อมโยงกันและชัดเจนแก่เพื่อน ครู และคนอื่น ๆ

3) วิเคราะห์ภาษาทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างกระชัด ซึ่งพฤติกรรมการปฏิบัติที่บ่งชี้ถึงการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย

1) การแปลความหมายความสัมพันธ์ของเครื่องหมายทางพีชคณิต

2) การใช้สถิติ ตาราง และกราฟในการสื่อสารแนวคิดและข้อมูลเพื่อการสร้างความเชื่อมั่นในการนำเสนอและวิเคราะห์การนำเสนอของคนอื่นที่มีลักษณะการนำเสนอที่ลำเอียงหรือลวงตา (deceptive)

3) สื่อสารความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของตนเอง สาธิตขั้นตอนเป็นลำดับอย่างสมเหตุสมผลเพื่อสนับสนุนข้อสรุป

กรมวิชาการ (2546) ได้เสนอแนวทางในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้เกิดทักษะการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1) กำหนดโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน

2) ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติและแสดงความคิดเห็นด้วยตนเอง โดยครูชี้แนะแนวทางในการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ

การฝึกทักษะการสื่อสารต้องทำอย่างต่อเนื่อง โดยสอดแทรกอยู่ทุกขั้นตอนของการจัดการการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ให้นักเรียนคิดตลอดเวลาที่เห็นปัญหาว่า ทำไมถึงเป็นเช่นนั้น จะมีวิธีการแก้ปัญหาอย่างไร เขียนรูปแบบความสัมพันธ์เป็นอย่างไร จะใช้ภาพ ตาราง หรือกราฟใดช่วยในการสื่อสารความหมายทางคณิตศาสตร์

หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 (กรมวิชาการ, 2546) ได้กำหนดมาตรฐานการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนให้บรรลุผลตรงกันไว้ดังตาราง 4 ดังนี้

ตาราง 4 มาตรฐานในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้น			
ป. 1-3	ป. 4-6	ม. 1-3	ม. 4-6
ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนออย่างถูกต้อง และเหมาะสม	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนออย่างถูกต้อง และเหมาะสม	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนออย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมายและนำเสนออย่างถูกต้อง ชัดเจน และรัดกุม

โดยกรมวิชาการ (2546) ได้แจกแจงความสามารถในการแสดงออกตามขั้นตอนของทักษะการสื่อสารที่จะนำมาประเมินการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

1) เลือกรูปแบบของการสื่อสาร การสื่อความหมายและนำเสนอด้วยวิธีการที่เหมาะสม

2) ใช้ข้อความ ศัพท์ สูตร สมการ หรือแผนภูมิที่เป็นสากล

3) บันทึกผลงานในทุกขั้นตอนอย่างสมเหตุสมผล

4) สรุปสาระสำคัญที่จากการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งการเรียนรู้

5) เสนอความคิดเห็นที่เหมาะสมกับปัญหา

ดังนั้นจากคำกล่าวข้างต้นจะเห็นได้ว่า การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอเป็นทักษะที่สามารถพัฒนาได้ แนวทางในการส่งเสริมและพัฒนาทักษะการสื่อสารนั้นควรเน้นให้นักเรียนมีโอกาสปฏิสัมพันธ์ มีโอกาสในการอธิบายแนวคิด เหตุผลของตนเองอย่างต่อเนื่องทั้งที่อยู่ในรูปของภาษาพูดและภาษาเขียน

3.4 การประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Suzzanne (1993: 16-23 อ้างถึงใน พรรรทิพา พรหมรักษ์, 2552: 57) ได้เสนอกฎเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริคทั่ว ๆ ไป (General Rubric) ซึ่งพัฒนาจากโปรแกรมการประเมินผลของแคลิฟอร์เนีย (California State Department of Education, 1989 อ้างถึงใน พรรรทิพา พรหมรักษ์, 2552: 57) เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างรูบริคเฉพาะ (Specific Rubric) สำหรับการตรวจให้คะแนนด้วยวิธีการประเมิน (Holistics) ไว้ 5 ระดับ คือ 0 – 4 คะแนนดังตาราง 5

ตาราง 5 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริค

ระดับคะแนน 4	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการด้านคณิตศาสตร์ ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์อย่างเหมาะสม ปฏิบัติตามขั้นตอนการคำนวณให้สมบูรณ์ ถูกต้อง
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	ใช้ข้อมูลภายนอกให้ตรงประเด็น ตามคุณสมบัติที่เป็นแบบแผน ระบุส่วนประกอบที่สำคัญทั้งหมดของปัญหาและแสดงความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น พิจารณาความเหมาะสมและวิธีที่เป็นระบบสำหรับการแก้ปัญหา แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขได้ชัดเจนและอธิบายกระบวนการได้สมบูรณ์และเป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจน ไม่คลุมเครือ อาจจะมีแผนภาพประกอบที่สมบูรณ์ สื่อสารอย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน แสดงความเชี่ยวชาญในการให้เหตุผลอย่างสมบูรณ์ อาจมีการยกตัวอย่างประกอบการให้เหตุผล
ระดับคะแนนแบบ 3	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการด้านคณิตศาสตร์เกือบสมบูรณ์ ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ถูกต้องเกือบทั้งหมด ปฏิบัติตามขั้นตอนการคำนวณได้ถูกต้องเป็นส่วนมาก แต่อาจมีความผิดพลาดอยู่เล็กน้อย

ตาราง 5 (ต่อ)

ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	ใช้ข้อมูลภายนอกได้ตรงประเด็น ตามคุณสมบัติที่เป็นแบบแผนและไม่เป็นแบบแผน ระบุส่วนประกอบที่สำคัญที่สุดของปัญหาและแสดงความเข้าใจทั่ว ๆ ไปของความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการการแก้ไขได้ชัดเจนและอธิบายกระบวนการได้สมบูรณ์และเป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบให้สมบูรณ์ ชัดเจนไม่คลุมเครือ อาจจะมีแผนภาพประกอบที่สมบูรณ์หรือเกือบสมบูรณ์ การสื่อสารส่วนใหญ่มีประสิทธิภาพ เพื่อชี้แจงผู้อ่าน (ผู้ตรวจ) แสดงการสนับสนุน การให้เหตุผลอย่างเหมาะสม แต่อาจจะมีช่องว่าเล็กน้อย
ระดับคะแนนแบบ 2	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการบางส่วนในคณิตศาสตร์ ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ส่วนมากผิด การคำนวณอาจพลาด
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	ระบุส่วนประกอบที่สำคัญได้บ้าง แต่แสดงความเข้าใจในความสัมพันธ์ระหว่างส่วนประกอบนั้น แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขได้บ้าง แต่การอธิบายกระบวนการอาจไม่สมบูรณ์หรือบางทีไม่เป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบไม่ชัดเจนหรือมีสองนัย แผนภาพประกอบบกพร่อง หรือไม่ชัดเจน การสื่อสารคลุมเครือหรือตีความได้ยาก การให้เหตุผลอาจไม่สมบูรณ์หรือไม่มีหลักฐานสนับสนุน
ระดับคะแนนแบบ 1	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความเข้าใจในแนวคิดและหลักการในคณิตศาสตร์ได้น้อยมาก ใช้คำศัพท์เฉพาะและสัญลักษณ์ (เครื่องหมาย) ทางคณิตศาสตร์ผิด การคำนวณผิดพลาด
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	พยายามใช้ข้อมูลภายนอกไม่ตรงประเด็น ระบุส่วนประกอบที่สำคัญของปัญหาผิดหรือเน้นส่วนประกอบที่ไม่สำคัญมากเกินไป แสดงหลักฐานอธิบายกระบวนการแก้ไขไม่สมบูรณ์หรือไม่เหมาะสม การอธิบายกระบวนการแก้ไขอาจจะไม่สมบูรณ์หรือบางทีไม่เป็นระบบ
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	อธิบายคำตอบไม่ชัดเจน หรือเข้าใจยาก แผนภาพประกอบไม่ถูกต้องตามสถานการณ์หรือไม่ชัดเจน การสื่อสารคลุมเครือหรือตีความยาก

ตาราง 5 (ต่อ)

ระดับคะแนนแบบ 0	
ความรู้ทางคณิตศาสตร์	แสดงความไม่เข้าใจในแนวคิดและหลักการในคณิตศาสตร์
ความรู้เกี่ยวกับกลยุทธ์	พยายามใช้ข้อมูลภายนอกที่ไม่ตรงประเด็น ระบุส่วนประกอบของปัญหาผิด ลอกส่วนปัญหาของโจทย์มาแต่พยายามแก้ปัญหา
การสื่อสารทางคณิตศาสตร์	การสื่อสารไม่มีประสิทธิภาพ คำที่ใช้ไม่เกี่ยวกับปัญหา แผนภาพประกอบผิดหมด

Kennedy and Tipps (1994) กล่าวถึงเกณฑ์ในการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น 3 ด้าน ดังนี้

1) ภาษาทางคณิตศาสตร์ (Language of mathematics)
   - ไม่ใช้หรือใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ไม่เหมาะสม
   - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเป็นบางครั้ง
   - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสมเกือบทุกครั้ง
   - ใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ได้เหมาะสม ถูกต้อง สละสลวย

2) การแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematics representation)
   - ไม่ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
   - มีการใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์
   - ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องและเหมาะสม
   - ใช้แนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้เข้าใจ ชัดเจน

3) ความชัดเจนของการนำเสนอ (Clarity of presentation)
   - การนำเสนอไม่ชัดเจน (สับสน ไม่สมบูรณ์ ขาดรายละเอียด)
   - การนำเสนอมีความชัดเจนในบางส่วน
   - การนำเสนอมีความชัดเจนเกือบสมบูรณ์
   - การนำเสนอชัดเจนสมบูรณ์ (เป็นระบบ สมบูรณ์ มีรายละเอียดครบ)

กรมวิชาการ (2546: 121-124) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนการทำแบบทดสอบอัตนัย ทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังตาราง 6

ตาราง 6 แสดงเกณฑ์การให้คะแนน การทำแบบทดสอบอัตนัย ทักษะกระบวนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน/ความหมาย	**ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย**	**ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์**
4/ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอน เป็นระบบ กระชับ ชัดเจน และมีรายละเอียดที่สมบูรณ์
3/ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้องครบถ้วน	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบตามลำดับขั้นตอนได้ถูกต้อง ขาดรายละเอียดที่สมบูรณ์
2/พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนหรือไม่แสดงวิธีทำ แต่คำตอบถูกต้องครบถ้วน หรือการแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์พยายามนำเสนอโดยใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตารางแสดงข้อมูลประกอบชัดเจนบางส่วน
1/ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงวิธีทำ และคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง	ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อย่างง่าย ๆ ไม่ได้ใช้กราฟ แผนภูมิ หรือตาราง และการนำเสนอข้อมูลไม่ชัดเจน
0/ไม่พยายาม	ไม่ทำหรือทำได้ไม่ถึงเกณฑ์	ไม่นำเสนอ

จากแนวทางการประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังกล่าว ผู้วิจัยได้เลือกใช้เกณฑ์การประเมินแบบรูบิค โดยแบ่งเกณฑ์การตรวจให้คะแนนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เป็น 3 ด้าน ตามแนวคิดของ Kennedy and Tipps (1994) คือ 1) ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ 2) ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ 3) ด้านการนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหา และในแต่ละด้านในงานวิจัยนี้ได้แบ่งเกณฑ์การให้คะแนน ตามแนวทางของกรมวิชาการ ระดับคะแนน 0 - 3 คะแนน

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

4.1.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการตั้งปัญหา

งานวิจัยในต่างประเทศ

Connor and Hawkins (1936: 21-29) ได้ศึกษาผลของการเรียนโดยใช้การตั้งปัญหากับนักเรียนชั้นประถมศึกษา โดยการให้นักเรียนตั้งปัญหาหรือสร้างปัญหาขึ้นมาด้วยตนเอง ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่เรียนโดยใช้การตั้งปัญหาหรือสร้างปัญหาขึ้นมาด้วยตนเองมีความสามารถและทักษะในการแก้ปัญหาทางเรขาคณิตสูงขึ้นและยังช่วยพัฒนามโนทัศน์ทางเรขาคณิตให้สูงขึ้นด้วย

Wirtz and Kahn (1982: 21-25) ได้ศึกษาผลการใช้การตั้งปัญหา โดยทดลองกับนักเรียนระดับชั้นอนุบาลจนถึงนักเรียนเกรด 6 จากนักเรียนหลาย ๆ โรงเรียน โดยแบ่งกลุ่มทดลองออกเป็น 3 กลุ่ม ซึ่งกลุ่มที่หนึ่งจะได้รับการสอนโดยใช้ปัญหาจากปัญหาที่มีอยู่ในหนังสือเท่านั้น กลุ่มที่สองได้รับการสอนโดยไม่ใช้วิธีการแก้ปัญหา และกลุ่มที่สามได้รับการสอนโดยใช้การตั้งปัญหา ผลการทดลองพบว่า กลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้การตั้งปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่าทั้งสองกลุ่ม

Ferguson and Fairburn (1985: 504-507) ได้ศึกษาผลของการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนเกรด 2 โดยใช้ระยะเวลาในการทดลอง 6 เดือน ผลการทดลองพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้การตั้งปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงขึ้น

Dickerson (1999: 83-85) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างวิธีการสอนที่แตกต่างกัน 5 วิธี กับความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน ซึ่งวิธีการสอนแต่ละวิธีเป็นวิธีการสอนที่ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน พบว่า วิธีการสอนโดยใช้การตั้งปัญหามีความสัมพันธ์อย่างสูงในทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน

Rudnitsky, Etheredge, Freeman, and Gilbert (1995) ได้ทดลองสอนโดยใช้การตั้งปัญหากับนักเรียนเกรด 3 และเกรด 4 โดยให้นักเรียนตั้งปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการบวกและการลบด้วยตนเอง ผลการทดลองพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ตั้งปัญหาเกี่ยวกับการบวกและการลบขึ้นมาด้วยตัวเองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นและมีความคงทนในการเรียนรู้สูง

Sayed (2002) ได้ศึกษาผลของการใช้การตั้งปัญหาที่มีต่อการดำเนินการแก้ปัญหาของนักศึกษาวิชาชีพครูคณิตศาสตร์ ที่กำลังศึกษาชั้นปีที่ 3 วิชาเอกคณิตศาสตร์/คอมพิวเตอร์ มหาวิทยาลัย Sultan Qaboos จำนวน 50 คน โดยแบ่งนักศึกษาออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 25 คน ได้แก่ กลุ่มควบคุม และกลุ่มทดลอง ซึ่งกลุ่มควบคุมได้เรียนโดยใช้กลวิธีการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Polya (1973) เพียงอย่างเดียว ส่วนกลุ่มทดลองได้เรียนโดยใช้กลวิธีการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Poya (1973) เช่นเดียวกัน แต่หลังจากแก้ปัญหาแล้ว นักเรียนจะได้ตั้งปัญหาที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเดิม ผลการวิจัยพบว่า นักศึกษาที่ได้รับการสอนโดยใช้กลวิธีการตั้งปัญหาหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาได้คะแนนสูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

งานวิจัยในประเทศ

สุริเยศ สุขแสวง (2548) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสุรินทร์ ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่ากลุ่มที่เรียนตามปกติ แต่มีความคิดสร้างสรรค์ไม่แตกต่างกันกับกลุ่มที่เรียนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สายสุณี สุทธิจักษ์ (2551) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จังหวัดหนองคอย ผลการศึกษาพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ แต่มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันกับกลุ่มที่ได้เรียนตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4.1.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการใช้คำถามปลายเปิด

งานวิจัยในประเทศ

เจนสมุทร แสงพันธ์ (2548) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การใช้คำถามปลายเปิดในการ จัดการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่ พบว่านักเรียนมีการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น

พีชาณิกา เพชรสังข์ (2556) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามรถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับกลุ่มตัวอย่างจำนวน 60 คน เป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมจำนวนกลุ่มละ 30 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองมีการพัฒนาดีขึ้น

4.1.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสืบสอบ

งานวิจัยในต่างประเทศ

Scott (1977: 132-143) ได้ศึกษาบทบาทของการสอนคณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อการคิดแบบต่าง ๆ โดยใช้วิธีสอนที่มีการปรับปรุงขั้นตอนมาจากวิธีสอนแบบสืบสอบของซัชแมน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 6 จำนวน 79 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 39 คน และกลุ่มควบคุม 40 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบมีความสามารถในการคิดวิเคราะห์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบสอบมีความสามารถในการคิดแบบสรุปอ้างอิงสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Williams (1981: 1605-A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบทัศนคติ ผลสัมฤทธิ์ และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ระหว่างการสอนแบบสืบสอบกับการสอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลางในวิชาประวัติศาสตร์อเมริกา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของกลุ่มที่สอนแบบสืบสอบสูงกว่ากลุ่มที่สอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลาง

Thompson (2000: 61-10B) ได้ศึกษาการสอนแบบสืบสอบและการใช้ตัวแทนการสืบสอบวิชาคณิตศาสตร์ในระดับวิทยาลัย โดยศึกษาจากการสังเกตครูและนักเรียนจำนวน 2 ห้องเรียน ในขณะที่มีการเรียนการสอนวิชาแคลคูลัสสำหรับคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงประกอบกับการสังเกตจากสภาพทั่ว ๆ ไปในการดำเนินการจัดกิจกรรมของห้องเรียนและทักษะการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากการบันทึกวีดีโอเทปและสัมภาษณ์ครู 1 คน กับนักเรียน 6 คน และศึกษาจากรายงานการทดลองของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า จุดมุ่งหมายของครูและเวลาเรียนมีผลต่อการพัฒนาการสืบสอบ การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์และการใช้ภาษาของนักเรียนทั้ง 2 ห้อง เมื่อมีเวลามากการดำเนินการของห้องก็จะเป็นการใช้คำถามของนักเรียนในการสืบสอบเพื่อพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พัฒนาความเข้าใจของนักเรียน และมีการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับวิทยาศาสตร์บ่อยครั้ง แต่ถ้ามีเวลาน้อยเพื่อให้ครอบคลุมเนื้อหาหัวข้อต่าง ๆ ในห้องเรียนจะดำเนินไปด้วยคำถามและวิธีการของครู มีการเชื่อมโยงวิทยาศาสตร์กับคณิตศาสตร์น้อย แต่อย่างไรก็ตามนักเรียนทั้ง 2 กลุ่ม ยังคงไว้ซึ่งกระบวนการสร้างมโนทัศน์เกี่ยวกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ที่ได้ไปประยุกต์ใช้ให้สอดคล้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้

Goos (2004: 258-291) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนเกรด 11 และเกรด 12 ในรัฐควีนแลนด์ ประเทศออสเตรเลีย ซึ่งเป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพ ทำการศึกษาเป็นระยะมากกว่า 2 ปี โดยวิเคราะห์พฤติกรรมของนักเรียนในห้องเรียนของการสืบสอบและจากการอัดวีดีโอเทป ผลการวิจัยว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการช่วยส่งเสริมความสามารถในการหาข้อสรุปและอ้างเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

Brown, Wilson, and Fitzallen (2007: 1-12) ได้ทำการศึกษาผลการใช้แนวการสอนแบบสืบสอบที่มีต่อการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในรัฐเทสมาเนีย ประเทศออสเตรเลีย ผ่านการใช้ชุดการสอนแบบสืบสอบ 5 ชุด ผลการวิจัยพบว่า แนวการสอนแบบสืบสอบของครูมีประสิทธิภาพในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

Lavigne and Lajoie (2007: 630-666) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมโดยใช้กระบวนการสืบสอบเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติของนักเรียนเกรด 7 ซึ่งกระบวนการสืบสอบที่ใช้แบ่งเป็น 4 ขั้น คือ ขั้นตั้งคำถาม ขั้นเก็บรวบรวมข้อมูล ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล และขั้นนำเสนอข้อมูล กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 6 คน ซึ่งแบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน โดยผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ลักษณะของการให้เหตุผลทางสถิติของนักเรียนผ่านการอัดวีดีโอ แล้วให้ผู้ประเมินจำนวน 2

คน ทำการถอดเทป แล้ววิเคราะห์พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกระหว่างการอภิปรายของกลุ่มในทุก ๆ ขั้นตอนของการสืบสอบ ผลการวิจัยพบว่า หลังจากจัดกิจกรรมผ่านกระบวนการสืบสอบ นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติสูงขึ้น และนักเรียนสามารถให้เหตุผลทางสถิติได้สูงสุดในขั้นตอนของการวิเคราะห์ข้อมูลและการนำเสนอข้อมูล

Staples (2007: 161-217) ศึกษาเกี่ยวกับผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับนักเรียนเกรด 9 ในรัฐคอนเนตทิคัด ประเทศสหรัสอเมริกา ซึ่งได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบผ่านการอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นของนักเรียนจำนวน 20 คนเป็นเวลา 12 สัปดาห์ และทำการเก็บรวบรวมข้อมูลจากเอกสารตัวอย่างงานของนักเรียน การสัมภาษณ์ครูและนักเรียน และอัดวีดีโอเทปเพื่อศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนในห้องเรียนของการสืบสอบ ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสืบสอบเป็นวิธีการที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น

งานวิจัยในประเทศ

กมลทิพย์ ต่อคิด (2544) ได้ศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการฝึกกระบวนการสืบสอบกับการสอนปกติ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 84 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 42 คน และกลุ่มควบคุม 42 คน ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการคิดเชิงเหตุผล และความสามารถในการคิดแก้ปัญหาของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

โสมรัศมิ์ ดาหลาย (2551) ได้ศึกษาผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบกับการสอนแบบปกติ กลุ่มตัวอย่างจำนวน 79 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 41 คน และกลุ่มควบคุม 38 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยในต่างประเทศ

Ray (1979: 3220-A) ได้ทดลองเพื่อเปรียบเทียบอิทธิพลของการใช้คำถามในระดับต่ำ (Lower level question) กับคำถามในระดับสูง (Higher level question) ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลเชิงนามธรรมและการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายวิชาเคมี โดยแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 กลุ่ม จัดการเรียนการสอนให้เหมือนกันทั้งสองกลุ่มยกเว้นการใช้คำถามที่ต่างกัน โดยกลุ่มหนึ่งจะใช้คำถามที่เป็นคำถามระดับสูง ส่วนอีกกลุ่มเป็นคำถามระดับต่ำ ใช้เวลาทดสอบ 24 สัปดาห์ผลการวิจัยพบว่าคะแนนการใช้เหตุผลเชิงนามธรรมและการคิดอย่างมีเหตุผลของนักเรียนกลุ่มที่ใช้คำถามในระดับสูง สูงกว่าคะแนนของนักเรียนกลุ่มที่ใช้คำถามในระดับต่ำที่ระดับนัยสำคัญ .01

Williams (1981: 1605-A) ได้ทำการวิจัยเพื่อศึกษาเปรียบเทียบทัศนคติ ผลสัมฤทธิ์ และความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล ระหว่างการสอนแบบสืบสอบกับการสอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลางในวิชาประวัติศาสตร์อเมริกา ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลของกลุ่มที่สอนแบบสืบสอบสูงกว่ากลุ่มที่สอนแบบเดิมที่ครูเป็นศูนย์กลาง

Lavigne and Lajoie (2007: 630-666) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมโดยใช้กระบวนการสืบสอบเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติของนักเรียนเกรด 7 ซึ่งกระบวนการสืบสอบที่ใช้แบ่งเป็น 4 ขั้น ขั้นตั้งคำถาม ขั้นเก็บรวบรวมข้อมูล ขั้นวิเคราะห์ข้อมูล และขั้นนำเสนอข้อมูล กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 6 คน ซึ่งแบ่งเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน โดยผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ลักษณะของการให้เหตุผลทางสถิติของนักเรียนผ่านการอัดวีดีโอ แล้วให้ผู้ประเมินจำนวน 2 คน ทำการถอดเทป แล้ววิเคราะห์พฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกระหว่างการอภิปรายของกลุ่มในทุก ๆ ขั้นตอนของการสืบสอบ ผลการวิจัยพบว่า หลังจากจัดกิจกรรมผ่านกระบวนการสืบสอบ นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางสถิติสูงขึ้น และนักเรียนสามารถให้เหตุผลทางสถิติได้สูงสุดในขั้นตอนของการวิเคราะห์ข้อมูลและการนำเสนอข้อมูล

งานวิจัยในประเทศ

โสมรัศมิ์ ดาหลาย (2551) ได้ศึกษาผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 กับกลุ่มตัวอย่างจำนวน 79 คน เป็นกลุ่มทดลองจำนวน 41 คน และกลุ่มควบคุม

จำนวน 38 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เสาวรัตน์ รามแก้ว (2552) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแนะแนวทางที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับกลุ่มตัวอย่างจำนวน 66 คน เป็นกลุ่มทดลองจำนวน 34 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 32 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทางมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และมีพฤติกรรมการเรียนรู้มโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์พัฒนาขึ้นอย่างเป็นลำดับ นักเรียนสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล สร้างข้อความคาดการณ์ สรุป และตรวจสอบมโนทัศน์ได้ด้วยตัวของนักเรียนเอง

นาเดีย กองเป็ง (2555) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 กับกลุ่มตัวอย่างจำนวน 99 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันจำนวน 50 คน และกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ จำนวน 49 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกระทรวงศึกษาธิการคือสูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 อีกทั้งความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

วรนารถ อยู่สุข (2555) ได้ศึกษาการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์และวงจรการเรียนรู้เชิงประสบการณ์ กับกลุ่มตัวอย่างจำนวน 44 คน ผลการทดลองพบว่าภายหลังใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์และวงจรการเรียนรู้เชิงประสบการณ์นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 และสูงกว่าก่อนการใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์และวงจรการเรียนรู้เชิงประสบการณ์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 80 คน เป็นกลุ่มทดลองจำนวน 40 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้พัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนยังสูงขึ้นอย่างเป็นลำดับ นักเรียนสามารถวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด แสดงข้อสรุปของข้อมูล ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายเพื่อยืนยันหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล

4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

งานวิจัยในต่างประเทศ

Senne-Dibble (1995) ได้ศึกษาวิเคราะห์เทคนิคการประเมินเพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยคำพูดกับการเขียนของนักเรียนเกรด 4 โดยสุ่มนักเรียนมา 2 กลุ่ม เป็นกลุ่มอภิปราย 1 กลุ่ม และกลุ่มเขียนบันทึก 1 กลุ่ม แต่ละกลุ่มได้รับการสอนเรื่อง เรขาคณิตเหมือนกัน มีวัตถุประสงค์เพื่อให้เข้าใจเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ โดยการพูดและเขียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนเกรด 4 มีความเข้าใจและการใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ได้ดี เมื่อเขาคิดเขาก็พูดได้ 84% ของนักเรียนในกลุ่มอภิปราย และ 42% ของนักเรียนในกลุ่มเขียนสามารถเขียนสื่อสารความเข้าใจ ทางคณิตศาสตร์ของตนได้เหมาะสม เมื่อนักเรียนได้รับการประเมินความสามารถในการสื่อสาร ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ปรากฏว่า 25% ของกลุ่มเขียนสื่อได้เข้าใจ และ 75% ของกลุ่มอภิปรายสื่อความเข้าใจได้ตามความคิดของตนเอง

Rodeheaver (2000) ได้ทำการศึกษากรณีศึกษาระหว่างนักเรียนและครู และความร่วมมือของครูที่สอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา เพื่อศึกษาว่าการสื่อสารอะไรบ้างที่มีผลต่อการเรียนการสอน และทำการประเมินข้อมูลย้อนกลับจากนักศึกษาครู ผลปรากฏว่าข้อมูลย้อนกลับของนักศึกษานี้แสดงถึงครูได้ให้ความสำคัญกับการสื่อสารอย่างมาก โดยมีการจัดการสื่อสารเข้าไปในกระบวนการเรียนการสอน แต่ว่าคุณภาพของการสื่อสารนั้นจะเป็นการเน้นเพียงให้บรรลุจุดมุ่งหมายเท่านั้น ไม่ได้เน้นในด้านการปฏิบัติ ซึ่งในการใช้การสื่อสารในการทดลองนี้ไม่ได้รับความเป็นอิสระจากครูเลย

Lewison, Graves, and Sanchez (2006) ได้ศึกษาเรื่องการสนทนาเสริมในการเรียนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนประถมศึกษา โดยศึกษาการใช้ประโยชน์จากการสร้างกิจวัตรในการสนทนาระหว่างนักเรียน จุดเด่นในการศึกษาในครั้งนี้อยู่ที่การให้นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 2 ห้อง ได้ฝึกปฏิบัติการสนทนาทางคณิตศาสตร์ การพิจารณาการวิเคราะห์สภาพงานที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนในการฝึกฝนความรู้ ผลการวิจัยพบว่า การให้ความเอาใจใส่ในรายละเอียดเฉพาะเป็นการทำให้นักเรียนเกิดความชำนาญในการพูดภาษาทางการสื่อสารทางคณิตศาสตร์และก่อให้เกิดความสัมพันธ์ที่เป็นเอกลักษณ์ของนักเรียนภายในกลุ่ม

งานวิจัยในประเทศ

สมเดช บุญประจักษ์ (2540) ได้วิจัยการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ ซึ่งศักยภาพทางคณิตศาสตร์สื่อสารพัฒนาฝึกผ่านกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ผลการวิจัยพบว่า ศักยภาพด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการคณิตสื่อสารหลังการทดลองกับก่อนการทดลองแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01 และศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ได้ศึกษาผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 80 คน เป็นกลุ่มทดลองจำนวน 40 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 40 คน ผลการวิจัยพบว่านักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้เรียนโดยใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสอบมีความสามารถในสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 นอกจากนี้พัฒนาการของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงขึ้นอย่างเป็นลำดับ นักเรียนสามารถใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสื่อความหมายและแสดงแนวคิดและนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ให้ผู้อื่นเข้าใจได้

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งในประเทศและต่างประเทศ แม้จะไม่พบว่ารูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์โดยตรง แต่เพื่อวิเคราะห์กระบวนการของรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์แล้ว พบว่า รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์เป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่อาศัยแนวคิดพื้นฐานเกี่ยวกับการสืบสอบ และการใช้คำถามปลายเปิด

ของครู ซึ่งมีงานวิจัยที่รองรับว่าการสอนแบบสืบสอบและการสอนโดยใช้คำถามปลายเปิดของครูส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จึงทำให้เชื่อได้ว่ารูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์สามารถส่งผลต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

การศึกษาเอกสารและงานการวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสาร ตำรา และรายงานการวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูลจากห้องสมุดและอินเตอร์เน็ต งานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ ความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2. ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐานระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

3. ศึกษาเนื้อหาเรื่อง ความน่าจะเป็น จากหนังสือเรียนและคู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือการใช้หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2556 รวมถึงหนังสืออ่านประกอบอื่น ๆ เพื่อเป็นแนวทางในการทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์

4. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา และข้อมูลจากอินเตอร์เน็ต และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับวิธีการวิจัย หลักการวัดและประเมินผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักการและวิธีสร้าง

แบบวัด รวมถึงเกณฑ์การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยกึ่งทดลอง (Quasi-experimental research) ประกอบด้วย กลุ่มทดลอง 1 กลุ่ม และกลุ่มควบคุม 1 กลุ่ม โดยมีแบบแผนของการทดลองดังนี้

ตาราง 7 แบบแผนของการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง	การทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง
E	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
C	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์	~X	- ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ - ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนของการทดลอง

E แทน กลุ่มทดลอง (Experimental group)

C แทน กลุ่มควบคุม (Control group)

X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

~X แทน การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนหญิงระดับมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมศึกษา ในสังกัดคณะกรรมการศึกษาธิการจังหวัด (กศจ.) กรุงเทพมหานคร สำนักคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนหญิงมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่กำลังศึกษาอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒารามในพระบรมราชินูปถัมภ์ โรงเรียนมัธยมในสังกัดคณะกรรมการศึกษาธิการจัดหวัด

(กศจ.) กรุงเทพมหานคร สำนักคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งจากการสำรวจพบว่า โรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒารามในพระบรมราชินูปถัมภ์เป็นโรงเรียนขนาดใหญ่และโรงเรียนมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถในการเรียนรู้ และในปีการศึกษา 2559 มีนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 10 ห้องเรียน รวมทั้งสิ้น 373 คน โดยผู้วิจัยสุ่มเลือกมาสองห้อง ให้ห้องหนึ่งเป็นห้องทดลอง และอีกห้องเป็นห้องควบคุม ตามขั้นตอน ดังนี้

1. ผู้วิจัยนำคะแนนสอบปลายภาครายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 3 (ค32101) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จากทั้งหมด 10 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S)

2. ผู้วิจัยเลือกนักเรียน 2 ห้องเป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยการพิจารณาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) ที่มีค่าใกล้เคียงกันมากที่สุด ได้แก่นักเรียนห้อง ม.5/3 และ ม.5/4

3. ผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานไม่แตกต่างกัน

4. ผู้วิจัยจึงทำการจับสลากเพื่อจัดกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม. 5/3 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ และนักเรียนห้อง ม.5/4 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

CHULALONGKORN UNIVERSITY

การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มี 2 ชนิด คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล มีรายละเอียดดังนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

    1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

    1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

    2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

    2.2 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 15 คาบ คาบละ 50 นาที

1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ เรื่อง ความน่าจะเป็น มีขั้นตอนในการดำเนินการ ดังนี้

1.1.1 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ของ Manouchehri (2001: 180-186) โดยมีระยะในการจัดกิจกรรม 4 ระยะ ดังนี้

ระยะที่ 1 การตั้งปัญหาในกลุ่มใหญ่

ระยะที่ 2 การแก้ปัญหาในกลุ่มเล็ก

ระยะที่ 3 การอภิปรายผลในกลุ่มใหญ่เกี่ยวกับการค้นพบของนักเรียน

ระยะที่ 4 การมอบหมายภาระงานและโครงงานเพิ่มเติม

1.1.2 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒารามในพระบรมราชินูปถัมภ์ หนังสือเรียนและคู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.1.3 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.1.4 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 15 แผน โดยแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะประกอบด้วย สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นเตรียมความพร้อม 2) ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ และ 3) ขั้นสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.1.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ จำนวน 15 แผน ที่สร้างเสร็จแล้วไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องและเหมาะสมของ

เนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะ แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขดังนี้

1.1.5.1 ปรับแก้ข้อมูลหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้นักเรียนใช้ในการตั้งคำถาม ให้มีความหลากหลายและใกล้เคียงกับชีวิตประจำวันของนักเรียน

1.1.5.2 ใบกิจกรรมที่ใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อย ควรมีส่วนที่ให้นักเรียนระบุข้อมูลทางคณิตศาสตร์ คำถามทางคณิตศาสตร์ที่สงสัย และส่วนที่ให้นักเรียนแสดงวิธีแก้ปัญหาของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนเลือกแก้

1.1.5.3 ปรับแก้ใบงานของกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจการกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ให้เหมือนกับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

1.1.5.4 ในช่วงคาบแรก ๆ ของการจัดกิจกรรม ควรให้นักเรียนฝึกตั้งคำถามในแบบอิสระตามที่นักเรียนอยากรู้ ซึ่งอาจจะมีคำตอบหรือไม่มีคำตอบก็ได้

1.1.6 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มทดลอง

1.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง ความน่าจะเป็น มีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

1.2.1 ศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรสถานศึกษาโรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒารามในพระบรมราชินูปถัมภ์ และแนวทางการจัดการเรียนรู้ตามคู่มือการใช้หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2556 รวมถึงหนังสือเรียนและคู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.2.2 ศึกษามาตรฐานการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.2.3 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ เรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 15 แผน โดยแต่ละแผนประกอบด้วย สาระการเรียนรู้ มาตรฐานการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ 1) ขั้นเตรียมความพร้อม 2) ขั้นจัดกิจกรรม และ 3) ขั้นสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ สื่อ/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผล บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.2.4 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติจำนวน 15 แผน ที่สร้างเสร็จแล้วไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องและเหมาะสมของเนื้อหาและให้ข้อเสนอแนะ แล้วนำไปปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขดังนี้

1.2.4.1 ข้อมูลหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ในใบกิจกรรม ควรเป็นข้อมูลหรือสถานการณ์เดียวกันกับที่กำหนดในใบกิจกรรมของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ แต่แตกต่างกันตรงที่มีข้อคำถามกำหนดให้เรียบร้อยแล้ว

1.2.4.2 ควรเขียนอธิบายวิธีการสอนให้ละเอียดและชัดเจนขึ้น และควรใช้วิธีการสอนและเทคนิคการสอนที่หลากหลาย ให้เหมาะสมกับแต่ละเนื้อหา

1.2.4.3 ใบงานที่กำหนดให้นักเรียนจะต้องไม่ต่างกับใบงานที่กำหนดให้นักเรียนในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

1.2.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มควบคุม

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 15 แผน มีรายละเอียดแสดงดังตาราง 8 - 10

ตาราง 8 แสดงหัวข้อเรื่องและจำนวนคาบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	**หัวข้อเรื่อง**	**จำนวนคาบ**
1 - 8	กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ	8
9 - 15	ความน่าจะเป็น	7
รวม		15

ตาราง 9 แสดงสาระการเรียนรู้ เนื้อหาของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	**หัวข้อเรื่อง**	**สาระการเรียนรู้**
1 - 8	กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ	- **แผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างเป็นระเบียบ** มีลักษณะคือ แต่ละกิ่งแตกออกไปแล้วจะ

ตาราง 9 (ต่อ)

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	**หัวข้อเรื่อง**	**สาระการเรียนรู้**
		แตกกิ่งต่อกิ่ง กิ่งละเท่า ๆ กัน - **แผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างไม่เป็นระเบียบ** มีลักษณะคือ มีบางกิ่งของแผนภาพที่แตกกิ่งออกไปไม่เท่ากับการแตกกิ่งของกิ่งอื่น ๆ - **กฎการคูณ** **กฎข้อที่ 1** ถ้าต้องการทำงานสองอย่างโดยที่งานอย่างแรกทำได้ n_1 วิธี และในแต่ละวิธีที่เลือกทำงานอย่างแรกนี้ มีวิธีที่จะทำงานอย่างที่สองได้ n_2 วิธี จะทำงานทั้งสองอย่างนี้ได้ n_1n_2 วิธี **กฎข้อที่ 2** ถ้าการทำงานอย่างหนึ่งมี k ขั้นตอน ขั้นตอนที่หนึ่งมีวิธีเลือกทำได้ n_1 วิธี ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่หนึ่งมีวิธีเลือกทำขั้นตอนที่สองได้ n_2 วิธี ในแต่ละวิธีที่ทำงานขั้นตอนที่หนึ่งและขั้นตอนที่สองมีวิธีเลือกทำงานขั้นที่สามได้ n_3 วิธี เช่นนี้เรื่อยไปจนถึงขั้นตอนสุดท้าย คือ ขั้นตอนที่ k จะทำได้ n_k วิธี ดังนั้นจะทำงาน k ขั้นตอนได้ $n_1n_2n_3\cdots n_k$ วิธี - **กฎการบวก** ในการทำงานอย่างหนึ่งมีวิธีการทำงานได้ k แบบ (แต่ละแบบงานเสร็จโดยไม่ต่อเนื่องกับแบบอื่น) แบบที่ 1 มีวิธีทำงานได้ n_1 วิธี แบบที่ 2 มีวิธีทำงานได้ n_2 วิธี แบบที่ 3 มีวิธีทำงานได้ n_3 วิธี $\vdots$ $\vdots$ แบบที่ k มีวิธีทำงานได้ n_k วิธี จำนวนวิธีทำงานทั้งหมดเท่ากับ $n_1+n_2+n_3+\cdots+n_k$

ตาราง 9 (ต่อ)

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	**หัวข้อเรื่อง**	**สาระการเรียนรู้**
9 - 15	ความน่าจะเป็น	- **การทดลองสุ่ม** คือ การทดลองซึ่งทราบว่าผลลัพธ์อาจจะเป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถบอกได้อย่างถูกต้องแน่นอนว่า ในแต่ละครั้งที่ทดลองผลที่เกิดขึ้นจะเป็นอะไรในบรรดาผลลัพธ์ที่อาจเป็นไปได้เหล่านั้น - **ปริภูมิตัวอย่าง** หรือ **แซมเปลสเปซ** (บทนิยาม) คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ที่อาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม **หมายเหตุ** การทดลองสุ่มเดียวกันอาจเขียนแซมเปิลสเปซได้มากกว่าหนึ่งแบบ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับผลลัพธ์ที่สนใจ - **เหตุการณ์** (บทนิยาม) คือ ซับเซตของแซมเปิลสเปซ - **ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์** (บทนิยาม) ถ้า N เป็นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกที่มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน และ n เป็นสมาชิกของเหตุการณ์ E ซึ่งเป็นสับเซตของ S แล้วความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เท่ากับ $\frac{n}{N}$ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วย $P(E)$ - **ข้อสังเกตุ** 1) ถ้า $P(E) = 0$ หมายความว่า เหตุการณ์ E ไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลยหรือเป็นไปไม่ได้ที่เหตุการณ์ E จะเกิดขึ้น 2) ถ้า $P(E) = 1$ หมายความว่า เหตุการณ์ E เกิดขึ้นอย่างแน่นอน

ตาราง 9 (ต่อ)

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	**หัวข้อเรื่อง**	**สาระการเรียนรู้**
		- **สมบัติที่สำคัญของความน่าจะเป็น** 1) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ใด ๆ มีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1 เสมอ 2) ความน่าจะเป็นของแซมเปิลสเปซ S เป็น 1 นั่นคือ $P(S) = 1$ 3) ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เป็นเซตว่างคือ 0

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์สำหรับกลุ่มทดลอง และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติสำหรับกลุ่มควบคุม ผู้วิจัยได้เขียนเปรียบเทียบขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ดังนี้

ตาราง 10 ขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)
ขั้นเตรียมความพร้อม 1. ผู้สอนสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ และทบทวนความรู้พื้นฐานที่ต้องใช้ในคาบนี้ โดยการพูดคุย ถามตอบ ยกตัวอย่างหรือสถานการณ์ประกอบ 2. ผู้สอนชี้แจงเรื่องที่จะเรียนในวันนี้ พร้อมทั้งอธิบายความสำคัญหรือประโยชน์ของเรื่องที่จะเรียน และเป้าหมายที่ผู้เรียนจะต้องทำได้ในวันนี้ 3. ผู้สอนนำเสนอเนื้อหาใหม่โดยการอธิบายหรือใช้กิจกรรม จากนั้นผู้สอนยกตัวอย่างประกอบที่หลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาที่เรียนมากยิ่งขึ้น โดยมีการใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียนตามความเหมาะสม รวมถึงเปิดโอกาสให้ผู้เรียนซักถามข้อสงสัย	
ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้ **ระยะที่ 1 การตั้งปัญหาในกลุ่มใหญ่** 1. ผู้สอนนำเสนอข้อมูลทาง	**ขั้นกิจกรรมการเรียนรู้** 1. ผู้สอนนำเสนอปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนแก้ปัญหา ซึ่งในปัญหาทาง

ตาราง 10 (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)
คณิตศาสตร์ที่เป็นข้อความ รูปภาพ หรือภาษาสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนใช้ตั้งคำถาม 2. ผู้สอนใช้คำถามปลายเปิดกระตุ้นให้ผู้เรียนสำรวจและวิเคราะห์ข้อมูล ซึ่งอาจถามหรือระบุในใบกิจกรรม เช่น “เราทราบอะไรบ้างจากข้อมูลที่กำหนด” “มีข้อมูลใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์” ผู้เรียนนำเสนอผลต่อชั้นเรียนหรือเขียนบันทึกในใบกิจกรรม 3. ผู้สอนใช้คำถามปลายเปิดกระตุ้นให้ผู้เรียนตั้งคำถามที่สอดคล้องกับข้อมูลที่สำรวจและความรู้ที่ได้เรียนมา เช่น “มีคำถามอะไรบ้างที่สามารถใช้ข้อมูลที่กำหนดตอบได้” “จากข้อมูล อยากทราบอะไรบ้าง” ผู้เรียนระบุคำถามที่ตั้งในใบกิจกรรมแล้วนำเสนอต่อชั้นเรียน 4. ผู้สอนพิจารณาคำถามที่ผู้เรียนตั้งขึ้นและร่วมพูดคุยกับผู้เรียนเกี่ยวกับคำถามดังกล่าว โดยผู้สอนอาจใช้คำถามในการแนะหรือใช้คำถามปลายเปิดเพื่อชักนำให้ผู้เรียนสามารถขยายคำถามที่ตั้งขึ้นให้มีความยากที่เหมาะสม 5. ผู้เรียนร่วมกันเลือกคำถามที่สนใจจำนวน 1 - 2 ข้อ แล้วนำไปรวมกับข้อมูลที่กำหนดจนกลายเป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาในระยะถัดไป	คณิตศาสตร์นั้นจะมีส่วนของคำถามที่สมบูรณ์อยู่แล้ว 2. ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหาดังกล่าว โดยผู้สอนอาจใช้การถามตอบเพื่อให้ผู้เรียนอธิบาย แล้วจดสิ่งที่นักเรียนบอกบนกระดาน หรือสุ่มตัวแทนนักเรียนออกมาอธิบายหรือเขียนบนกระดานเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์บอกหรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ 3. ผู้สอนให้ผู้เรียนแก้ปัญหา โดยอาจจะให้แก้เป็นรายบุคคล หรือมีการจัดเป็นกลุ่ม 2 - 6 คนในบางครั้ง หรือผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันแก้ปัญหาดังกล่าว ซึ่งในกรณีที่ผู้สอนให้ผู้เรียนแก้ปัญหาเป็นรายบุคคลหรือกลุ่ม ผู้สอนจะคอยเดินสังเกตการทำงานของนักเรียน และใช้การถามตอบหรือให้คำแนะนำเพิ่มเติมเพื่อให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหา และในกรณีที่ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันแก้ปัญหา ผู้สอนจะใช้การถามตอบเพื่อให้ผู้เรียนอธิบายแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาโดยผู้สอนคอยจดสิ่งที่นักเรียนบอกบนกระดาน หรือผู้สอนอาจสุ่มผู้เรียนให้ออกมานำเสนอแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคลหรือกลุ่ม 4. ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยผู้สอนอาจใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน

ตาราง 10 (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)
ระยะที่ 2 การแก้ปัญหาในกลุ่มเล็ก 1. ผู้เรียนเข้ากลุ่มย่อยกลุ่มละ 2 - 5 คน อาจแบ่งตามความสมัครใจหรือผู้สอนเป็นผู้จัดให้ตามความเหมาะสมในแต่ละครั้ง 2. ผู้สอนใช้คำถามปลายเปิดเพื่อกระตุ้นให้ผู้เรียนสร้างข้อคาดการณ์เกี่ยวกับแนวคิด วิธีการ หรือคำตอบของปัญหาที่เลือกมาจากระยะที่ 1 ซึ่งอาจพูดหรือเขียนระบุไว้บนกระดาน จากนั้นผู้เรียนลงมือแก้ปัญหา ซึ่งในการแก้ปัญหาผู้เรียนจะแลกเปลี่ยนแนวคิด ถามคำถามต่อตนเองหรือต่อสมาชิกในกลุ่มเพื่อทบทวนหรือตรวจสอบความเหมาะสมและความถูกต้องของแนวคิดหรือข้อสรุปที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยผู้สอนคอยสังเกตการทำงานของผู้เรียนและใช้คำถามในการแนะ หรือใช้คำถามปลายเปิดเพื่อขยายแนวคิดของผู้เรียน **ระยะที่ 3 การอภิปรายผลในกลุ่มใหญ่เกี่ยวกับการค้นพบของนักเรียน** 1. ผู้สอนให้ผู้เรียนนำเสนอแนวคิดหรือผลการแก้ปัญหาต่อชั้นเรียน โดยอาจสุ่มตัวแทนหรือกลุ่มที่แก้ปัญหาเดียวกันมานำเสนอ ซึ่งผู้เรียนจะได้เรียนรู้แนวคิดที่กลุ่มอื่นใช้ในการแก้ปัญหา และผู้สอนใช้คำถามปลายเปิดเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนที่ฟังได้ฝึกถามคำถามหรือแสดงแนวคิดเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาของกลุ่มที่	5. ผู้สอนอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาให้มีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น 6. ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนซักถามข้อสงสัย เกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา 7. ในกรณีที่มีเวลาเหลือ ผู้สอนให้ผู้เรียนแก้ปัญหาอื่นจากใบงาน โดยผู้สอนแจกใบงานที่จะมอบหมายให้เป็นการบ้าน เพื่อให้ผู้เรียนได้นำความรู้ที่ได้เรียนมาและแนวทางที่ใช้ในการแก้ปัญหามาใช้แก้ปัญหาอื่น โดยผู้สอนอาจให้ผู้เรียนแก้เป็นรายบุคคลหรือกลุ่ม หรือร่วมกันแก้กับผู้สอน ซึ่งในกรณีที่ผู้สอนให้ผู้เรียนแก้ปัญหาเป็นรายบุคคลหรือกลุ่ม ผู้สอนจะคอยเดินสังเกตการทำงานของนักเรียน และใช้การถามตอบหรือให้คำแนะนำเพิ่มเติมเพื่อให้ผู้เรียนสามารถแก้ปัญหา และในกรณีที่ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันแก้ปัญหา ผู้สอนจะใช้การถามตอบเพื่อให้ผู้เรียนอธิบายแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาโดยผู้สอนคอยจดสิ่งที่นักเรียนบอกบนกระดาน หรือผู้สอนอาจสุ่มผู้เรียนให้ออกมานำเสนอแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเป็นรายบุคคลหรือกลุ่ม 8. ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยผู้สอนอาจใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน

ตาราง 10 (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)
นำเสนอใช้ เช่น “มีใครไม่เข้าใจตรงไหนบ้าง” “มีใครมีคำถามบ้าง” อีกทั้งผู้สอนมีการใช้คำถามในการแนะหรือให้ผู้เรียนทบทวนความรู้หรือข้อผิดพลาดหากมีบางอย่างไม่ถูกต้อง 2. ผู้เรียนสรุปแนวคิดที่ได้เรียนรู้ โดยผู้สอนคอยใช้คำถามช่วยเพื่อแนะให้ผู้เรียนสามารถสรุปแนวคิดได้ **ระยะที่ 4 การมอบหมายภาระงานและโครงงานเพิ่มเติม** 1. ผู้สอนนำเสนอปัญหาอื่น ซึ่งอาจมาจากระยะที่ 1 หรือจากใบงาน 2. ผู้สอนใช้คำถามปลายเปิดเพื่อให้ผู้เรียนสำรวจและวิเคราะห์ข้อมูลของปัญหา สร้างข้อคาดการณ์เกี่ยวกับแนวคิดที่จะใช้แก้ปัญหา โดยอาจอาศัยแนวคิดที่ได้จากระยะที่ 3 และให้ผู้เรียนแก้ปัญหาเป็นรายบุคคลหรือกลุ่ม ซึ่งในระหว่างแก้ปัญหาผู้เรียนจะได้ฝึกถามคำถามต่อตนเองหรือต่อผู้อื่น เพื่อทบทวนหรือตรวจสอบความเหมาะสมและความถูกต้องของแนวคิดหรือข้อสรุปที่ใช้ในการแก้ปัญหา 3. ผู้เรียนนำเสนอแนวคิดหรือผลการแก้ปัญหาต่อชั้นเรียน โดยผู้สอนอาจสุ่มตัวแทนออกมานำเสนอ หรือใช้การถามตอบแล้วจดสิ่งที่ผู้เรียนบอกบนกระดาน	9. ผู้สอนอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาให้มีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น 10. ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนซักถามข้อสงสัย เกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ตาราง 10 (ต่อ)

กลุ่มทดลอง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์)	**กลุ่มควบคุม** (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ)
4. ผู้เรียนสรุปแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาหรือสิ่งที่ได้เรียนรู้ โดยผู้สอนคอยใช้คำถามแนะ 5. ผู้สอนเปิดโอกาสให้ผู้เรียนซักถามข้อสงสัย เกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา	
ขั้นสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ 1. ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันสรุปความรู้หรือแนวคิด และเปิดโอกาสให้ผู้เรียนซักถามข้อสงสัย 2. ผู้สอนมอบหมายการบ้านคือใบงานให้กับผู้เรียน พร้อมทั้งกำหนดให้ผู้เรียนนำส่ง	

2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ รายละเอียดและการพัฒนาแบบวัดทั้งสองมีดังนี้

2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มี 2 ฉบับ คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองเป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัยจำนวน 4 ข้อ ใช้เวลาทำ 50 นาที สร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนการทดลอง เนื้อหาที่ใช้คือ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ เซต และเลขยกกำลัง ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานสำหรับเรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น และเป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้ว

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลองเป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัยจำนวน 4 ข้อ ใช้เวลาทำ 50 นาที สร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลอง เนื้อหาที่ใช้คือ เรื่อง ความน่าจะเป็น

ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองและฉบับหลังการทดลอง มีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

2.1.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.1.2 ศึกษาเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ เซต เลขยกกำลัง และความน่าจะเป็น จากหนังสือเรียนและคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุธศักราช 2551 ที่จัดทำโดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

2.1.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามสาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ เซต เลขยกกำลัง และความน่าจะเป็น และตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย แล้วกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบ ซึ่งคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยความสามารถของนักเรียน 2 ด้าน คือ

1) ด้านการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์หรือข้อสรุป หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาความสัมพันธ์หรือข้อสรุป

2) ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุป โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์

2.1.4 สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองจำนวน 6 ข้อ และฉบับหลังการทดลองจำนวน 6 ข้อ และสร้างเกณฑ์การตรวจให้คะแนน ซึ่งการให้คะแนนในแต่ละข้อจะได้คะแนนเต็ม 6 คะแนน แยกตามองค์ประกอบในด้านที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์หรือข้อสรุปให้ 3 คะแนน และด้านที่ 2 ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป ให้ 3 คะแนน ตามเกณฑ์ดังนี้

ตาราง 11 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

1. ด้านการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์หรือข้อสรุป	
ลักษณะคำตอบ	**ระดับคะแนน**
- นักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อมูลโดยเขียนแสดงความสัมพันธ์และหาข้อสรุปได้ถูกต้อง	3

ตาราง 11 (ต่อ)

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
- นักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อมูลโดยเขียนแสดงความสัมพันธ์ได้ถูกต้อง แต่หาข้อสรุปผิดพลาดโดยมีร่องรอยการคิดที่สามารถนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้	2
- นักเรียนสามารถวิเคราะห์ข้อมูลโดยเขียนแสดงความสัมพันธ์ได้ถูกต้อง แต่หาข้อสรุปผิดพลาดโดยมีร่องรอยการคิดที่ไม่สามารถนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องได้ หรือไม่มีร่องรอยการคิด - นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเขียนแสดงความสัมพันธ์ได้ แต่หาข้อสรุปได้ถูกต้อง	1
- นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์ข้อมูลโดยเขียนแสดงความสัมพันธ์หรือหาข้อสรุปได้ หรือไม่ตอบ	0
2. ด้านการพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป	
ลักษณะคำตอบ	**ระดับคะแนน**
- นักเรียนสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน	3
- นักเรียนสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดได้อย่างถูกต้อง ชัดเจนเป็นส่วนใหญ่	2
- นักเรียนสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ค่อยชัดเจน - นักเรียนสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้ถูกต้อง แต่ยังไม่สามารถใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดได้	1
- นักเรียนไม่สามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของข้อสรุปได้เลย หรือไม่ตอบ	0

2.1.5 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ และเกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะ แล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษาในสถานการณ์หรือข้อคำถาม และข้อเสนอแนะ แล้วปรับปรุงแก้ไขแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ตามประเด็นดังต่อไปนี้

1) ปรับปรุงความเหมาะสมด้านภาษาของสถานการณ์ให้มีความเหมาะสม และชัดเจน

สถานการณ์เดิม

ในการทำเค้กจะมีส่วนประกอบสำคัญอยู่ 2 ส่วน คือ เนื้อเค้กดิบและเนื้อครีม จากการสำรวจร้านค้าที่จำหน่ายเค้กจำนวน 3 ร้าน ซึ่งแต่ละร้านใช้วัตถุดิบชนิดเดียวกันพบว่า อัตราส่วนของเนื้อเค้กดิบและเนื้อครีมของแต่ละร้านแตกต่างกัน ดังนี้

จำนวนปอนด์	ร้าน A		ร้าน B		ร้าน C	
	เนื้อเค้กดิบ (กรัม)	เนื้อครีม (กรัม)	เนื้อเค้กดิบ (กรัม)	เนื้อครีม (กรัม)	เนื้อเค้กดิบ (กรัม)	เนื้อครีม (กรัม)
1	315	135	360	90	270	180
2	630	270	720	180	540	360
3	945	405	1,080	270	810	540
4	1,260	540	1,440	360	1,080	720
5	1,575	675	1,800	450	1,350	900
6	1,890	810	2,160	540	1,620	1,080

สถานการณ์ที่ได้รับการแก้ไขแล้ว

ในการทำเค้กจะมีส่วนประกอบสำคัญอยู่ 2 ส่วน คือ เนื้อเค้กดิบและเนื้อครีม จากการสำรวจร้านค้าที่จำหน่ายเค้กจำนวน 3 ร้าน ซึ่งแต่ละร้านใช้วัตถุดิบชนิดเดียวกันพบว่า อัตราส่วนของเนื้อเค้กดิบต่อเนื้อครีมของแต่ละร้านข้อมูลแตกต่างกัน ดังนี้

ขนาด (ปอนด์)	ร้าน A		ร้าน B		ร้าน C	
	เนื้อเค้กดิบ (กรัม)	เนื้อครีม (กรัม)	เนื้อเค้กดิบ (กรัม)	เนื้อครีม (กรัม)	เนื้อเค้กดิบ (กรัม)	เนื้อครีม (กรัม)
1	315	135	360	90	270	180
2	630	270	720	180	540	360
3	945	405	1,080	270	810	540
4	1,260	540	1,440	360	1,080	720
5	1,575	675	1,800	450	1,350	900
6	1,890	810	2,160	540	1,620	1,080

สถานการณ์เดิม

ตู้เซฟนิรภัยตู้หนึ่ง สามารถเปิดออกได้โดยใช้ตัวเลขที่มีสามหลักเพียงแบบเดียวเท่านั้น หากแม่พลอยต้องการเปิดตู้เซฟนิรภัยดังกล่าว โดยก่อนเปิดตู้เซฟนิรภัยเธอทราบว่าตัวเลขทั้งสามหลักอาจซ้ำกันได้ และตัวเลขในแต่ละหลักมีเงื่อนไขอื่น ๆ ดังนี้

สถานการณ์ที่ได้รับการแก้ไขแล้ว

ตู้เซฟนิรภัยตู้หนึ่ง สามารถเปิดออกได้โดยใช้ตัวเลขที่มีสามหลักเพียงแบบเดียวเท่านั้น และทราบว่าตัวเลขทั้งสามหลักอาจซ้ำกันได้ และตัวเลขในแต่ละหลักมีเงื่อนไขเพิ่มเติม ดังนี้

2) ปรับปรุงความเหมาะสมด้านภาษาของข้อคำถามให้มีความเหมาะสมและชัดเจน

ข้อคำถามเดิม

“ถ้าแต่ละร้านทำเค้กที่มีปริมาณของเนื้อเค้กดิบที่เท่ากัน แล้วร้าน A จะต้องใช้ปริมาณของ**<u>เนื้อครีม</u>**มากที่สุด” ข้อความข้างต้นเป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

ข้อคำถามที่ได้รับการแก้ไขแล้ว

พิจารณาข้อความต่อไปนี้ “ถ้าแต่ละร้านทำเค้กโดยใช้ปริมาณของเนื้อเค้กดิบที่เท่ากัน แล้วร้าน A จะต้องใช้ปริมาณของ**<u>เนื้อครีม</u>**มากที่สุด” ข้อความดังกล่าวเป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

ข้อคำถามเดิม

พิจารณาข้อความต่อไปนี้ “หากต้องการเปิดตู้เซฟนิรภัยให้ได้ แม่พลอยควรเลือกใช้ตัวเลขชุด A” ข้อความข้างต้นเป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

ข้อคำถามที่ได้รับการแก้ไขแล้ว

พิจารณาข้อความต่อไปนี้ “หากแม่พลอยเลือกตัวเลขชุด A จะทำให้แม่พลอยมีโอกาสเปิดตู้เซฟนิรภัยได้มากที่สุด” ข้อความข้างต้นเป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

2.1.6 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับก่อนทดลองและหลังทดลองที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้ทรงคุณวุฒิแล้วไปทดลองใช้ โดยฉบับก่อนการทดลองทดลองใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม จำนวน 42 คน และฉบับหลังการทดลองทดลองใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม จำนวน 52 คน

2.1.7 จากนั้นนำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความยาก (Difficulty) ค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ซึ่งเกณฑ์ค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป แล้วนำข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์จำนวน 4 ข้อไปคำนวณหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยใช้สูตรของสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป ได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

1) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.618 ค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.37 - 0.70 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.29 - 0.54

2) แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลองมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.645 ค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.27 - 0.48 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.33 - 0.46

2.1.8 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองและฉบับหลังการทดลองไปใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

2.2 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์มี 2 ฉบับ คือ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ใช้เวลาทำ 50 นาที สร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนการทดลอง เนื้อหาที่ใช้คือ เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ เซต และเลขยกกำลัง ซึ่งเป็นความรู้พื้นฐานของเรื่องความน่าจะเป็นและเป็นเนื้อหาที่นักเรียนได้เรียนรู้มาแล้ว

แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง เป็นแบบทดสอบชนิดอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ใช้เวลาทำ 50 นาที สร้างขึ้นเพื่อวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลอง เนื้อหาที่ใช้คือ เรื่องความน่าจะเป็น

ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองและฉบับหลังการทดลอง โดยมีขั้นตอนในการดำเนินการดังนี้

2.2.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ จากตำรา เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.2.2 ศึกษาเนื้อหาเรื่องอัตราส่วนและร้อยละ เซต เลขยกกำลัง และความน่าจะเป็น จากหนังสือเรียนและคู่มือครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุธศักราช 2551

2.2.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามสาระการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องอัตราส่วนและร้อยละ เซต เลขยกกำลัง และความน่าจะเป็น และตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย แล้วกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบ ซึ่งคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ สรุปได้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยความสามารถของนักเรียน 3 ด้าน คือ

1) ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายของปัญหา หมายถึง ความสามารถในการใช้ภาษา แผนภาพ สัญลักษณ์ หรือเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์เพื่อแทนข้อความของปัญหา

2) ด้านการนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการเขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

3) ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในขั้นตอนการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถในการเขียนอธิบายแนวคิดที่ใช้ในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้และข้อมูลของปัญหา

2.2.4 สร้างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองจำนวน 6 ข้อ และฉบับหลังการทดลองจำนวน 6 ข้อ และสร้างเกณฑ์การตรวจให้คะแนน ซึ่งการให้คะแนนในแต่ละข้อจะได้คะแนนเต็ม 9 คะแนน แยกตามองค์ประกอบในด้านที่ 1 การใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายของปัญหาให้ 3 คะแนน ด้านที่ 2 ด้านการนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาให้ 3 คะแนน และด้านที่ 3 ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในขั้นตอนการแก้ปัญหาให้ 3 คะแนน ตามเกณฑ์ดังนี้

ตาราง 12 เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

1) ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายของปัญหา	
ระดับคะแนน	**คำอธิบาย**
3	ใช้ภาษา รูปภาพ สัญลักษณ์ หรือเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ เพื่อแทนข้อความของปัญหาได้ถูกต้อง ครบถ้วน

ตาราง 12 (ต่อ)

ระดับคะแนน	คำอธิบาย
2	ใช้ภาษา รูปภาพ สัญลักษณ์ หรือเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ เพื่อแทนข้อความของปัญหาได้ถูกต้อง เป็นส่วนใหญ่
1	ใช้ภาษา รูปภาพ สัญลักษณ์ หรือเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ เพื่อแทนข้อความของปัญหาได้ถูกต้อง เป็นบางส่วน
0	ไม่สามารถใช้ภาษา รูปภาพ สัญลักษณ์ หรือเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ เพื่อแทนข้อความของปัญหาได้เลย หรือไม่ตอบ
2) ด้านการนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหา	
ระดับคะแนน	**คำอธิบาย**
3	เขียนอธิบายแสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้เป็นลำดับขั้นตอน
2	เขียนอธิบายแสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้เป็นลำดับขั้นตอนเกือบทั้งหมด
1	เขียนอธิบายแสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้เป็นลำดับขั้นตอนในบางส่วน
0	เขียนอธิบายแสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาไม่เป็นลำดับขั้นตอนเลย หรือไม่ตอบ
3) ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในขั้นตอนการแก้ปัญหา	
ระดับคะแนน	**คำอธิบาย**
3	อธิบายแนวคิดที่ใช้ในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้และข้อมูลของปัญหา ได้ถูกต้องชัดเจน
2	อธิบายแนวคิดที่ใช้ในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้และข้อมูลของปัญหา ได้ถูกต้องชัดเจนเป็นส่วนใหญ่
1	อธิบายแนวคิดที่ใช้ในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้และข้อมูลของปัญหา ได้ถูกต้องชัดเจนเป็นบางส่วน
0	อธิบายแนวคิดที่ใช้ในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้และข้อมูลของปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่ตอบ

2.2.5 นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้ง 2 ฉบับ และเกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและให้ข้อเสนอแนะ แล้วปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วให้ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบความตรงของ

เนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษาในสถานการณ์หรือข้อคำถาม และข้อเสนอแนะ แล้วปรับปรุงแก้ไขแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ตามประเด็นดังต่อไปนี้

1) ปรับปรุงความเหมาะสมด้านภาษาของสถานการณ์ให้มีความเหมาะสม และชัดเจน

สถานการณ์เดิม

กระดาษรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 1 แผ่น นำมาพับครึ่ง 1 ครั้ง จะได้ความหนาเท่ากับกระดาษ 2 แผ่น หากพับครึ่งของกระดาษที่พับแล้ว 1 ครั้งดังกล่าวต่ออีก 1 ครั้ง นั่นคือ พับ 2 ครั้ง จะได้ความหนาเท่ากับกระดาษ 4 แผ่น และหากพับครึ่งของกระดาษที่พับแล้ว 2 ครั้งดังกล่าวต่ออีก 1 ครั้ง นั่นคือพับ 3 ครั้ง จะได้ความหนาเท่ากับกระดาษ 8 แผ่น ซึ่งจะเป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ

สถานการณ์ที่ได้รับการแก้ไขแล้ว

กระดาษทรงสี่เหลี่ยมจัตุรัสหนึ่งแผ่นมีความยาวด้านละ x เซนติเมตร และมีความหนาเท่ากับ h เซนติเมตร นำมาพับครึ่งครั้งที่ 1 จะได้กระดาษรูปสี่เหลี่ยมพื้นผ้าที่มีความหนาเท่ากับกระดาษ 2 แผน หากพับครึ่งต่ออีกหนึ่งครั้งซึ่งเป็นการพับครั้งที่ 2 โดยให้รอยพับตั้งฉากกับด้านที่มีความยาวมากที่สุด จะได้กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความหนาเท่ากับกระดาษ 4 แผ่น และหากพับครึ่งต่ออีกหนึ่งครั้งซึ่งเป็นการพับครั้งที่ 3 จะได้กระดาษรูปสี่เหลี่ยมพื้นผ้าที่มีความหนาเท่ากับกระดาษ 8 แผ่น ซึ่งจะเป็นเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ

2) ปรับปรุงความเหมาะสมด้านภาษาของข้อคำถามให้มีความเหมาะสมและชัดเจน

ข้อคำถามเดิม

ถ้าระยะทางจากเมือง A ไปยังเมือง C เป็น 90 กิโลเมตร และในการเดินทางจากเมือง A ไปยังเมือง C ใช้อัตราเร็ว 30 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และต้องหยุดพักที่เมือง C เป็นเวลา 30 นาที แล้วเดินทางต่อจากเมือง C ไปยังเมือง D ด้วยอัตราเร็ว 45 กิโลเมตรต่อชั่วโมง จงแสดงวิธีการหาว่าวีระจะเดินทางถึงเมือง D ในเวลาเท่าใด หากวีระเดินทางเวลา 08:30 น. โดยเขียนอธิบายเป็นขั้น ๆ พร้อมอธิบายแนวคิดในแต่ละขั้น

ข้อคำถามที่ได้รับการแก้ไขแล้ว

1.2 จากข้อ **1.1 จงแสดงวิธีการหาว่าวีระจะใช้เวลาในการเดินทางจากเมือง A ไปยังเมือง D ทั้งหมดเท่าใด** โดยระบุสิ่งที่นักเรียนต้องการหาเพื่อนำไปสู่คำตอบเป็นข้อ ๆ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดในแต่ละข้อ เมื่อกำหนดข้อมูลเพิ่มเติมดังนี้

ระยะทางจากเมือง B ไปยังเมือง D ยาว 120 กิโลเมตร และวีระเดินทางจากเมือง A ไปยังเมือง C ด้วยอัตราเร็วคงที่ 30 กิโลเมตรต่อชั่วโมง โดยเมื่อวีระเดินทางถึงเมือง C เขาต้องหยุดพักเป็นเวลา 30 นาที ก่อนที่จะออกเดินทางต่อจากเมือง C ไปยังเมือง D ด้วยอัตราเร็วคงที่ 45 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ข้อคำถามเดิม

จากข้อ 4.1 จงแสดงวิธีการหาความน่าจะเป็นที่ผลรวมของเลขที่เกิดจากการหมุนวงล้อที่ 1 กับวงล้อที่ 2 รวมกันมากกว่า 10 โดยระบุสิ่งที่นักเรียนต้องการหาเพื่อนำไปสู่คำตอบเป็นข้อ ๆ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดในแต่ละข้อ เมื่อกำหนดเงื่อนไขเพิ่มเติมดังนี้

ผลรวมของเลขทุกตัวบนวงล้อที่ 1 เท่ากับ 10

ข้อคำถามที่ได้รับการแก้ไขแล้ว

4.2 จากข้อ 4.1 **จงแสดงวิธีการหาความน่าจะเป็นที่ผลรวมของเลขที่เกิดจากการหมุนวงล้อที่ 1 กับวงล้อที่ 2 รวมกันมากกว่า 10** โดยระบุสิ่งที่นักเรียนต้องการหาเพื่อนำไปสู่คำตอบเป็นข้อๆ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดในแต่ละข้อ เมื่อกำหนดเงื่อนไขเพิ่มเติมดังนี้

ผลคูณของตัวเลขที่มีค่ามากสุดกับตัวเลขที่มีค่าน้อยสุดบนวงล้อที่ 1 เท่ากับ 4 และตัวเลขทุกตัวบนวงล้อที่ 1 เป็นจำนวนเต็มบวก

2.2.6 นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนทดลองและหลังทดลองที่ได้รับการปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาและผู้ทรงคุณวุฒิแล้วไปทดลองใช้ โดยฉบับก่อนการทดลองทดลองใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม จำนวน 48 คน และฉบับหลังการทดลองทดลองใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม จำนวน 56 คน

2.2.7 จากนั้นนำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาค่าความยาก (Difficulty) ค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) ของวิทเนย์และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ซึ่งเกณฑ์ค่าความยาก (p) ต้องอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก (r) มีค่า 0.20 ขึ้นไป แล้วนำข้อสอบที่เป็นไปตามเกณฑ์จำนวน 4 ข้อไปคำนวณหาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดโดยใช้สูตรของสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ซึ่งมีเกณฑ์ว่าค่าความเที่ยงต้องมีค่าตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไป ได้ผลการวิเคราะห์ดังนี้

1) แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.714 ค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.24 - 0.34 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.25 - 0.40

2) แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลองมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.779 ค่าความยากง่าย (p) ตั้งแต่ 0.33 - 0.50 และค่าอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.33 - 0.47

2.2.8 นำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองและฉบับหลังการทดลองไปใช้กับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม

การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการก่อนการทดลอง

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มตัวอย่าง เรื่อง ความน่าจะเป็น รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน มัธยมศึกษาปีที่ 5 ประกอบด้วย แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์เพื่อใช้สำหรับกลุ่มทดลอง และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติเพื่อใช้สำหรับกลุ่มควบคุม

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่าง

1.3 ผู้วิจัยทำหนังสือขอความร่วมมือในการทำวิจัยจากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เพื่อขอความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลถึงผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒารามในพระบรมราชินูปถัมภ์

2. ขั้นก่อนการทดลอง

ผู้วิจัยดำเนินการก่อนการทดลอง ดังนี้

1) ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ในขั้นนี้ผู้วิจัยพบว่าคะแนนของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งจากการทดสอบก่อนเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม พบว่ากลุ่มทดลอง

มีคะแนนเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 12.75 กลุ่มควบคุมมีคะแนนเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 12.44 และกลุ่มทดลองมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.24 และกลุ่มควมคุมมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.74

2) ผู้วิจัยดำเนินการสอบก่อนการทดลองโดยใช้แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

ในขั้นนี้ผู้วิจัยพบว่าคะแนนของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งจากการทดสอบก่อนเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม พบว่ากลุ่มทดลองมีคะแนนเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 15.55 กลุ่มควบคุมมีคะแนนเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 17.36 และกลุ่มทดลองมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.59 และกลุ่มควมคุมมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.15

3. ขั้นดำเนินการทดลอง

ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนกลุ่มตัวอย่างทั้งสองกลุ่มตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เตรียมไว้ โดยทำการทดลองสอนทั้งสองกลุ่ม กลุ่มละ 3 คาบต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 5 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 15 คาบ คาบละ 50 นาที ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โดยเริ่มทดลองสอนตั้งแต่ 4 พฤศจิกายน 2559 ถึงวันที่ 13 ธันวาคม 2559

4. ขั้นดำเนินการหลังการทดลอง

1) ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เวลาในการทำแบบวัด 50 นาที

2) ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมทำแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เวลาในการทำแบบวัด 50 นาที

3) ผู้วิจัยนำผลการทำแบบวัดทั้งสองของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมาตรวจให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังตาราง 11 ในหน้า 86 - 87 และใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ดังตาราง 12 ในหน้า 91 - 92

การวิเคราะห์ข้อมูล

คำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองและฉบับหลังการทดลอง และคะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลองและฉบับหลังการทดลอง แล้ววิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ SPSS (Statistical Package for the Social Science) โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองก่อนการทดลองและหลังการทดลอง โดยการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-paired samples test)

2. เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-independent samples test)

3. เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มทดลองก่อนการทดลองและหลังการทดลอง โดยการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-paired samples test)

4. เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยการทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-independent samples test)

สถิติที่ใช้ในการวิจัย

1. สถิติที่ใช้ตรวจคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

1.1 หาค่าความเที่ยง (Reliability) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient) ของครอนบาค (Cronbach) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left\{1-\frac{\sum_{i=1}^{k} S_i^{\,2}}{S_t^{\,2}}\right\}$$

เมื่อ α แทน ค่าความเที่ยงของแบบวัด

k แทน จำนวนข้อสอบของแบบวัด

$S_i^{\,2}$ แทน ความแปรปรวนของแบบวัดในแต่ละข้อ

$S_t^{\,2}$ แทน ความแปรปรวนของแบบวัดทั้งหมด

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 128)

1.2 หาความยาก (p) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรของวิทย์เนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$p = \frac{S_h + S_l - (n_t)(x_{min})}{n_t(x_{max} - x_{min})}$$

เมื่อ p แทน ค่าความยาก

S_h แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

x_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

x_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_t แทน จำนวนคนในกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147-148)

1.3 หาอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรของวิทย์ เนย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$r = \frac{S_h - S_l}{n_h (x_{max} - x_{min})}$$

เมื่อ r แทน ค่าอำนาจจำแนก

S_h แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มสูง

S_l แทน ผลรวมของคะแนนกลุ่มต่ำ

x_{max} แทน คะแนนสูงสุดที่ได้

x_{min} แทน คะแนนต่ำสุดที่ได้

n_h แทน จำนวนคนในกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 147-148)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2. สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ SPSS (Statistical Package for the Social Science) เพื่อหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าที (t-test)

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการทดลองระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

ตอนที่ 4 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการทดลองระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลในแต่ละตอนมีรายละเอียดดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ แสดงผลดังตาราง 13

ตาราง 13 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t-paired samples test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)

กลุ่มทดลอง	$\bar{X}$	S	t	Sig.
ก่อนเรียน	12.75	3.243	10.792	.000*
หลังเรียน	19.32	3.233		

*$p<.05$

จากตาราง 13 พบว่าคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนเท่ากับ 12.75 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานท่ากับ 3.243 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 19.32 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.233 และผลการทดสอบค่าที (t-paired samples test) เท่ากับ 10.792 สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการทดลองระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตาราง 14

ตาราง 14 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t-independent samples test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการทดลองระหว่างนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	$\overline{X}$	S	t	Sig.
กลุ่มทดลอง	19.32	3.233	3.416	.000*
กลุ่มควบคุม	16.61	3.857		

*$p<.05$

จากตาราง 14 พบว่าคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 19.32 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.233 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 16.61 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.857 และผลการทดสอบค่าที (t-independent samples test) เท่ากับ 3.416 สรุปได้ว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ แสดงผลดังตาราง 15

ตาราง 15 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t-paired samples test) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)

กลุ่มทดลอง	$\bar{X}$	S	t	Sig.
ก่อนเรียน	15.55	5.593	9.616	.000*
หลังเรียน	25.34	6.335		

*$p<.05$

จากตาราง 15 พบว่าคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนเท่ากับ 15.55 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานท่ากับ 5.593 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 25.34 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.335 และผลการทดสอบค่าที (t-paired samples test) เท่ากับ 9.616 สรุปได้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 4 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการทดลองระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ แสดงผลดังตาราง 16

ตาราง 16 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\overline{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t-independent samples test) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการทดลองระหว่างนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	$\overline{X}$	S	t	Sig.
กลุ่มทดลอง	25.34	6.335	2.074	.021*
กลุ่มควบคุม	22.83	4.450		

*$p<.05$

จากตาราง 16 พบว่าคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 25.34 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 6.335 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 22.83 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.450 และผลการทดสอบค่าที (t-independent samples test) เท่ากับ 2.074 สรุปได้ว่าความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

บทที่ 5
สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ก่อนและหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์

4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์กับกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนหญิงมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนมัธยมศึกษาในสังกัดคณะกรรมการศึกษาธิการจังหวัด (กศจ.) กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive sampling) เป็นนักเรียนหญิงมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่กำลังเรียนอยู่ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒารามในพระบรมราชินูปถัมภ์ โรงเรียนมัธยมศึกษาในสังกัดคณะกรรมการศึกษาธิการจังหวัด (กศจ.) กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จากการสำรวจพบว่าในปีการศึกษา 2559 โรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒารามในพระบรมราชินูปถัมภ์มีนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 10 ห้องเรียน รวมทั้งสิ้น 373 คน โดยผู้วิจัยนำคะแนนสอบปลายภาครายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 3 (ค32101) ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2559 จากทั้งหมด 10 ห้อง มาหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) จากนั้นผู้วิจัยเลือกนักเรียน 2 ห้องเป็นกลุ่มตัวอย่าง โดยการพิจารณาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) และส่วนเบี่ยงเบน

มาตรฐาน (S) ที่มีค่าใกล้เคียงกันมากที่สุด ได้แก่นักเรียนห้อง ม.5/3 และ ม.5/4 ต่อจากนั้นผู้วิจัยนำค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องมาทดสอบความแปรปรวนโดยใช้ค่าเอฟ (F-test) ซึ่งผลการทดสอบพบว่า ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 จากนั้นทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องด้วยค่าที (t-test) พบว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของนักเรียนทั้งสองห้องไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 แสดงว่านักเรียนทั้งสองห้องมีความรู้รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานไม่แตกต่างกัน ผู้วิจัยจึงทำการจับสลากเพื่อจัดกลุ่มตัวอย่างเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม ผลปรากฏว่า นักเรียนห้อง ม. 5/3 เป็นกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ และนักเรียนห้อง ม.5/4 เป็นกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

เครื่องมือที่ใช้สำหรับการวิจัยครั้งนี้มี 2 ชนิด คือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ได้แก่ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ ที่ครอบคลุมเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐานเรื่อง ความน่าจะเป็น จำนวน 15 คาบ คาบละ 50 นาที

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตรฉบับก่อนการทดลอง เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ เซต และเลขยกกำลัง เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ใช้เวลา 50 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.618 ค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.37 - 0.70 และอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.29 - 0.54

2.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ใช้เวลา 50 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.645 ค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.27 - 0.48 และอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.33 - 0.46

2.3 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ เซต และเลขยกกำลัง เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ใช้เวลา 50 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.714 ค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.24 - 0.34 และอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.25 - 0.40

2.4 แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง เรื่อง ความน่าจะเป็น เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ ใช้เวลา 50 นาที ซึ่งมีค่าความเที่ยงเท่ากับ 0.779 ค่าความยาก (p) ตั้งแต่ 0.33 - 0.50 และอำนาจจำแนก (r) ตั้งแต่ 0.33 - 0.47

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง แล้วผู้วิจัยตรวจให้คะแนน จากนั้นดำเนินการสอนนักเรียนทั้งสองกลุ่ม โดยกลุ่มทดลองสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ และกลุ่มควบคุมสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ หลังสิ้นสุดการสอนทั้ง 15 คาบแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทั้งสองกลุ่มทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังการทดลอง และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังการทดลอง แล้วผู้วิจัยตรวจให้คะแนน และนำคะแนนจากแบบวัดมาวิเคราะห์ข้อมูลโดยการคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน แล้วนำมาเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม และเปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนกับหลังเรียนของกลุ่มทดลอง ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (t-test)

สรุปผลการวิจัย

1. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิปรายผล

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยนำเสนอการอภิปรายผลการวิจัยเป็น 2 ตอน ดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 1 และข้อที่ 2 ตามลำดับที่ผู้วิจัยได้ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจมีเหตุผลสนับสนุนดังนี้

ประการที่หนึ่ง อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อทย์ส่งเสริมให้นักเรียนได้สำรวจและวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์หรือข้อสรุป ซึ่งเป็นองค์ประกอบ*ด้านที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์หรือข้อสรุป* ของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยเห็นได้จาก 2 ระยะของการจัดกิจกรรม คือ **ระยะที่ 1 การตั้งปัญหาในกลุ่มใหญ่** ในระยะนี้นักเรียนได้ฝึกใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์และมองหาความสัมพันธ์จากข้อมูลหรือสถานการณ์ที่กำหนดเพื่อตั้งคำถาม เช่น สถานการณ์ที่กำหนด คือ พละส้มส้ม และยายของพละ ต้องการถ่ายรูปโดยนั่งเรียงกันในแนวหน้ากระดานกับตุ๊กตาจำนวน 3 ตัว ที่มีชื่อว่า บรามส์ บิลลี่ และแอนนาเบลล์ ซึ่งในการตั้งคำถามที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ดังกล่าว นักเรียนได้ใช้ความรู้เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ ตัวอย่างของคำถามที่นักเรียนตั้งขึ้น เช่น จำนวนวิธีในการถ่ายรูปโดยตุ๊กตาทั้ง 3 ตัวต้องอยู่ติดกันเสมอและไม่มีตัวใดอยู่ริมเลย จำนวนวิธีการถ่ายรูปโดยส้มส้มห้ามนั่งติดกับตุ๊กตา จำนวนวิธีในการถ่ายรูปโดยตุ๊กตาต้องอยู่ริมทั้งสองด้าน เป็นต้น และ **ระยะที่ 4 การมอบหมายภาระงานและโครงงานเพิ่มเติม** ซึ่งในระยะนี้นักเรียนได้ฝึกสำรวจและวิเคราะห์ข้อมูลของสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหาอื่นเพื่อหาความสัมพันธ์หรือข้อสรุปในบริบทที่หลากหลาย สอดคล้องกับแนวคิดของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2547: 3-15) ที่ได้กล่าวไว้สรุปได้ว่า เพื่อให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถในการให้เหตุผล ครูควรสนับสนุนให้นักเรียนได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่าง ๆ และสร้างข้อคาดเดาบนพื้นฐานของการคิดอย่างมีเหตุมีผล

ประการที่สอง อาจเป็นเพราะการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ส่งเสริมให้นักเรียนได้แสดงความสมเหตุสมผลของแนวคิดหรือข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลจากปัญหาหรือความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อยืนยันหรือคัดค้าน ซึ่งเป็นองค์ประกอบ*ด้านที่ 2 การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป* ของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยเห็นได้จาก การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในระยะ 2 และระยะ 3 ดังนี้

ใน**ระยะที่ 2 การแก้ปัญหาในกลุ่มเล็ก** นักเรียนได้ฝึกแก้ปัญหาที่ถูกเลือกมาจากระยะที่ 1 เป็นกลุ่มย่อย ซึ่งเป็นปัญหาที่นักเรียนสนใจและมีความยากที่เหมาะสม สอดคล้องกับแนวคิดของ สอดคล้องกับแนวคิดของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545: 198-199) ที่กล่าวไว้สรุปได้ว่า องค์ประกอบหลักอย่างหนึ่งที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถคิดอย่างมีเหตุมีผลและรู้จักการให้เหตุผล คือ ควรให้ผู้เรียนได้พบกับโจทย์หรือปัญหาที่ผู้เรียนสนใจ และเป็นปัญหาที่ไม่ยากเกินความสามารถของผู้เรียนที่จะคิดและให้เหตุผล โดยนักเรียนแต่ละกลุ่มจะได้คิดและอธิบายเหตุผลประกอบแนวคิดในแต่ละขั้นของการแก้ปัญหา โต้แย้งหรือสนับสนุนเกี่ยวกับแนวคิดหรือข้อสรุปของสมาชิกในกลุ่ม โดยใช้ข้อมูลจากปัญหาหรือความรู้ทางคณิตศาสตร์มายืนยันหรือคัดค้านเพื่อแสดงความสมเหตุสมผล ตัวอย่างเช่น นักเรียนกลุ่มหนึ่งที่เลือกแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาจำนวนวิธีในการถ่ายรูปที่ยืนเรียงกันในแนวกระดานของคน 3 คน พร้อมตุ๊กตา 3 ตัวที่แตกต่างกัน โดยตุ๊กตาทุกตัวต้องอยู่ติดกันและไม่มีตุ๊กตาตัวใดอยู่ริม ซึ่งในขณะที่นักเรียนแก้ปัญหาในกลุ่มย่อยนั้น นักเรียนในกลุ่มได้พูดคุยเพื่อค้นหาแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหา เช่น การใช้แผนภาพต้นไม้ การขีดเส้นเพื่อแสดงตำแหน่งในการยืน อธิบายหรือซักถามเพื่อทำความเข้าใจแนวคิดที่สมาชิกในกลุ่มนำเสนอ โต้แย้งแนวคิดหรือข้อสรุปของสมาชิกในกลุ่มโดยใช้ข้อมูลจากปัญหาหรือความรู้ทางคณิตศาสตร์มาแสดงความสมเหตุสมผล หรือยกตัวอย่างค้านเพื่อแสดงข้อขัดแย้งของแนวคิดหรือข้อสรุปที่สมาชิกในกลุ่มนำเสนอ

และใน**ระยะที่ 3 การอภิปรายผลในกลุ่มใหญ่เกี่ยวกับการค้นพบของนักเรียน** ในระยะนี้ นักเรียนแต่ละกลุ่มได้แลกเปลี่ยนแนวคิดหรือข้อค้นพบที่ได้จากการแก้ปัญหา โต้แย้งหรือสนับสนุนแนวคิดของกลุ่มอื่นอย่างเป็นเหตุเป็นผล เช่น นักเรียนคนละกลุ่มที่แก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาจำนวนวิธีในการถ่ายรูปที่ยืนเรียงกันในแนวกระดานของคน 3 คน พร้อมตุ๊กตา 3 ตัวที่แตกต่างกัน โดยตุ๊กตาทุกตัวต้องอยู่ติดกันและไม่มีตุ๊กตาตัวใดอยู่ริม ซึ่งบางกลุ่มได้แนวคิดหรือคำตอบที่ถูกหรือผิด แต่หลังจากการได้แลกเปลี่ยนแนวคิดและเหตุผลที่ใช้ในการแก้ปัญหา นักเรียนกลุ่มที่ได้คำตอบที่ผิดก็ได้ทำความเข้าใจและทราบถึงข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นอย่างเป็นเหตุเป็นผลแล้วปรับปรุงแก้ไขให้ถูกต้องได้ รวมถึงมีนักเรียนบางกลุ่มที่ใช้แนวคิดหรือวิธีการที่แตกต่างไปจากกลุ่มอื่นในการแก้ปัญหาเดียวกัน ข้างต้น เช่น นักเรียนกลุ่มหนึ่งใช้วิธีการมัดตุ๊กตาทั้งสามตัวไว้ด้วยกันก่อนแล้วค่อยมองเป็นคนหนึ่งคนก่อนที่จะนำมาจัดเรียงตามเงื่อนไขของปัญหา โดยมีการแสดงเหตุผลประกอบแนวคิดดังกล่าวอย่างสมเหตุสมผล สอดคล้องกับแนวคิดของ Rowan and Morrow (1993) ที่กล่าวไว้สรุปได้ว่า แนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลครูควรจัดบรรยากาศที่ส่งเสริมหรือสนับสนุนให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลของแนวคิด สอดคล้องกับแนวคิดของ สอดคล้องกับแนวคิดของ National Council of Teachers of Mathematics (2000) ที่กล่าวไว้สรุปได้ว่า การพัฒนาการให้เหตุผลควรจัดสภาพการณ์ให้นักเรียนได้คิด ได้ให้เหตุผลในชั้นเรียน และส่งเสริมบรรยากาศการคิดอย่างมีเหตุมีผล สอดคล้องกับ

แนวคิดของ Guilford and Hoepfner (1971) ที่กล่าวว่า การพัฒนาบุคคลให้มีความสามารถในการให้เหตุผลนั้นต้องเริ่มจากการส่งเสริมให้บุคคลได้คิดอย่างมีเหตุมีผล

จากเหตุผลที่กล่าวมา นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ได้ใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในทุกระยะของการจัดกิจกรรม โดยนักเรียนได้สำรวจและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลในบริบทที่หลากหลาย สร้างข้อความคาดการณ์ในลักษณะของคำถาม อธิบายแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา ยืนยันหรือคัดค้านแนวคิดหรือข้อสรุปด้วยข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์หรือความรู้ที่ได้เรียนมาอย่างเป็นเหตุเป็นผลด้วยตนเองอย่างสม่ำเสมอ จึงอาจทำให้นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น เมื่อพิจารณานักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกตินั้น แม้ว่านักเรียนได้วิเคราะห์โจทย์ปัญหาและแก้ปัญหาด้วยตนเองแต่ไม่ต่อเนื่อง เพราะในบางครั้งครูเป็นผู้วิเคราะห์โจทย์ปัญหาและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาเสียเอง ทำให้นักเรียนไม่ได้ฝึกวิเคราะห์โจทย์ปัญหาหรืออธิบายแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาด้วยตนเองอย่างต่อเนื่อง จึงทำให้นักเรียนกลุ่มควบคุมไม่สามารถวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์หรือข้อสรุปได้ และไม่สามารถยืนยันหรือคัดค้านข้อสรุปได้ ส่งผลให้นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับบทความของ Manouchehri (2001: 180-186) ที่ได้ตัวอย่างการนำรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยไปใช้กับนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ในการสอนเรื่องทฤษฎีจำนวนของครูเอส (Ms. S) พบว่านักเรียนมีพัฒนาการของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical thinking) เพิ่มขึ้นอย่างชัดเจน และสอดคล้องกับงานวิจัยที่มีแนวคิดใกล้เคียงกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ของพีชาณิกา เพชรสังข์ (2556) ที่ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิด ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ รวมทั้งความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นอีกด้วย สอดคล้องกับงานวิจัยของเสาวรัตน์ รามแก้ว (2552) ที่ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแนะแนวทางที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์พัฒนาขึ้นอย่างเป็นลำดับ สอดคล้องกับงานวิจัยของเจนสมุทร แสงพันธ์ (2548) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับการใช้คำถามปลายเปิดในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิต

แห่งมหาวิทยาลัยเชียงใหม่พบว่า นักเรียนมีการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น ซึ่งหนึ่งในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ก็คือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ดังนั้นนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ จึงมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ตอนที่ 2 ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

จากผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานการวิจัยข้อที่ 3 และข้อที่ 4 ตามลำดับที่ผู้วิจัยได้ตั้งไว้ ทั้งนี้อาจมีเหตุผลสนับสนุนดังนี้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ส่งเสริมให้นักเรียนได้ค้นหาแนวคิดในการแก้ปัญหาปัญหาที่สนใจ และแสดงขั้นตอนพร้อมทั้งแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาต่อผู้อื่นผ่านการพูดและการเขียน โดยเห็นได้จาก 2 ระยะของการจัดกิจกรรม คือ **ระยะที่ 2 การแก้ปัญหาในกลุ่มเล็ก** ในระยะนี้นักเรียนได้ฝึกค้นหาแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่ถูกเลือกมาจากระยะที่ 1 เป็นกลุ่มย่อย ซึ่งเป็นปัญหาที่นักเรียนสนใจและมีความยากที่เหมาะสม สอดคล้องกับแนวคิดของ กรมวิชาการ (2546) ที่กล่าวไว้สรุปได้ว่า แนวทางหนึ่งในการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาให้นักเรียนเกิดทักษะการสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ คือ ให้นักเรียนได้พบกับโจทย์ปัญหาที่น่าสนใจและเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน นอกจากนี้นักเรียนได้พูดหรือเขียนเพื่อแลกเปลี่ยนขั้นตอนพร้อมทั้งแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาต่อสมาชิกในกลุ่ม รับฟังหรือโต้แย้งในแนวคิดโดยมีการใช้แผนภาพ หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แทนแนวคิดของตนเพื่อให้ผู้อื่นเข้าใจมากยิ่งขึ้น เช่น นักเรียนกลุ่มหนึ่งที่เลือกแก้ปัญหาเกี่ยวกับการหาจำนวนวิธีถ่ายรูปคน 3 คน พร้อมกับตุ๊กตา 3 ตัว ที่เรียงกันในแนวหน้ากระดาน โดยที่ตุ๊กตาทุกตัวต้องอยู่ติดกันเสมอและไม่มีตุ๊กตาตัวใดอยู่ริมเลย นักเรียนคนหนึ่งในกลุ่มดังกล่าวได้ใช้การขีดเส้นพร้อมทั้งระบุตำแหน่งของการถ่ายรูปประกอบการอธิบายขั้นตอนและแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาดังกล่าว เพื่อให้เพื่อนในกลุ่มได้เข้าใจตรงกัน เป็นต้น สอดคล้องกับแนวคิดของ Rowan and Morrow (1993: 9-11) ที่กล่าวไว้สรุปได้ว่า การเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจแนวคิด อธิบายแนวคิดกันในกลุ่มเป็นการส่งเสริมความสามารถในการสื่อสาร และ **ระยะที่ 3 การอภิปรายผลในกลุ่มใหญ่เกี่ยวกับการค้นพบของนักเรียน** ในระยะนี้นักเรียนได้

แลกเปลี่ยนแนวคิดหรือคำตอบที่ได้ของกลุ่มต่อสมาชิกในชั้นเรียน โดยแต่ละกลุ่มได้นำเสนอขั้นตอนพร้อมทั้งแนวคิดในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหาต่อชั้นเรียนผ่านการพูดหรือการเขียนอธิบาย เช่น นักเรียนกลุ่มหนึ่งได้นำเสนอวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา แต่หลังจากการนำเสนอครูได้ใช้คำถามปลายเปิดเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยหรือแสดงแนวคิดที่แตกต่างต่อกลุ่มที่นำเสนอ ซึ่งมีนักเรียนคนหนึ่งในชั้นเรียนไม่ค่อยเข้าใจวิธีการที่กลุ่มนำเสนอใช้ นักเรียนคนดังกล่าวจึงได้ซักถามขั้นตอนและแนวคิดดังกล่าวอีกรอบ ทำให้กลุ่มนำเสนอได้ทบทวนแล้วอธิบายขั้นตอนพร้อมทั้งแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นขั้นเป็นตอนพร้อมทั้งแนวคิดที่ละเอียดมากขึ้น รวมถึงมีการวาดแผนภาพต้นไม้ประกอบเพื่อแจกแจงกรณีย่อยให้มีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น สอดคล้องกับแนวคิดของ Rowan and Morrow (1993: 9-11) ที่กล่าวไว้สรุปได้ว่า แนวทางหนึ่งในการพัฒนาการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ คือ ครูควรใช้คำถามปลายเปิดเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสองแนวคิดออกมา สอดคล้องกับแนวคิดของ National Council of Teachers of Mathematics (2000) ที่กล่าวไว้สรุปได้ว่า แนวทางในการจัดกิจกรรมเพื่อส่งเสริมความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ คือ ควรจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีปฏิสัมพันธ์ต่อกันในการสืบค้น โดยการอ่าน การพูด การเขียน การแสดงแนวคิดและการรับฟัง ช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้แนวคิดในลักษณะต่าง ๆ และทำให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดของตน ดังนั้นการพูด การฟัง การอ่าน การเขียนและแสดงแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ จึงเป็นกุญแจสำคัญในการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสาร

จากเหตุผลที่กล่าวมา นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ได้ใช้การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่เห็นได้ชัดเจนใน 2 ระยะข้างต้น โดยนักเรียนได้ ค้นหาแนวคิดในการแก้ปัญหาปัญหาที่สนใจ แสดงขั้นตอนพร้อมทั้งแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาต่อผู้อื่นผ่านการพูดและการเขียนที่เป็นภาษา แผนภาพ หรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ โดยมีคำถามปลายเปิดของครูเป็นตัวกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและแสดงแนวคิดออกมา จึงอาจทำให้นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น เมื่อพิจารณานักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกตินั้น นักเรียนได้คิดและแสดงแนวคิดของตนที่ใช้ในการแก้ปัญหา หรือรับฟังแนวคิดของผู้อื่นแต่ไม่ต่อเนื่อง เพราะในบางครั้งครูเป็นผู้สรุปและนำเสนอแนวคิดเสียเอง และการจัดกลุ่มเพื่อแก้ปัญหาจะเป็นครั้งคราวไม่ต่อเนื่อง ทำให้นักเรียนไม่ได้ฝึกพูดหรือเขียนเพื่ออธิบายขั้นตอนหรือแนวคิดของตนเองอย่างต่อเนื่อง จึงทำให้นักเรียนในกลุ่มนี้ไม่สามารถสื่อสารได้อย่างสมบูรณ์ ส่งผลให้นักเรียนระหว่างกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการเรียนจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ผลการวิจัยครั้งนี้สอดคล้องกับบทความของ Manouchehri (2001: 180-186) ที่ได้ยกตัวอย่างการนำรูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ไปใช้กับนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 ในการ

สอนเรื่องทฤษฎีจำนวนของครูเอส (Ms. S) พบว่าทักษะการสื่อสาร (Communication skills) ของนักเรียนเพิ่มขึ้นอย่างชัดเจน สอดคล้องกับงานวิจัยที่มีแนวคิดใกล้เคียงกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ของเสาวรัตน์ รามแก้ว (2552) ที่ทำการศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสืบสอบแนะแนวทางที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ รวมถึงความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์พัฒนาขึ้นอย่างเป็นลำดับ และสอดคล้องกับงานวิจัยของเจนสมุทร แสงพันธ์ (2548) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับการใช้คำถามปลายเปิดในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเชียงใหม่พบว่า นักเรียนมีการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น ซึ่งหนึ่งในทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ก็คือการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

ดังนั้นนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ จึงมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์นั้น ผู้สอนควรทำให้นักเรียนเห็นความสำคัญและเชื่อว่า การตั้งคำถามนั้น เป็นกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญเช่นเดียวกับการแก้ปัญหา และต้องทำให้นักเรียนเข้าใจว่าบางคำถามนั้นอาจจะหาคำตอบไม่ได้ทันที

2. ในคาบแรก ๆ ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์นั้น นักเรียนจะยังไม่คุ้นเคยกับการตั้งคำถามจากข้อมูลที่กำหนดให้ ผู้สอนควรเริ่มฝึกให้ผู้เรียนตั้งคำถามโดยอาจเริ่มจากการตัดส่วนที่เป็นข้อคำถามของปัญหาเดิมที่นักเรียนเคยแก้ไปแล้วออกแล้วให้นักเรียนตั้งคำถามอื่น ๆ ที่สอดคล้องกับข้อมูลที่เหลือ หรือควรยกตัวอย่างคำถามที่สอดคล้องกับข้อมูลหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดเพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนตั้งคำถามได้ด้วยตัวเอง อีกทั้งควรให้กำลังใจผู้เรียนในการตั้งคำถามอย่างสม่ำเสมอ

3. การกำหนดข้อมูลหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนใช้ตั้งคำถาม ผู้สอนควรเลือกข้อมูลหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายและใกล้เคียงกับชีวิตประจำวันของนักเรียน

เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนเกิดความสนใจ และกระหายที่จะตั้งคำถาม และควรเปิดโอกาสให้นักเรียนเป็นผู้กำหนดข้อมูลหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์เองด้วย อีกทั้งผู้สอนควรคาดเดาคำถามที่ผู้เรียนอาจตั้งขึ้นเพื่อให้มีความเหมาะสมและสอดคล้องกับเป้าหมายที่ผู้สอนต้องการให้นักเรียนได้เรียนรู้

4. ในระยะที่ 2 การแก้ปัญหาในกลุ่มเล็ก หากนักเรียนในชั้นเรียนมีจำนวนมาก ผู้สอนอาจอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ของผู้เรียนแต่ละคนได้ยาก และอาจทำให้นักเรียนบางคนไม่ได้รับการเรียนรู้ตามเป้าหมายที่ผู้สอนวางไว้ จึงควรจัดกลุ่มให้แต่ละกลุ่มมีทั้งนักเรียนที่อ่อนและเก่ง เพื่อให้นักเรียนที่อ่อนได้เรียนรู้จากนักเรียนที่เก่ง นอกเหนือไปจากการอำนวยความสะดวกในการเรียนรู้ของนักเรียนจากผู้สอน

5. ผู้สอนควรมีการวางแผนและศึกษาบทบาทและหน้าที่ของตนในแต่ละระยะของการจัดกิจกรรม เพื่อช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ตลอดทั้ง 4 ระยะของการจัดกิจกรรม โดยเฉพาะการให้คำแนะนำและการใช้คำถามปลายเปิดที่มีเป้าหมายให้นักเรียนได้ใช้ความคิด ตรวจสอบข้อผิดพลาดและขยายแนวคิด รวมถึงการอภิปรายผลและหาข้อสรุป

ข้อเสนอแนะสำหรับการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรนำแนวปฏิบัติการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ไปใช้ซ้ำกับกลุ่มตัวอย่างอื่นที่เป็นโรงเรียนสหศึกษา หรือเนื้อหาเรื่องอื่น เพื่อตรวจสอบความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์

2. ควรทำการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ไปปรับใช้ในการจัดกิจกรรมเพื่อพัฒนาความรู้หรือความสามารถในด้านอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

กมลทิพย์ ต่อคิด. (2544). ผลของการฝึกกระบวนการสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงเหตุผลและความสารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6. (ปริญญามหาบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

กรมวิชาการ. (2546). คู่มือการจัดสาระการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: กระทรวงศึกษาธิการ.

จิตติมา ชอบเอียด. (2551). การใช้ปัญหาปลายเปิดเพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผลและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. (ปริญญามหาบัณฑิต), บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

เจนสมุทร แสงพันธ์. (2548). การใช้คำถามปลายเปิดในการจัดการการสอนสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเชียงใหม่. (ปริญญามหาบัณฑิต), คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

ชัชชัย คุ้มทวีพร. (2534). ตรรกวิทยา. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์.

ณัฐิกานต์ รักนาค. (2552). การพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนตามแนวคิดการถ่ายโยงการเรียนรู้เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา การให้เหตุผล และการเชื่อมโยงของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1. (ปริญญาดุษฎีบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ดนัย ถนอมจิตร. (2553). การจัดการเรียนรู้โดยเน้นการใช้คำถามปลายเปิด เพื่อส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวชิรวิทย์ ฝ่ายมัธยมจังหวัดเชียงใหม่. (ปริญญามหาบัณฑิต), สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

ดวงเดือน อ่อนน่วม. (2547). ความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับมาตรฐานและสาระการเรียนรู้กลุ่มคณิตศาสตร์ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. ใน ประมวลบทความหลักการและการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. บรรณาธิการ พร้อมพรรณ อุดมสิน และ อัมพร ม้าคนอง. กรุงเทพมหานคร: บริษัทบพิธการพิมพ์.

ทิศนา แขมมณี. (2551). ศาสตร์การสอน องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ไทยรัฐออนไลน์. (2559, 28 มีนาคม 2559). ค่าเฉลี่ยคะแนนโอเน็ต ป.6, ม.3 ไม่ถึงครึ่ง นักวิชาการเผยเด็กไม่ตั้งใจสอบ. แหล่งที่มา http://www.thairath.co.th/content/597526.

นาเดีย กองเป็ง. (2555). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการแอบสแตรกชันที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ปริญญามหาบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ปริญญาดุษฎีบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ปิยวดี วงษ์ใหญ่. (2548). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: เอส พี เอ็น การพิมพ์.

ปิยะรัตน์ เงาผ่อง. (2544). การใช้คำถามปลายเปิดเพื่อพัฒนาทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน สำหรับนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสารภีพิทยาคม จังหวัดเชียงใหม่. (ปริญญามหาบัณฑิต), คณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

พรรรทิพา พรหมรักษ์. (2552). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้กระบวนการวางนัยทั่วไปเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (ปริญญาดุษฎีบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). การวัดและการประเมิลผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พีชาณิกา เพชรสังข์. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 5E ร่วมกับคำถามปลายเปิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ปริญญามหาบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โพสต์ทูเดย์. (2559, 30 มีนาคม 2559). ผลโอเน็ต ม.6 ค่าเฉลี่ยทุกวิชายังตกกราวรูด. แหล่งที่มา http://www.posttoday.com/social/edu/422677.

วรนารถ อยู่สุข. (2555). การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์และวงจรการเรียนรู้เชิงประสบการณ์. (ปริญญามหาบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2545). เอกสารวิชาคณิตศาสตร์ เล่ม 1. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าพัสดุภัณฑ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2547). การให้เหตุผลในวิชาคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. กรุงเทพมหานคร: เอส.พี.เอ็น. การพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: หจก. ส เจริญการพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2554, 1 พฤษภาคม 2559). รายงานผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2011 วิชาคณิตศาสตร์. แหล่งที่มา: https://drive.google.com/file/d/0BwqFSkq5b7zSbUdGWmU2OkOwT00/view.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ นักเรียนรู้อะไร และทำอะไรได้บ้าง. กรุงเทพมหานคร: ห้างหุ้นส่วนจำกัด อรุณการพิมพ์.

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). การพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนแบบร่วมมือ. (ปริญญาดุษฎีบัณฑิต), คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สมวงษ์ แปลงประสพโชค. (2544). การให้เหตุผล. กรุงเทพมหานคร: สถาบันราชภัฏพระนคร.

สมัย เหล่าวานิชย์. (2525). หลักและวิธีการของคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สายสุณี สุทธิจักษ์. (2551). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้การตั้งปัญหาเสริมกระบวนการแก้ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ปริญญามหาบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สิริพร ทิพย์คง. (2545). หลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: พัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.).

สุดารัตน์ ภิรมย์ราช. (2555). ผลของการใช้เทคนิค Think-Talk-Write ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์. (ปริญญามหาบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุริเยศ สุขแสวง. (2548). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้เทคนิคการตั้งปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ของนักเรียนชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 5 จังหวัดสุรินทร์. (ปริญญามหาบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

เสาวรัตน์ รามแก้ว. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้การสืบสอบแบบแนะแนวทาง ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ปริญญามหาบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

โสมรัศมิ์ ดาหลาย. (2551). ผลของการพัฒนามโนทัศน์โดยใช้กระบวนการสืบสอบที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1. (ปริญญามหาบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

หทัยรัตน์ ยศแผ่น. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กลวิธีการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2. (ปริญญามหาบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อลิสรา ชมชื่น. (2550). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร และการให้เหตุผล เพื่อส่งเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. (ปริญญาดุษฎีบัณฑิต), คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2546). คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2547). ประมวลบทความ หลักการ และแนวทางการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บพิธการพิมพ์.

อัมพร ม้าคนอง. (2553). ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2557). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม. โรงพิมพ์แห่งจุฬางลงกรณ์มหาวิทยาลัย: ศูนย์ส่งเสริมการพัฒนานวัตกรรม ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

Alice, A., & Shirel, Y.-F. (1999). Mathematical reasoning during small-group problem solving. Developing mathematical reasoning in grades K-12, *61*, 115.

Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1993). Problem solving, reasoning, and communicating, K-8: Helping children think mathematically. Prentice Hall.

Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1998). Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction. Routledge.

Becker, J. P., & Shimada, S. (1997). The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics. ERIC.

Borasi, R. (1994). Capitalizing on errors as" springboards for inquiry": A teaching experiment. Journal for Research in Mathematics Education, 166-208.

Brown, & Walter. (2005). The art of problem posing. Psychology Press.

Brown, Wilson, K., & Fitzallen, N. (2007). Using an inquiry approach to develop mathematical thinking. Paper presented at the meeting of AARE 2007 International Educational Research Conference.

Buschman, L. (1995). Communicating in the language of mathematics. Teaching Children Mathematics, *1*(6), 324-330.

Cai, J., Lane, S., & Jakabcsin, M. S. (1996). The role of open-ended tasks and holistic scoring rubrics: Assessing students' mathematical reasoning and communication. Communication in mathematics, K-12 and beyond, 137-145.

Callahan, J. F., & Clark, L. H. (1998). Teaching in the middle and secondary schools. Prentice Hall.

Cemalettin, I., Kar, T., Yalçın, T., & Zehir, K. (2011). Prospective teachers' skills in problem posing with regard to different problem posing models. Procedia-Social and Behavioral Sciences, *15*, 485-489.

Connor, W. L., & Hawkins, G. C. (1936). What materials are most useful to children in learning to solve problems. Educational Method, *16*(1), 21-29.

Cooney, T. J., Brown, S. I., Dossey, J. A., Schrage, G., & Wittmann, E. C. (1996). Mathematics, Pedagogy, and Secondary Teacher Education. ERIC.

Dickerson, V. (1999). The impact of problem posing instruction on the mathematical problem solving achievement of seventh graders. Unpublished doctoral dissertation). University of Emory, Atlanta.

Ferguson, A. M., & Fairburn, J. (1985). Language experience for problem solving in mathematics. The Reading Teacher, *38*(6), 504-507.

Foong, Y. P. (2000). Using short open-ended mathematics questions to promote thinking and understanding.

Goos, M. (2004). Learning mathematics in a classroom community of inquiry. Journal for Research in Mathematics Education, 258-291.

Greenwood, J. J. (1993). On the nature of teaching and assessing" mathematical power" and" mathematical thinking.". Arithmetic Teacher, *41*(3), 144-153.

Guilford, J. P., & Hoepfner, R. (1971). The analysis of intelligence. McGraw-Hill Companies.

Hiebert, J., Carpenter, T. P., Fennema, E., Fuson, K., Human, P., Murray, H., . . . Wearne, D. (1996). Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: The case of mathematics. Educational researcher, *25*(4), 12-21.

Kennedy, L., & Tipps, S. (1994). Guiding children's learning of mathematics. Belmont, California: Woodworth Publishing.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1993). Reasoning and problem solving: A handbook for elementary school teachers. Allyn and Bacon.

Lavigne, N. C., & Lajoie, S. P. (2007). Statistical reasoning of middle school children engaged in survey inquiry. Contemporary Educational Psychology, *32*(4), 630-666.

Leighton, J. P., & Sternberg, R. J. (2004). The nature of reasoning. Cambridge University Press.

Lewison, M., Graves, I., & Sanchez, L. (2006). Enhancing mathematical discourse in elementary classrooms. Paper presented at the Proceedings of the 7th international conference on Learning sciences.

Malloy, C. E. (1999). Developing mathematical reasoning in the middle grades: recognizing diversity. Developing mathematical reasoning in Grades K-12. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Manouchehri, A. (2001). A four-point instructional model. Teaching Children Mathematics, *8*(3), 180-186.

Mumme, j., & Shepherd, N. (1993). Communication in mathematics. In T. E. Rowan & L. J. Morrow (Eds.), Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards: Readings from the Arithmetic Teacher. Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards. The National Council of Teachers of Mathematics.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Natl Council of Teachers of.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Vol. 1: Natl Council of Teachers of.

O' Daffer, P. G. (1990). Activities. Inductive and Deductive Reasoning. Mathematics Teacher, *83*(5), 378-384.

O'Daffer, P. G., & Thornquist, B. A. (1993). Critical thinking, mathematical reasoning, and proof. Research Ideas for the Classroom High School Mathematics. New York: Mac Millan Publishing.

Prestage, S. (2002). Mathematics 11 - 16. In L. Haggarty (Ed.), Aspects of teaching secondary mathematics: perspectives on practice: Routledge.

Ray, C. L. (1979). A comparative laboratory study of the effects of lower level and higher level questions on students' abstract reasoning and critical thinking in two non-directive high school chemistry classrooms. Florida State University.

Reys, R. E., Lindquist, M., Lambdin, D. V., & Smith, N. L. (2001). Helping children learn mathematics. New York: John Wiley & Sons.

Rodeheaver, L. R. (2000). A case study of communication between secondary Mathematics student teachers and the cooperating teachers. Georgia State University.

Rowan, T. E., & Morrow, L. J. (1993). Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards: Readings from the Arithmetic Teacher. Implementing the K-8 Curriculum and Evaluation Standards. ERIC.

Rudnitsky, A., Etheredge, S., Freeman, S. J., & Gilbert, T. (1995). Learning to solve addition and subtraction word problems through a structure-plus-writing approach. Journal for Research in Mathematics Education, 467-486.

Sayed, A. E. (2002). Effectiveness of problem posing strategies on prospective mathematics teachers' problem solving performance. Journal of science and mathematics education in Southeast Asia, *25*(1), 56-69.

Scott, N. C. (1977). Inquiry strategy, cognitive style, and mathematics achievement. Journal for Research in Mathematics Education, 132-143.

Senne-Dibble, C. (1995). An Analysis of an Authentic Assessment Technique: Comparing the spoken and Written Mathematical Communicative Abilities of Grade 4 Students (Fourth Grade). DAI-A, *56*(10), 3873.

Silver, E. A. (1995). The Nature and Use of Open Problems in Mathematics Education: Mathematical and Pedagogical Perspectives. Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik/International Reviews on Mathematical Education, *27*(2), 67-72.

Staples, M. (2007). Supporting whole-class collaborative inquiry in a secondary mathematics classroom. Cognition and Instruction, *25*(2-3), 161-217.

Stenmark, J. K. (1991). Mathematics Assessment: Myths, Models, Good Questions, and Practical Suggestions. ERIC.

Sternberg, R. J. (1999). The nature of mathematical reasoning. Developing mathematical reasoning in grades K-12, *61*, 37.

Stiggins, R. J. (1997). Student-centered classroom assessment. New Jersey: Macmillan College Publishing Company.

Sullivan, P., & Clarke, D. (1991). Catering to All Abilities through. Arithmetic Teacher, *39*(2), 14-18.

Thompson, H. A. (2000). Investigating and representing inquiry in a college mathematics course.

Williams, J. M. (1981). A comparison study of the effects of inquiry and traditional teaching procedures on student attitude, achievement, and critical-thinking ability in eleventh grade United States history. Dissertation Abstracts Internal.

Wirtz, R. W., & Kahn, E. (1982). Another Look at Applications in Elementary School Mathematics. Arithmetic Teacher, *30*(1), 21-25.

ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนการทดลองและหลังการทดลอง มีรายนามดังนี้

1. อาจารย์ ดร.รตินันท์ บุญเคลือบ	อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2. อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย	อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
3. อาจารย์ วัฒนิตา นำแสงวานิช	อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนการทดลองและหลังการทดลอง มีรายนามดังนี้

1. อาจารย์ ดร.ขวัญ เพียซ้าย	อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
2. อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน	อาจารย์ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. อาจารย์ วัฒนิตา นำแสงวานิช	อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ หนังสือขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัย
และหนังสือขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร.82565 ต่อ 6732
ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 6491 **วันที่** 11 ตุลาคม 2559
เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.รตินันท์ บุญเคลือบ

ด้วย นายไตรภพ คงเสน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยศวีร์ สายฟ้า)
รองคณบดี

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 6492

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

11 ตุลาคม 2559

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.ชวัญ เพียซ้าย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายไตรภพ คงเสน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยศวีร์ สายฟ้า)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0 2218 2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 06 3591 4256 E-mail: Traipop_khongsen@hotmail.com

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร.82565 ต่อ 6732
ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 6493 **วันที่** 11 ตุลาคม 2559
เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร.ศันสนีย์ เณรเทียน

ด้วย นายไตรภพ คงเสน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ ใคร่ขอเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยศวีร์ สายฟ้า)
รองคณบดี

บันทึกข้อความ

ส่วนงาน งานหลักสูตรและการจัดการเรียนฯ ฝ่ายวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาฯ โทร.82565 ต่อ 6732
ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 6494 **วันที่** 11 ตุลาคม 2559
เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจเครื่องมือวิจัย

เรียน อาจารย์ วัฒนิตา นำแสงวานิช

ด้วย นายไตรภพ คงเสน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าวเพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยศวีร์ สายฟ้า)
รองคณบดี

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 6489

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

11 ตุลาคม 2559

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสตรีวัดมหาพฤฒาราม ในพระบรมราชินูปถัมภ์

ด้วย นายไตรภพ คงเสน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5" โดยมี อจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลวิจัยด้วย แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ แผนการจัดกิจกรรมการรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ และแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทำการเก็บข้อมูลวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยศวีร์ สายฟ้า)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0 2218 2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 06 3591 4256 E-mail: Traipop_khongsen@hotmail.com

ที่ ศธ 0512.6(2791.10)/59- 6490

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

11 ตุลาคม 2559

เรื่อง ขอความร่วมมือในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนยานนาเวศวิทยาคม

ด้วย นายไตรภพ คงเสน นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการเรียนการสอนโฟร์พ้อยท์ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5" โดยมี อาจารย์ ดร.ไพโรจน์ น่วมนุ่ม เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (ฉบับก่อนการทดลอง) และกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 (ฉบับหลังการทดลอง) ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ยศวีร์ สายฟ้า)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

งานหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ฝ่ายวิชาการ
โทร. 0 2218 2565 ต่อ 6732
เบอร์โทรติดต่อนิสิตผู้วิจัย: 06 3591 4256 E-mail: Traipop_khongsen@hotmail.com

ภาคผนวก ค
ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างก่อนการทดลอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 17 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t-independent samples test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 24 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	$\bar{X}$	S	t	Sig. (2-tailed)
กลุ่มทดลอง	12.75	3.243	0.386	.701
กลุ่มควบคุม	12.44	3.737		

$^{*}p>.05$

จากตาราง 17 พบว่าคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 12.75 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.243 และกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 12.44 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.737 และผลการทดสอบค่าที (t-independent samples test) เท่ากับ 0.386 สรุปได้ว่าความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทาสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 18 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และค่าที (t-independent samples test) ของคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 36 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	$\bar{X}$	S	t	Sig. (2-tailed)
กลุ่มทดลอง	15.55	5.593	-1.509	.135
กลุ่มควบคุม	17.36	5.150		

$^{*}p>.05$

จากตาราง 18 พบว่าคะแนนความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองของนักเรียนกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 15.55 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.593 และกลุ่มควบคุมมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 17.36 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.150 และผลการทดสอบค่าที (t-independent samples test) เท่ากับ 1.509 สรุปได้ว่า ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองระหว่างนักเรียนกลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทาสถิติที่ระดับ .05

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ง
เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 และ 5/4

วันที่สอน วันศุกร์ที่ 4 พฤศจิกายน พ.ศ. 2559

ม.5/4 **เวลา** 10:00 – 10:50 น. **ระยะเวลา** 1 คาบ (50 นาที)

ม.5/3 **เวลา** 12:30 – 13:20 น. **ระยะเวลา** 1 คาบ (50 นาที)

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ความน่าจะเป็น

เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ : แผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างเป็นระเบียบ

ผู้สอน นายไตรภพ คงเสน **รหัสนิสิต** 5783396227

นิสิตระดับบัณฑิตศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ตัวชี้วัด ม.4-6/2 อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และนำผลที่ได้ไปใช้คาดการณ์ในสถานการณ์ที่กำหนดให้

มาตรฐาน ค 5.3ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ม.4-6/2 ใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด ม.4-6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

ตัวชี้วัด ม.4-6/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด ม.4-6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด ม.4-6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

ตัวชี้วัด ม.4-6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ

ตัวชี้วัด ม.4-6/6 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระสำคัญ

1. **แผนภาพต้นไม้** แบ่งได้เป็น 2 แบบ คือ แผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างเป็นระเบียบ และแผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างไม่เป็นระเบียบ

1.1 แผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างเป็นระเบียบ มีลักษณะคือ แต่ละกิ่งแตกออกไปแล้วจะแตกกิ่งต่อกิ่ง กิ่งละเท่า ๆ กัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ : นักเรียนสามารถ

1. อธิบายความหมายของแผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างเป็นระเบียบได้
2. หาจำนวนวิธีของเหตุการณ์หนึ่ง ๆ จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับแผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างเป็นระเบียบ

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : นักเรียนสามารถ

1. อธิบายความเกี่ยวข้องของข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้
2. อธิบายเหตุผลประกอบแนวคิดที่ใช้ในการหาจำนวนวิธีทั้งหมดของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้
3. วาดแผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างเป็นระเบียบ เพื่อแสดงวิธีการในการหาจำนวนวิธีทั้งหมดของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้

ด้านคุณลักษณะ : นักเรียน

1. มีความกระตือรือร้นในการตอบคำถามในชั้นเรียน
2. ทำงานอย่างเป็นระเบียบ รอบคอบ
3. ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน

สาระการเรียนรู้

ในชีวิตประจำวันจะพบปัญหาเกี่ยวกับการนับจำนวนวิธีทั้งหมดที่เหตุการณ์อย่างใดอย่างหนึ่งจะเป็นไปได้ หรือจำนวนวิธีทั้งหมดในการจัดชุดของสิ่งต่าง ๆ เช่น การจัดแข่งขันกีฬา การจัดชุดเสื้อผ้า การจัดชุดอาหาร เป็นต้น ซึ่งวิธีการหนึ่งที่ใช้ในการนับจำนวนวิธีทั้งหมดของเหตุการณ์หนึ่ง ๆ คือ *แผนภาพต้นไม้*

1. แผนภาพต้นไม้ แบ่งได้เป็น 2 แบบ คือ แผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างเป็นระเบียบ และแผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างไม่เป็นระเบียบ

1.1 แผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างเป็นระเบียบ มีลักษณะคือ แต่ละกิ่งแตกออกไปแล้วจะแตกกิ่งต่อกิ่ง กิ่งละเท่า ๆ กัน

ตัวอย่างที่ 1 จงใช้แผนภาพต้นไม้เพื่อหาจำนวนวิธีในการจัดโชว์เสื้อของร้านค้าแห่งหนึ่ง ที่ต้องการจัดโชว์เสื้อกีฬาทุกขนาดและทุกสี โดยมีเสื้อ 3 ขนาด คือ ขนาดเล็ก ขนาดกลาง และขนาดใหญ่ และแต่ละขนาดมี 2 สี คือ สีขาวกับสีแดง

วิธีทำ ให้ ข แทนเสื้อสีขาว

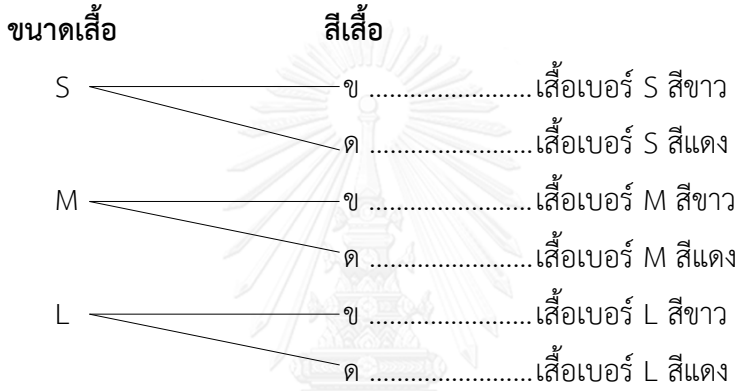
ด แทนเสื้อสีแดง

S แทนเสื้อขนาดเล็กหรือเบอร์ S

M แทนเสื้อขนาดกลางหรือเบอร์ M

L แทนเสื้อขนาดใหญ่หรือเบอร์ L

วิธีการจัดเสื้อให้ครบทุกขนาดและทุกสีโดยใช้แผนภาพต้นไม้เป็นดังนี้



กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<u>สถานการณ์</u> <u>(กลุ่มทดลอง)</u> ในช่วงเย็นวันหนึ่ง นานะอยากกินไก่ทอดที่วางขายอยู่หน้าโรงเรียนเป็นอย่างมาก นานะจึงชวนซอลลอกไปซื้อไก่ทอดด้วยกัน โดยนานะได้กำเหรียญจำนวนสองเหรียญไว้ในมือข้างขวา แต่พอถึงร้านขายไก่ทอดทั้งสองคนถึงกับต้องตกใจ ทำให้เหรียญทั้งหมดที่อยู่ในมือขวาของนานะตกลงบนพื้นพร้อมกัน เนื่องจากวันนี้ร้านขายไก่ทอดไม่เปิดขายเพราะจะหยุดขายทุกวันเสาร์ อาทิตย์ และจันทร์	**<u>สถานการณ์</u>** <u>(กลุ่มควบคุม)</u> ในช่วงเย็นวันหนึ่ง นานะอยากกินไก่ทอดที่วางขายอยู่หน้าโรงเรียนเป็นอย่างมาก นานะจึงชวนซอลลอกไปซื้อไก่ทอดด้วยกัน โดยนานะได้กำเหรียญจำนวนสองเหรียญไว้ในมือข้างขวา แต่พอถึงร้านขายไก่ทอดทั้งสองคนถึงกับต้องตกใจ ทำให้เหรียญทั้งหมดที่อยู่ในมือขวาของนานะตกลงบนพื้นพร้อมกัน เนื่องจากวันนี้ร้านขายไก่ทอดไม่เปิดขายเพราะจะหยุดขายทุกวันเสาร์ อาทิตย์ และจันทร์ จงหา 1) หากเหรียญต่างกัน หน้าของเหรียญทั้งสองที่หงายขึ้นมีกี่แบบ อะไรบ้าง

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
<u>คำถามที่อาจเป็นไปได้</u> **ง่าย** - แต่ละเหรียญมีกี่หน้า (หัว,ก้อย) - ร้านขายไก่ทอดขายกี่วัน วันอะไรบ้าง **ยากปานกลาง** - นานะกำเหรียญได้ทั้งหมดกี่แบบ (เหรียญทั้งหมดที่เป็นไปได้ 10, 5, 2, 1, 0.50, 0.25 บาท ซึ่งมีทั้งหมด 6 แบบ สามารถเขียนแผนภาพต้นไม้และหาจำนวนวิธีทั้งหมดของเหรียญที่นานะอาจจะกำอยู่จำนวน 2 เหรียญได้ 36 แบบ) - หน้าของเหรียญทั้งสองที่หงายขึ้นมีกี่แบบอะไรบ้าง (ซึ่งเหรียญอาจจะเหมือนกันหรือต่างกัน) - หากเหรียญต่างกัน หน้าของเหรียญทั้งสองที่หงายขึ้นมีกี่แบบ อะไรบ้าง - หากเหรียญเหมือนกัน หน้าของเหรียญทั้งสองที่หงายขึ้นมีกี่แบบ อะไรบ้าง **คำถามที่ยังไม่สามารถหาคำตอบได้** - สรุปแล้วนานะกำเหรียญอะไรอยู่ในมือ - นานะกับซอลเป็นเพื่อนกันหรือไม่ - คนขายไก่ทอดชื่ออะไร	2) หากเหรียญเหมือนกัน หน้าของเหรียญทั้งสองที่หงายขึ้นมีกี่แบบ อะไรบ้าง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

กิจกรรมการเรียนรู้

<table>
<tr><th>กลุ่มทดลอง</th><th>กลุ่มควบคุม</th></tr>
<tr><td colspan="2">ขั้นเตรียมความพร้อม
1. ครูสร้างแรงจูงใจในการเรียนรู้ของนักเรียน ด้วยคำถาม “นักเรียนคิดว่า ในชีวิตประจำวันมีสถานการณ์ใดบ้างที่เกี่ยวข้องกับ ความน่าจะเป็น” โดยครูอาจสุ่มนักเรียนให้ตอบ
2. ครูชี้แจงเป้าหมายที่จะเรียนในคาบนี้ (จุดประสงค์การเรียนรู้)
3. ครูอธิบายเกี่ยวกับแผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างเป็นระเบียบ โดยใช้การถาม-ตอบประกอบการอธิบาย เพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน จากนั้นครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยครูใช้การถาม-ตอบเพื่อให้นักเรียนอธิบายเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์บอก สิ่งที่โจทย์ถาม จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันทำตัวอย่างที่ 1 โดยครูใช้การถาม-ตอบและเขียนตามสิ่งที่นักเรียนบอกบนกระดาน หลังจากนั้นครูใช้คำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย แล้วให้นักเรียนจดบันทึกลงในใบความรู้ที่ 1</td></tr>
<tr><td>ขั้นจัดกิจกรรมการเรียนรู้
ระยะที่ 1 การตั้งปัญหาในกลุ่มใหญ่
1. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง เหตุเกิดเพราะอยากกินไก่ทอด (สำหรับกลุ่มทดลอง)
2. ครูใช้คำถามปลายเปิดกระตุ้นให้นักเรียนสำรวจข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนด เช่น “จากข้อมูลข้างต้น เราทราบอะไรบ้าง” แล้วให้นักเรียนเขียนลงในส่วนของ <u>1. ข้อมูลสำคัญที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์</u> จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปข้อมูลที่ได้จากการสำรวจ
3. ครูให้นักเรียนจับคู่กัน และใช้คำถามปลายเปิดกระตุ้นให้นักเรียนแต่ละคู่ตั้งคำถามที่สอดคล้องกับข้อมูลที่สำรวจได้และความรู้ที่ได้เรียนมา โดยเขียนลงในส่วนของ <u>2. สิ่งที่ต้องการทราบ (คำถาม)</u> ซึ่งครูอาจยกตัวอย่างคำถาม เช่น “เหรียญที่นานะถือคือเหรียญอะไร” “หน้าของเหรียญที่ตกลงแต่ละเหรียญจะเป็นไรได้บ้าง” จากนั้นครูให้นักเรียนจับกลุ่ม ๆ ละ 4 คน</td><td>ขั้นกิจกรรมการเรียนรู้
1. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 (สำหรับกลุ่มควบคุม) ซึ่งเป็นสถานการณ์ปัญหาที่มีส่วนของข้อคำถามสมบูรณ์อยู่แล้ว
2. ครูและนักเรียนร่วมกันวิเคราะห์โจทย์ปัญหาดังกล่าว โดยครูใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนอธิบาย จากนั้นผู้สอนจดสิ่งที่นักเรียนบอกบนกระดาน
3. ครูให้นักเรียนแก้ปัญหาเป็นรายบุคคล โดยครูจะคอยเดินสังเกตการทำงานของนักเรียน และใช้การถามตอบหรือให้คำแนะนำเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ จากนั้นครูใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนอธิบายแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยครูคอยจดสิ่งที่นักเรียนบอกบนกระดาน</td></tr>
</table>

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
เพื่อคัดเลือกคำถามที่สนใจที่สุดแล้วนำเสนอต่อชั้นเรียน 4. ครูพิจารณาคำถามที่ผู้เรียนตั้งขึ้น ซึ่งครูอาจใช้คำถามในการแนะหรือคำถามปลายเปิดเพื่อให้ผู้เรียนขยายคำถามให้มีความยากที่เหมาะสม แล้วให้นักเรียนจดประเด็นปัญหาลงใสส่วนที่ 1 <u>ส่วนของ บันทึกสิ่งที่ต้องการทราบ (คำถาม) จากชั้นเรียน</u> 5. นักเรียนร่วมกันเลือกคำถามที่สนใจจำนวน 2 ข้อ แล้วนำไปรวมกับข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ แล้วบันทึกลงใน <u>ส่วนของ ปัญหาที่ต้องการหาคำตอบ</u> เพื่อนำไปใช้แก้ปัญหาในระยะถัดไป **ระยะที่ 2 การแก้ปัญหาในกลุ่มเล็ก** 1. ครูให้นักเรียนจับคู่ตามความสมัครใจเพื่อแก้ประเด็นปัญหาที่เลือกไว้ 2. ครูใช้คำถามปลายเปิดกระตุ้นให้นักเรียนสร้างข้อคาดการณ์เกี่ยวกับแนวคิดและวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา เช่น “จะใช้วิธีการใดในการแก้ปัญหาข้อนี้ได้บ้าง” แล้วให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนจะได้พูดคุยหรือเขียนเพื่อแลกเปลี่ยนแนวคิด โดยครูคอยสังเกตและช่วยเหลือการทำงานของนักเรียนและใช้คำถามในการแนะ หรือใช้คำถามปลายเปิดเพื่อขยายแนวคิดของนักเรียน **ระยะที่ 3 การอภิปรายผลในกลุ่มใหญ่เกี่ยวกับการค้นพบของนักเรียน** 1. ครูสุ่มนักเรียนออกมานำเสนอแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา	4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยครูอาจใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียน 5. ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาให้มีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น 6. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย เกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา 7. ในกรณีที่มีเวลาเหลือครูให้นักเรียนแก้ปัญหาอื่นจากใบงานที่ 1 เพื่อให้นักเรียนได้นำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาอื่น โดยครูและนักเรียนร่วมกันแก้ปัญหาดังกล่าว และใช้การถามตอบเพื่อให้นักเรียนอธิบายแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาโดยครูคอยจดสิ่งที่นักเรียนบอกบนกระดาน 8. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา โดยครูอาจใช้การถามตอบเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของผู้เรียน 9. ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาให้มีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น 10. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย เกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา

กลุ่มทดลอง	กลุ่มควบคุม
ทีละข้อ โดยในแต่ละข้อครูคอยใช้คำถามปลายเปิดเพื่อให้นักเรียนกลุ่มอื่นได้เพิ่มเติมแนวคิด แลกเปลี่ยนแนวคิด แสดงความคิดเห็นและซักถามข้อสงสัย เช่น “การแก้ปัญหาข้อนี้ต้องใช้ความรู้เรื่องใดบ้าง” “มีใครใช้ขั้นตอนที่แตกต่างบ้าง” “มีใครคิดว่าคำตอบไม่ถูกต้องบ้าง” “พิจารณาเหรียญที่สองก่อนเหรียญที่หนึ่งได้หรือไม่” เป็นต้น 2. ผู้เรียนร่วมกันสรุปแนวคิดหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาข้อดังกล่าว โดยผู้สอนใช้คำถามปลายเปิดชี้แนะ เช่น “จากวิธีการแก้ปัญหาที่นำเสนอเราได้เรียนรู้อะไรบ้าง” โดยครูคอยจดสิ่งที่นักเรียนบอกบนกระดาน จากนั้นครูเว้นระยะเวลาให้นักเรียนบันทึกลงในใบกิจกรรมที่ 1 ในส่วนที่ 3 <u>ส่วนของสรุปการอภิปรายผล</u> **ระยะที่ 4 มอบหมายภาระงานและโครงงานเพิ่มเติม** 1. ครูแจกใบงานที่ 1 และมอบหมายให้นักเรียนทำบางข้อ 2. ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลย โดยการสุ่มนักเรียนมานำเสนอหน้าชั้นเรียน และใช้การถาม-ตอบเพื่อให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดและตรวจสอบความถูกต้อง	
ขั้นสรุปสิ่งเรียนรู้ 1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของ แผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างเป็นระเบียบ และเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย 2. ครูมอบหมายการบ้านคือใบงานที่ 1 (สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม) ข้อที่เหลือพร้อมทั้งกำหนดวันส่ง	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551

2. ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ (สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม)

3. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง เหตุเกิดเพราะอยากกินไก่ทอด (สำหรับกลุ่มทดลอง)

4. ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง เหตุเกิดเพราะอยากกินไก่ทอด (สาหรับกลุ่มควบคุม)

5. ใบงานที่ 1 (สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม)

การวัดและประเมินผล

1. สังเกตจากการทำกิจกรรมของนักเรียน การตอบคำถามของนักเรียน

2. สังเกตจากการมีส่วนร่วมในกิจกรรมของชั้นเรียน

3. สังเกตจากความถูกต้องของใบกิจกรรมและใบงาน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บันทึกหลักการสอน

1. ผลการสอน

.....

.....

.....

.....

2. ปัญหาและอุปสรรคที่พบ

.....

.....

.....

.....

3. แนวทางการแก้ไขปัญหาและข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

.....

(นายไตรภพ คงเสน)

ผู้สอน

ใบความรู้ที่ 1 (สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม)
เรื่อง กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

ในชีวิตประจำวันจะพบปัญหาเกี่ยวกับการนับจำนวนวิธีทั้งหมดที่เหตุการณ์อย่างใดอย่างหนึ่งจะเป็นไปได้ หรือจำนวนวิธีทั้งหมดในการจัดชุดของสิ่งต่าง ๆ เช่น การจัดแข่งขันกีฬา การจัดชุดเสื้อผ้า การจัดชุดอาหาร เป็นต้น ซึ่งวิธีการหนึ่งที่ใช้ในการนับจำนวนวิธีทั้งหมดของเหตุการณ์หนึ่ง ๆ คือ *แผนภาพต้นไม้*

1. แผนภาพต้นไม้ แบ่งได้เป็น 2 แบบ คือ แผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างเป็นระเบียบและแผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างไม่เป็นระเบียบ

1.1 <u>แผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างเป็นระเบียบ</u> มีลักษณะคือ แต่ละกิ่งแตกออกไปแล้วจะแตกกิ่งต่อกิ่ง กิ่งละเท่า ๆ กัน

ตัวอย่างที่ 1 จงใช้แผนภาพต้นไม้เพื่อหาจำนวนวิธีในการจัดโชว์เสื้อของร้านค้าแห่งหนึ่ง ที่ต้องการจัดโชว์เสื้อกีฬาทุกขนาดและทุกสี โดยมีเสื้อ 3 ขนาด คือ ขนาดเล็ก ขนาดกลาง และขนาดใหญ่ และแต่ละขนาดมี 2 สี คือ สีขาวกับสีแดง

วิธีทำ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

<u>ใบกิจกรรมที่ 1</u> เรื่อง เหตุเกิดเพราะอยากกินไก่ทอด (สำหรับกลุ่มทดลอง)

<u>สถานการณ์</u>

ในช่วงเย็นวันหนึ่ง นานะอยากกินไก่ทอดที่วางขายอยู่หน้าโรงเรียนเป็นอย่างมาก นานะจึงชวนซอลออกไปซื้อไก่ทอดด้วยกัน โดยนานะได้กำเหรียญจำนวนสองเหรียญไว้ในมือข้างขวา แต่พอถึงร้านขายไก่ทอดทั้งสองคนถึงกับต้องตกใจ ทำให้เหรียญทั้งหมดที่อยู่ในมือขวาของนานะตกลงบนพื้นพร้อมกัน เนื่องจากวันนี้ร้านขายไก่ทอดไม่เปิดขายเพราะจะหยุดขายทุกวันเสาร์ อาทิตย์และจันทร์

<u>คำชี้แจง</u> ให้นักเรียนสำรวจข้อมูลข้างต้น แล้วตอบคำถามหรือเขียนอธิบายในส่วนแตกต่อไปนี้

<u>ส่วนที่ 1</u> ระบุข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์

1. ข้อมูลสำคัญที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ (อาจเขียนได้มากกว่า 3 ข้อ)

1) .....

2) .....

3) .....

.....

.....

2. สิ่งที่ต้องการทราบ (คำถาม) (อาจเขียนได้มากกว่า 2 ข้อ)

1) .....

.....

2) .....

.....

บันทึกสิ่งที่ต้องการทราบ (คำถาม) จากชั้นเรียน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

<u>ส่วนที่ 2</u> ระบุปัญหาที่สนใจจากส่วนแรกและแสดงวิธีการหาคำตอบ

ปัญหาที่ต้องการหาคำตอบ (โปรดระบุ)

1) .....

.....

แสดงวิธีการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) .....

.....

แสดงวิธีการหาคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

<u>ส่วนที่ 3</u> สรุปการอภิปรายผล

.....

.....

.....

.....

.....

<u>ใบกิจกรรมที่ 1</u> เรื่อง เหตุเกิดเพราะอยากกินไก่ทอด (สำหรับกลุ่มควบคุม)

<u>สถานการณ์</u>

ในช่วงเย็นวันหนึ่ง นานะอยากกินไก่ทอดที่วางขายอยู่หน้าโรงเรียนเป็นอย่างมาก นานะจึงชวนซอลออกไปซื้อไก่ทอดด้วยกัน โดยนานะได้กำเหรียญจำนวนสองเหรียญไว้ในมือข้างขวา แต่พอถึงร้านขายไก่ทอดทั้งสองคนถึงกับต้องตกใจ ทำให้เหรียญทั้งหมดที่อยู่ในมือขวาของนานะตกลงบนพื้นพร้อมกัน เนื่องจากวันนี้ร้านขายไก่ทอดไม่เปิดขายเพราะจะหยุดขายทุกวันเสาร์ อาทิตย์ และจันทร์ จงหา

1) หากเหรียญต่างกัน หน้าของเหรียญทั้งสองที่หงายขึ้นมีกี่แบบ อะไรบ้าง

2) หากเหรียญเหมือนกัน หน้าของเหรียญทั้งสองที่หงายขึ้นมีกี่แบบ อะไรบ้าง

แสดงวิธีทำ

1) .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

แสดงวิธีทำ

2) .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

<u>ใบงานที่ 1</u> (สำหรับกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม)

คำชี้แจง ให้นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำโจทย์ข้อต่อไปนี้ลงในกระดาษ A4 โดย**<u>ไม่ต้องลอกโจทย์</u>** (ใช้ได้ทั้งกระดาษมีเส้นและไม่มีเส้น)

1. จงเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงวิธีทั้งหมดที่เกิดจากการเลือกแต่งตัวของลูฟี่ด้วยชุดต่าง ๆ จากการเลือกเสื้อ 3 ตัว ที่แตกต่างกัน กางเกง 2 ตัว ที่แตกต่างกัน และเนกไท 2 เส้น ที่แตกต่างกัน พร้อมทั้งสรุปวิธีการแต่งตัวของลูฟี่ว่าจะแต่งตัวได้ทั้งหมดกี่วิธี วิธีใดบ้าง พร้อมทั้งระบุว่าแผนภาพต้นไม้ดังกล่าวเป็นแผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างเป็นระเบียบหรือไม่ เพราะเหตุใด

2. จงเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงวิธีทั้งหมดที่เกิดจากการโยนเหรียญ 1 เหรียญ 3 ครั้ง พร้อมทั้งสรุปรูปแบบที่เกิดขึ้นทั้งหมดว่ามีกี่รูปแบบ อะไรบ้าง พร้อมทั้งระบุว่าแผนภาพต้นไม้ดังกล่าวเป็นแผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างเป็นระเบียบหรือไม่ เพราะเหตุใด

3. ในการโยนเหรียญหนึ่งเหรียญ เหรียญอาจจะขึ้นหัวหรือก้อย จงเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงวิธีทั้งหมดที่จุงกิโยนเหรียญ 3 เหรียญพร้อมกันหนึ่งครั้ง จะได้ผลต่าง ๆ กันได้ทั้งหมดกี่วิธี อะไรบ้าง พร้อมทั้งระบุว่าแผนภาพต้นไม้ดังกล่าวเป็นแผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างเป็นระเบียบหรือไม่ เพราะเหตุใด

4. จงเขียนแผนภาพต้นไม้แสดงวิธีทั้งหมดที่เกิดจากการทอดลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง พร้อมทั้งสรุปรูปแบบที่เกิดขึ้นว่ามีกี่รูปแบบ อะไรบ้าง และระบุว่าแผนภาพต้นไม้ดังกล่าวเป็นแผนภาพต้นไม้ที่แตกกิ่งออกอย่างเป็นระเบียบหรือไม่ เพราะเหตุใด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก จ

โครงสร้างของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผลการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวมรวมข้อมูล และตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 19 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง

เนื้อหา	**ด้านที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์หรือข้อสรุป**		**ด้านที่ 2 การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป**	
	ทดลองใช้ (ข้อ)	**ใช้จริง (ข้อ)**	**ทดลองใช้ (ข้อ)**	**ใช้จริง (ข้อ)**
1. อัตราส่วนและร้อยละ	3 (ข้อ 1.1, 2.1, 3.1)	2	3 (ข้อ 1.2, 2.2, 3.2)	2
2. เซต	2 (ข้อ 4.1, 5.1)	1	2 (ข้อ 4.2, 5.2)	1
3. เลขยกกำลัง	1 (ข้อ 6.1)	1	1 (ข้อ 6.2)	1
รวม	6	4	6	4

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 20 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง จำนวน 4 ข้อ

ข้อที่	ความยากง่าย (p)	อำจนาจจำแนก (r)	ความเที่ยง
1	0.70	0.29	0.618
2	0.41	0.35	
3	0.37	0.40	
4	0.52	0.54	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนการทดลอง)

ชื่อ – สกุล ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

<u>คำชี้แจง</u>

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ <u>มีคำถามทั้งหมด 4 ข้อ จำนวน 10 หน้า</u> เป็นข้อสอบแบบอัตนัย

2. ใช้<u>เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที</u>

3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียน ชื่อ – สกุล ในหน้าแรก และเขียน ชั้น เลขที่ ในแบบวัดฉบับนี้ทุกแผ่น

4. ในการทำข้อสอบสามารถ<u>ใช้ได้ทั้งปากกาและดินสอ</u>

5. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคิดอย่างเต็มความสามารถทุกข้อ

6. หากมีปัญหาโปรดสอบถามจากครูผู้คุมสอบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2. กำหนดสถานการณ์ดังนี้

การวิ่งของรถยนต์สองคัน ซึ่งใช้ถนนเส้นทางเดียวกันและใช้น้ำมันชนิดเดียวกัน พบว่าอัตราส่วนของระยะทางที่วิ่งได้ต่อเวลาที่ใช้ต่อปริมาณน้ำมันที่ใช้ของรถยนต์ A กับรถยนต์ B มีข้อมูลแตกต่างกัน ดังตารางต่อไปนี้

รถยนต์ A		
ระยะทางที่วิ่งได้ (กิโลเมตร)	เวลาที่ใช้ (นาที)	น้ำมันที่ใช้ (ลิตร)
10	12	0.40
15	18	0.60
20	24	0.80
25	30	1.00

รถยนต์ B		
ระยะทางที่วิ่งได้ (กิโลเมตร)	เวลาที่ใช้ (นาที)	น้ำมันที่ใช้ (ลิตร)
9	6	0.45
12	8	0.60
15	10	0.75
18	12	0.9

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 ถ้าต้องการเดินทาง 225 กิโลเมตร แล้วปริมาณของน้ำมันที่รถยนต์ A ใช้จะมากกว่าหรือน้อยกว่าปริมาณของน้ำมันที่รถยนต์ B ใช้ และใช้ปริมาณของน้ำมันมากกว่าหรือน้อยกว่าอยู่กี่ลิตร

ตอบ

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สำหรับทดข้อ 2.1

2.2 พิจารณาข้อความต่อไปนี้ “หากรถยนต์ทั้ง 2 คันใช้เวลาในการวิ่ง 1 ชั่วโมงเท่ากัน แล้วรถยนต์ A จะวิ่งไปได้ไกลกว่ารถยนต์ B” ข้อความดังกล่าวเป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สำหรับทดข้อ 2.2

ตาราง 21 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง

เนื้อหา	**<u>ด้านที่ 1</u> ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายของปัญหา**		**<u>ด้านที่ 2</u> ด้านการนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหา และ<u>ด้านที่ 3</u> ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในขั้นตอนการแก้ปัญหา**	
	ทดลองใช้ (ข้อ)	**ใช้จริง (ข้อ)**	**ทดลองใช้ (ข้อ)**	**ใช้จริง (ข้อ)**
1. อัตราส่วนและร้อยละ	3 (ข้อ 1.1, 2.1, 3.1)	2	3 (ข้อ 1.2, 2.2, 3.2)	2
2. เซต	2 (ข้อ 4.1, 5.1)	1	2 (ข้อ 4.2, 5.2)	1
3. เลขยกกำลัง	1 (ข้อ 6.1)	1	1 (ข้อ 6.2)	1
รวม	6	4	6	4

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 22 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง จำนวน 4 ข้อ

ข้อที่	ความยากง่าย (p)	อำจนาจจำแนก (r)	ความเที่ยง
1	0.31	0.35	0.714
2	0.28	0.40	
3	0.24	0.25	
4	0.34	0.38	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ฉบับก่อนการทดลอง)

ชื่อ – สกุล ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

<u>คำชี้แจง</u>

1. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ <u>มีคำถามทั้งหมด 4 ข้อ จำนวน 11 หน้า</u> เป็นข้อสอบแบบอัตนัย

2. ใช้<u>เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที</u>

3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียน ชื่อ – สกุล ในหน้าแรก และเขียน ชั้น เลขที่ ในแบบวัดฉบับนี้ทุกแผ่น

4. ในการทำข้อสอบสามารถ<u>ใช้ได้ทั้งปากกาและดินสอ</u>

5. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคิดอย่างเต็มความสามารถทุกข้อ

6. หากมีปัญหาโปรดสอบถามจากครูผู้คุมสอบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1. กำหนดสถานการณ์ดังนี้

วีระต้องการเดินทางจากเมือง A ไปยังเมือง D ซึ่งต้องผ่านเมือง B กับเมือง C ตามลำดับ โดยเมือง B อยู่ทางทิศเหนือของเมือง A เมือง C อยู่ทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือของเมือง B และเมือง D อยู่ทางทิศตะวันออกเฉียงใต้ของเมือง C

หากระยะทางจากเมือง B ไปยังเมือง C ยาว $\mathbf{x}$ กิโลเมตร และระยะทางระหว่างเมือง C ไปยังเมือง D เป็นสามเท่าของระยะทางระหว่างเมือง B ไปยังเมือง C และระยะทางจากเมือง A ไปยังเมือง B เป็นครึ่งหนึ่งของระยะทางระหว่างเมือง B ไปยังเมือง D

จากสถานการณ์และตัวแปรที่กำหนด จงตอบคำถามต่อไปนี้

1.1 จงวาดภาพแสดงแผนที่การเดินทางของวีระ พร้อมทั้งระบุระยะทางระหว่างเมืองแต่ละเมืองให้สอดคล้องกับข้อมูลจากสถานการณ์และตัวแปรที่กำหนด

ตอบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1.2 จากข้อ **1.1 จงแสดงวิธีการหาว่าวีระจะใช้เวลาในการเดินทางจากเมือง A ไปยังเมือง D ทั้งหมดเท่าใด** โดยระบุสิ่งที่นักเรียนต้องการหาเพื่อนำไปสู่คำตอบเป็นข้อ ๆ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดในแต่ละข้อ เมื่อกำหนดข้อมูลเพิ่มเติมดังนี้

> ระยะทางจากเมือง B ไปยังเมือง D ยาว 120 กิโลเมตร และวีระเดินทางจากเมือง A ไปยังเมือง C ด้วยอัตราเร็วคงที่ 30 กิโลเมตรต่อชั่วโมง โดยเมื่อวีระเดินทางถึงเมือง C เขาต้องหยุดพักเป็นเวลา 30 นาที ก่อนที่จะออกเดินทางต่อจากเมือง C ไปยังเมือง D ด้วยอัตราเร็วคงที่ 45 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 23 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง

เนื้อหา	**ด้านที่ 1 การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์หรือข้อสรุป**		**ด้านที่ 2 การพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อสรุป**	
	ทดลองใช้ (ข้อ)	**ใช้จริง (ข้อ)**	**ทดลองใช้ (ข้อ)**	**ใช้จริง (ข้อ)**
1. ความน่าจะเป็น	6 (ข้อ 1.1, 2.1, 3.1, 4.1, 5.1, 6.1)	4	6 (ข้อ 1.2, 2.2, 3.2, 4.2, 5.2, 6.2)	4
รวม	6	4	6	4

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 24 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง จำนวน 4 ข้อ

ข้อที่	ความยากง่าย (p)	อำจนาจจำแนก (r)	ความเที่ยง
1	0.41	0.33	0.645
2	0.42	0.46	
3	0.48	0.44	
4	0.27	0.33	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังการทดลอง)

ชื่อ – สกุล ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

<u>คำชี้แจง</u>

1. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ <u>มีคำถามทั้งหมด 4 ข้อ จำนวน 10 หน้า</u> เป็นข้อสอบแบบอัตนัย

2. ใช้<u>เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที</u>

3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียน ชื่อ – สกุล ในหน้าแรก และเขียน ชั้น เลขที่ ในแบบวัดฉบับนี้ทุกแผ่น

4. ในการทำข้อสอบสามารถ<u>ใช้ได้ทั้งปากกาและดินสอ</u>

5. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคิดอย่างเต็มความสามารถทุกข้อ

6. หากมีปัญหาโปรดสอบถามจากครูผู้คุมสอบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2. กำหนดสถานการณ์ดังนี้

ตู้เซฟนิรภัยตู้หนึ่ง สามารถเปิดออกได้โดยใช้ตัวเลขที่มีสามหลักเพียงแบบเดียวเท่านั้น ซึ่งตัวเลขทั้งสามในแต่ละหลักอาจซ้ำกันได้ และตัวเลขในแต่ละหลักมีเงื่อนไขเพิ่มเติม ดังนี้

หลัก	เงื่อนไข
ร้อย	เป็นเลขโดดที่อยู่ระหว่าง 3 กับ 6
สิบ	เป็นเลขโดดที่เป็นจำนวนคี่
หน่วย	เป็นเลขโดดที่หารด้วย 2 ลงตัว

หากในการเปิดตู้เซฟนิรภัยดังกล่าว แม่พลอยสามารถเลือกใช้ตัวเลขได้จากตัวเลขชุด A ชุด B หรือชุด C เพียงชุดเดียวเท่านั้น และตัวเลขในแต่ละชุดมีรายละเอียดดังนี้

ตัวเลขชุด A
2, 4, 5, 8, 9

ตัวเลขชุด B
2, 4, 6, 7, 8, 9

ตัวเลขชุด C
4, 5, 6, 7, 8, 9

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1 จำนวนวิธีในการสร้างตัวเลขสามหลักเพื่อเปิดตู้เซฟนิรภัยดังกล่าวจากการใช้ตัวเลขชุด A จะมากกว่าหรือน้อยกว่าจากการใช้ตัวเลขชุด B และต่างกันอยู่กี่วิธี

ตอบ

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สำหรับทดข้อ 2.1

2.2 พิจารณาข้อความต่อไปนี้ “หากแม่พลอยเลือกตัวเลขชุด A จะทำให้แม่พลอยมีโอกาสเปิดตู้เซฟนิรภัยได้มากที่สุด” ข้อความข้างต้นเป็นจริงหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

สำหรับทดข้อ 2.2

ตาราง 25 โครงสร้างของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง

เนื้อหา	**<u>ด้านที่ 1</u> ด้านการใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความหมายของปัญหา**		**<u>ด้านที่ 2</u> ด้านการนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหา และ<u>ด้านที่ 3</u> ด้านการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในขั้นตอนการแก้ปัญหา**	
	ทดลองใช้ (ข้อ)	**ใช้จริง (ข้อ)**	**ทดลองใช้ (ข้อ)**	**ใช้จริง (ข้อ)**
1. ความน่าจะเป็น	6 (ข้อ 1.1, 2.1, 3.1, 4.1, 5.1, 6.1)	4	6 (ข้อ 1.2, 2.2, 3.2, 4.2, 5.2, 6.2)	4
รวม	6	4	6	4

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 26 แสดงค่าความยากง่าย (p) อำนาจจำแนก (r) และความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง จำนวน 4 ข้อ

ข้อที่	ความยากง่าย (p)	อำจนาจจำแนก (r)	ความเที่ยง
1	0.50	0.42	0.779
2	0.39	0.35	
3	0.38	0.47	
4	0.33	0.33	

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (ฉบับหลังการทดลอง)

ชื่อ – สกุล ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

<u>คำชี้แจง</u>

1. แบบวัดความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ <u>มีคำถามทั้งหมด 4 ข้อ จำนวน 11 หน้า</u> เป็นข้อสอบแบบอัตนัย

2. ใช้<u>เวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที</u>

3. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียน ชื่อ – สกุล ในหน้าแรก และเขียน ชั้น เลขที่ ในแบบวัดฉบับนี้ทุกแผ่น

4. ในการทำข้อสอบสามารถ<u>ใช้ได้ทั้งปากกาและดินสอ</u>

5. ให้นักเรียนแสดงวิธีการคิดอย่างเต็มความสามารถทุกข้อ

6. หากมีปัญหาโปรดสอบถามจากครูผู้คุมสอบ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

3. กำหนดสถานการณ์ดังนี้

ในการเดินทางจากเมือง A ไปยังเมือง C จะต้องผ่านเมือง B โดยที่การเดินทางจากเมือง A ไปยังเมือง B สามารถเดินทางได้ 3 เส้นทาง คือ เส้นทางที่ 1 มีระยะทางเท่ากับ x กิโลเมตร เส้นทางที่ 2 มีระยะทางยาวกว่าเส้นทางที่ 1 อยู่ 5 กิโลเมตร และเส้นทางที่ 3 มีระยะทางสั้นกว่าเส้นทางที่ 2 อยู่ 20 กิโลเมตร และในการเดินทางจากเมือง B ไปยังเมือง C สามารถเดินทางได้ 2 เส้นทาง คือ เส้นทางที่ 4 มีระยะทางเท่ากับ 35 กิโลเมตร และอีกเส้นทางหนึ่งคือ เส้นทางที่ 5 ซึ่งมีระยะทางสั้นกว่าสองเท่าของระยะทางของเส้นทางที่ 1 อยู่ 5 กิโลเมตร

จากสถานการณ์ข้างต้น จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 จงวาดภาพแทนการเดินทางจากเมือง A ไปยังเมือง C ให้สอดคล้องกับข้อมูลจากสถานการณ์และตัวแปรที่กำหนด

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.2 จากข้อ 3.1 หากการเดินทางจากเมือง A ไปยังเมือง C เป็นไปอย่างสุ่ม **จงแสดงวิธีการหาความน่าจะเป็นของการเดินทางจากเมือง A ไปยังเมือง C ด้วยระยะทางที่สั้นที่สุด** โดยระบุสิ่งที่นักเรียนต้องการหาเพื่อนำไปสู่คำตอบเป็นข้อๆ พร้อมทั้งอธิบายแนวคิดในแต่ละข้อ เมื่อกำหนดเงื่อนไขเพิ่มเติมดังนี้

ผลรวมของระยะทางระหว่างเส้นทางที่ 2 กับเส้นทางที่ 3 เท่ากับ 30 กิโลเมตร

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายไตรภพ คงเสน เกิดวันที่ 2 กุมภาพันธ์ พ.ศ. 2534 ที่จังหวัดนครศรีธรรมราช อาศัยอยู่ที่บ้านเลขที่ 153 หมู่ 5 ตำบลโคกสัก อำเภอบางแก้ว จังหวัดพัทลุง รหัสไปรษณีย์ 93140 สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2556 และเข้าศึกษาต่อในโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) หลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2557

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University