การพัฒนาวิธีการหาคำตอบเพื่อแก้ปัญหาการจัดตารางการซ้อมวงดนตรีโดยมีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี

นายชาคริต ปักษ์ประจำ

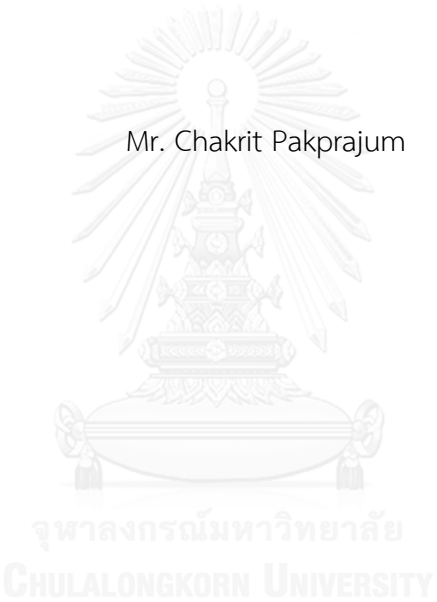
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทคัดย่อและแฟ้มข้อมูลฉบับเต็มของวิทยานิพนธ์ตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 ที่ให้บริการในคลังปัญญาจุฬาฯ (CUIR)
เป็นแฟ้มข้อมูลของนิสิตเจ้าของวิทยานิพนธ์ ที่ส่งผ่านทางบัณฑิตวิทยาลัย
The abstract and full text of theses from the academic year 2011 in Chulalongkorn University Intellectual Repository (CUIR)
are the thesis authors' files submitted through the University Graduate School.

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิศวกรรมอุตสาหการ ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2559
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

SOLUTION APPROACH DEVELOPMENT FOR A MUSIC REHEARSAL PROBLEM WITH INSTRUMENT SETUP TIME

Mr. Chakrit Pakprajum



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Engineering Program in Industrial Engineering
Department of Industrial Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic Year 2016

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การพัฒนาวิธีการหาคำตอบเพื่อแก้ปัญหาการจัดตารางการซ้อมวงดนตรีโดยมีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี
โดย	นายชาคริต ปักษ์ประจำ
สาขาวิชา	วิศวกรรมอุตสาหการ
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	อาจารย์ ดร. พิศิษฏ์ จารุมณีโรจน์

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.....คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร. สุพจน์ เตชวรสินสกุล)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สีรง ปรีชานนท์)

.....อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(อาจารย์ ดร. พิศิษฏ์ จารุมณีโรจน์)

.....กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. วิภาวี ธรรมาภรณ์พิลาศ)

.....กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย

(อาจารย์ ดร. สิรวิชญ์ สว่างนพ)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ชาคริต ปักษ์ประจำ : การพัฒนาวิธีการหาคำตอบเพื่อแก้ปัญหาการจัดตารางการซ้อมวงดนตรีโดยมีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี (SOLUTION APPROACH DEVELOPMENT FOR A MUSIC REHEARSAL PROBLEM WITH INSTRUMENT SETUP TIME) อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: อ. ดร. พิศิษฏ์ จารุมณีโรจน์, 102 หน้า.

การซ้อมดนตรีเป็นสิ่งสำคัญในการเตรียมความพร้อมของนักดนตรีก่อนการขึ้นแสดงคอนเสิร์ตและการแสดงออร์เครสตรา โดยในการซ้อมแต่ละครั้งจะมีค่าใช้จ่ายเกิดขึ้น 2 ส่วนหลักๆ คือ ค่าใช้จ่ายในการเช่าสถานที่ซ้อม และค่าใช้จ่ายในการจัดจ้างนักดนตรี ซึ่งค่าใช้จ่ายดังกล่าวขึ้นอยู่กับลำดับการซ้อม ตลอดจนจำนวนเพลงและจำนวนนักดนตรีที่ต้องทำการซ้อมในแต่ละช่วงเวลา

การวางแผนการซ้อมที่ไม่เหมาะสมอาจก่อให้เกิดต้นทุนที่เพิ่มสูงขึ้นโดยไม่จำเป็น ทั้งในส่วนของนักดนตรีที่จำเป็นต้องรอระหว่างเพลง และในส่วนของจำนวนวันที่เพิ่มขึ้นอันเป็นผลมาจากการจัดตารางการซ้อมที่ไม่มีประสิทธิภาพ ปัญหาการจัดตารางการซ้อมวงดนตรีมักถูกแก้ไขด้วยวิธีการฮิวริสติกแบบต่างๆ เนื่องจากเป็นปัญหาที่มีความซับซ้อน อย่างไรก็ตาม งานวิจัยนี้ได้นำเสนอแบบจำลองคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบที่เหมาะที่สุดสำหรับปัญหาดังกล่าวในหนึ่งขั้นตอน ทั้งนี้แบบจำลองดังกล่าวยังสามารถนำไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาการจัดตารางการซ้อมวงดนตรีที่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีได้อีกด้วย

แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นเกิดจากการผสมผสานกันระหว่างแบบจำลองการจัดเส้นทางการเดินรถและแบบจำลองการจัดตารางการซ้อมเพลงแบบดั้งเดิม โดยผู้วิจัยได้นำเสนอแบบจำลองทั้งหมด 5 รูปแบบ ที่มีความแตกต่างในแง่ของการคิดค่าใช้จ่ายรวม และเวลาในการปรับตั้งเครื่องดนตรี

ผลจากการทดลอง พบว่า แบบจำลองที่มุ่งเน้นการลดเวลารอโดยไม่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี (แบบจำลอง A1) สามารถลดเวลารอของนักดนตรีลงได้ทั้งในกรณีที่ความยาวเพลงเท่ากันและไม่เท่ากัน ในกรณีที่พิจารณาเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี (แบบจำลอง A3) แบบจำลองที่พัฒนาขึ้นยังคงสามารถหาค่าคำตอบที่เหมาะสมที่สุดได้ หากแต่เวลาที่ใช้ในการคำนวณเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญ ในกรณีที่สมการจุดประสงค์พิจารณาลดทั้งจำนวนวันที่นักดนตรีต้องมายังสถานที่ซ้อมและเวลารอ (แบบจำลอง A5) แบบจำลองดังกล่าวสามารถหาค่าที่เหมาะสมที่สุดได้เพียง 10 ชุดข้อมูล โดยเป็นชุดข้อมูลที่มีองค์ประกอบของการซ้อมน้อยที่สุด เมื่อเปรียบเทียบกับกรณีอื่น

ภาควิชา วิศวกรรมอุตสาหการ ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา วิศวกรรมอุตสาหการ ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก .....

ปีการศึกษา 2559

5770397721 : MAJOR INDUSTRIAL ENGINEERING

KEYWORDS: MILP / VEHICLE ROUTING PROBLEM / MUSIC REHEARSAL PROBLEM

CHAKRIT PAKPRAJUM: SOLUTION APPROACH DEVELOPMENT FOR A MUSIC REHEARSAL PROBLEM WITH INSTRUMENT SETUP TIME. ADVISOR: PISIT JARUMANEEROJ, Ph.D., 102 pp.

Music rehearsal is crucial for any concerts and orchestral performances as it helps those related players ready for the lives. Frequent rehearsing is preferable; but, not that practical in real life due to immense operational costs, including major costs of rental and wages. The number of rehearsal components, i.e. music pieces and musicians, also affects the rehearsal planning as it complicates the assigning and sequencing of those underlining elements in multiple rehearsal days. Improper planning may also leave uninvolved players stay idle in the rehearsal place.

While this so-called music rehearsal problem is typically solved by two-stage heuristics, this research aims to develop an integrated integer linear programming that solves such a problem and its variants, i.e. music rehearsal problem with instrument setup time, to optimality in one stage. This model is a combination of the capacitated vehicle routing problem and the traditional music rehearsal problem. In this work, five different formulations with different objective functions are proposed.

The results from a model with no instrument setup time (Model A1) show significant reduction in waiting time for both equal and unequal music length cases. When instrument setup time is introduced (Model A3), optimal solutions could still be founded; but, with notable growth in computational time. Lastly, when both number of show-up days and waiting time are concerned (Model A5), only 10 from 70 instances could be solved to optimality due to complexity of the problem.

Department: Industrial Engineering Student's Signature .....

Field of Study: Industrial Engineering Advisor's Signature .....

Academic Year: 2016

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี เนื่องจากได้รับคำแนะนำและคำปรึกษาอย่างใกล้ชิดจากบุคคลต่างๆที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง ดังต่อไปนี้

ผู้ดำเนินงานวิจัยขอขอบพระคุณ บิดา มารดาและญาติในครอบครัวทุกท่าน ที่ได้อบรมเลี้ยงดู ให้คำปรึกษาในการใช้ชีวิต รวมไปถึงช่วยสนับสนุนด้านต่างๆในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ และยังเป็นกำลังใจให้ผู้ดำเนินงานวิจัยไม่รู้สึกท้อหรือเบื่อหน่ายในการทำงานวิจัยนี้

ผู้ดำเนินงานวิจัยขอขอบพระคุณ อ.ดร.พิศิษฎ์ จารุมณีโรจน์ ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ที่ให้คำปรึกษาข้อเสนอแนะรวมถึงข้อแนะนำต่างๆในการจัดทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ รวมไปถึงการเสียสละแรงกาย, เวลาเพื่อให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สมบูรณ์ รวมไปถึงการให้ความรู้ในมุมมองด้านๆต่างของปัญหาในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ทำให้ผู้ดำเนินงานวิจัยได้ตระหนักถึงคุณค่าของงานวิจัยนี้ รวมไปถึงการเอาใจใส่และการทุ่มเทสิ่งต่างๆให้แก่ผู้ดำเนินงานวิจัยเป็นอย่างยิ่ง จึงได้ขอกราบขอบพระคุณอาจารย์เป็นอย่างสูง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย ..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... จ

กิตติกรรมประกาศ ..... ฉ

สารบัญ ..... ช

สารบัญตาราง ..... ญ

สารบัญรูปภาพ ..... ฏ

บทที่ 1 บทนำ 1

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา 1

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย 9

1.3 ขอบเขตและข้อสมมุติฐานของงานวิจัย 9

1.4 ผลที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัย 10

1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงานวิจัย 10

บทที่ 2 การทบทวนวรรณกรรม 11

2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดตารางนักดนตรีในการซ้อมเพลง 11

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถภายใต้รถบรรทุกสินค้าที่มีขนาดจำกัด (Capacitated vehicle routing problems ; CVRP) 16

2.2.1 ลักษณะทั่วไปของปัญหา VRP 17

2.2.2 วิธีแม่นตรง (Exactly Method) 18

2.2.3 วิธีฮิวริสติก (Heuristic Method) 20

2.3 กำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็ม (Integer Linear Programming) 21

บทที่ 3 แนวทางการแก้ปัญหา 23

3.1 ปัญหาในงานวิจัย (Problem Description) 23

3.1.1 ลักษณะของวงดนตรีที่ทำการศึกษา 23

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

หน้า

3.1.2 ลักษณะเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี 23

3.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Math Model) ที่ไม่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี (แบบจำลอง A1) 25

3.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Math Model) ที่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี ในรูปกำหนดการไม่เป็นเชิงเส้นตรง (แบบจำลอง A2) 37

3.4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Math Model) ที่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี ในรูปกำหนดการเชิงเส้นตรง (แบบจำลอง A3).....43

3.5 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Math Model) ที่ไม่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีที่คิดค่าใช้จ่ายจากการใช้สถานที่ซ้อม(รายวัน)และค่าใช้จ่ายในการจ้างนักดนตรี(รายชม.)ที่อยู่ในสถานที่ซ้อมน้อยที่สุด (แบบจำลอง A4).....50

3.6 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Math Model) ที่ไม่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีที่คิดค่าใช้จ่ายค่าใช้จ่ายในการจ้างนักดนตรี(รายวัน)ที่มาสถานที่ซ้อมและเวลารอของนักดนตรี (แบบจำลอง A5).....53

บทที่ 4 ผลการดำเนินงานวิจัย.....58

4.1 ผลวิจัยของการหาคำตอบเปรียบเทียบของเพลงที่ใช้เวลาซ้อมเท่ากัน.....58

4.2 ผลวิจัยของการหาคำตอบเปรียบเทียบของเพลงที่ใช้เวลาซ้อมไม่เท่ากัน.....65

4.3 ผลวิจัยของการหาคำตอบของเพลงที่ใช้เวลาซ้อมไม่เท่ากันโดยมีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี 73

4.4 ผลวิจัยของการหาคำตอบของเพลงที่ใช้เวลาซ้อมไม่เท่ากัน โดยใช้แบบจำลองที่คิดค่าใช้จ่ายตามจริง (แบบจำลอง A4).....77

4.5 ผลวิจัยของการหาคำตอบของเพลงที่ใช้เวลาซ้อมไม่เท่ากันด้วยแบบจำลองที่ไม่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี โดยคิดค่าใช้จ่ายค่าใช้จ่ายในการจ้างนักดนตรี (รายวัน) ที่มาสถานที่ซ้อม และเวลารอของนักดนตรี (แบบจำลอง A5).....81

4.6 จำนวนตัวแปรทั้งหมดของแต่ละแบบจำลอง.....83

บทที่ 5 สรุปผลงานวิจัยและข้อเสนอแนะ.....85

5.1 สรุปผลในการทำงานวิจัย.....85

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

หน้า

5.2 ปัญหา วิธีการแก้ปัญหาในการทำงานวิจัย.....86

5.3 ข้อเสนอแนะ.....86

รายการอ้างอิง.....88

ภาคผนวก.....91

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 102

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญตาราง

ตารางที่ 1.1 ตารางจำลองการซ้อมของนักดนตรีที่ยังไม่มีการจัดตารางการซ้อมเพลง.....2

ตารางที่ 1.2 ตารางจำลองการซ้อมของนักดนตรีที่มีการจัดตารางการซ้อมเพลงให้เหมาะสม.....2

ตารางที่ 1.3 ข้อมูลการซ้อมเพลงในปัญหาของ Smith (2003).....4

ตารางที่ 1.4 ตารางการซ้อมเพลงแบบสองวันตามแบบจำลองของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014).....4

ตารางที่ 2.1 ตารางข้อมูลจำลองการซ้อมดนตรีที่มีความยาวเพลงไม่เท่ากัน.....13

ตารางที่ 2.2 ตารางการซ้อมของนักดนตรี ที่แบ่งจำนวนวันการซ้อม 2 วัน.....13

ตารางที่ 2.3สรุปงานวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดตารางการซ้อมของนักดนตรี.....15

ตารางที่ 2.4 ตัวอย่างข้อมูลระยะทางระหว่างเมือง.....22

ตารางที่ 3.1 ตัวอย่างข้อมูลการซ้อมเพลงเพื่อหาเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี.....24

ตารางที่ 3.2 เวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีจากตารางที่ 3.1.....25

ตารางที่ 3.3 ตัวอย่างสำหรับตัวแปรในการตัดสินใจของ s_{pk}^{d} , a_{pk}^{d} และ l_{pk}^{d} 32

ตารางที่ 3.4 ตัวอย่างสำหรับตัวแปรในการตัดสินใจของ p_{pk}^{d} , s_{pk}^{d} และ w_{pk}^{d} 33

ตารางที่ 3.5 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 1.....34

ตารางที่ 3.6 คำตอบของปัญหาชุดตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 1.....35

ตารางที่ 3.7 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงไม่เท่ากันชุดที่ 1.....47

ตารางที่ 3.8 ค่าปรับตั้งเครื่องดนตรีจากตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงไม่เท่ากันชุดที่ 1.....48

ตารางที่ 3.9 คำตอบของปัญหาชุดตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงไม่เท่ากันชุดที่ 1 48

ตารางที่ 3.10 คำตอบของปัญหาชุดตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงไม่เท่ากันชุดที่ 1 โดยคิดเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี.....49

ตารางที่ 4.1 เวลาในการรอของนักดนตรีทั้งหมดซึ่งหาด้วยแบบจำลองคณิตศาสตร์กรณีที่ความยาวเพลงที่เท่ากัน 60

ตารางที่ 4.2 ระยะเวลาในการหาคำตอบด้วยแบบจำลองคณิตศาสตร์กรณีที่ความยาวเพลงที่เท่ากัน 64

ตารางที่ 4.3 เวลาในการรอของนักดนตรีทั้งหมดซึ่งหาด้วยแบบจำลองคณิตศาสตร์กรณีที่ความยาวเพลงที่ไม่เท่ากัน 67

ตารางที่ 4.4 เวลาในการรอของนักดนตรีทั้งหมดซึ่งหาด้วยแบบจำลองคณิตศาสตร์กรณีที่ความยาวเพลงที่ไม่เท่ากัน 72

ตารางที่ 4.5 เวลาในการรอของนักดนตรีทั้งหมดซึ่งหาด้วยแบบจำลองคณิตศาสตร์กรณีที่ความยาวเพลงที่ไม่เท่ากันโดยมีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี 75

ตารางที่ 4.6 ระยะเวลาในการหาคำตอบด้วยแบบจำลองคณิตศาสตร์กรณีที่ความยาวเพลงที่ไม่เท่ากัน 76

ตารางที่ 4.7 จำนวนเวลาที่นักดนตรีอยู่ในสถานที่ซ้อมในกรณีที่ความยาวเพลงไม่เท่ากัน (แบบจำลองที่ 3.5) 79

ตารางที่ 4.8 เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบในกรณีที่ความยาวเพลงไม่เท่ากัน (แบบจำลองที่ 3.5) ..80

ตารางที่ 4.9 เวลาที่ใช้ในการหารคำตอบของแบบจำลองที่ 3.6 82

ตารางที่ 4.10 ค่าเวลารอของนักดนตรีที่เกิดขึ้นจากแบบจำลองที่ 3.6 82

ตารางที่ 4.11 จำนวนตัวแปรต่างๆของแต่ละแบบจำลองที่ได้จากโปรแกรม Cplex.....83

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สารบัญรูปภาพ

รูปที่ 1.1 การจัดตารางการซ้อมเพลงแบบสองวันตามแบบจำลองของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) ให้อยู่ในรูปแบบปัญหา VRP 5

รูปที่ 1.2 แผนผังการจัดที่นั่งของนักดนตรีวงออร์เครสตรา 6

รูปที่ 1.3 การ Pre - processing ปัญหาการจัดตารางการซ้อมที่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีให้อยู่ในรูปแบบปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ.....8

รูปที่ 2.1 กราฟของวัฏจักรฮามิลตันที่มีการผ่านจุดยอดแต่ละจุดเพียงครั้งเดียว.....16

รูปที่ 2.2 โครงข่ายแสดงปัญหาปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ 17

รูปที่ 3.1 ตัวอย่างในการหาลำดับลูกค้าของการขนส่งสินค้า.....29

รูปที่ 3.2 การจัดตารางซ้อมเพลงให้อยู่ในรูปแบบปัญหาการขนส่งสินค้า 30

รูปที่ 3.3 ตัวอย่างการซ้อมเพลงในวันที่ 1 เมื่อพิจารณาเฉพาะนักดนตรีคนที่ 1 32

รูปที่ 3.4 การ Pre-processing จากคำตอบของปัญหาชุดตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 1 พิจารณาเฉพาะนักดนตรีคนที่ 1 35

รูปที่ 3.5 การ Pre-processing จากคำตอบของปัญหาชุดตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 1 พิจารณาเฉพาะนักดนตรีคนที่ 9 36

รูปที่ 3.6 ค่าปรับตั้งเครื่องดนตรีโดยคิดจากการเปลี่ยนแปลงนักดนตรีจากเพลงก่อนหน้า.....40

รูปที่ 4.1 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบความยาวเพลงเท่ากันที่ 10 เพลง, 10 นักดนตรี, วันซ้อม 2 วัน.....61

รูปที่ 4.2 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบความยาวเพลงเท่ากันที่ 12 เพลง, 10 นักดนตรี, วันซ้อม 2 วัน.....61

รูปที่ 4.3 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบความยาวเพลงเท่ากันที่ 14 เพลง, 10 นักดนตรี, วันซ้อม 2 วัน.....62

รูปที่ 4.4 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบความยาวเพลงเท่ากันที่ 10 เพลง, 10 นักดนตรี, วันซ้อม 3 วัน.....62

รูปที่ 4.5 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบความยาวเพลงเท่ากันที่ 12 เพลง, 10 นักดนตรี, วันซ้อม 3 วัน.....63

รูปที่ 4.6 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบความยาวเพลงเท่ากันที่ 14 เพลง, 10 นักดนตรี, วันซ้อม 3 วัน.....63

รูปที่ 4.7 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบความยาวเพลงต่างกันที่ 10 เพลง, 5 นักดนตรี, วันซ้อม 2 วัน.....68

รูปที่ 4.8 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบความยาวเพลงต่างกันที่ 12 เพลง, 5 นักดนตรี, วันซ้อม 2 วัน.....68

รูปที่ 4.9 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบความยาวเพลงต่างกันที่ 14 เพลง, 5 นักดนตรี, วันซ้อม 2 วัน.....69

รูปที่ 4.10 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบความยาวเพลงต่างกันที่ 10 เพลง, 5 นักดนตรี, วันซ้อม 3 วัน.....69

รูปที่ 4.11 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบความยาวเพลงต่างกันที่ 12 เพลง, 5 นักดนตรี, วันซ้อม 3 วัน.....70

รูปที่ 4.12 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบความยาวเพลงต่างกันที่ 14 เพลง, 5 นักดนตรี, วันซ้อม 3 วัน.....70

รูปที่ 4.13 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบความยาวเพลงต่างกันที่ 16 เพลง, 5 นักดนตรี, วันซ้อม 3 วัน.....71

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

ในแต่ละครั้งก่อนที่วงดนตรีจะทำการแสดง ต้องมีการวางแผนการซ้อมเพื่อเตรียมตัวก่อนการแสดง การวางแผนการซ้อมวงดนตรีจำเป็นต้องพิจารณาขนาดของวงดนตรี ซึ่งอาจพิจารณาจากจำนวนเครื่องดนตรีหรือจำนวนนักดนตรี เช่น วงออร์เครสตรา (Orchestra) ที่มีการใช้นักดนตรีบรรเลงจำนวนมาก โดยวงขนาดเล็ก (Small Orchestra) จะมีนักดนตรีขั้นต่ำประมาณ 16-20 คน ในขณะที่วงขนาดใหญ่มักประกอบไปด้วยนักดนตรีจำนวนมากถึง 80 คน นอกจากนี้ในการแสดงของวงดนตรีออร์เคสตรานั้น มักประกอบไปด้วยหลายบทเพลง ซึ่งแต่ละเพลงจะมีการใช้จำนวนนักดนตรีหรือเครื่องดนตรีที่แตกต่างกันไป ขึ้นอยู่กับการมีส่วนร่วมของนักดนตรีในแต่ละเพลงที่ทำการแสดง

เพื่อให้เกิดความพร้อมก่อนวันแสดงจะต้องมีการนัดหมายนักดนตรีมาทำการซ้อมโดยการซ้อมแต่ละครั้งจะมีค่าใช้จ่ายเกิดขึ้น ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ ค่าใช้จ่ายในการเช่าสถานที่ฝึกซ้อม (หน่วย:รายวัน) และค่าใช้จ่ายในการจ้างนักดนตรีที่ทำการซ้อม (หน่วย:รายชั่วโมง หรือรายวัน)

การลดค่าใช้จ่ายสามารถทำได้โดยลดจำนวนวันที่ใช้ในการเช่าสถานที่ฝึกซ้อม และการจ้างนักดนตรีให้เกิดประโยชน์สูงสุด กล่าวคือ เมื่อทำการจ้างนักดนตรีแล้วควรให้นักดนตรีมีเวลาหรือรอที่จะทำการซ้อมน้อยที่สุด ทั้งนี้การรอของนักดนตรีเกิดจากการที่นักดนตรีอยู่ในสถานที่ซ้อมแต่ไม่มีส่วนร่วมในการซ้อม เช่น นักดนตรีต้องซ้อมเพลงแรกและเพลงสุดท้ายของวัน ทำให้มีเวลารอระหว่างการซ้อมเพลงแรกและเพลงสุดท้าย (ในกรณีที่ค่าจ้างนักดนตรีคิดจากเวลาที่นักดนตรีอยู่ในสถานที่ซ้อม โดยอาจไม่จำเป็นต้องมีส่วนร่วมกับการซ้อมเพลง) การจัดเรียงเพลงและตารางในการซ้อมอย่างเหมาะสม จะทำให้เวลารอของนักดนตรีลดลง ส่งผลทำให้ต้นทุนหรือค่าใช้จ่ายในการฝึกซ้อมลดลงตามไปด้วย

ตารางที่ 1.1 แสดงตัวอย่างปัญหาการซ้อมของวงดนตรีอย่างง่าย โดยเพลงแต่ละเพลงจะมีการใช้ชุดนักดนตรีหรือชุดเครื่องดนตรีที่แตกต่างกัน เช่น เพลง A ใช้นักดนตรีคนที่ 1, 2, 3, 4 เพลง B ใช้นักดนตรีคนที่ 2, 4 และเพลง C ใช้นักดนตรีคนที่ 1, 2, 3 ตามลำดับ

หากมีการจัดเรียงลำดับเพลงในการซ้อมตามลำดับ A - B - C นักดนตรีคนที่ 1 และ 3 จะมีเวลารอเกิดขึ้นระหว่างเพลง B ซึ่งคิดเป็นเวลาทั้งหมด 8 หน่วยเวลา (เกิดจากนักดนตรีคนที่ 1 และ 3 มีการรอในเพลง B คนละ 4 หน่วยเวลา)

ตารางที่ 1.1 ตารางจำลองการซ้อมของนักดนตรีที่ยังไม่มีการจัดตารางการซ้อมเพลง

Piece	A	B	C
Player 1	•	-	•
Player 2	•	•	•
Player 3	•	-	•
Player 4	•	•	-
Duration	3	4	5

การจัดตารางการซ้อมที่เหมาะสมควรมีลำดับเพลงเป็น B - A - C เนื่องจากจะไม่มีนักดนตรีคนใดต้องรอระหว่างการซ้อม ทั้งนี้นักดนตรีคนที่ 2 และ 4 ต้องมาถึงสถานที่ซ้อมดนตรีก่อนเพลง B ในขณะที่นักดนตรีคนที่ 1 และ สามารถมาถึงสถานที่ซ้อมในเพลงลำดับถัดไปคือเพลง A หลังจากนั้นนักดนตรีคนที่ 4 ซึ่งไม่จำเป็นต้องอยู่รอในการซ้อมเพลง C ซึ่งเป็นเพลงสุดท้ายก็สามารถเดินทางกลับได้ ทำให้เวลารอรวมของนักดนตรีลดลง 8 หน่วยเวลา ดังตารางที่ 1.2

ตารางที่ 1.2 ตารางจำลองการซ้อมของนักดนตรีที่มีการจัดตารางการซ้อมเพลงให้เหมาะสม

Piece	B	A	C
Player 1	-	•	•
Player 2	•	•	•
Player 3	-	•	•
Player 4	•	•	-
Duration	4	3	5

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดตารางการซ้อมของวงดนตรีนั้น เริ่มจากงานวิจัยของ Adelson et al. (1976) ที่ศึกษาเกี่ยวกับวิธีกำหนดการพลวัต (Dynamic programming) แล้วลองนำมาประยุกต์ใช้แก้ไขปัญหาต่างๆ โดยทำการทดลองใช้แก้ปัญหาการจัดตารางการซ้อมของวงออร์เคสตราเพื่อลดเวลารอของนักดนตรีให้น้อยที่สุด

Cheng et al. (1993) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดตารางการเข้าฉากหนังภาพยนตร์ของนักแสดง โดยมีจุดประสงค์เพื่อลดเวลาว่างจากการรอของนักแสดงให้มากที่สุด ทั้งนี้ข้อจำกัดสำคัญของงานวิจัยดังกล่าว คือ เวลาในการถ่ายทำของแต่ละฉากเท่ากันที่ 1 วัน ต่อมา Smith (2003) ได้ดัดแปลงปัญหาการจัดตารางการถ่ายทำภาพยนตร์เป็นปัญหาการจัดตารางซ้อมวงดนตรีออร์เคสตรา โดยมี

จุดประสงค์เพื่อลดเวลารอรวมของนักดนตรีทั้งหมด ภายใต้เงื่อนไขเวลาในการซ้อมแต่ละเพลงที่ไม่เท่ากัน Smith (2003) ได้แก้ปัญหาดังกล่าวด้วยการแบ่งเวลาในการซ้อมออกเป็น slot เท่ากับจำนวนเพลงที่ทำการซ้อม จากนั้นจึงนำเพลงมาเรียงใส่ slot แล้วทำการหาคำตอบของปัญหาข้างต้นโดยใช้วิธีการสุ่มรูปแบบการจัดเรียงเพลงที่ทำให้ผลรวมเวลารอของนักดนตรีน้อยที่สุด อย่างไรก็ตามการแก้ไขปัญหาด้วยวิธีดังกล่าวใช้เวลาในการแก้ปัญหาเป็นเวลานาน เนื่องจากปัญหาการจัดตารางซ้อมวงดนตรีเป็นปัญหาแบบยาก (NP-Hard) กล่าวคือ เมื่อปัญหามีขนาดใหญ่ขึ้นจะทำให้ใช้เวลาในการแก้ปัญหาเพิ่มขึ้นมากกว่าขนาดของปัญหา Gregory et al. (2004) ได้ทำการปรับปรุงงานวิจัยของ Smith (2003) โดยมีจุดประสงค์เพื่อลดเวลาการแก้ปัญหาให้น้อยลงกว่าเดิมสำหรับปัญหาขนาดใหญ่ แต่การแก้ไขปัญหาก็ยังคงใช้เวลานาน Banda et al. (2010) จึงได้พิจารณาการลดเวลาในการแก้ปัญหาการจัดตารางซ้อมวงดนตรีที่มีขนาดใหญ่ โดยการหาขอบเขตบน (Upper bound) และขอบเขตล่าง (Lower bound) ของปัญหาแล้วใช้วิธีกำหนดพลวัตมาแก้ปัญหา ส่งผลให้เวลาในการหาคำตอบของปัญหานั้นลดลง

งานวิจัยข้างต้นพิจารณาปัญหาที่มีการจัดลำดับตารางงานอย่างต่อเนื่อง กล่าวคือ การซ้อมตั้งแต่เพลงแรกจนถึงเพลงสุดท้ายต้องเสร็จสิ้นภายในเวลา 1 วัน Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) ได้พัฒนาต่อยอดปัญหาดังกล่าวโดย พิจารณาแก้ปัญหาการซ้อมวงดนตรีแบบไม่ต่อเนื่อง กล่าวคือ มีการแบ่งการซ้อมออกเป็นหลายวัน โดย Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) ได้เสนอวิธีการแก้ไขปัญหาดังกล่าว โดยแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือ ใช้ฮิวริสติกในการหาเพลงที่จะซ้อมในแต่ละวันเพื่อหาจำนวนวันที่นักดนตรีจำเป็นต้องมาซ้อมน้อยที่สุด จากนั้นจึงใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อจัดลำดับเพลงในแต่ละวันเพื่อลดเวลารอของนักดนตรี ซึ่งจะลดมิติตัวแปรของจำนวนวันลง

ตารางที่ 1.3 แสดงตัวอย่างข้อมูลของปัญหาการจัดตารางการซ้อมเพลงแบบต่อเนื่องของ Smith (2003) ซึ่งมีเพลงที่ทำการซ้อมทั้งหมด 9 เพลง และมีนักดนตรีที่มีส่วนร่วมในการซ้อมเพลงทั้งหมด 5 คน ซึ่งเวลาในการซ้อมของแต่ละเพลงแตกต่างกันไป โดยเลข 1 แสดงว่านักดนตรีคนนั้นมีส่วนรวมในการซ้อมเพลงนั้น ในขณะที่เลข 0 แสดงว่านักดนตรีคนดังกล่าวไม่มีส่วนร่วมในการซ้อมเพลง

ตารางที่ 1.3 ข้อมูลการซ้อมเพลงในปัญหาของ Smith (2003)

piece	1	2	3	4	5	6	7	8	9
player 1	1	1	0	1	0	1	1	0	1
player 2	1	1	0	1	1	1	0	1	0
player 3	1	1	0	0	0	0	1	1	0
player 4	1	0	0	0	1	1	0	0	1
player 5	0	0	1	0	1	1	1	1	0
duration	2	4	1	3	3	2	5	7	6

Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) ได้ทำการหาคำตอบในการจัดตารางการซ้อมวงดนตรีแบบไม่ต่อเนื่อง โดยใช้ข้อมูลจากปัญหาของ Smith (2003) ในตารางที่ 1.3 ที่มีข้อจำกัดด้านเวลาในการซ้อมของแต่ละวันเท่ากับ 17 หน่วยเวลา ได้ผลการจัดลำดับเพลงดังแสดงในตารางที่ 1.4

ตารางที่ 1.4 ตารางการซ้อมเพลงแบบสองวันตามแบบจำลองของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014)

	day 1					day 2				
piece	3	8	2	7		4	5	6	1	9
player 1	0	0	1	1		1	0	1	1	1
player 2	0	1	1	0		1	1	1	1	0
player 3	0	1	1	1		0	0	0	1	0
player 4	0	0	0	0		0	1	1	1	1
player 5	1	1	0	1		0	1	1	0	0
duration	1	7	4	5		3	3	2	2	6

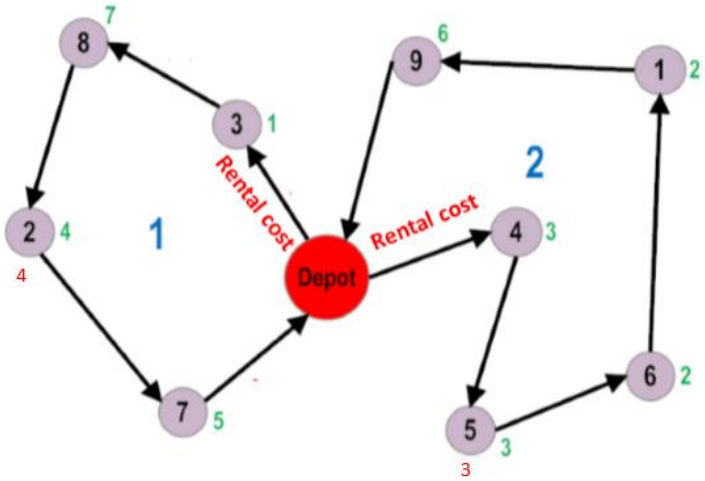
เมื่อพิจารณาตารางที่ 1.4 พบว่าเราสามารถนำคำตอบที่ได้จากการจัดตารางของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) นี้มาแปลงเป็นปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ (Vehicle Routing Problems ; VRP) โดยผ่านขั้นตอนที่เรียกว่า “Pre - processing” ซึ่งเป็นกระบวนการ

เตรียมข้อมูลปัญหาการซ้อมวงดนตรี เพื่อนำมาใช้ในการคำนวณเพื่อหาคำตอบ โดยมีรายละเอียดดังนี้

- การเริ่มซ้อมแต่ละวันเปรียบเสมือนการเริ่มขนส่งสินค้าออกจากจุดกระจายสินค้า (Depot)
- การเลือกลำดับเพลงที่ทำการซ้อมเปรียบได้กับเส้นทางในการเดินทางไปยังลูกค้าแต่ละราย
- เวลาในการซ้อมของแต่ละเพลง คือ ความต้องการสินค้าของลูกค้าแต่ละราย
- ความสามารถของการบรรทุกสินค้าของยานพาหนะในแต่ละเส้นทางนั้นเปรียบเสมือนระยะเวลาใน 1 วันที่สามารถทำการซ้อมเพลงได้
- จำนวนเส้นทางหรือรถบรรทุกนั้น เปรียบได้กับจำนวนวันที่มีการซ้อมเพลง
- ค่าใช้จ่ายในการเปิดเส้นทางใหม่ คือ ค่าใช้จ่ายที่ใช้ในการเช่าสถานที่ซ้อมของเพลงรายวัน

*** เนื่องจากการหาเวลารอ (Waiting time) ไม่สามารถหาได้จากขั้นตอนการ Pre - processing แต่ต้องทำการหาค่าของคำตอบจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

คำตอบของปัญหาการจัดตารางซ้อมนักดนตรีในตารางที่ 1.4 สามารถแสดงให้อยู่ในรูปแบบของปัญหา VRP ได้ดังรูปที่ 1.1



รูปที่ 1.1 การจัดตารางการซ้อมเพลงแบบสองวันตามแบบจำลองของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) ให้อยู่ในรูปแบบปัญหา VRP

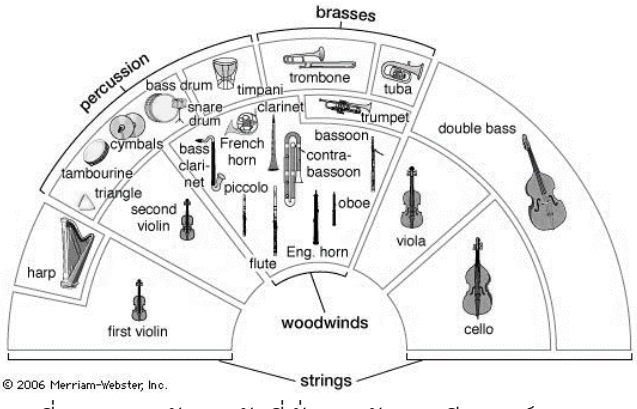
จากตัวอย่างข้อมูลในตารางที่ 1.4 เราสามารถแสดงคำตอบของปัญหาการจัดตารางของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) ในรูปแบบคำตอบของปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถดังรูปที่ 1.1 ที่มีการใช้รถ 2 คัน(ใช้เวลาในการซ้อมเพลง 2 วัน) โดย

- วันที่ 1 ลำดับเพลง คือ 3 > 8 > 2 > 7 ใช้เวลาซ้อมเพลงรวมทั้งหมด 1+7+4+5 = 17 ชม.
- วันที่ 2 ลำดับเพลง คือ 4 > 5 > 6 > 1 > 9 ใช้เวลาซ้อมเพลงรวมทั้งหมด 3+3+2+2+6 = 16 ชม.

ทั้งนี้ข้อกำหนดเวลาการซ้อมในแต่ละวันของปัญหานี้ คือ 17 ชม. และมีการรอของนักดนตรีเกิดขึ้นในทั้ง 2 วัน โดยวันที่ 1 นั้นมีนักดนตรีรอในระหว่างชื่อเพลง 2 จำนวน 1 คน และวันที่ 2 มีนักดนตรีรอในระหว่างชื่อเพลง 5 อีก 1 คน อธิบายได้จากตารางที่ 1.4

อย่างไรก็ตามงานวิจัยทั้งหมดที่ได้กล่าวมาข้างต้นไม่ได้คำนึงถึงเวลาในการจัดเตรียมอุปกรณ์หรือเครื่องดนตรีของนักดนตรี ทั้งนี้หากมีการเปลี่ยนเพลงในการซ้อมวงดนตรี อาจจำเป็นต้องมีการปรับเปลี่ยนนักดนตรี (ขึ้นอยู่กับการมีส่วนร่วมของนักดนตรีในแต่ละเพลง) ส่งผลให้มีเวลาในการปรับตั้งเครื่องดนตรี (Setup time) เกิดขึ้นระหว่างเพลง

นอกจากนี้เมื่อมีการเปลี่ยนเพลงการซ้อมอาจส่งผลให้ต้องมีการจัดที่นั่งของนักดนตรีในสถานที่ซ้อมใหม่ โดยนำนักดนตรีที่ไม่มีส่วนร่วมในการซ้อมออก แล้วทำการจัดที่นั่งใหม่สำหรับนักดนตรีที่มีส่วนร่วมในการซ้อมเท่านั้น การจัดที่นั่งนักดนตรีต้องคำนึงถึงความสมดุลและความกลมกลืนของเสียงเครื่องดนตรีแต่ละชนิด โดยทั่วไปกลุ่มเครื่องสายจะอยู่ด้านหน้าสุด ส่วนเครื่องลมทองเหลืองและเครื่องกระทบจะอยู่ด้านหลังสุด ส่วนบริเวณกลางของวงจะเป็นเครื่องลมไม้ (Koury, 1986) ดังแสดงไว้ในรูปที่ 1.2



รูปที่ 1.2 แผนผังการจัดที่นั่งของนักดนตรีวงออร์เครสตรา

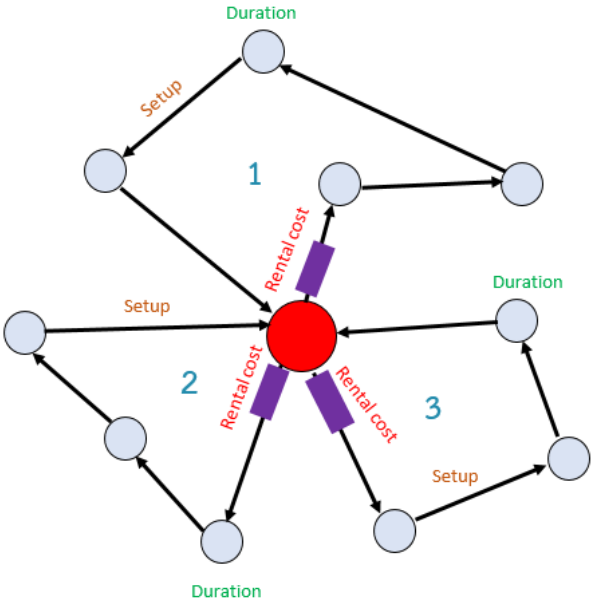
(Source : http://www.merriam-webster.com)

เวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีในแต่ละเพลงนั้นขึ้นอยู่กับจำนวนนักดนตรีที่ถูกปรับเปลี่ยนจากเพลงก่อนหน้า กล่าวคือ เวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีก่อนการซ้อมแต่ละเพลงขึ้นอยู่กับนักดนตรีที่มีการปรับเปลี่ยนจากเพลงก่อนหน้า โดยพิจารณาว่านักดนตรีคนใดที่ถูกปรับเปลี่ยนจากเพลงก่อนหน้าใช้เวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีนานที่สุด ให้ถือว่าเป็นเวลาปรับตั้งของเพลงก่อนหน้าไปยังเพลงนั้น ทั้งนี้หากมีการเปลี่ยนเพลงในการซ้อมวงดนตรีบ่อยครั้งก็อาจทำให้ใช้เวลาในการปรับตั้งเครื่องดนตรีมากขึ้น ส่งผลให้เวลารอของนักดนตรีมากขึ้นตามไปด้วย

การเปลี่ยนรูปแบบปัญหาการจัดตารางของการซ้อมวงดนตรีที่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีให้อยู่ในรูปแบบปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ สามารถแสดงได้ดังนี้

- จำนวนเส้นทางเดินรถ = จำนวนวันที่มีการซ้อมเพลง
- ลูกค้า = เพลงที่ทำการซ้อมของนักดนตรี
- เส้นทางออกจากDepot = ค่าใช้จ่ายของการเช่าสถานที่ซ้อม (linkเริ่มต้นของแต่ละเส้นทาง)
- ค่าใช้จ่ายเส้นทางการขนส่งต่างๆ = เวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี
- ความจุของยานพาหนะ = ระยะเวลาที่สามารถซ้อมใน 1 วัน
- อุปสงค์ของลูกค้า = เวลาในการซ้อมของเพลง

เนื่องจากเวลารอ (Waiting time) เป็นฟังก์ชันของคำตอบ ดังนั้นต้องทำการหาค่าของคำตอบก่อนแล้วนำผลที่ได้มาจัดคำตอบให้อยู่ในรูป VRP ดังแสดงในรูปที่ 1.3



รูปที่ 1.3 การ Pre - processing ปัญหาการจัดตารางการซ้อมที่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีให้อยู่ในรูปแบบปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ

งานวิจัยนี้มุ่งเน้นศึกษาปัญหาการจัดตารางของการซ้อมวงดนตรีที่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีในรูปแบบปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ (Capacitated Vehicle Routing Problem ; CVRP) เป็นที่สังเกตว่าเวลาที่ใช้ในการปรับตั้งเครื่องดนตรีและเวลาซ้อมเพลงของนักดนตรีแตกต่างกันมาก เวลาในการปรับตั้งเครื่องดนตรีก็อาจไม่มีผลกับการจัดตารางการซ้อมวงดนตรี เนื่องจากต้องใช้เวลารอในการซ้อมนานกว่าเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี ทำให้ความสำคัญขึ้นอยู่กับเวลารอของนักดนตรีมากกว่า

วิธีการแก้ปัญหาที่นำเสนอนี้อาจนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาการจัดตารางการถ่ายทำโฆษณาหรือหนังสั้น ซึ่งเป็นปัญหาที่คล้ายกับการจัดตารางการซ้อมดนตรี ที่เวลาในการเตรียมตัวของนักแสดงและฉากในการถ่ายทำใกล้เคียงกับเวลาในการถ่ายทำ ส่งผลให้เวลาในการจัดเตรียมฉากหรือนักแสดงส่งผลกระทบต่อการจัดตารางการถ่ายทำอย่างมาก

แต่ในงานวิจัยนี้ได้ใช้ชุดข้อมูลตัวอย่างปัญหาการซ้อมวงดนตรีจาก Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) จึงได้ศึกษาปัญหาการจัดตารางการซ้อมของวงดนตรีแทนปัญหาการจัดตารางการถ่ายทำโฆษณา

1.2 วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาของการจัดตารางการซ้อมของนักดนตรีโดยมีเวลาในการปรับตั้งเครื่องดนตรีอย่างเหมาะสมที่ทำให้ค่าใช้จ่ายในการซ้อมดนตรีลดลง โดยการจัดสรรจำนวนวันในการซ้อมของนักดนตรีและเวลาการรอคอยของนักดนตรีให้ลดลงเหลือน้อยที่สุด รวมไปถึงการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาการจัดตารางงาน (Scheduling Problems) ของการซ้อมดนตรีให้อยู่ในรูปแบบปัญหาการจัดเส้นทางขนส่งภายใต้รถบรรทุกสินค้าที่มีขนาดจำกัด (Capacitated vehicle routing problems ; CVRP)

1.3 ขอบเขตและข้อสมมุติฐานของงานวิจัย

งานวิจัยนี้มุ่งเน้นการหาคำตอบของปัญหาการจัดตารางซ้อมเพลง ที่มีความยาวแต่ละไม่เพลงไม่เท่ากัน จำนวนนักดนตรีในการซ้อมเพลงต่างกัน และมีจำนวนวันซ้อมมากกว่า 1 วันโดยการจัดรูปแบบปัญหาให้คล้ายคลึงกับปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ (Capacitated vehicle routing problem) เพื่อหาค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการเช่าสถานที่และเวลารอของนักดนตรีในการซ้อมเพลงให้น้อยที่สุดด้วยการใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์

ข้อมูลต่างๆที่ใช้ในงานวิจัยนี้ เป็นข้อมูลที่ถูกจำลองขึ้นมา โดยเป็นข้อมูลที่ทราบล่วงหน้าและมีค่าที่แน่นอน (Deterministic) ซึ่งประกอบด้วย

- จำนวนนักดนตรีที่เกี่ยวข้องกับการซ้อมบรรเลงแต่ละบทเพลง
- จำนวนเพลงที่ทำการซ้อมบรรเลง
- ระยะเวลาที่สามารถใช้สถานที่เพื่อทำการซ้อมดนตรีในหนึ่งวัน
- ระยะเวลาในการปรับตั้งเครื่องดนตรี
- ระยะเวลาในการซ้อมบรรเลงของแต่ละบทเพลง

ข้อสมมติฐานของงานวิจัย (Assumptions)

- เมื่อนักดนตรีมาถึงสถานที่ซ้อมแล้วสามารถทำการซ้อมเพลงได้ทันที
- นักดนตรีต้องมาถึงสถานที่ซ้อมก่อนที่บรรเลงเพลงแรก และออกจากสถานที่ซ้อมหลังจากบรรเลงเพลงสุดท้าย
- นักดนตรีสามารถบรรเลงเพลงได้ติดต่อกัน โดยไม่มีขีดจำกัดด้านความเหนื่อยล้า

1.4 ผลที่คาดว่าจะได้รับจากงานวิจัย

- แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่สามารถแก้ไขปัญหาการจัดตารางซ้อมเพลงแบบไม่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี
- แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่สามารถแก้ไขปัญหาการจัดตารางซ้อมเพลงแบบมีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี

1.5 ขั้นตอนในการดำเนินงานวิจัย

1. ศึกษางานวิจัยต่างๆ และทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับปัญหาการจัดตารางซ้อมเพลง
2. วางแผนขั้นตอนในการทำงานวิจัย รวมไปถึงการระบุที่มาของปัญหา วัตถุประสงค์ และขอบเขตของงานวิจัย
3. สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และศึกษาวิธีการใช้งานโปรแกรม CPLEX เพื่อใช้ในการแก้ไขปัญหา
4. แก้ไขปัญหาเพื่อหาคำตอบโดยใช้โปรแกรม CPLEX เพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุด (Optimal solution)
5. วิเคราะห์ และเปรียบเทียบผลงานวิจัย
6. สรุปผล และนำเสนองานวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 2
การทบทวนวรรณกรรม

เนื่องจากงานวิจัยนี้สนใจการเปลี่ยนปัญหาการจัดตารางซ้อมเพลงเป็นปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ ดังนั้นปัญหาของงานวิจัยนี้จึงมีลักษณะคล้ายกับปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถที่มีขีดความสามารถในการบรรทุกสินค้าเป็นข้อจำกัด อย่างไรก็ตามการพิจาณางานวิจัยที่เกี่ยวข้องต้องพิจารณาปัญหาทั้ง 2 ด้าน คือ งานวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดตารางนักดนตรีหรือการจัดลำดับฉากถ่ายทำภาพยนตร์ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถภายใต้รถบรรทุกสินค้าที่มีขนาดจำกัด (Capacitated vehicle routing problems ; CVRP)

2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดตารางนักดนตรีในการซ้อมเพลง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดตารางซ้อมนักดนตรีในช่วงต้นเป็นของ Adelson et al. (1976) ซึ่งได้ศึกษาและนำวิธีกำหนดการพลวัต (Dynamic programming) มาประยุกต์ใช้ในการหาคำตอบของปัญหาการจัดตารางซ้อมวงออร์เคสตรา ที่ทำให้นักดนตรีใช้เวลาทั้งหมดในสถานที่ซ้อมเพลง (Man-hours) น้อยที่สุด ภายใต้เงื่อนไขความยาวของเพลงที่เท่ากัน นอกจากนี้นักดนตรีต้องมาถึงสถานที่ซ้อมก่อนเวลาที่จะซ้อมเพลงแรกและสามารถเดินทางกลับได้เมื่อนักดนตรีคนดังกล่าวซ้อมเพลงสุดท้ายเสร็จสิ้น การแก้ปัญหาเริ่มจากการแบ่งปัญหาการจัดตารางซ้อมขนาดใหญ่เป็นปัญหาย่อยแล้วทำการแก้ปัญหาย่อยที่สามารถแก้ได้ง่ายกว่า แต่ปัญหาย่อยนั้นต้องมีการซ้อนทับกัน (Overlapping sub-problem) ส่งผลทำให้การหาคำตอบของปัญหาการจัดตารางซ้อมขนาดใหญ่ต้องทำการแก้ไขปัญหาย่อยเดิมๆ ซ้ำกันหลายครั้ง ทั้งนี้หากปัญหาการจัดตารางซ้อมมีขนาดใหญ่ขึ้น การแก้ปัญหาก็จะใช้เวลานานขึ้นเช่นกัน

Smith (2003) ได้พิจารณาปัญหาที่มีความใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากขึ้นโดยพิจารณาปัญหาการซ้อมดนตรีของวงออร์เคสตราที่มีความยาวของแต่ละเพลงไม่เท่ากัน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อลดเวลารอของนักดนตรีรวมให้น้อยที่สุด ปัญหาที่ Smith (2003) ศึกษานั้นประกอบไปด้วยเพลงทั้งหมด 9 เพลง นักดนตรี 5 คน และมีเงื่อนไขของปัญหา คือ นักดนตรีต้องมาถึงสถานที่ก่อนเวลาที่ซ้อมเพลงแรกและออกจากสถานที่ซ้อมได้เมื่อซ้อมเพลงสุดท้ายเสร็จสิ้น ทั้งนี้ Smith (2003) แก้ปัญหาดังกล่าวโดยแบ่งเวลาในการซ้อมเพลงออกเป็นหน่วย (Slot) เท่ากับจำนวนเพลงในการซ้อม จากนั้นจึงนำเพลงมาเรียงใส่หน่วย (Slot) แล้วทำการสุ่มหารูปแบบการจัดตารางการซ้อมที่ให้ผลรวมของเวลาในการรอของนักดนตรีน้อยที่สุด

อย่างไรก็ตาม Smith (2003) ได้เล็งเห็นว่าปัญหาการจัดตารางซ้อมเพลงมีความคล้ายกับปัญหาการจัดตารางการถ่ายทำภาพยนตร์เพื่อลดค่าใช้จ่ายนักแสดงของ Cheng et al. (1993) ที่ได้ผ่านการพิสูจน์แล้วว่าเป็นปัญหา NP-Hard และ Cheng et al. (1993) ยังใช้วิธีการการแตกกิ่งและจำกัดขอบเขต (Branch-and-bound) ในการหาคำตอบของปัญหาแบบแม่นตรงซึ่งใช้เวลาในการหาคำตอบนานรวมไปถึงการนำเสนอวิธีการแก้ปัญหาใหม่โดยสร้าง “ฮิวริสติก” ที่หาคำตอบด้วยการสุ่มฉากขึ้นมาฉากหนึ่ง แล้วพิจารณาเลือกฉากถัดไปว่าฉากไหนที่มีค่าใช้จ่ายของนักแสดงที่ไม่ได้เข้าฉากน้อยที่สุด (Most Attractive Path) จากนั้นจึงทำการปรับปรุงวิธีการของการหาคำตอบด้วยการสลับฉากที่อยู่ติดกันของแต่ละฉาก (Pairwise Interchange) เพื่อพิจารณาว่าเมื่อสลับฉากแล้ว ส่งผลให้ค่าใช้จ่ายลดลงหรือไม่ หากค่าใช้จ่ายลดลงให้สลับฉากดังกล่าว แล้วดำเนินการเช่นนี้จนได้คำตอบที่ดีที่สุด

Gregory et al. (2004) ได้ทำการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการจัดตารางซ้อมของ Smith (2003) โดยยึดหลักการแก้ปัญหาแบบเดิมของ Smith (2003) แต่สามารถลดระยะเวลาในการหาคำตอบของปัญหาให้น้อยลง

Banda et al. (2010) ได้ทำการศึกษาฮิวริสติกของ Cheng et al. (1993) แล้วพบว่าวิธีดังกล่าวไม่เหมาะต่อการนำไปใช้แก้ปัญหาขนาดใหญ่ เนื่องจากใช้เวลาในการแก้ปัญหานาน ทั้งนี้ Banda et al. (2010) ได้เสนอว่าหากสามารถคำนวณหาขอบเขตล่าง (Lower bound) และขอบเขตบน (Upper bound) ของปัญหาจะสามารถลดเวลาในการแก้ปัญหาลงได้ Banda et al. (2010) ได้ใช้เครื่องมือกำหนดการพลวัต (Dynamic Programming) ในการแก้ปัญหา ซึ่งสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาขนาดใหญ่รวดเร็วกว่าวิธีฮิวริสติกของ Cheng et al. (1993) และวิธีการของ Smith (2003)

ทั้งนี้งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดตารางซ้อมเพลงของนักดนตรีหรือการจัดตารางฉากการถ่ายทำภาพยนตร์ข้างต้นล้วนแล้วแต่เป็นการจัดตารางงานอย่างต่อเนื่อง กล่าวคือ เป็นการจัดตารางที่ดำเนินการตั้งแต่เพลงหรือฉากแรกจนถึงเพลงหรือฉากสุดท้ายภายใน 1วัน แต่ในความเป็นจริงนั้น เราไม่สามารถจัดตารางงานทั้งหมดให้เสร็จสิ้นภายใน 1 วันได้ เนื่องจากมีขอบเขตของเวลามาเกี่ยวข้องทำให้จำเป็นต้องแบ่งการจัดตารางงานออกเป็นหลายวัน ดังนั้นจึงจำเป็นต้องคิดวิธีการแก้ปัญหาใหม่เพื่อลดเวลารอของนักดนตรีและลดจำนวนวันของนักดนตรีที่ทำการซ้อมลง เนื่องจากวิธีการจัดตารางงานอย่างต่อเนื่องของ Smith (2003) และ Banda et al. (2010) ไม่เหมาะสมเนื่องจากได้คำตอบที่คลาดเคลื่อนจากความเป็นจริง Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) จึงได้พัฒนาฮิวริสติกเพื่อแก้ปัญหาการจัดตารางงานที่ไม่ต่อเนื่องขึ้น ซึ่งมีต้นแบบแนวคิดมาจากการออกแบบการผลิตแบบเซลล์ลูลาร์ โดยมี 2 ขั้นตอน คือ

1. ขั้นตอนการจัดเพลงซ้อมในแต่ละวัน เพื่อหาจำนวนวันการเข้าร่วมซ้อมเพลงทั้งหมดที่ทำให้นักดนตรีแต่ละคนมาสถานที่ซ้อมน้อยที่สุด โดยใช้ฮิวริสติกที่มีแนวคิดมาจากการออกแบบการผลิตแบบเซลล์ ซึ่งประกอบด้วย 3 ขั้นตอนย่อย ดังนี้

    1. พิจารณาว่านักดนตรีคนใดมีโอกาสไม่ต้องทำการซ้อมอย่างน้อย 1 วัน พิจารณาตัวอย่างจากข้อมูลตารางที่ 2.1 ซึ่งความยาวรวมของเพลงทั้ง 4 เพลง เท่ากับ 19 หน่วย หากต้องการแบ่งวันซ้อมออกเป็น 2 วัน โดยที่แต่ละวันสามารถทำการซ้อมได้วันละ10 หน่วย จะสามารถแบ่งได้ 2 วัน คือ วันแรก 10 หน่วยและวันที่สอง 9 หน่วย เมื่อพิจารณานักดนตรี D ที่ต้องซ้อมเพียง 2 เพลง คือ เพลง 3 และ 4 ซึ่งใช้เวลาซ้อมรวมทั้งวัน 10 หน่วย นักดนตรี D มีโอกาสที่จะมาซ้อมเพียงหนึ่งวัน แต่ถ้าพิจารณานักดนตรี A ที่ต้องทำการซ้อมเพลง 1 , 2 และ 3 ซึ่งใช้เวลาซ้อมทั้งหมด 12 หน่วย ส่งผลให้การจัดตารางการซ้อมแบบใดก็ตาม นักดนตรี A ต้องมาซ้อมทั้ง 2 วัน ดังตารางที่ 2.2

ตารางที่ 2.1 ตารางข้อมูลจำลองการซ้อมดนตรีที่มีความยาวเพลงไม่เท่ากัน

Piece	1	2	3	4
Player A	1	1	0	1
Player B	0	1	1	1
Player C	1	1	1	0
Player D	0	0	1	1
Duration	5	4	7	3

ตารางที่ 2.2 ตารางการซ้อมของนักดนตรี ที่แบ่งจำนวนวันการซ้อม 2 วัน

	Day 1			Day 2	
Piece	3	4		1	2
Player A	0	1		1	1
Player B	1	1		0	1
Player C	1	0		1	1
Player D	1	1		0	0
Duration	7	3		5	4

2. การจัดเพลงที่นักดนตรีกลุ่มเดียวกันที่ไม่ได้ทำการซ้อมไว้ด้วยกัน ด้วยวิธีการหาความสัมพันธ์ใกล้ชิด (Closeness) ระหว่างเพลงเป็นคู่ โดยที่ค่าความใกล้ชิดนั้นหาโดยพิจาณาว่าเพลงคู่นั้น มีนักดนตรีคนใดบ้างที่ไม่ได้ซ้อมทั้ง 2 เพลงนั้น เช่น ในตารางที่ 2.1 มีนักดนตรี D คนเดียวที่ไม่ได้ทำการซ้อมทั้งเพลงที่ 1 และ 2 ส่งผลทำให้ค่าความสัมพันธ์ใกล้ชิดของคู่เพลง 1 และ 2 เท่ากับ 1
3. หลังจากนั้นทำการรวมค่าความสัมพันธ์ใกล้ชิด (Closeness) ทั้งหมดของแต่ละเพลง แล้วทำการจัดสรรเพลงลงในวันแรก โดยเรียงลำดับเพลงจากค่าความสัมพันธ์ใกล้ชิดที่รวมแล้ว (Sum Closeness) มากที่สุดไปยังค่าน้อยที่สุด โดยที่เวลารวมของเพลงที่จัดสรรในแต่ละวันไม่เกินจำนวนเวลาการซ้อมในแต่ละวัน เมื่อจัดสรรเพลงในวันแรกครบแล้ว จากนั้นจึงทำการจัดสรรเพลงลงในวันถัดไป โดยหาค่าความสัมพันธ์ใกล้ชิดที่รวมแล้วของเพลงที่เหลืออยู่ใหม่อีกครั้ง

2. ขั้นตอนการจัดลำดับเพลงในวันซ้อมแต่ละวัน

เมื่อทราบเพลงที่จำเป็นต้องซ้อมในแต่ละวันแล้ว จะทำการจัดตารางการซ้อมเพลงในแต่ละวันเพื่อให้เกิดเวลารอของนักดนตรีในวันนั้นน้อยที่สุด ด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

เมื่อพิจารณางานวิจัยข้างต้นแล้วจะพบว่างานวิจัยข้างต้นไม่พิจารณาเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี (Setup time) เมื่อนักดนตรีมีการเปลี่ยนเพลงซ้อม ดังนั้นงานวิจัยฉบับนี้จึงจะพิจารณาปัญหาของการจัดตารางซ้อมเพลงที่มีความยาวเพลงไม่เท่ากัน จำนวนวันในการซ้อมหลายวัน และเพิ่มเติมเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี เพื่อให้ใกล้เคียงกับปัญหาจริงมากขึ้น ทั้งนี้เราสามารถสรุปงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดตารางการซ้อมดนตรีได้ ดังตารางที่ 2.3

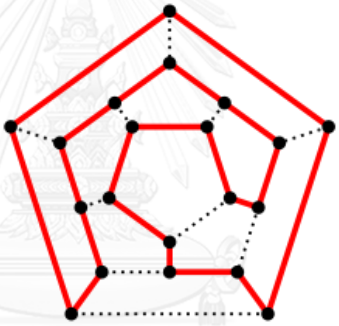
ตารางที่ 2.3 สรุปงานวิจัยที่เกี่ยวกับการจัดตารางการซ้อมของนักดนตรี

ปี	ผู้เขียน	ประเภทของงาน	เป้าหมาย	วิธีการแก้ปัญหา	คุณลักษณะเด่น
1976	R. M. ADELSON , J. M. NORMAN , and G. LAPORTE	การจัดตารางการซ้อมของวงออร์เคสตรา	เพื่อลดเวลาของนักดนตรีทั้งหมดที่มาอยู่ในสถานที่การซ้อมเพลง(Man-hours)	Dynamic programming	ความยาวเพลงเท่ากันทุกเพลง
1993	T.C.E. Cheng , J.E. Diamond , and Bertrand M.T. Lin	การจัดตารางการถ่ายทำภาพยนตร์	เพื่อลดค่าใช้จ่ายของนักแสดงที่ไม่ได้เข้าฉากจะต้องว่างหรือรอการถ่ายทำ	ใช้ Heuristic ประกอบด้วย Pairwise Interchange และ Most Attractive Path)	สามารถแก้ปัญหาได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น เมื่อปัญหามีขนาดใหญ่
2003	Barbara M. Smith	การจัดตารางการซ้อมของวงออร์เคสตรา	เพื่อให้เวลารอของนักดนตรีรวมทั้งหมดนั้นลดน้อยลง	Constraint Programming	ความยาวเพลงไม่เท่ากัน
2004	Peter Gregory , Alice Miller and Patrick Prosser	การจัดตารางการซ้อมของวงออร์เคสตรา	เพื่อให้เวลารอของนักดนตรีรวมทั้งหมดนั้นลดน้อยลง	Planning & Model Checking	ลดเวลาในการแก้ปัญหาสำหรับปัญหาขนาดใหญ่ขึ้น
2010	Maria Garcia de la Banda , Peter J. Stuckey and Geoffrey Chu	การจัดตารางการถ่ายทำภาพยนตร์	เพื่อให้ค่าใช้จ่ายของค่าตัวนักแสดงที่ทำการรอโดยที่ไม่ได้เข้าฉากให้น้อยที่สุด	Dynamic programming	ใช้ Dynamic programming มาประยุกต์ใช้ และมีการหา Upper , Lower bound เพื่อลดเวลาในการแก้ปัญหา
2011	Noppadon Sakulsom and Wipawee Tharmmaphornphilas	การจัดตารางการซ้อมของวงออร์เคสตรา	เพื่อลดเวลาการรอการซ้อมของนักดนตรีและลดจำนวนวันของนักดนตรีที่มาทำการซ้อม	ใช้ Heuristic พัฒนามาจากการผลิตแบบเซลล์ลูลาร์	การจัดตารางแบบไม่ต่อเนื่องสามารถแบ่งเป็นหลายๆ วัน

2.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถภายใต้รถบรรทุกสินค้าที่มีขนาดจำกัด (Capacitated vehicle routing problems ; CVRP)

ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ (Vehicle Routing Problems ; VRP) มีวัตถุประสงค์เพื่อหาเส้นทางจากจุดเริ่มต้นไปยังลูกค้าแต่ละราย ปัญหาดังกล่าวได้ถูกพัฒนามาจากปัญหาการเดินทางของพนักงานขาย (Traveling Salesman Problem ; TSP) ที่ต้องการหาเส้นทางการเดินทางของพนักงานขายไปยังเมืองหรือสถานที่ต่างๆ โดนต้องการลดระยะทางในการเดินทางให้สั้นที่สุด โดยมีเส้นทางในการเดินทางนั้นต้องผ่านเมืองแต่ละเมืองเพียง 1 ครั้งเท่านั้น แล้วจะต้องเดินทางกลับมายังจุดเริ่มต้น (Applegate et al. (2007) , Cook (2011))

ปัญหา TSP มีแนวคิดมาจากปัญหาของวัฏจักรฮามิลตัน (Hamiltonian Cycle) ในทฤษฎีกราฟเพื่อหาเส้นทางผ่านจุดยอดทุกจุดเพียงครั้งเดียว ยกเว้นจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดที่สามารถผ่านได้สองครั้งเนื่องจากเป็นจุดเดียวกัน (Biggs, 1981) โดยวัฏจักรฮามิลตันแสดงได้ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 กราฟของวัฏจักรฮามิลตันที่มีการผ่านจุดยอดแต่ละจุดเพียงครั้งเดียว

ทั้งนี้ปัญหาวัฏจักรฮามิลตันสามารถจัดอยู่ในกลุ่มปัญหาประเภท NP-Hard (Karp, 1972) กล่าวคือ ปัญหาที่ไม่มีวิธีการหาคำตอบที่ดีที่สุดในเวลาที่เหมาะสม โดยจะใช้เวลาในการหาคำตอบเพิ่มขึ้นเป็นฟังก์ชันแบบเลขชี้กำลัง (Exponential function) เมื่อขนาดของปัญหามีขนาดเพิ่มมากขึ้น

ปัญหา TSP ได้รับความสนใจจากนักวิจัยอีกหลายๆ คน เช่น Dantzig et al. (1954) ที่ทำการพัฒนาวิธีการหาคำตอบของปัญหาการเดินทางในประเทศสหรัฐอเมริกาทั้ง 49 รัฐ ที่ทำให้ได้เส้นทางที่สั้นที่สุด ด้วยวิธีการตัดระนาบ (Cutting plane method) รวมกับวิธีการกำหนดการเชิงเส้นตรง (Linear Programming) ภายหลังได้มีการพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาของ Dantzig et al. (1954) ส่งผลให้เกิดงานวิจัยและบทความที่เกี่ยวกับปัญหา TSP เป็นจำนวนมาก จนกระทั่ง Clarke and Wright (1964) ได้นำเสนองานวิจัยของปัญหา TSP ที่มีจำนวนพาหนะในการขนส่งมากกว่า 1 คัน หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่าปัญหา TSP หลายปัญหาที่มีความเป็นอิสระต่อกัน ประเด็นนี้จึงทำให้

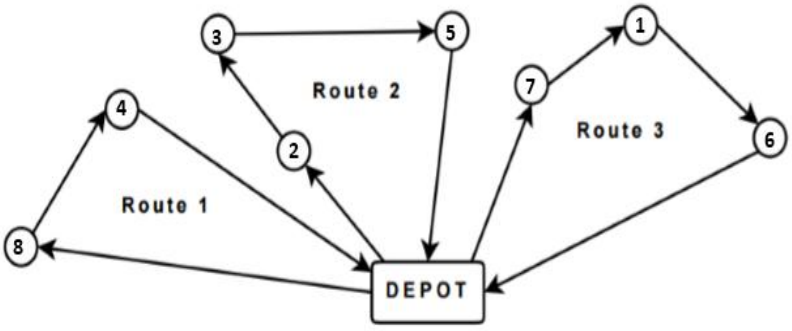
เกิดปัญหา VRP เกิดขึ้นเป็นครั้งแรก เพียงแต่ไม่ได้เรียกปัญหาของงานวิจัยว่า “ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ (Vehicle routing problem)”

งานวิจัยของ Golden et al. (1977) นับเป็นงานวิจัยฉบับแรกๆ ที่ใช้คำว่า “ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ (Vehicle Routing Problem)” ในงานวิจัย โดยพิจารณาปัญหาการขนส่งนมจากร้านค้าส่งไปยังร้านค้าปลีก ด้วยการใช้จำนวนพาหนะในการขนส่งมากกว่า 1 คัน และพาหนะทุกคันนั้นมีความสามารถในการบรรทุกน้ำหนักสินค้าเท่ากันทุกคัน สำหรับข้อจำกัดในการขนส่งสินค้าอื่นๆ ที่พิจารณา ได้แก่ ร้านค้าแต่ละร้านมีความต้องการสินค้าทั้งหมดไม่เกินจำนวนที่สามารถบรรทุกได้ของพาหนะ

ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ (Vehicle Routing Problem) เป็นปัญหาการจัดการด้านการขนส่งและโลจิสติกส์ ที่ต้องการจัดเส้นทางการเดินรถจากจุดรวมการกระจายสินค้าหรือคลังสินค้าไปยังลูกค้ารายอื่นๆ ปัญหาลักษณะนี้จัดเป็นปัญหาแบบยาก (NP-Hard) ส่งผลให้ไม่สามารถใช้วิธีแม่นตรง (Exact Method) ในการหาผลเฉลยที่เหมาะสมได้ โดยเฉพาะเมื่อปัญหามีขนาดใหญ่ และมีข้อจำกัดเพิ่มมากขึ้น

2.2.1 ลักษณะทั่วไปของปัญหา VRP

ปัญหา VRP โดยทั่วไป แสดงได้ด้วยกราฟ G = (N , A) ซึ่งมีคู่อันดับของเซต N และ A เป็นส่วนประกอบ โดยที่ $N = \{0,1,2,...,N\}$ เป็นเซตของจุด (Nodes) ในกราฟ โดยให้จุดแต่ละจุดนั้นแทนเมืองแต่ละเมืองหรือลูกค้าแต่ละราย ที่มีจำนวนทั้งหมด n ราย โดยที่ลูกค้า 0 คือ จุดศูนย์รวมการกระจายสินค้า (Depot) และ $A = \{(i,j); i,j \in N ; i \neq j\}$ เป็นเซตของเส้นเชื่อมของจุดแต่ละจุด (Edge) ในกราฟ โดยให้เส้นเชื่อมของจุดนั้นแทนถนนหรือเส้นทางที่เชื่อมต่อระหว่างเมืองหรือลูกค้า *i* และลูกค้า *j* ดังรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 โครงข่ายแสดงปัญหาปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ

จุดกระจายสินค้า (Depot) นั้นมียานพาหนะจำนวน K คัน แต่ละคันมีความสามารถในการบรรทุกสินค้าเท่ากับ Q และปริมาณสินค้าที่ต้องการของลูกค้าแต่ละรายนั้น (q_i)มีความต้องการสินค้าต้องน้อยกว่าความสามารถในการบรรทุกสินค้าของยานพาหนะ (non-negative demand) ซึ่งมี C_{ij} เป็นเมตริกซ์ค่าใช้จ่ายในการเดินทางจากลูกค้า i ไปยังลูกค้า j

ทั้งนี้ปัญหา VRP มีข้อกำหนดในปัญหาหลักดังนี้

- ยานพาหนะต้องเริ่มต้นและสิ้นสุดการเดินทางที่จุดกระจายสินค้า(Depot)
- ยานพาหนะส่งสินค้าให้ลูกค้าแต่ละรายได้เพียงครั้งเดียวเท่านั้น

วิธีการแก้ปัญหา VRP นั้นมีหลากหลายวิธี แต่วิธีที่ได้รับความนิยม คือ วิธีแม่นตรง (Exactly Method) และวิธีฮิวริสติก (Heuristic Method)

2.2.2 วิธีแม่นตรง (Exactly Method)

ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ (Vehicle Routing Problem : VRP) สามารถนำมาเขียนให้อยู่ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 3 ดัชนี (Three-Index Vehicle Flow Formation) ได้ดังนี้

<u>ค่าดัชนี (Index)</u>

N	แทน	ลูกค้า	โดยที่ N = 0,1,2,...,N
K	แทน	จำนวนยานพาหนะ	โดยที่ K = 1,2,...,K

<u>ค่าพารามิเตอร์ (Parameters)</u>

C_{ij}	แทน	ต้นทุนในการเดินทางจากลูกค้า $i \in N$ ไปยังลูกค้า $j \in N$
q_i	แทน	ความต้องการสินค้าของลูกค้า $i \in N$
Q	แทน	ความจุในการบรรทุกของยานพาหนะ

<u>ตัวแปรตัดสินใจ (Decision variables)</u>

x_{ij}^k = 1 พาหนะ $k \in K$ มีการเดินทางจาก i ไป j , $i, j \in N$

0 พาหนะ $k \in K$ ไม่มีการเดินทางจาก i ไป j , $i, j \in N$

y_i^k = 1 ลูกค้ารายที่ $i \in N$ มียานพาหนะ $k \in K$ ผ่าน

0 ลูกค้ารายที่ $i \in N$ ไม่มียานพาหนะ $k \in K$ ผ่าน

สมการวัตถุประสงค์ (Objective function)

ใช้ต้นทุนในการเดินทางจากเมือง $i \in N$ ไปเมือง $j \in N$ โดยยานพาหนะ $k \in K$ ที่ต่ำที่สุด ดังแสดงในสมการ (2.1)

$$Z = \min \sum_{k \in K} \sum_{i,j \in N} C_{ij} x_{ij}^{k} \qquad (2.1)$$

สมการข้อจำกัด (Constraints)

$$\sum_{i=0}^{N} x_{ij}^{k} = y_{j}^{k} \qquad \text{(j=1,2,..,N ;k=1,2,...,K)} \qquad (2.2)$$

$$\sum_{j=0}^{N} x_{ij}^{k} = y_{i}^{k} \qquad \text{(i=1,2,..,N ;k=1,2,...,K)} \qquad (2.3)$$

$$\sum_{i=0}^{N} x_{0i}^{k} = y_{0}^{k} \qquad \text{(k=1,2,...,K)} \qquad (2.4)$$

$$\sum_{j=0}^{N} q_{i} y_{i}^{k} = Q \times y_{0}^{k} \qquad \text{(k=1,2,...,K)} \qquad (2.5)$$

$$\sum_{k=1}^{K} y_{i}^{k} = 1 \qquad \text{(i=1,2,..,N)} \qquad (2.6)$$

$$x_{ij}^{k}, y_{i}^{k} \in \{0,1\} \qquad (2.7)$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ข้อจำกัดที่ (2.2) และ (2.3) กำฟนดให้ยานพาหนะแต่ละคันเดินทางเข้าและออกจากลูกค้าแต่ละราย ข้อจำกัดที่ (2.4) กำหนดให้ยานพาหนะคันที่ k ออกจากจุดกระจายสินค้า (Depot) ไปส่งสินค้ายังลูกค้าหรือไม่ ข้อจำกัดที่ (2.5) กำหนดให้ยานพาหนะคันที่ k ใดๆ สามารถขนส่งสินค้าไปยังลูกค้าได้ไม่เกินจำนวนที่สามารถบรรทุกได้ ข้อจำกัดที่ (2.6) กำหนดให้ลูกค้าแต่ละรายมียานพาหนะไปส่งสินค้าได้เพียง 1 ครั้งเท่านั้น

ข้อเสียของวิธีการหาคำตอบแบบแม่นตรง คือ เมื่อปัญหามีขนาดใหญ่ขึ้น (>100 ราย) แนวทางการแก้ปัญหาดังกล่าวจะไม่สามารถรับประกันการหาค่าเหมาะที่สุด (Optimization) ได้ เนื่องจากขนาดปัญหาที่ใหญ่ขึ้น อีกทั้งยังใช้เวลานานในการแก้ไขปัญหา หรือในปัญหาบางประเภทที่มีความยากและซับซ้อนมาก การสร้างตัวแปรและสมการที่มีเงื่อนไขการตัดสินใจให้อยู่ในรูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อาจกระทำได้ยากหรือไม่สามารถทำได้ อีกทั้งบางครั้งใน

การหาคำตอบอาจไม่สามารถหาขอบเขตต่ำสุดและสูงสุดได้ และเมื่อจำนวนตัวแปรในการตัดสินใจมีจำนวนมากขึ้น ก็อาจส่งผขทำให้ไม่สามารถใช้วิธีแม่นตรงได้ ส่งผลให้วิธีฮิวริสติกเป็นทางเลือกในการหาคำตอบที่เหมาะสมของปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ

2.2.3 วิธีฮิวริสติก (Heuristic Method)

ฮิวริสติก คือ กระบวนการหาผลเฉลยที่ดีในระดับที่น่าพึงพอใจภายในเวลาจำกัด ซึ่งสามารถนำไปใช้ได้กับการหาผลเฉลยของปัญหาเฉพาะหนึ่งๆเท่านั้น (วิธีฮิวริสติกที่หาคำตอบได้ดีสำหรับปัญหาหนึ่งเมื่อนำไปใช้หาคำตอบอีกปัญหาหนึ่งอาจจะได้คำตอบที่ไม่เหมาะสม) ทั้งนี้ฮิวริสติกจัดเป็นวิธีการหาค่าเหมาะสมที่สุดแบบไม่ต่อเนื่อง (Discrete Optimization) (Sun and Guan, 2010) โดยวิธีฮิวริสติกที่นิยมใช้ในการหาคำตอบที่เหมาะสมส่วนใหญ่ (Toth and Vigo, 2002) ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน คือ

- การสร้างผลเฉลยเริ่มต้น (Constructive Method)

เป็นวิธีการที่ยังไม่สามารถทราบว่าคำตอบของปัญหานั้นมีค่าเหมาะสมหรือไม่ ต้องใช้ข้อมูลของปัญหามาสร้างขั้นตอนในการหาคำตอบ ตัวอย่างของวิธีการนี้ ได้แก่ วิธีการเซฟวิ่งหรือการแทรก (Savings or Insertion Procedure) ถูกพัฒนาขึ้นโดย Clarke and Wright (1964) นิยมใช้ในการสร้างผลเฉลยเริ่มต้นในการแก้ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ เนื่องจากวิธีนี้ทำการสร้างผลเฉลยทีละขั้นตอน โดยเริ่มจากผลเฉลยเริ่มต้นที่ยังไม่สามารถเป็นไปได้ และสร้างผลเฉลยในลำดับถัดไปโดยฟังก์ชั่นเซฟวิ่ง หรือนำลูกค้ามาแทรกในเส้นทางเดิม โดยที่ความต้องการสินค้าในแต่ละเส้นทางรวมกันต้องไม่เกินขีดจำกัดในการบรรทุกสินค้าของยานพาหนะ วิธีการนี้จะนำลูกค้าเข้ามาแทรกขึ้นเรื่อยๆ จนกระทั่งได้เส้นทางที่เหมาะสมที่สุด

ทั้งนี้การสร้างผลเฉลยเริ่มต้นในปัญหา VRP ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน (Two-Phase Algorithm) คือ การแบ่งกลุ่มของลูกค้าที่เป็นไปได้ภายใต้เงื่อนไขออกเป็นกลุ่มๆ และการจัดลำดับเส้นทางภายในกลุ่มของลูกค้าทางเพื่อหาผลเฉลยที่เหมาะสมที่สุด โดยสามารถแบ่งแนวทางได้เป็น 2 ประเภท คือ

1. วิธีการแบ่งลูกค้าออกเป็นกลุ่มก่อนแล้วทำการจัดเส้นทางของลูกค้า (Cluster-First Route-Second) ในการแบ่งกลุ่มลูกค้าใช้ข้อกำหนดจากความต้องการสินค้าของลูกค้า เป็นกลุ่มในการกระจายสินค้า จากนั้นทำการจัดเส้นทางที่เหมาะสมให้กับแต่ละกลุ่มหรือส่วนที่ถูกแบ่งไว้แล้ว เช่น งานวิจัยของ Gillett and Miller (1974)

2. วิธีการจัดเส้นทางของยานพาหนะก่อนแล้วทำการแบ่งส่วนหรือกลุ่ม (Rout-First Cluster-Second) เช่น งานวิจัยของ Bodin et al. (1983) ที่มีการกำหนดเส้นทางของ ยานพาหนะในการขนส่งก่อน จึงทำการแก้ปัญหา VRP ในกรณีที่มียานพาหนะหลายประเภท

- ฮิวริสติกสำหรับปรับปรุงหรือการสับเปลี่ยน (Improvement or Exchange)

ขั้นตอนหรือเทคนิคของการสับเปลี่ยนลูกค้าบนเส้นทางที่ได้จากฮิวริสติกสำหรับสร้างผลเฉลยทำให้ผลเฉลยที่ได้จากวิธีการนี้เข้าใกล้ค่าที่เหมาะสมที่สุด เช่น งานวิจัยของ (Potvin and Rousseau (1995)) ที่ทำการสลับสับเปลี่ยนแบบออร์-ออฟท์ (Or-Opt Exchange) ซึ่งทำการสลับหรือทำการสับเปลี่ยนลูกค้า 2 หรือ 3 ราย โดยการแทรกหรือตัดทิ้งไปจากเส้นทางเดิมหรือในเส้นทางอื่นๆ ที่แตกต่าง

2.3 กำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็ม (Integer Linear Programming)

กำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็มมีความแตกต่างกับการโปรแกรมเชิงเส้น ทางด้านตัวแปรตัดสินใจที่มีค่าที่เป็นไปได้เพียงจำนวนเต็มเท่านั้น จึงถูกเรียกปัญหาแบบนี้ว่า “การโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็ม (Integer linear programming)” โดยสามารถแบ่งปัญหาประเภทนี้ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. กำหนดการเชิงเส้นจำนวนเต็มที่มีแต่จำนวนเต็ม (Pure integer linear programming) เป็นปัญหาที่ตัวแปรตัดสินใจเป็นจำนวนเต็มทุกตัว บางตัวแปรตัดสินใจอาจมีค่าได้เพียง 0 และ 1 หรือเรียกว่า ตัวแปรจำนวนเต็มแบบทวิภาค (Binary variable) ในปัญหาบางประเภท สามารถมีทั้งตัวแปรจำนวนเต็มที่สามารถเป็นค่าจำนวนเต็มต่างๆ และตัวแปรจำนวนเต็มแบบทวิภาครวมอยู่ในปัญหาเดียวกันได้

เนื่องจากในปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ มีการระบุว่าเส้นทางใดที่มีการขนส่งสินค้า โดยกำหนดผ่านตัวแปรตัดสินใจที่มีค่าเป็น 1 และ 0 เมื่อไม่มีการขนส่งผ่านเส้นทางดังกล่าว ปัญหาลักษณะนี้ ใช้ตัวแปรตัดสินใจแบบทวิภาค (Binary variable) ซึ่งไม่สามารถมีค่าเป็นเศษส่วนหรือจำนวนที่มีทศนิยมได้

ดังตัวอย่างในตารางที่ 2.4 หากต้องการเดินทางไปยังเมืองต่างๆ ทั้งหมด 6 เมือง โดยที่ระยะของการเดินทางไปยังแต่ละเมือง ซึ่งแสดงเครื่องหมาย “–” ในเส้นทางของการเดินทางจากเมือง i ไปยังเมือง i หรือ (i, i) คือการไม่นำระยะทางนี้มาพิจารณา อีกทั้งระยะทางจากเมือง i ไปยังเมือง j นั้นไมเท่ากับระยะทางที่เดินทางจากเมือง j ไปยังเมือง i โดยปัญหาในลักษณะนี้เรียกว่า “ปัญหาไม่สมมาตร (Asymmetric problem)”

ตารางที่ 2.4 ตัวอย่างข้อมูลระยะทางระหว่างเมือง

	1	2	3	4	5	6
1	-	15	10	5	31	11
2	15	-	6	10	5	10
3	8	10	-	18	12	19
4	7	5	12	-	6	4
5	24	10	10	12	-	10
6	3	19	5	7	25	-

ปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถเป็นปัญหาใช้ในการขนส่งสินค้า ด้วยการเลือกว่าควรจัดส่งสินค้าในเส้นทางใดหรือใช้ยานพาหนะคันใดในการขนส่ง โดยส่วนใหญ่พิจารณาจากต้นทุนในการขนส่งสินค้าให้มีค่าต่ำที่สุด ในการสร้างแบบจำลองสำหรับปัญหานี้ด้วยการโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็ม ด้วยการระบุตัวแปรตัดสินใจมีค่าเป็นจำนวนเต็มแบบทวิภาค (Binary variable) คือ x_{ij} เป็นตัวแปรที่แสดงเส้นทางการเดินรถในการขนส่งสินค้าจากสถานที่ i ไปยังสถานที่ j ถ้า x_{ij} = 1 แสดงว่ามีการเดินรถในเส้นทาง หาก x_{ij} = 0 คือไม่มีการเดินรถในเส้นทางดังกล่าว

การนำแบบจำลองการโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มไปประยุกต์ใช้ในปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถนั้นมีการใช้งานอย่างแพร่หลาย เช่น การศึกษาของ Kuo and Nicholls (2007) ในการเพิ่มประสิทธิภาพในการใช้รถไฟ (Conrail) เพื่อขนส่งสินค้าทางรถไฟ และได้เสนอแบบจำลองการโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มเพื่อหาต้นทุนรวมของค่าใช้จ่ายรายสัปดาห์ ซึ่งเกิดจากค่าจ้างพนักงานและค่าเชื้อเพลิง โดยมีสมการข้อจำกัด คือ จำนวนเครื่องยนต์และอุปกรณ์ที่ใช้งานได้ รวมไปถึงการซ่อมบำรุงของเครื่องยนต์

2. การโปรแกรมเชิงเส้นจำนวนเต็มแบบผสม (Mixed Integer linear Programming; MILP) ปัญหาประเภทนี้ตัวแปรตัดสินใจบางตัวมีค่าเป็นจำนวนเต็มต่างๆ และไม่ใช่จำนวนเต็มผสมกัน

บทที่ 3
แนวทางการแก้ปัญหา

งานวิจัยฉบับนี้สนใจศึกษาปัญหาการจัดตารางการซ้อมดนตรีโดยทำการเปลี่ยนรูปแบบปัญหาการจัดตารางงาน (Scheduling Problems) ของการซ้อมดนตรีให้อยู่ในรูปแบบปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถที่บรรทุกสินค้าที่มีขนาดจำกัด (Capacitated vehicle routing problems ; CVRP) และใช้แนวทางการแก้ปัญหาด้วยการหาคำตอบจากแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่มีวัตถุประสงค์เพื่อลดต้นทุนหรือค่าใช้จ่ายลง จากการลดจำนวนวันในการเช่าสถานที่ฝึกซ้อมและทำให้นักดนตรีมีเวลาว่างหรือรอที่จะทำการซ้อมดนตรีให้น้อยที่สุด

3.1 ปัญหาในงานวิจัย (Problem Description)

การจัดลำดับเพลงในการซ้อมแต่ละวันส่งผลต่อค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้น ซึ่งประกอบไปด้วยค่าใช้จ่ายในการเช่าสถานที่ในการซ้อมและค่าใช้จ่ายของนักดนตรีที่อยู่ในช่วงเวลาการซ้อม เวลาซ้อมของวงดนตรีอาจถูกแบ่งออกเป็นหลายวัน โดยเวลาในการซ้อมแต่ละวันมีค่าเท่ากัน เวลาทั้งหมดของการซ้อมในแต่ละวันจะต้องไม่เกินเวลาที่กำหนด ในแต่ละเพลงอาจมีนักดนตรีทำการซ้อมแตกต่างกัน และความยาวของแต่ละเพลงอาจไม่เท่ากัน รวมไปถึงเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีของแต่ละเพลงที่แตกต่างกันไป ซึ่งขึ้นอยู่กับลำดับเพลงที่ทำการซ้อมก่อนหน้า ทั้งนี้นักดนตรีแต่ละคนต้องมาถึงสถานที่ซ้อมก่อนเวลาการซ้อมเพลงแรก และสามารถออกจากสถานที่ซ้อมหลังจากซ้อมเพลงสุดท้ายที่ตนเองมีส่วนร่วมสิ้นสุดลงในแต่ละวัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

3.1.1 ลักษณะของวงดนตรีที่ทำการศึกษา

วงดนตรีในกรณีศึกษานั้นมีจำนวนนักดนตรีทั้งหมด p คน และมีเพลงที่ต้องทำการซ้อมทั้งหมด n เพลง ซึ่งความยาวของเพลงและจำนวนนักดนตรีที่ใช้อาจแตกต่างกัน มีวันที่ทำการซ้อมทั้งหมด d วัน ในแต่ละวันจะมีเวลาในการซ้อมที่เท่ากัน คือ Q นักดนตรีแต่ละคนต้องมาถึงสถานที่ซ้อมก่อนเพลงแรกที่ตนเองมีส่วนร่วมเริ่มและออกจากสถานที่ซ้อมหลังจากซ้อมเพลงสุดท้ายที่มีส่วนร่วมเสร็จสิ้น

3.1.2 ลักษณะเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี

หากมีการเปลี่ยนเพลงในการซ้อมวงดนตรี อาจจำเป็นต้องมีการปรับเปลี่ยนนักดนตรีบางคนขึ้นอยู่กับการมีส่วนร่วมของนักดนตรีและเพลงที่จะทำการซ้อม ส่งผลทำให้เกิดเวลาในการปรับตั้งเครื่องดนตรี (Setup time) ขึ้นระหว่างเพลง หากเพลงใดมีการปรับเปลี่ยนนักดนตรีจากเพลงก่อน

หน้าเป็นจำนวนมาก ก็อาจส่งผลทำให้เวลาจัดเตรียมเครื่องดนตรีในเพลงนั้นมากขึ้นตามไปด้วย กล่าวคือ เวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีก่อนการซ้อมแต่ละเพลงขึ้นอยู่กับจำนวนนักดนตรีที่มีการปรับเปลี่ยนจากเพลงก่อนหน้า หากมีการเปลี่ยนเพลงในการซ้อมวงดนตรีบ่อยครั้ง ก็จะทำให้ใช้เวลาในการปรับตั้งเครื่องดนตรีมากยิ่งขึ้นตามไปด้วย อาจส่งผลทำให้เวลาที่นักดนตรีทำการรอมากขึ้นหรืออาจต้องใช้จำนวนวันในการซ้อมเพิ่มขึ้น

ในงานวิจัยนี้ค่าปรับตั้งเครื่องดนตรีนั้นอยู่ในรูปฟังก์ชันการเปลี่ยนจำนวนนักดนตรีจากเพลงลำดับก่อนหน้า เช่น หากนำตารางที่ 3.1 มาหาเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี จากเพลงที่ 1 ไปยังเพลงที่ 2 มีการเปลี่ยนแปลงนักดนตรีทั้งหมด 2 คน คือนักดนตรีคนที่ 2 และ 3 ทำให้เวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีในเพลงที่ 2 นั้น คือ 2 (ดังแสดงในตารางที่ 3.2)

ตารางที่ 3.1 ตัวอย่างข้อมูลการซ้อมเพลงเพื่อหาเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี

piece	1	2	3	4
player 1	0	0	1	1
player 2	0	1	1	0
player 3	0	1	1	1
player 4	0	0	0	0
player 5	1	1	0	1
duration	1	7	4	5

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สังเกตว่าเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี ขึ้นอยู่กับเพลงก่อนหน้าที่ทำการซ้อม และเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีจากเพลงที่ 1 ไปเพลงที่ 2 มีค่าเท่ากับเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีจากเพลงที่ 2 ไปยังเพลง 1 เนื่องจากมีการเปลี่ยนแปลงนักดนตรีจากเพลงก่อนหน้าไปยังเพลงถัดไปที่เท่ากันเสมอ ดังตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 เวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีจากตารางที่ 3.1

Setup time				
	1	2	3	4
1	0	2	4	2
2	2	0	2	2
3	4	2	0	2
4	2	2	2	0

ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอแบบจำลองคณิตศาสตร์ทั้งหมด 5 แบบจำลอง ในแต่ละแบบจำลองมีวัตถุประสงค์และข้อจำกัดบางอย่างที่ต่างกัน ดังต่อไปนี้

3.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Math Model) ที่ไม่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี (แบบจำลอง A1)

ค่าดัชนี (Indices)

I = {0,1,2,3, … ,N} I = จำนวนเพลงที่ต้องทำการซ้อม

P = {1,2,3, … ,P} P = จำนวนนักดนตรีที่ต้องทำการซ้อมทั้งหมด

D = {1,2,3, … ,D} D = จำนวนวันทั้งหมดที่มีการซ้อมของนักดนตรี

K = {1,2,3, … ,K} K = ลำดับของเพลงที่ทำการซ้อม

ค่าคงที่ (Parameters)

$duration_i$ = ระยะเวลาในการซ้อมเพลง i

C_a = ค่าใช้จ่ายรายวันในการเช่าสถานที่ซ้อมดนตรี

C_b = ค่าใช้จ่ายในการรอของนักดนตรี/คน/หน่วยเวลา

Q = ปริมาณเวลาสูงสุดที่สามารถซ้อมเพลงได้สูงสุดใน 1 วัน

$play_{pi}$ = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ต้องซ้อมเพลง i∈I

0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ไม่ต้องซ้อมเพลง i∈I

ตัวแปรในการตัดสินใจ (Decision Variables)

r_i^d = ลำดับในการซ้อมของเพลง $i \in I$ ในวัน $d \in D$

x_{ij}^d = 1 ถ้ามีการซ้อมเพลง $i \in I$ ต่อด้วยเพลง $j \in I$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้าไม่มีการซ้อมเพลง $i \in I$ ต่อด้วยเพลง $j \in I$ ในวัน $d \in D$

z_i^d = 1 ถ้ามีการซ้อมเพลง $i \in I$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้าไม่มีการซ้อมเพลง $i \in I$ ในวัน $d \in D$

y_{ik}^d = 1 ถ้ามีการซ้อมเพลง $i \in I$ ในลำดับที่ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้าไม่มีการซ้อมเพลง $i \in I$ ในลำดับที่ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

pl_{pik}^d = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มีการซ้อมเพลง $i \in I$ ในลำดับที่ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ไม่มีการซ้อมเพลง $i \in I$ ในลำดับที่ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

s_{pk}^d = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ อยู่ในช่วงการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ไม่อยู่ในช่วงการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

p_{pk}^d = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ทำการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ไม่ทำการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

a_{pk}^d = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มาถึงก่อนการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มาไม่ถึงก่อนการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

l_{pk}^d = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ยังไม่ออกจากสถานที่ซ้อมในการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ออกจากสถานที่ซ้อมในการซ้อมเพลงลำดับ k∈K ในวัน d∈D

w_{pk}^{d} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P มีการรอซ้อมในเพลงลำดับ k∈K ในวัน d∈D

0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P มีการรอซ้อมในเพลงลำดับ k∈K ในวัน d∈D

$wait_{pik}^{d}$ = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P มีการรอซ้อมเพลง i∈I ในลำดับ k∈K ในวัน d∈D

0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ไม่มีการรอซ้อมเพลง i∈I ในลำดับ k∈K ในวัน d∈D

<u>สมการวัตถุประสงค์ (Objective Function)</u>

$$\text{Min } Z = C_a \sum_{d=1}^{D} z_0^d + C_b \sum_{p=1}^{P} \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{K} \sum_{d=1}^{D} wait_{pik}^{d} \times duration_i \qquad (3.1)$$

สมการวัตถุประสงค์สำหรับหาต้นทุนที่น้อยที่สุดของการซ้อมเพลงที่เกิดจากการเช่าสถานที่ใช้ในการซ้อม และค่าจ้างของนักดนตรีช่วงเวลาที่มาอยู่ในสถานที่ซ้อมโดยที่ไม่มีส่วนร่วมในการซ้อม โดยพจน์แรก คือ ค่าใช้จ่ายของสถานที่ และพจน์ที่สองเป็นค่าใช้จ่ายเวลารอของนักดนตรี

<u>ฟังก์ชันข้อจำกัด (Constraints function)</u>

$$\sum_{i=0}^{N} x_{ij}^{d} = z_j^d \qquad \forall j \in N/\{0\}, d \in D \qquad (3.2)$$

$$\sum_{j=0}^{N} x_{ij}^{d} = z_i^d \qquad \forall i \in N/\{0\}, d \in D \qquad (3.3)$$

$$\sum_{i=0}^{N} x_{0i}^{d} = z_0^d \qquad \forall d \in D \qquad (3.4)$$

$$\sum_{d=1}^{D} z_i^d = 1 \qquad \forall i \in N/\{0\} \qquad (3.5)$$

$$\sum_{i=0}^{N} duration_i \times z_i^d \le Q \times z_0^d \qquad \forall d \in D \qquad (3.6)$$

$$z_0^i \geq z_0^{i+1} \qquad \forall i \in \{1,\ldots,N-1\} \qquad (3.7)$$

$$r_j^d = x_{0j}^d - Q(1-x_{0j}^d) \qquad \forall j \in N/\{0\}, d \in D \qquad (3.8)$$

$$r_j^d = r_i^d + x_{ij}^d - Q(1-x_{ij}^d) \qquad \forall i,j \in N/\{0\}, d \in D \qquad (3.9)$$

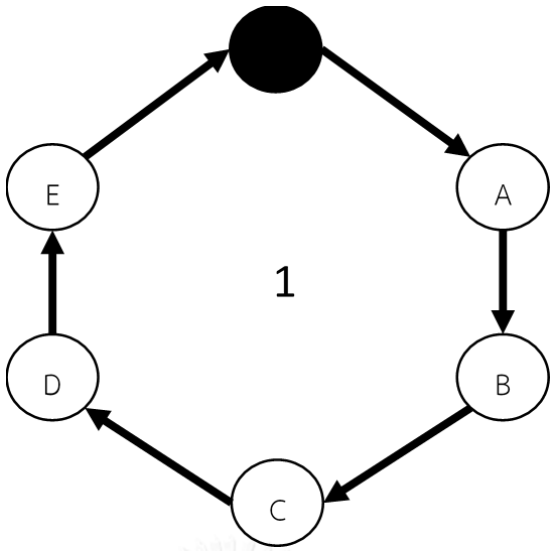
(3.2) - (3.3) เป็นสมการควบคุมสมดุลของเพลงให้มีการซ้อมเพลง โดยมีลำดับเพลงก่อนหน้าและลำดับเพลงถัดไป, (3.4) ระบุจำนวนวันที่ทำการซ้อมเพลง, (3.5) กำหนดให้แต่ละเพลงซ้อมได้เพียงในหนึ่งวันเท่านั้น, (3.6) ควบคุมเวลาที่ใช้ในการซ้อมเพลงทั้งหมดในแต่ละวันไม่ให้เกินขีดจำกัดที่กำหนดไว้ของสถานที่ซ้อม, (3.7) กำหนดให้เรียงลำดับของวันที่มีการซ้อม, (3.8) – (3.9) หาลำดับการซ้อมของเพลงในแต่ละวัน

สมการที่ (3.2) – (3.7) นั้นเป็นสมการที่มีต้นแบบมาจากแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดเส้นทางการเดินรถ (Vehicle routing problems: VRP) โดยที่ไม่มีการระบุจำนวนยานพาหนะในการขนส่งที่แน่นอน ส่งผลให้ตัวแปรตัดสินใจที่ระบุว่าจะมีการเดินทางของรถจากลูกค้า i∈I ไปยังลูกค้า j∈I นั้นเกิดขึ้นด้วยรถคันใด กล่าวคือ x_{ij}^d จะมี index 3 มิติ ซึ่งระบุว่าใช้รถคันไหนในการขนส่งสินค้าจากลูกค้า i∈I ไปยังลูกค้า j∈I เพิ่มขึ้นมาจากแบบจำลองปกติของปัญหา CVRP

ในส่วนของสมการที่ (3.8) – (3.9) นั้นเป็นสมการข้อจำกัดของตัวแปรตัดสินใจที่ใช้ในการระบุลำดับของลูกค้าในแต่ละเส้นทางในการเดินรถ ว่าอยู่ในลำดับที่เท่าไรของเส้นทางเดินรถนั้น (Counter decision variable)

ตัวอย่าง เช่น รูปที่ 3.1 ซึ่งมีจำนวนลูกค้าทั้งหมด 5 ราย คือ ลูกค้า A, B, C, D และ E การขนส่งสินค้าเริ่มออกจากจุด Depot (จุดทึบ) ไปยังลูกค้าแต่ละรายตามลำดับ โดยที่ลูกค้า A มีลำดับในการส่งสินค้าอยู่ในลำดับที่ 1 ส่วนลูกค้า B มีลำดับในการส่งสินค้าในลำดับที่ 2 เรียงลำดับแบบนี้ไปเรื่อยๆ จนถึงลูกค้า E ซึ่งมีลำดับที่ 5 ของการขนส่งสินค้าในเส้นทางนี้

ตัวแปรตัดสินใจที่ระบุว่าลูกค้า A, B, C, D และ E นั้นมีลำดับในการส่งสินค้าเป็นลำดับที่เท่าไรในเส้นทางเดินรถ คือ ตัวแปร r_i^d และค่าที่ได้จะเป็นจำนวนเต็มบวก มีค่าตั้งแต่ 1 ไปถึง n (ค่าที่มากที่สุดที่สามารถเป็นไปได้ เท่ากับจำนวนลูกค้าทั้งหมด) จากตัวอย่างในรูปที่ 3.1 นั้น r_A^1 = 1 หมายความว่า ลูกค้า A อยู่ในเส้นทางการขนส่งที่ 1 โดยมีลำดับในการขนส่งของเส้นทางนี้เป็นลูกค้ารายแรกของเส้นทาง ส่วนค่าของ r_B^1 นั้น มีค่าเท่ากับ 2 กล่าวคือ ลูกค้า B นั้นเป็นลูกค้ารายที่ 2 ในเส้นทางการขนส่งของเส้นทางที่ 1 เป็นต้น



รูปที่ 3.1 ตัวอย่างในการหาลำดับลูกค้าของการจัดเส้นทางเดินรถ

$$\sum_{i=1}^{N} y_{ik}^{d} \leq 1 \qquad \forall k \in K, d \in D \qquad (3.10)$$

$$\sum_{k=1}^{K}\sum_{d=1}^{D} y_{ik}^{d} = 1 \qquad \forall i \in N / \{0\} \qquad (3.11)$$

$$\sum_{k=1}^{K} y_{ik}^{d} = z_{i}^{d} \qquad \forall i \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.12)$$

$$\sum_{k=1}^{K} k \times y_{ik}^{d} = r_{i}^{d} \qquad \forall i \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.13)$$

$$pl_{pik}^{d} = y_{ik}^{d} \times play_{pi} \qquad \forall p \in P, i \in N / \{0\}, k \in K, d \in D \qquad (3.14)$$

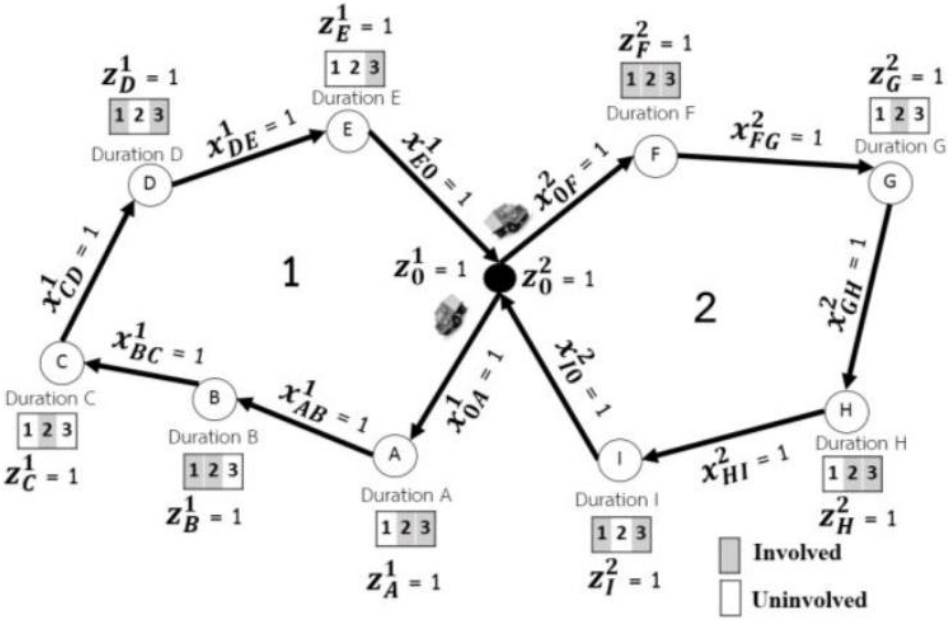
$$p_{pk}^{d} = \sum_{i=1}^{N} pl_{pik}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.15)$$

(3.10) – (3.12) แสดงการหาลำดับของแต่ละเพลงให้สามารถซ้อมได้เพียงลำดับเดียวในหนึ่งวันโดยมีพื้นฐานมาจากแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ใช้แก้ปัญหาการจัดตารางซ้อมเพลง, (3.13) การเชื่อมตัวแปรและค่าดัชนีของ r และ k ซึ่งเป็นการเชื่อมสมการข้อจำกัดของปัญหาการจัดเส้นทางเดินรถและปัญหาการจัดตารางการซ้อมเพลงเข้าด้วยกัน โดยมีตัวแปรตัดสินใจของการระบุลำดับของลูกค้ากับค่าดัชนีของลำดับเพลงเชื่อมโยงไปในทางเดียวกัน กล่าวคือ หากทราบตัวแปร r_{i}^{d} จะทำให้

ทราบว่า y_{ik}^{d} ว่ามีค่าเป็น 1 หรือไม่ จากตัวอย่างในรูปที่ 3.1 พบว่า r_A^1 = 1 กล่าวคือลูกค้า A เป็นลูกค้ารายที่ 1 ที่จากจุด Depot ส่งผลให้ค่า y_{A1}^{1} ที่บ่งบอกว่า ลูกค้า A เป็นลูกค้ารายแรกที่มีการขนส่งของรถคันที่ 1 หรือไม่ เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 3.1 พบว่า y_{A1}^{1} = 1 ด้วย

เมื่อปรับเปลี่ยนรูปแบบการมองปัญหาจากปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถไปเป็นปัญหาการจัดตารางซ้อมเพลง โดยให้ลูกค้าแต่ละรายเป็นเพลงแต่ละเพลงที่ต้องมีการซ้อม เส้นทางการเดินรถเป็นจำนวนวันที่มีการซ้อมเพลง และมีข้อมูลของนักดนตรีหรือลูกค้าเพิ่มเข้ามาจากปัญหาการจัดเส้นทางเดินรถเพื่อต้องการหาเวลาการรอของนักดนตรีจากข้อมูลของนักดนตรี

ดังตัวอย่างรูปที่ 3.2 แสดงการซ้อมเพลงจำนวน 9 เพลงใน 2 วัน คือ A, B, C, D, E, F, G, H และ I โดยแต่ละเพลงมีนักดนตรีที่มีส่วนร่วมไม่เท่ากัน 3 คนซึ่งเล่นเพลงแตกต่างกันไป ในแต่ละเพลงจะมีตารางข้อมูลนักดนตรีว่ามีนักดนตรีคนใดมีส่วนร่วมและไม่มีส่วนร่วมในเพลงนั้น (ช่องนักดนตรีคนใดมีสีทึบหมายความว่ามีส่วนร่วมกับเพลงนั้น) เช่น เพลง A มีนักดนตรีที่ต้องทำการซ้อมอยู่ 2 คน คือ นักดนตรีคนที่ 2 และ 3



รูปที่ 3.2 การจัดตารางซ้อมเพลงให้อยู่ในรูปแบบปัญหาการขนส่งสินค้า

ส่วนระยะเวลาในการซ้อมเพลง A จนถึง เพลง E รวมกันนั้นต้องไม่เกินขีดจำกัดหรือข้อกำหนด (Capacity) ของการใช้สถานที่ซ้อมใน 1 วัน ทั้งนี้การซ้อมในวันที่ 2 จะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อมีการซ้อมในวันที่ 1 ก่อน กล่าวคือ หากมีการเช่าสถานที่ซ้อมในวันที่ 2 ต้องมีการเช่าสถานที่ซ้อมใน

วันที่ 1 ก่อน ต้องมีการเรียงลำดับวันซ้อม ไม่สามารถข้ามลำดับวันของการเช่าสถานที่ซ้อมได้ โดยมีตัวแปรตัดสินใจ คือ z_i^d เป็นตัวแปรที่บ่งบอกว่า เพลง $i \in I$ มีการซ้อมในวันที่ $d \in D$ หรือไม่ หากต้องการทราบว่ามีจำนวนวันในการซ้อมเท่าไร ให้พิจารณาจากค่าของ z_0^d ที่มีค่าดัชนี d สูงสุด

เราจะทราบว่าแต่ละเพลงนั้นมีการซ้อมอยู่ในวันซ้อมที่เท่าไรจากค่าของ z_i^d โดยในตัวอย่างรูปที่ 3.2 มีจำนวนวันซ้อมทั้งหมด 2 วัน นั่นคือ ค่า z_0^1 และ z_0^2 มีค่าเท่ากับ 1 โดยที่เพลง 0 นั้นเป็นเพลงเริ่มต้นของการซ้อมในแต่ละวันซึ่งไม่มีทั้งนักดนตรีและระยะเวลาในการซ้อมเพลง (เปรียบเสมือนเป็นจุด Depot ในปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ)

(3.14) – (3.15) แสดงสถานะการซ้อมเพลงของนักดนตรีในลำดับของเพลงในแต่ละวัน เพื่อต้องการทราบว่านักดนตรีคนใดบ้าง ทำการซ้อมเพลง $i \in I$ ในลำดับเพลงที่ $k \in K$ ของวันที่ $d \in D$ ในรูปที่ 3.2 เมื่อพิจารณาที่เพลง A พบว่า ค่าตัวแปรตัดสินใจ pl_{pik}^d ที่มีค่าเท่ากับ 1 คือ ค่าของ $pl_{2A1}^1 = 1$ และ $pl_{3A1}^1 = 1$ เพราะเพลง A เป็นเพลงที่ต้องมีลำดับการซ้อมเป็นเพลงที่ 1 ในวันที่ 1 และมีนักดนตรีคนที่ 2 และ 3 มีส่วนร่วมในการซ้อมเพลงนี้

เมื่อทราบว่าเพลงในลำดับ $k \in K$ นั้นมีนักดนตรีคนใดบ้างที่มีส่วนร่วมในการซ้อม ได้ทำการลดมิติของค่าดัชนีลงเพื่อให้ขนาดของตัวแปรลดลงส่งผลให้การหาคำตอบนั้นใช้เวลาลดลงเนื่องจากเซตของตัวแปรมีจำนวนน้อยลง จากมีมิติตัวแปร 4 มิติ ให้เหลือ 3 มิติ คือ pl_{pik}^d เป็น p_{pk}^d คือเพลงในลำดับ k ของวันที่ d นั้นมีนักดนตรีคนที่ p นั้นมีส่วนร่วมในการซ้อมเพลงหรือไม่

$$a_{pk}^d \geq p_{pk}^d \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.16)$$

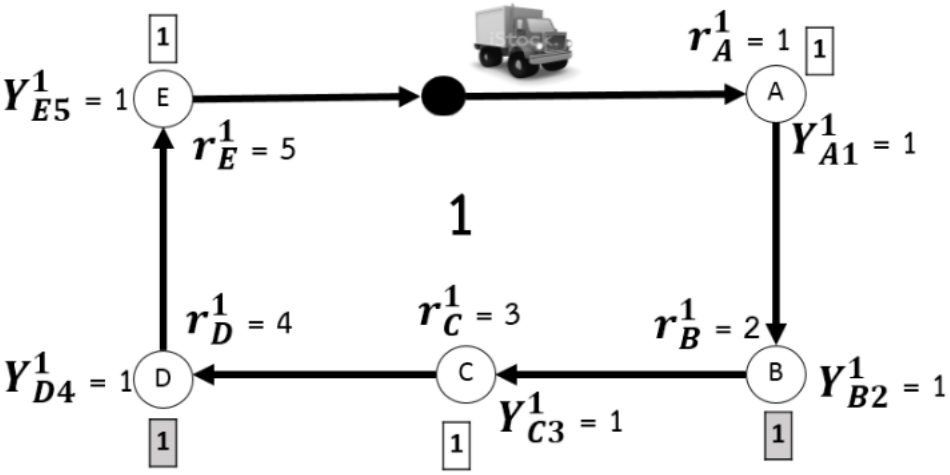
$$l_{pk}^d \geq p_{pk}^d \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.17)$$

$$a_{pk}^d \leq a_{p(k+1)}^d \qquad \forall p \in P, k \in \{1,...,K-1\}, d \in D \qquad (3.18)$$

$$l_{pk}^d \geq l_{p(k+1)}^d \qquad \forall p \in P, k \in \{1,...,K-1\}, d \in D \qquad (3.19)$$

$$s_{pk}^d \geq a_{pk}^d + l_{pk}^d - 1 \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.20)$$

(3.16) – (3.17) แสดงข้อกำหนดให้นักดนตรีต้องอยู่ในสถานที่ซ้อม เมื่อเพลงนั้นต้องเข้าร่วมการซ้อม และ (3.18) – (3.20) แสดงสถานะนักดนตรีอยู่ในสถานที่ซ้อมหลังจากมาถึงแล้วและยังไม่กลับ



รูปที่ 3.3 ตัวอย่างการซ้อมเพลงในวันที่ 1 เมื่อพิจารณาเฉพาะนักดนตรีคนที่ 1

ตัวอย่างในรูปที่ 3.3 แสดงลำดับเพลงที่พิจารณาเพียงวันซ้อมวันที่ 1 และนักดนตรีคนที่ 1 เท่านั้น เพื่อให้ง่ายต่อความเข้าใจ จากข้อมูลตัวอย่างในรูปที่ 3.2 นักดนตรีคนดังกล่าวมีส่วนร่วมในการซ้อมเพลงในลำดับที่ 2 (k=2) และ 4 (k=4) ดังนั้น นักดนตรีคนที่ 1 ต้องมาถึงสถานที่ซ้อมก่อนเริ่มทำการซ้อมเพลง B ซึ่งเป็นเพลงลำดับที่ 2 และสามารถออกจากสถานที่ซ้อมหลังจากซ้อมเพลง D ซึ่งเป็นเพลงลำดับที่ 4 เสร็จสิ้น

ตารางที่ 3.3 ตัวอย่างสำหรับตัวแปรในการตัดสินใจของ s^d_{pk} , a^d_{pk} และ l^d_{pk}

k	1	2	3	4	5
a	0	1	1	1	1
l	1	1	1	1	0
s	0	1	1	1	0

ค่าของ a^d_{pk} และ l^d_{pk} จะมีค่าดังตารางที่ 3.3 เนื่องจากค่าของ a^d_{pk} เท่ากับ 1 เมื่อนักดนตรีทำการซ้อมเพลงนั้นเป็นลำดับแรกและมีค่าเป็น 1 ไปจนถึงค่าดัชนี k สุดท้าย ส่วนค่าของ l^d_{pk} มีค่าเป็น

1 ตั้งแต่ k =1 ไปจนถึงเพลงสุดท้ายที่นักดนตรีคนนั้นมีส่วนร่วมในการซ้อมเพลง หลังจากนั้นค่า l_{pk}^{d} เท่ากับ 0

เมื่อเราทราบค่า a_{pk}^{d} และ l_{pk}^{d} ว่านักดนตรีมาถึงสถานที่ซ้อมในเพลงลำดับที่เท่าไรและออกจากสถานที่ซ้อมหลังจากซ้อมเพลงลำดับที่เท่าไร ส่งผลให้ทราบค่า s_{pk}^{d} ว่านักดนตรีต้องอยู่ในสถานที่ซ้อมตั้งแต่เพลงลำดับที่เท่าไรและออกจากสถานที่ซ้อมหลังจากเพลงลำดับที่เท่าไร เนื่องจากตัวแปร a_{pk}^{d} และ l_{pk}^{d} เป็นตัวแปรตัดสินใจทั้งคู่ แต่มีค่า 0, 1 เท่านั้น ทำให้สามารถเขียนสมการให้อยู่ในรูปเชิงเส้นได้ (Linearization) ดังสมการ (3.20)

$$w_{pk}^{d} = s_{pk}^{d} - p_{pk}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.21)$$

$$wait_{pik}^{d} \geq w_{pk}^{d} + y_{ik}^{d} - 1 \qquad \forall p \in P, i \in N / \{0\}, k \in K, d \in D \qquad (3.22)$$

(3.21) – (3.22) แสดงสถานะของนักดนตรีที่ทำการรอในเพลงที่ตนไม่ได้ทำการซ้อมแต่อยู่สถานที่ซ้อม เมื่อทราบค่า s_{pk}^{d} จากสมการ (3.20) และ p_{pk}^{d} จากสมการ (3.15) ทำให้ทราบค่า w_{pk}^{d} จาก (3.21)

ตารางที่ 3.3 นักดนตรีอยู่ในสถานที่ซ้อมตั้งแต่เพลงลำดับที่ 2 (k=2) จนถึงเพลงลำดับที่ 4 (k=4) แต่มีส่วนร่วมในการซ้อมเพลงลำดับที่ 2 และ 4 (k=2 และ 4) ค่าของ p_{pk}^{d} , s_{pk}^{d} และ w_{pk}^{d} มีค่าดังตารางที่ 3.4 กล่าวคือ นักดนตรีมีการซ้อมเพลงในเพลงลำดับที่ 2 และเพลงลำดับที่ 4 ฉะนั้นนักดนตรีต้องอยู่ในสถานที่ซ้อมตั้งแต่เพลงลำดับที่ 2 จนถึงเพลงลำดับที่ 4 ทำให้นักดนตรีมีการรอในเพลงลำดับที่ 3 เนื่องจากไม่มีส่วนร่วมการในซ้อมแต่ต้องอยู่ในสถานที่ซ้อม

ตารางที่ 3.4 ตัวอย่างสำหรับตัวแปรในการตัดสินใจของ p_{pk}^{d} , s_{pk}^{d} และ w_{pk}^{d}

k	1	2	3	4	5
p	0	1	0	1	0
s	0	1	1	1	0
w	0	0	1	0	0

เมื่อทราบค่า $wait_{pik}^{d}$ ว่ามีนักดนตรีคนใดมีการรอในเพลง i∈I ของลำดับ k∈K ในวันที่ d∈D หรือไม่ ให้นำไปคิดค่าใช้จ่ายเพื่อหาค่าต่ำที่สุดในสมการจุดประสงค์ (3.1) จากรูปที่ 3.3 พบว่า ค่า $wait_{1C3}^{1}$ =1 เท่านั้น เพราะนักดนตรีมีการรอในเพลง C ซึ่งมีลำดับเพลง คือ เพลงที่ 3 อยู่ในวันซ้อมที่ 1 เป็นต้น

เพื่อให้ง่ายแก่การเข้าใจ จึงได้ยกตัวอย่างชุดข้อมูลที่ 1 สำหรับกรณีที่มีความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากัน เพื่อมาหาคำตอบและนำไปเปลี่ยนรูปให้อยู่ในปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ โดยที่มีจำนวนเพลงทั้งหมด 10 เพลง จำนวนนักดนตรีทั้งหมด 10 คน โดยมีส่วนร่วมในแต่ละเพลงแตกต่างกันดังตารางที่ 3.5

ตารางที่ 3.5 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 1

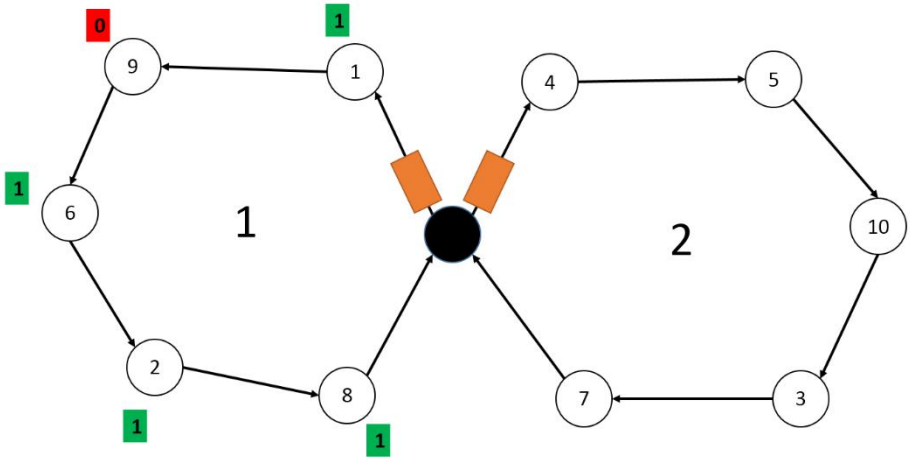
เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
นักดนตรี	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1
นักดนตรี	2	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1
นักดนตรี	3	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1
นักดนตรี	4	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1
นักดนตรี	5	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0
นักดนตรี	6	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1
นักดนตรี	7	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
นักดนตรี	8	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
นักดนตรี	9	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0
นักดนตรี	10	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0
ความยาวเพลง		0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

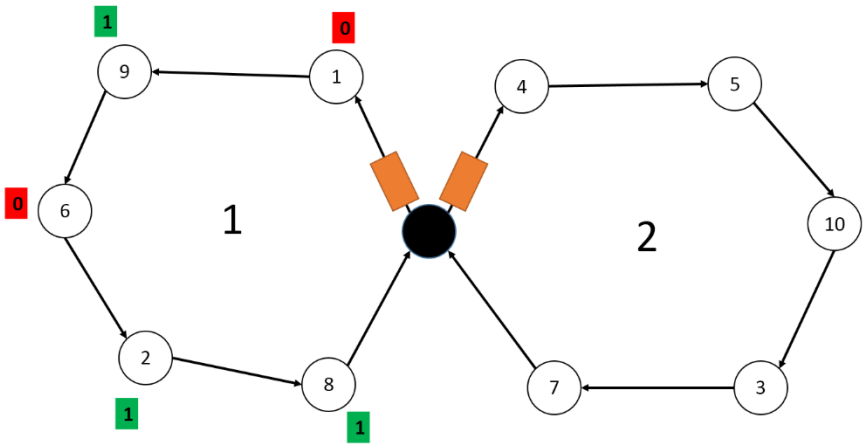
คำตอบของปัญหาชุดข้อมูลตัวอย่างในตารางที่ 3.5 ได้ใช้วิธีการแก้ปัญหาด้วยแบบจำลองของงานวิจัยนี้ (แบบจำลอง A1) โดยแสดงในตารางที่ 3.6 ที่กำหนดให้มีวันซ้อม 2 วัน ดังเพื่อให้ง่ายแก่การเข้าใจ จึงได้ยกตัวอย่างชุดข้อมูลที่ 1 สำหรับกรณีที่มีความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากัน เพื่อมาหาคำตอบและนำไปเปลี่ยนรูปให้อยู่ในปัญหาการจัดเส้นทางการเดินรถ เมื่อนำมาหาคำตอบแล้วพบว่าเวลารอของนักดนตรีน้อยที่สุดที่เป็นไปได้คือ 2 หน่วยเวลา คือ เกิดจากนักดนตรีคนที่ 1 มีการรอในเพลง 9 ซึ่งเป็นลำดับเพลงที่ 2 ของวันที่ทำการซ้อมของวันที่ 1 และนักดนตรีคนที่ 9 รอเพลง 6 ซึ่งมีลำดับเพลงที่ 3 ของในวันซ้อมวันเดียวกัน

ตารางที่ 3.6 คำตอบของปัญหาชุดตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 1

		วันที่ 1						วันที่ 2				
เพลง		1	9	6	2	8		4	5	10	3	7
นักดนตรี	1	1	0	1	1	1		1	1	1	0	0
นักดนตรี	2	0	0	0	0	0		1	1	1	1	1
นักดนตรี	3	0	1	1	1	1		0	1	1	0	0
นักดนตรี	4	0	1	1	0	0		1	1	1	1	1
นักดนตรี	5	1	1	1	0	0		0	0	0	0	1
นักดนตรี	6	0	0	1	1	1		0	0	1	1	0
นักดนตรี	7	1	1	1	1	0		0	0	0	1	0
นักดนตรี	8	0	0	1	0	0		0	1	1	1	1
นักดนตรี	9	0	1	0	1	1		0	0	0	1	1
นักดนตรี	10	1	1	1	0	0		1	1	0	0	0
duration		1	1	1	1	1		1	1	1	1	1



รูปที่ 3.4 การ Pre-processing จากคำตอบของปัญหาชุดตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 1 พิจารณาเฉพาะนักดนตรีคนที่ 1



รูปที่ 3.5 การ Pre-processing จากคำตอบของปัญหาชุดตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 1 พิจารณาเฉพาะนักดนตรีคนที่ 9

ข้อมูลคำตอบจากตารางที่ 3.6 แสดงจำนวนเพลงในวันซ้อมวันแรกที่ต้องทำการซ้อมทั้งหมด 5 เพลง มีลำดับการซ้อมเพลงคือ 1-9-6-2-8 และในวันซ้อมวันที่ 2 มีเพลงที่ต้องซ้อม 5 เพลง เช่นกัน คือ 4-5-10-3-7 โดยที่แต่ละวันมีความสามารถหรือขีดจำกัดในการใช้เวลาของสถานที่ซ้อม คือ 5 หน่วยเวลาเปรียบเสมือนขีดจำกัดของความสามารถในการบรรทุกน้ำหนักของรถ เพลงที่ทำการซ้อมเพลงใช้เวลาการซ้อมที่เท่ากันคือ 1 หน่วยเวลาคล้ายกับปริมาณสินค้าที่ลูกค้าแต่ละรายต้องการ

ในรูปที่ 3.4 นั้นได้ทำการพิจารณาเพียงแค่นักดนตรีที่คนที่ 1 และรูปที่ 3.5 พิจารณาเฉพาะนักดนตรีคนที่ 9 เนื่องจากทราบว่าเวลารอที่เกิดขึ้นจากการซ้อมนั้นมีผลมาจากนักดนตรีคนที่ 1 และ 9 จึงทำการพิจารณาเพียงแค่ 2 คน เพื่อให้ง่ายและเข้าใจจึงใช้เลข 1 แทนสัญลักษณ์การมีส่วนร่วมของนักดนตรีในเพลงนั้น และเลข 0 คือการไม่มีส่วนร่วมของนักดนตรีในเพลงนั้น โดยที่นักดนตรีคนที่ 1 ต้องมาถึงสถานที่ซ้อมในเพลง 1 ซึ่งเป็นเพลงลำดับแรกของการซ้อมในวันที่ 1 และออกจากสถานที่ซ้อมหลังจากซ้อมเพลง 8 ซึ่งเป็นเพลงลำดับที่ 5 หรือลำดับสุดท้ายของวัน แต่เพลง 9 หรือเพลงลำดับที่ 2 ของวันซ้อมที่ 1 นั้น นักดนตรีคนที่ 1 ไม่มีส่วนร่วมในการซ้อมเพลง แต่ยังไม่สามารถออกจากสถานที่ซ้อมได้ เนื่องจากต้องซ้อมเพลง 6 ซึ่งเป็นเพลงลำดับ 3 จึงทำให้เกิดเวลารอในเพลง 9 หรือเพลงลำดับที่ 2 จำนวน 1 หน่วยเวลาดังแสดงในรูปที่ 3.4

ในทำนองเดียวกันในรูปที่ 3.5 เมื่อพิจารณาเฉพาะนักดนตรีคนที่ 9 ในวันซ้อมที่ 1 นั้น พบว่านักดนตรีคนที่ 9 มาถึงสถานที่ซ้อมในเพลง 9 ซึ่งเป็นเพลงลำดับที่ 2 ของวันและสามารถกลับออกจากสถานที่ซ้อมหลังจากซ้อมเพลง 8 ซึ่งเป็นเพลงลำดับสุดท้ายของวันเหมือนกับนักดนตรีคนที่ 1 เช่นกัน แต่เนื่องจากเพลง 6 หรือเพลงลำดับที่ 3 ในวันซ้อมที่ 1 ซึ่งนักดนตรีคนที่ 9 ต้องทำการรอเนื่องจากเพลง

6 นั้นนักดนตรีคนนี้ไม่มีส่วนร่วมกับการซ้อมเพลงแต่ยังไม่สามารถออกจากสถานที่ซ้อมได้ เนื่องจากต้องมีการซ้อมเพลง 2 ซึ่งเป็นเพลงลำดับที่ 4 ทำให้เกิดการรอจากนักดนตรีคนที่ 9 ทั้งนี้เวลารอของนักดนตรีมีค่าเท่ากับความยาวเพลงที่นักดนตรีคนนั้นอยู่ในสถานที่ซ้อม แต่ไม่มีส่วนร่วมในการซ้อม ซึ่งก็คือความยาวเพลงของเพลง 6 เท่ากับ 1 หน่วยเวลา

3.3 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Math Model) ที่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี ในรูปกำหนดการไม่เป็นเชิงเส้นตรง (แบบจำลอง A2)

ค่าดัชนี (Indices)

$I = \{0,1,2,3, \dots ,N\}$	I = จำนวนเพลงที่ต้องทำการซ้อม
$P = \{1,2,3, \dots ,P\}$	P = จำนวนนักดนตรีที่ต้องทำการซ้อมทั้งหมด
$D = \{1,2,3, \dots ,D\}$	D = จำนวนวันทั้งหมดที่มีการซ้อมของนักดนตรี
$K = \{1,2,3, \dots ,K\}$	K = ลำดับของเพลงที่ทำการซ้อม

ค่าคงที่ (Parameters)

$duration_i$	=	ระยะเวลาในการซ้อมเพลง $i \in I$
C_a	=	ค่าใช้จ่ายรายวันในการเช่าสถานที่ซ้อมดนตรี
C_b	=	ค่าใช้จ่ายในการรอของนักดนตรี/คน/หน่วยเวลา
Q	=	ปริมาณเวลาสูงสุดที่สามารถซ้อมเพลงได้สูงสุดใน 1 วัน
$play_{pi}$	=	1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ต้องซ้อมเพลง $i \in I$
		0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ไม่ต้องซ้อมเพลง $i \in I$
$setup_{ji}$	=	เวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีจากเพลง $j \in I$ ไป $i \in I$

ตัวแปรในการตัดสินใจ (Decision Variables)

r_i^d	=	ลำดับในการซ้อมของเพลง $i \in I$ ในวัน $d \in D$
x_{ij}^d	=	1 ถ้ามีการซ้อมเพลง $i \in I$ ต่อด้วยเพลง $j \in I$ ในวัน $d \in D$
		0 ถ้าไม่มีการซ้อมเพลง $i \in I$ ต่อด้วยเพลง $j \in I$ ในวัน $d \in D$
z_i^d	=	1 ถ้ามีการซ้อมเพลง $i \in I$ ในวัน $d \in D$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

0 ถ้าไม่มีการซ้อมเพลง $i \in I$ ในวัน $d \in D$

y_{ik}^{d} = 1 ถ้ามีการซ้อมเพลง $i \in I$ ในลำดับที่ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้าไม่มีการซ้อมเพลง $i \in I$ ในลำดับที่ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

pl_{pik}^{d} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มีการซ้อมเพลง $i \in I$ ในลำดับที่ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ไม่มีการซ้อมเพลง $i \in I$ ในลำดับที่ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

s_{pk}^{d} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ อยู่ในช่วงการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ไม่อยู่ในช่วงการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

p_{pk}^{d} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ทำการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ไม่ทำการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

a_{pk}^{d} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มาถึงก่อนการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มาไม่ถึงก่อนการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

l_{pk}^{d} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ยังไม่ออกจากสถานที่ซ้อมในการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ออกจากสถานที่ซ้อมในการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

w_{pk}^{d} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มีการรอซ้อมในเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มีการรอซ้อมในเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

$wait_{pik}^{d}$ = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มีการรอซ้อมเพลง $i \in I$ ในลำดับ $k \in K$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ไม่มีการรอซ้อมเพลง $i \in I$ ในลำดับ $k \in K$

ในวัน $d \in D$

<u>สมการวัตถุประสงค์ (Objective Function)</u>

$$\text{Min } Z = \begin{aligned} & C_a \sum_{d=1}^{D} z_0^d + C_b \sum_{p=1}^{P} \sum_{i=0}^{N} \sum_{k=1}^{K} \sum_{d=1}^{D} wait_{pik}^d \times duration_i \\ & + C_b \sum_{p=1}^{P} \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{K} \sum_{d=1}^{D} wait_{pik}^d \times \left(\sum_{j=0}^{N} setup_{ji} \times x_{ji}^d \right) \end{aligned} \quad (3.23)$$

สมการวัตถุประสงค์สำหรับการหาคำตอบของต้นทุนค่าใช้จ่ายของการซ้อมเพลงนั้นเกิดจากค่าใช้จ่าย 3 ทางที่เป็นไปได้ คือ ค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการเช่าสถานที่ใช้ในการซ้อม, ค่าจ้างของนักดนตรีช่วงเวลาที่อยู่ในสถานที่ช่วงเวลาที่มีการซ้อมเพลงแต่ไม่มีส่วนร่วมในการซ้อมที่ (ค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการรอของนักดนตรี) และค่าใช้จ่ายของนักดนตรีที่รอในช่วงที่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีของเพลงที่มีการรอ

<u>ฟังก์ชันข้อจำกัด (Constraints function)</u>

$$\sum_{i=0}^{N} x_{ij}^d = z_j^d \qquad \forall j \in N / \{0\}, d \in D \quad (3.24)$$

$$\sum_{j=0}^{N} x_{ij}^d = z_i^d \qquad \forall i \in N / \{0\}, d \in D \quad (3.25)$$

$$\sum_{i=0}^{N} x_{0i}^d = z_0^d \qquad \forall d \in D \quad (3.26)$$

$$\sum_{d=1}^{D} z_i^d = 1 \qquad \forall i \in N / \{0\} \quad (3.27)$$

$$\sum_{i=1}^{N} \left(\left(\sum_{j=0}^{N} setup_{ji} \times x_{ji}^d \right) + \left(duration_i \times z_i^d \right) \right) \le Q \times z_0^d \qquad \forall d \in D \quad (3.28)$$

$$z_0^i \ge z_0^{i+1} \qquad \forall i \in \{1, \ldots, N-1\} \quad (3.29)$$

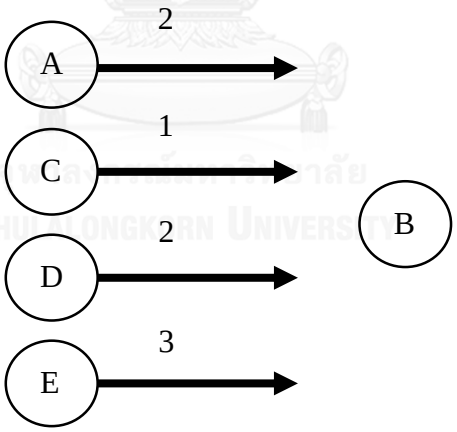
$$r_j^d = x_{0j}^d - Q(1 - x_{0j}^d) \qquad \forall j \in N / \{0\}, d \in D \quad (3.30)$$

$$r_j^d = r_i^d + x_{ij}^d - Q(1 - x_{ij}^d) \qquad \forall i, j \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.31)$$

(3.24) - (3.25) ควบคุมสมดุลของเพลงให้มีการซ้อมเพลง, (3.26) ระบุจำนวนวันที่ทำการซ้อมเพลง, (3.27) กำหนดให้แต่ละเพลงซ้อมได้เพียงวันเดียวเท่านั้น, (3.28) ควบคุมเวลาที่ใช้ในการซ้อมเพลงทั้งหมดในแต่ละวันไม่ให้เกินที่กำหนด, (3.29) กำหนดให้เรียงลำดับของวันที่มีการซ้อม, (3.30) – (3.31) หาลำดับการซ้อมของเพลงในแต่ละวัน

เมื่อพิจารณา (3.28) กับ (3.6) ซึ่งอยู่ในกรณีที่ไม่มีการคิดค่าปรับตั้งเครื่องดนตรี มีความแตกต่างกัน เนื่องจากสมการข้อจำกัดนี้ควบคุมหรือกำหนดให้เวลารวมในการซ้อมเพลงแต่ละวันไม่เกินเวลาที่กำหนดไว้ คล้ายกับการกำหนดความจุในการขนส่งสินค้าไม่ให้เกินขีดจำกัดในการบรรทุกของพาหนะ ซึ่งในกรณีที่มีการคิดค่าปรับตั้งของเครื่องดนตรีนั้นเปลี่ยนแปลงหรือมีค่าขึ้นอยู่กับเพลงที่มีการซ้อมก่อนหน้าว่าเป็นเพลงใด จำเป็นต้องมีการคิดค่าปรับตั้งรวมกับเวลาในการซ้อมเพลงเพื่อให้ไม่เกินเวลาที่สามารถใช้สถานที่ซ้อมได้ภายในหนึ่งวัน

รูปที่ 3.6 แสดงการคิดค่าปรับตั้งเครื่องดนตรีจากการเปลี่ยนแปลงจากเพลงเพลงก่อนหน้ามายังเพลง B โดยอ้างอิงข้อมูลจากรูปที่ 3.2 ซึ่งมีค่าปรับตั้งที่ไม่เท่ากัน ส่งผลให้ต้องมีตัวแปรตัดสินใจในการหาค่าปรับตั้งเครื่องดนตรีว่าควรซ้อมเพลงใดก่อนหน้าที่จะทำการซ้อม B



รูปที่ 3.6 ค่าปรับตั้งเครื่องดนตรีโดยคิดจากการเปลี่ยนแปลงนักดนตรีจากเพลงก่อนหน้า

หากมีการซ้อมเพลง C ก่อนการซ้อมเพลง B ในวันซ้อมเพลงวันที่ 1 ตัวแปรตัดสินใจ x_{CB}^1 มีค่าเท่ากับ 1 ซึ่งเมื่อนำมาคูณกับค่า $setup_{CB}$ ที่มีค่าเป็นจำนวนเต็มบวก ในกรณีนี้ คือ 1 ทำให้มีค่าปรับตั้งเครื่องดนตรีจากเพลง C ไปยังเพลง B แต่ในกรณีอื่นๆ เช่น x_{DB}^1 เท่ากับ 0 เนื่องจากไม่มีการซ้อมเพลง D ก่อนซ้อมเพลง B ทำให้ค่าของ $setup_{DB}$ ที่มีค่าคงที่แต่ไม่ถูกนำมาคิด เนื่องจากเมื่อนำมาคูณกับค่า x_{DB}^1 ทำให้มีค่าเท่ากับ 0

เมื่อมีการคิดค่าปรับตั้งเครื่องดนตรี ส่งผลให้การใช้เวลาในสถานที่ซ้อมของแต่เพลงนั้นใช้เวลาเพิ่มมากขึ้น จึงทำให้สมการข้อจำกัดการใช้เวลาในสถานที่ซ้อมมีการเปลี่ยนแปลงไปจากของแบบจำลองในกรณีที่ไม่มีการคิดค่าปรับตั้งเครื่องดนตรี

ทั้งนี้ปรับตั้งเครื่องดนตรีนั้นสามารถเปลี่ยนแปลงได้ตามความเหมาะสมหรืออาจมีการคิดฟังก์ชันของค่าปรับตั้งเพิ่มเติม แต่ไม่ส่งผลกระทบต่อแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากเป็นค่าพารามิเตอร์ที่กำหนดในการหาคำตอบของปัญหา

$$\sum_{i=1}^{N} y_{ik}^{d} \le 1 \qquad \forall k \in K, d \in D \qquad (3.32)$$

$$\sum_{k=1}^{K}\sum_{d=1}^{D} y_{ik}^{d} = 1 \qquad \forall i \in N / \{0\} \qquad (3.33)$$

$$\sum_{k=1}^{K} y_{ik}^{d} = z_{i}^{d} \qquad \forall i \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.34)$$

$$\sum_{k=1}^{K} k \times y_{ik}^{d} = r_{i}^{d} \qquad \forall i \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.35)$$

$$pl_{pik}^{d} = y_{ik}^{d} \times play_{pi} \qquad \forall p \in P, i \in N / \{0\}, k \in K, d \in D \qquad (3.36)$$

$$p_{pk}^{d} = \sum_{i=1}^{N} pl_{pik}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.37)$$

(3.32) – (3.34) หาลำดับของแต่ละเพลงให้สามารถซ้อมได้เพียงลำดับเดียวในวันเดียว, (3.35) เชื่อมตัวแปรและค่าดัชนีของ r และ k, (3.36) – (3.37) แสดงสถานะการซ้อมเพลงของนักดนตรีในลำดับของเพลงในแต่ละวัน

$$a_{pk}^{d} \ge p_{pk}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.38)$$

$$l_{pk}^{d} \ge p_{pk}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.39)$$

(3.38) – (3.39) แสดงข้อกำหนดให้นักดนตรีต้องอยู่ในสถานที่ซ้อม

$$a_{pk}^{d} \le a_{p(k+1)}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in \{1,...,K-1\}, d \in D \qquad (3.40)$$

$$l_{pk}^{d} \ge l_{p(k+1)}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in \{1,...,K-1\}, d \in D \qquad (3.41)$$

$$s_{pk}^{d} \ge a_{pk}^{d} + l_{pk}^{d} - 1 \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.42)$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

(3.40) – (3.42) แสดงสถานะนักดนตรีอยู่ในสถานที่ซ้อมหลังจากมาถึงแล้วและยังไม่กลับ

$$w_{pk}^{d} = s_{pk}^{d} - p_{pk}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.43)$$

$$wait_{pik}^{d} = w_{pk}^{d} + y_{ik}^{d} - 1 \qquad \forall p \in P, i \in N / \{0\}, k \in K, d \in D \qquad (3.44)$$

(3.43) – (3.44) แสดงสถานะของนักดนตรีที่ทำการรอในเพลงที่ตนไม่ได้ทำการซ้อมแต่อยู่สถานที่ซ้อม

ในกรณีที่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีนั้นสมการจุดประสงค์ (3.23) ความสัมพันธ์ในลักษณะที่ไม่เป็นเส้นตรง คือ พจน์ที่ 3 ที่คิดเวลารอของนักดนตรีในช่วงเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี $(C_b \sum_{p=1}^{P}\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{K}\sum_{d=1}^{D} wait_{pik}^{d} \times (\sum_{j=0}^{N} setup_{ji} \times x_{ji}^{d}))$ เกิดจากการคูณกันของตัวแปรตัดสินใจ $wait_{pik}^{d}$ และ x_{ji}^{d} ส่งผลทำให้สมการจุดประสงค์นั้นไม่เป็นกำหนดการเชิงเส้น (Linear programming) แต่สมการข้อจำกัดต่างๆ ยังเป็นสมการหรือฟังก์ชันเส้นตรง (Linear functions)

ในกรณีที่ตัวแปรตัดสินใจมีความสัมพันธ์ต่อกันในลักษณะที่ไม่เป็นเชิงเส้นตรงหรือกำลังหนึ่ง กล่าวคือ มีฟังก์ชันหรือสมการในสมการจุดประสงค์หรือสมการข้อจำกัดอย่างน้อยที่สุด 1 สมการ ที่เป็นฟังก์ชันไม่ใช่เส้นตรง ในการหาคำตอบของปัญหาโปรแกรมที่ไม่เป็นเส้นตรงนั้นจะมีความยุ่งยากและซับซ้อนกว่าปัญหากำหนดการที่เป็นเส้นตรงมาก

อย่างไรก็ดีเนื่องจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีนั้นเป็น Quadratic programming ซึ่งอยู่ในประเภท Non-linear programming เนื่องจากมีสมการจุดประสงค์ (3.23) ในพจน์ที่ 3 นั้นเป็นกำลังสอง แต่ในสมการข้อจำกัดยังคงเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น ทำให้มีการพัฒนาแบบจำลองใหม่เพื่อให้เป็นโปรแกรมเชิงเส้น (linear programming) ในหัวข้อถัดไป

3.4 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Math Model) ที่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี ในรูปกำหนดการเชิงเส้นตรง (แบบจำลอง A3)

ค่าดัชนี (Indices)

I = {0,1,2,3, … ,N}	I = จำนวนเพลงที่ต้องทำการซ้อม
P = {1,2,3, … ,P}	P = จำนวนนักดนตรีที่ต้องทำการซ้อมทั้งหมด
D = {1,2,3, … ,D}	D = จำนวนวันทั้งหมดที่มีการซ้อมของนักดนตรี
K = {1,2,3, … ,K}	K = ลำดับของเพลงที่ทำการซ้อม

ค่าคงที่ (Parameters)

$duration_i$	=	ระยะเวลาในการซ้อมเพลง i∈I
C_a	=	ค่าใช้จ่ายรายวันในการเช่าสถานที่ซ้อมดนตรี
C_b	=	ค่าใช้จ่ายในการรอของนักดนตรี/คน/หน่วยเวลา
Q	=	ปริมาณเวลาสูงสุดที่สามารถซ้อมเพลงได้สูงสุดใน 1 วัน
$play_{pi}$	=	1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ต้องซ้อมเพลง i∈I
		0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ไม่ต้องซ้อมเพลง i∈I
$setup_{ji}$	=	เวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีจากเพลง j∈I ไป i∈I

ตัวแปรในการตัดสินใจ (Decision Variables)

r_i^d	=	ลำดับในการซ้อมของเพลง i∈I ในวัน d∈D
x_{ij}^d	=	1 ถ้ามีการซ้อมเพลง i∈I ต่อด้วยเพลง j∈I ในวัน d∈D
		0 ถ้าไม่มีการซ้อมเพลง i∈I ต่อด้วยเพลง j∈I ในวัน d∈D
z_i^d	=	1 ถ้ามีการซ้อมเพลง i∈I ในวัน d∈D
		0 ถ้าไม่มีการซ้อมเพลง i∈I ในวัน d∈D
y_{ik}^d	=	1 ถ้ามีการซ้อมเพลง i∈I ในลำดับที่ k∈K ในวัน d∈D
		0 ถ้าไม่มีการซ้อมเพลง i∈I ในลำดับที่ k∈K ในวัน d∈D

pl^{d}_{pik} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P มีการซ้อมเพลง i∈I ในลำดับที่ k∈K ในวัน d∈D

0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ไม่มีการซ้อมเพลง i∈I ในลำดับที่ k∈K ในวัน d∈D

s^{d}_{pk} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P อยู่ในช่วงการซ้อมเพลงลำดับ k∈K ในวัน d∈D

0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ไม่อยู่ในช่วงการซ้อมเพลงลำดับ k∈K ในวัน d∈D

p^{d}_{pk} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ทำการซ้อมเพลงลำดับ k∈K ในวัน d∈D

0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ไม่ทำการซ้อมเพลงลำดับ k∈K ในวัน d∈D

a^{d}_{pk} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P มาถึงก่อนการซ้อมเพลงลำดับ k∈K ในวัน d∈D

0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P มาไม่ถึงก่อนการซ้อมเพลงลำดับ k∈K ในวัน d∈D

l^{d}_{pk} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ยังไม่ออกจากสถานที่ซ้อมในการซ้อมเพลงลำดับ k∈K ในวัน d∈D

0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ออกจากสถานที่ซ้อมในการซ้อมเพลงลำดับ k∈K ในวัน d∈D

w^{d}_{pk} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P มีการรอซ้อมในเพลงลำดับ k∈K ในวัน d∈D

0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P มีการรอซ้อมในเพลงลำดับ k∈K ในวัน d∈D

$wait^{d}_{pik}$ = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P มีการรอซ้อมเพลง i∈I ในลำดับ k∈K ในวัน d∈D

0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ไม่มีการรอซ้อมเพลง i∈I ในลำดับ k∈K ในวัน d∈D

set^{d}_{pij} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P มีการรอในเวลาปรับตั้งเพลง i∈I ไปเพลง j∈I ในวัน d∈D

0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P มีการรอในเวลาปรับตั้งเพลง i∈I ไปเพลง j∈I ในวัน d∈D

<u>สมการวัตถุประสงค์ (Objective Function)</u>

$$\text{Min } Z = C_a \sum_{d=1}^{D} z_0^d + C_b \sum_{p=1}^{P}\sum_{i=0}^{N}\sum_{k=1}^{K}\sum_{d=1}^{D} wait^{d}_{pik} \times duration_i + C_b \sum_{p=1}^{P}\sum_{j=0}^{N}\sum_{i=1}^{N}\sum_{d=1}^{D} (set^{d}_{pji} \times setup_{ji}) \quad (3.45)$$

สมการวัตถุประสงค์สำหรับการหาคำตอบของต้นทุนค่าใช้จ่ายของการซ้อมเพลงนั้นเกิดจากค่าใช้จ่าย 3 ทางที่เป็นไปได้ คือ ค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการเช่าสถานที่ใช้ในการซ้อม, ค่าจ้างของนักดนตรีช่วงเวลาที่อยู่ในสถานที่ช่วงเวลาที่มีการซ้อมเพลงแต่ไม่มีส่วนร่วมในการซ้อมที่ (ค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการรอของนักดนตรี) และค่าใช้จ่ายของนักดนตรีที่รอในช่วงที่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีของเพลงที่มีการรอ

<u>ฟังก์ชันข้อจำกัด (Constraints function)</u>

$$\sum_{i=0}^{N} x_{ij}^{d} = z_j^d \qquad \forall j \in N/\{0\}, d \in D \quad (3.46)$$

$$\sum_{j=0}^{N} x_{ij}^{d} = z_i^d \qquad \forall i \in N/\{0\}, d \in D \quad (3.47)$$

$$\sum_{i=0}^{N} x_{0i}^{d} = z_0^d \qquad \forall d \in D \quad (3.48)$$

$$\sum_{d=1}^{D} z_i^d = 1 \qquad \forall i \in N/\{0\} \quad (3.49)$$

$$\sum_{i=0}^{N}((\sum_{j=0}^{N} setup_{ji} \times x_{ji}^{d}) + (duration_i \times z_i^d)) \le Q \times z_0^d \qquad \forall d \in D \quad (3.50)$$

$$z_0^i \ge z_0^{i+1} \qquad \forall i \in \{1,\ldots,N-1\} \quad (3.51)$$

$$r_j^d = x_{0j}^d - Q(1 - x_{0j}^d) \qquad \forall j \in N/\{0\}, d \in D \quad (3.52)$$

$$r_j^d = r_i^d + x_{ij}^d - Q(1 - x_{ij}^d) \qquad \forall i, j \in N/\{0\}, d \in D \quad (3.53)$$

(3.46) - (3.47) ควบคุมสมดุลของเพลงให้มีการซ้อมเพลง, (3.48) ระบุจำนวนวันที่ทำการซ้อมเพลง, (3.49) กำหนดให้แต่ละเพลงซ้อมได้แค่วันเดียวเท่านั้น, (3.50) การควบคุมเวลาที่ใช้ในการซ้อมเพลงทั้งหมดรวมไปถึงเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีในแต่ละวันไม่ให้เกินที่กำหนด, (3.51) กำหนดให้เรียงลำดับของวันที่มีการซ้อม, (3.52) – (3.53) หาลำดับการซ้อมของเพลงในแต่ละวัน

$$\sum_{i=1}^{N} y_{ik}^{d} \le 1 \qquad \forall k \in K, d \in D \qquad (3.54)$$

$$\sum_{k=1}^{K}\sum_{d=1}^{D} y_{ik}^{d} = 1 \qquad \forall i \in N / \{0\} \qquad (3.55)$$

$$\sum_{k=1}^{K} y_{ik}^{d} = z_{i}^{d} \qquad \forall i \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.56)$$

$$\sum_{k=1}^{K} k \times y_{ik}^{d} = r_{i}^{d} \qquad \forall i \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.57)$$

$$pl_{pik}^{d} = y_{ik}^{d} \times play_{pi} \qquad \forall p \in P, i \in N / \{0\}, k \in K, d \in D \qquad (3.58)$$

$$p_{pk}^{d} = \sum_{i=1}^{N} pl_{pik}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.59)$$

(3.54) – (3.56) หาลำดับของแต่ละเพลงให้สามารถซ้อมได้ลำดับเดียวและวันเดียว, (3.57) เชื่อมตัวแปรและค่าดัชนีของ r และ k, (3.58) – (3.59) แสดงสถานะการซ้อมเพลงของนักดนตรีในลำดับของเพลงในแต่ละวัน

$$a_{pk}^{d} \ge p_{pk}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.60)$$

$$l_{pk}^{d} \ge p_{pk}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.61)$$

(3.60) – (3.61) แสดงข้อกำหนดให้นักดนตรีต้องอยู่ในสถานที่ซ้อม

$$a_{pk}^{d} \le a_{p(k+1)}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in \{1,...,K-1\}, d \in D \qquad (3.62)$$

$$l_{pk}^{d} \ge l_{p(k+1)}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in \{1,...,K-1\}, d \in D \qquad (3.63)$$

$$s_{pk}^{d} \ge a_{pk}^{d} + l_{pk}^{d} - 1 \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.64)$$

(3.62) – (3.64) แสดงสถานะนักดนตรีอยู่ในสถานที่ซ้อมหลังจากมาถึงแล้วและยังไม่กลับ

$$w_{pk}^{d} = s_{pk}^{d} - p_{pk}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.65)$$

$$wait_{pik}^{d} = w_{pk}^{d} + y_{ik}^{d} - 1 \qquad \forall p \in P, i \in N / \{0\}, k \in K, d \in D \qquad (3.66)$$

(3.65) – (3.66) แสดงสถานะของนักดนตรีที่ทำการรอในเพลงที่ตนไม่ได้ทำการซ้อมแต่อยู่สถานที่ซ้อม

$$set_{pji}^{d} \ge wait_{pik}^{d} + x_{ji}^{d} - 1 \qquad \forall p \in P, j \in N, i \in N / \{0\}, k \in K, d \in D \qquad (3.67)$$

(3.67) แสดงสถานะการรอในช่วงเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีของนักดนตรี ตัวอย่างเช่นหากนักดนตรีคนที่ 1 มีการรอในช่วงการซ้อมของเพลง B ที่มีลำดับการซ้อมเป็นลำดับที่ 2 และมีเพลงที่ซ้อมก่อนหน้า คือ เพลง A ในวันซ้อมที่ 1 โดยที่ค่า x^1_{AB} = 1 เนื่องจากมีลำดับการซ้อมเพลงจาก A ไปเพลง B ในวันที่ 1 และ $wait^1_{1B2}$ = 1 เนื่องจากนักดนตรีคนที่ 1 มีการรอซ้อมในเพลง B ซึ่งเป็นเพลงที่มีลำดับการซ้อมเป็นเพลงที่ 2 ในวันซ้อมที่ 1 ดังนั้นเมื่อนักดนตรีคนที่ 1 มีการรอซ้อมในเพลง B ทำให้นักดนตรีคนนี้ต้องรอในช่วงเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีของเพลง B ด้วย โดยเวลารอในช่วงปรับตั้งเครื่องดนตรีนั้นขึ้นอยู่กับเพลงก่อนหน้า ทำให้ค่า set^1_{1AB} = 1 คือนักดนตรีคนที่ 1 รอในช่วงเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีจากเพลง A ไปยังเพลง B

หลังจากได้ค่า set^1_{1AB} = 1 ให้นำไปคูณกับค่าพารามิเตอร์ $setup_{AB}$ ทำให้ทราบว่านักดนตรีคนที่ 1 รอในช่วงปรับตั้งเครื่องดนตรีจากเพลง A ไปเพลง B ด้วยระยะเวลาเท่าไร

เมื่อพิจารณาพจน์ที่ 3 ในสมการจุดประสงค์ (3.45) นั้นเป็นการ linearization ของแบบจำลองที่มีการคิดค่าปรับตั้งเครื่องดนตรีที่อยู่ในรูปสมการเชิงกำลังสอง (Quadratic programming) ให้อยู่ในรูปสมการเชิงเส้น (Linear programming) ซึ่งอสมการ (3.67) มีการสร้างตัวแปร 4 มิติขึ้นมาอีกหนึ่งตัว คือ set^d_{pji} และเมื่อมีตัวแปรเพิ่มขึ้น จะทำให้ใช้เวลาในการแก้ปัญหามากขึ้นด้วย

จากตารางที่ 3.7 ที่แสดงข้อมูลของชุดตัวอย่างในกรณีที่มีความยาวเพลงไม่เท่ากันซึ่งมีจำนวนเพลงคือ 14 เพลง จำนวนนักดนตรี 5 คน ถ้ามีการคิดค่าปรับตั้งเครื่องดนตรี โดยคิดจากจำนวนนักดนตรีที่เปลี่ยนแปลงจากเพลงก่อนหน้าคูณด้วย 0.5 (เป็นการคิดสมมติให้ค่าปรับตั้งเครื่องดนตรีอยู่ในรูปฟังก์ชันของจำนวนนักดนตรี) ดังตารางที่ 3.8

ตารางที่ 3.7 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงไม่เท่ากันชุดที่ 1

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
นักดนตรี	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0
นักดนตรี	2	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0
นักดนตรี	3	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
นักดนตรี	4	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0
นักดนตรี	5	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0
ความยาวเพลง		0	0	1	4	4	3	2	4	3	2	4	4	3	1	2

ตารางที่ 3.8 ค่าปรับตั้งเครื่องดนตรีจากตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงไม่เท่ากัน ชุดที่ 1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0	1	1	1	1.5	2	2	1.5	1	1.5	2	1.5	1.5	1	0.5
1	1	0	1	2	1.5	2	1	1.5	1	1.5	2	2.5	0.5	1	1.5
2	1	1	0	2	1.5	1	1	2.5	0	1.5	1	1.5	1.5	0	0.5
3	1	2	2	0	0.5	1	2	0.5	2	1.5	1	0.5	1.5	2	1.5
4	1.5	1.5	1.5	0.5	0	0.5	1.5	1	1.5	2	0.5	1	1	1.5	2
5	2	2	1	1	0.5	0	1	1.5	1	1.5	0	0.5	1.5	1	1.5
6	2	1	1	2	1.5	1	0	1.5	1	0.5	1	1.5	1.5	1	1.5
7	1.5	1.5	2.5	0.5	1	1.5	1.5	0	2.5	1	1.5	1	1	2.5	2
8	1	1	0	2	1.5	1	1	2.5	0	1.5	1	1.5	1.5	0	0.5
9	1.5	1.5	1.5	1.5	2	1.5	0.5	1	1.5	0	1.5	1	2	1.5	1
10	2	2	1	1	0.5	0	1	1.5	1	1.5	0	0.5	1.5	1	1.5
11	1.5	2.5	1.5	0.5	1	0.5	1.5	1	1.5	1	0.5	0	2	1.5	1
12	1.5	0.5	1.5	1.5	1	1.5	1.5	1	1.5	2	1.5	2	0	1.5	2
13	1	1	0	2	1.5	1	1	2.5	0	1.5	1	1.5	1.5	0	0.5
14	0.5	1.5	0.5	1.5	2	1.5	1.5	2	0.5	1	1.5	1	2	0.5	0

เมื่อมีการนำข้อมูลตัวอย่างในตารางที่ 3.7 หาคำตอบด้วยแบบจำลองในงานวิจัยนี้โดยกำหนดให้มีจำนวนวันซ้อมทั้งหมด 2 วัน พบว่าลำดับการซ้อมเพลงของปัญหาที่ได้ในวันที่ 1 มีลำดับเพลงคือ 7-9-6-1-13-8-2 มีเวลารอเกิดขึ้น 1 หน่วยเวลาในเพลง 1 จากนักดนตรีคนที่ 3 และลำดับเพลงในวันที่ซ้อมที่ 2 คือ 14-11-5-10-12-4-3 ซึ่งมีนักดนตรีคนที่ 4 รอเกิดการรอ 2 หน่วยเวลาในเพลง 12 เช่นกัน ดังแสดงในตารางที่ 3.9

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 3.9 คำตอบของปัญหาชุดตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงไม่เท่ากันชุดที่ 1

		วันที่ 1								วันที่ 2						
เพลง		7	9	6	1	13	8	2		14	11	5	10	12	4	3
นักดนตรี	1	0	0	1	1	1	1	1		0	0	1	1	1	1	0
นักดนตรี	2	1	0	0	0	0	0	0		0	1	1	1	1	1	1
นักดนตรี	3	0	1	1	0	1	1	1		1	1	1	1	0	0	0
นักดนตรี	4	1	1	1	0	0	0	0		0	1	1	1	0	1	1
นักดนตรี	5	1	1	1	1	0	0	0		0	0	0	0	1	0	0
ความยาวเพลง		3	4	4	1	2	2	4		4	3	2	4	1	3	4

เมื่อพิจารณาค่าปรับตั้งเครื่องดนตรีแล้ว พบว่าในวันซ้อมที่ 1 มีลำดับการซ้อมเพลงเหมือนเดิมกับการไม่คิดเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี คือ 7-9-6-1-13-8-2 แต่นักดนตรีคนที่ 3 ต้องรอเพิ่มขึ้น เนื่องจากมีเวลาในการปรับตั้งเครื่องดนตรีจากเพลง 6 ไปเพลง 1 โดยมีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีคือ 1 หน่วยเวลา ดังนั้นนักดนตรีคนที่ 1 มีการรอรวมทั้งหมด 2 หน่วยเวลา คือ เวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีจากเพลง 6 ไปเพลง 1 คือ 1 หน่วยเวลาและเวลาในการซ้อมของเพลง 1 อีก 1 หน่วยเวลา ส่วนในวันซ้อมวันที่ 2 มีการเปลี่ยนลำดับเพลงจากเดิมที่ไม่คิดเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี คือ 14-11-5-10-12-4-3 เป็น 3-4-12-10-5-11-14 เมื่อพิจารณาพบว่าเป็นการสลับลำดับโดยการเรียงลำดับย้อนกลับนั่นเอง เนื่องจากนักดนตรีคนที่ 3 มีการรอในเพลง 12 แต่เวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีจากเพลง 4 ไปยังเพลง 12 ซึ่งมีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี คือ 1 หน่วยเวลา มีค่าน้อยกว่าเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีจากเพลง 10 ไปเพลง 12 ทำให้มีการเลือกลำดับที่ทำให้นักดนตรีคนที่ 3 รอในช่วงเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีที่น้อยที่สุด ดังนั้นนักดนตรีคนที่ 3 มีการรอเกิดขึ้นทั้งหมด 2 หน่วยคือ เวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีจากเพลง 4 ไปเพลง 12 เวลา 1 หน่วยและเวลาการซ้อมเพลง 12 อีก 1 หน่วย ดังตารางที่ 3.10

ตารางที่ 3.10 คำตอบของปัญหาชุดตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงไม่เท่ากันชุดที่ 1 โดยคิดเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี

		วันที่ 1								วันที่ 2						
เพลง		7	9	6	1	13	8	2		3	4	12	10	5	11	14
นักดนตรี	1	0	0	1	1	1	1	1		0	1	1	1	1	0	0
นักดนตรี	2	1	0	0	0	0	0	0		1	1	1	1	1	1	0
นักดนตรี	3	0	1	1	0	1	1	1		0	0	0	1	1	1	1
นักดนตรี	4	1	1	1	0	0	0	0		1	1	0	1	1	1	0
นักดนตรี	5	1	1	1	1	0	0	0		0	0	1	0	0	0	0
ความยาวเพลง		3	4	4	1	2	2	4		4	3	1	4	2	3	4

3.5 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Math Model) ที่ไม่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีที่คิดค่าใช้จ่ายจากการใช้สถานที่ซ้อม(รายวัน)และค่าใช้จ่ายในการจ้างนักดนตรี(รายชม.)ที่อยู่ในสถานที่ซ้อมน้อยที่สุด (แบบจำลอง A4)

ค่าดัชนี (Indices)

I = {0,1,2,3, … ,N}	I = จำนวนเพลงที่ต้องทำการซ้อม
P = {1,2,3, … ,P}	P = จำนวนนักดนตรีที่ต้องทำการซ้อมทั้งหมด
D = {1,2,3, … ,D}	D = จำนวนวันทั้งหมดที่มีการซ้อมของนักดนตรี
K = {1,2,3, … ,K}	K = ลำดับของเพลงที่ทำการซ้อม

ค่าคงที่ (Parameters)

$duration_i$	=	ระยะเวลาในการซ้อมเพลง i∈I
C_a	=	ค่าใช้จ่ายรายวันในการเช่าสถานที่ซ้อมดนตรี
C_b	=	ค่าใช้จ่ายในการรอของนักดนตรี/คน/หน่วยเวลา
Q	=	ปริมาณเวลาสูงสุดที่สามารถซ้อมเพลงได้สูงสุดใน 1 วัน
$play_{pi}$	=	1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ต้องซ้อมเพลง i∈I
		0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ไม่ต้องซ้อมเพลง i∈I

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตัวแปรในการตัดสินใจ (Decision Variables)

r_i^d	=	ลำดับในการซ้อมของเพลง i∈I ในวัน d∈D
x_{ij}^d	=	1 ถ้ามีการซ้อมเพลง i∈I ต่อด้วยเพลง j∈I ในวัน d∈D
		0 ถ้าไม่มีการซ้อมเพลง i∈I ต่อด้วยเพลง j∈I ในวัน d∈D
z_i^d	=	1 ถ้ามีการซ้อมเพลง i∈I ในวัน d∈D
		0 ถ้าไม่มีการซ้อมเพลง i∈I ในวัน d∈D
y_{ik}^d	=	1 ถ้ามีการซ้อมเพลง i∈I ในลำดับที่ k∈K ในวัน d∈D
		0 ถ้าไม่มีการซ้อมเพลง i∈I ในลำดับที่ k∈K ในวัน d∈D
pl_{pik}^d	=	1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P มีการซ้อมเพลง i∈I ในลำดับที่ k∈K

ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ไม่มีการซ้อมเพลง $i \in I$ ในลำดับที่ $k \in K$

ในวัน $d \in D$

s_{pk}^{d} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ อยู่ในช่วงการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$

ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ไม่อยู่ในช่วงการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$

ในวัน $d \in D$

p_{pk}^{d} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ทำการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ไม่ทำการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

a_{pk}^{d} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มาถึงก่อนการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$

ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มาไม่ถึงก่อนการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$

ในวัน $d \in D$

l_{pk}^{d} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ยังไม่ออกจากสถานที่ซ้อมในการซ้อมเพลง ลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ออกจากสถานที่ซ้อมในการซ้อมเพลง

ลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

$stay_{pik}^{d}$ = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มีอยู่ในสถานที่ช่วงการซ้อมเพลง $i \in I$

ในลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ไม่อยู่ในสถานที่ช่วงการซ้อมเพลง $i \in I$

ในลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

สมการวัตถุประสงค์ (Objective Function)

$$\text{Min } Z = C_a \sum_{d=1}^{D} z_0^d + C_b \sum_{p=1}^{P} \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{K} \sum_{d=1}^{D} s_{pik}^d \times duration_i \qquad (3.68)$$

สมการวัตถุประสงค์สำหรับหาค่าใช้จ่ายที่น้อยที่สุดของการซ้อมเพลงที่เกิดจากการเช่าสถานที่ใช้ในการซ้อมและค่าจ้างของนักดนตรีช่วงเวลาที่มาอยู่ในสถานที่ซ้อม โดยพจน์แรก คือ ค่าใช้จ่ายของสถานที่ และพจน์ที่สองเป็นค่าใช้จ่ายจำนวนชั่วโมงของนักดนตรีที่อยู่ในสถานที่ซ้อม

ฟังก์ชันข้อจำกัด (Constraints function)

$$\sum_{i=0}^{N} x_{ij}^d = z_j^d \qquad \forall j \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.69)$$

$$\sum_{j=0}^{N} x_{ij}^d = z_i^d \qquad \forall i \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.70)$$

$$\sum_{i=0}^{N} x_{0i}^d = z_0^d \qquad \forall d \in D \qquad (3.71)$$

$$\sum_{d=1}^{D} z_i^d = 1 \qquad \forall i \in N / \{0\} \qquad (3.72)$$

$$\sum_{i=0}^{N} duration_i \times z_i^d \le Q \times z_0^d \qquad \forall d \in D \qquad (3.73)$$

$$z_0^i \ge z_0^{i+1} \qquad \forall i \in \{1, \ldots, N-1\} \qquad (3.74)$$

$$r_j^d = x_{0j}^d - Q(1 - x_{0j}^d) \qquad \forall j \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.75)$$

$$r_j^d = r_i^d + x_{ij}^d - Q(1 - x_{ij}^d) \qquad \forall i, j \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.76)$$

$$\sum_{i=1}^{N} y_{ik}^d \le 1 \qquad \forall k \in K, d \in D \qquad (3.77)$$

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{d=1}^{D} y_{ik}^d = 1 \qquad \forall i \in N / \{0\} \qquad (3.78)$$

$$\sum_{k=1}^{K} y_{ik}^d = z_i^d \qquad \forall i \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.79)$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

$$\sum_{k=1}^{K} k \times y_{ik}^{d} = r_{i}^{d} \qquad \forall i \in N/\{0\}, d \in D \qquad (3.80)$$

$$pl_{pik}^{d} = y_{ik}^{d} \times play_{pi} \qquad \forall p \in P, i \in N/\{0\}, k \in K, d \in D \qquad (3.81)$$

$$p_{pk}^{d} = \sum_{i=1}^{N} pl_{pik}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.82)$$

$$a_{pk}^{d} \geq p_{pk}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.83)$$

$$l_{pk}^{d} \geq p_{pk}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.84)$$

$$a_{pk}^{d} \leq a_{p(k+1)}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in \{1,...,K-1\}, d \in D \qquad (3.85)$$

$$l_{pk}^{d} \geq l_{p(k+1)}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in \{1,...,K-1\}, d \in D \qquad (3.86)$$

$$s_{pk}^{d} \geq a_{pk}^{d} + l_{pk}^{d} - 1 \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.87)$$

$$stay_{pik}^{d} \geq s_{pk}^{d} + y_{ik}^{d} - 1 \qquad \forall p \in P, i \in N/\{0\}, k \in K, d \in D \qquad (3.88)$$

(3.88) ได้ถูกเพิ่มเข้ามาจากแบบจำลอง A1 และได้ตัดทั้งสมการและอสมการข้อจำกัดบางอันออกไป เนื่องจากต้องการทราบว่านักดนตรีอยู่ในสถานที่ซ้อมเป็นระยะเวลาเท่าใด โดยไม่สนใจเวลารอของนักดนตรี

3.6 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Math Model) ที่ไม่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีที่คิดค่าใช้จ่ายค่าใช้จ่ายในการจ้างนักดนตรี(รายวัน)ที่มาสถานที่ซ้อมและเวลารอของนักดนตรี (แบบจำลอง A5)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ค่าดัชนี (Indices)

I = {0,1,2,3, ... ,N}	I = จำนวนเพลงที่ต้องทำการซ้อม
P = {1,2,3, ... ,P}	P = จำนวนนักดนตรีที่ต้องทำการซ้อมทั้งหมด
D = {1,2,3, ... ,D}	D = จำนวนวันทั้งหมดที่มีการซ้อมของนักดนตรี
K = {1,2,3, ... ,K}	K = ลำดับของเพลงที่ทำการซ้อม

ค่าคงที่ (Parameters)

$duration_i$	=	ระยะเวลาในการซ้อมเพลง $i \in I$
C_a	=	ค่าใช้จ่ายรายวันในการเช่าสถานที่ซ้อมดนตรี

C_b = ค่าใช้จ่ายในการรอของนักดนตรี/คน/หน่วยเวลา

Q = ปริมาณเวลาสูงสุดที่สามารถซ้อมเพลงได้สูงสุดใน 1 วัน

$play_{pi}$ = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ต้องซ้อมเพลง i∈I

0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ไม่ต้องซ้อมเพลง i∈I

ตัวแปรในการตัดสินใจ (Decision Variables)

r_i^d = ลำดับในการซ้อมของเพลง i∈I ในวัน d∈D

x_{ij}^d = 1 ถ้ามีการซ้อมเพลง i∈I ต่อด้วยเพลง j∈I ในวัน d∈D

0 ถ้าไม่มีการซ้อมเพลง i∈I ต่อด้วยเพลง j∈I ในวัน d∈D

z_i^d = 1 ถ้ามีการซ้อมเพลง i∈I ในวัน d∈D

0 ถ้าไม่มีการซ้อมเพลง i∈I ในวัน d∈D

y_{ik}^d = 1 ถ้ามีการซ้อมเพลง i∈I ในลำดับที่ k∈K ในวัน d∈D

0 ถ้าไม่มีการซ้อมเพลง i∈I ในลำดับที่ k∈K ในวัน d∈D

pl_{pik}^d = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P มีการซ้อมเพลง i∈I ในลำดับที่ k∈K ในวัน d∈D

0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ไม่มีการซ้อมเพลง i∈I ในลำดับที่ k∈K ในวัน d∈D

s_{pk}^d = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P อยู่ในช่วงการซ้อมเพลงลำดับ k∈K ในวัน d∈D

0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ไม่อยู่ในช่วงการซ้อมเพลงลำดับ k∈K ในวัน d∈D

p_{pk}^d = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ทำการซ้อมเพลงลำดับ k∈K ในวัน d∈D

0 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P ไม่ทำการซ้อมเพลงลำดับ k∈K ในวัน d∈D

a_{pk}^d = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ p∈P มาถึงก่อนการซ้อมเพลงลำดับ k∈K

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มาไม่ถึงก่อนการซ้อมเพลงลำดับ $k \in K$

ในวัน $d \in D$

l_{pk}^{d} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ยังไม่ออกจากสถานที่ซ้อมในการซ้อมเพลง ลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ออกจากสถานที่ซ้อมในการซ้อมเพลง ลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

w_{pk}^{d} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มีการรอซ้อมในเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มีการรอซ้อมในเพลงลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

$wait_{pik}^{d}$ = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มีการรอซ้อมเพลง $i \in I$ ในลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ไม่มีการรอซ้อมเพลง $i \in I$ ในลำดับ $k \in K$ ในวัน $d \in D$

u_{p}^{d} = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มีการซ้อมเพลงในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ไม่มีการซ้อมเพลงในวัน $d \in D$

$come_{p}^{d}$ = 1 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ มาสถานที่ซ้อมเพลงในวัน $d \in D$

0 ถ้านักดนตรีคนที่ $p \in P$ ไม่มาสถานที่ซ้อมเพลงในวัน $d \in D$

<u>สมการวัตถุประสงค์ (Objective Function)</u>

$$\text{Min } Z = C_a \sum_{p=1}^{P}\sum_{d=1}^{D} come_{p}^{d} + C_b \sum_{p=1}^{P}\sum_{i=1}^{N}\sum_{k=1}^{K}\sum_{d=1}^{D} wait_{pik}^{d} \times duration_{i} \quad (3.89)$$

สมการวัตถุประสงค์สำหรับหาค่าใช้จ่ายของการซ้อมเพลงเพื่อให้นักดนตรีมาสถานที่ซ้อมโดยใช้จำนวนวันน้อยที่สุด และทำให้เกิดเวลารอของนักดนตรีน้อยที่สุดเช่นกัน แบบจำลองนี้พัฒนาขึ้นมาเพื่อต้องการให้ค่าวัตถุประสงค์นั้นเหมือนกับวิธีการของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) ที่พิจารณาให้นักดนตรีมาสถานที่ซ้อมโดยจำนวนวันที่เป็นไปได้น้อยที่สุดก่อน แล้วค่อย

คำนึงถึงเวลารอของนักดนตรี โดยที่พจน์แรกนั้นเป็นค่าใช้จ่ายตามจำนวนของนักดนตรีที่มาสถานที่ซ้อม และพจน์ที่สองคือค่าใช้จ่ายที่เกิดจากเวลารอ

ฟังก์ชันข้อจำกัด (Constraints function)

$$\sum_{i=0}^{N} x_{ij}^{d} = z_{j}^{d} \qquad \forall j \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.90)$$

$$\sum_{j=0}^{N} x_{ij}^{d} = z_{i}^{d} \qquad \forall i \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.91)$$

$$\sum_{i=0}^{N} x_{0i}^{d} = z_{0}^{d} \qquad \forall d \in D \qquad (3.92)$$

$$\sum_{d=1}^{D} z_{i}^{d} = 1 \qquad \forall i \in N / \{0\} \qquad (3.93)$$

$$\sum_{i=0}^{N} duration_{i} \times z_{i}^{d} \leq Q \times z_{0}^{d} \qquad \forall d \in D \qquad (3.94)$$

$$z_{0}^{i} \geq z_{0}^{i+1} \qquad \forall i \in \{1, \ldots, N-1\} \qquad (3.95)$$

$$r_{j}^{d} = x_{0j}^{d} - Q(1 - x_{0j}^{d}) \qquad \forall j \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.96)$$

$$r_{j}^{d} = r_{i}^{d} + x_{ij}^{d} - Q(1 - x_{ij}^{d}) \qquad \forall i, j \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.97)$$

$$\sum_{i=1}^{N} y_{ik}^{d} \leq 1 \qquad \forall k \in K, d \in D \qquad (3.98)$$

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{d=1}^{D} y_{ik}^{d} = 1 \qquad \forall i \in N / \{0\} \qquad (3.99)$$

$$\sum_{k=1}^{K} y_{ik}^{d} = z_{i}^{d} \qquad \forall i \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.100)$$

$$\sum_{k=1}^{K} k \times y_{ik}^{d} = r_{i}^{d} \qquad \forall i \in N / \{0\}, d \in D \qquad (3.101)$$

$$pl_{pik}^{d} = y_{ik}^{d} \times play_{pi} \qquad \forall p \in P, i \in N / \{0\}, k \in K, d \in D \qquad (3.102)$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

$$p_{pk}^{d} = \sum_{i=1}^{N} pl_{pik}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.103)$$

$$a_{pk}^{d} \geq p_{pk}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.104)$$

$$l_{pk}^{d} \geq p_{pk}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.105)$$

$$a_{pk}^{d} \leq a_{p(k+1)}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in \{1,...,K-1\}, d \in D \qquad (3.106)$$

$$l_{pk}^{d} \geq l_{p(k+1)}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in \{1,...,K-1\}, d \in D \qquad (3.107)$$

$$-come_{p}^{d} + 1 \leq M \times u_{p}^{d} \qquad \forall p \in P, d \in D \qquad (3.108)$$

$$\sum_{k=1}^{K} a_{pk}^{d} \leq M \times u_{p}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.109)$$

$$s_{pk}^{d} \geq a_{pk}^{d} + l_{pk}^{d} - 1 \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.110)$$

$$w_{pk}^{d} = s_{pk}^{d} - p_{pk}^{d} \qquad \forall p \in P, k \in K, d \in D \qquad (3.111)$$

$$wait_{pik}^{d} \geq w_{pk}^{d} + y_{ik}^{d} - 1 \qquad \forall p \in P, i \in N / \{0\}, k \in K, d \in D \qquad (3.112)$$

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 4
ผลการดำเนินงานวิจัย

เนื้อหาในบทนี้กล่าวถึงผลการวิจัยที่ได้จากการแก้ปัญหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอและวิธีการของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) ด้วยการเปรียบเทียบเวลาในการรอของนักดนตรี

งานวิจัยนี้ได้ใช้โปรแกรม CPLEX เวอร์ชัน 12.6.2 ในการแก้ไขปัญหาแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ไม่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี (แบบจำลอง A1, A4 และ A5) และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี (แบบจำลอง A3) ในรูปกำหนดการเชิงเส้นตรง โดยใช้คอมพิวเตอร์ที่มีซีพียู core-i 7 3.40 GHz. 8 Gb. RAM ในการหาคำตอบ

4.1 ผลวิจัยของการหาคำตอบเปรียบเทียบของเพลงที่ใช้เวลาซ้อมเท่ากัน

ตัวอย่างปัญหาที่ทำการศึกษา จำแนกจำนวนเพลงเป็น 6 รูปแบบ ดังนี้

1. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 2 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 10 เพลง
2. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 2 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 12 เพลง
3. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 2 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 14 เพลง
4. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 3 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 10 เพลง
5. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 3 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 12 เพลง
6. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 3 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 14 เพลง

โดยที่แต่ละเพลงมีเวลาซ้อมที่เท่ากัน และมีจำนวนนักดนตรีทั้งหมด 10 คน ในแต่ละปัญหาประกอบด้วยจำนวนตัวอย่าง 10 ตัวอย่าง

ในกรณีตัวอย่างที่มีจำนวนเพลงเท่ากับ 10 เพลงและมีจำนวนวันในการซ้อมเท่ากับ 2 วัน พบว่ามี 3 ตัวอย่าง คือ ตัวอย่างที่ 1, 3 และ 7 ที่ได้ผลของเวลาการรอรวมของนักดนตรีที่เท่ากับวิธีการแก้ปัญหาของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) เนื่องจากข้อมูลตัวอย่าง 1, 3 และ 7 ไม่สามารถใช้วิธีการฮิวริสติกของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) ในการจัดนักดนตรีคนใดให้มาซ้อมเพียงแค่วันเดียวได้ ส่งผลให้คำตอบที่ได้นั้นมีค่าเท่ากับแบบจำลองในงานวิจัยนี้ ส่วนตัวอย่างที่เหลืออีก 7 ตัวอย่าง พบว่าได้ผลเวลารอรวมที่น้อยกว่า ซึ่งเป็นคำตอบของปัญหาที่ดีกว่าดังรูปที่ 4.1 เพราะฮิวริสติกของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014)

สามารถจัดนักดนตรีบางคนให้สามารถมาซ้อมเพียงแค่วันเดียวได้ เมื่อนักดนตรีมาซ้อมเพียงแค่วันเดียว ทำให้อาจเกิดเวลารอขึ้น เนื่องจากต้องการให้นักดนตรีมาเพียงแค่วันเดียวเป็นเหตุสำคัญมากกว่าเวลารอที่เกิดขึ้น

ในทำนองเดียวกันในรูปที่ 4.2 กรณีของตัวอย่างที่มีจำนวนเพลงเท่ากับ 12 เพลงและจำนวนวันในการซ้อมคือ 2 วันนั้น พบว่ามีตัวอย่างที่ 1, 7 และ 8 มีค่าเวลาการรอรวมที่เท่ากับวิธีของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) ส่วนตัวอย่างที่เหลืออีก 7 ตัวอย่างนั้นพบว่าได้ผลของเวลารวมที่น้อยกว่า

ในรูปที่ 4.3 แสดงผลลัพธ์กรณีของตัวอย่างที่มีจำนวนเพลงเท่ากับ 14 เพลงและจำนวนวันในการซ้อมคือ 2 วันนั้น พบว่าสามารถหาค่าจุดประสงค์ภายใต้เวลา 12 ชั่วโมง เพียง 3 ตัวอย่าง คือ ตัวอย่างที่ 1, 3 และ 4 และได้ผลลัพธ์ของเวลารอรวมที่ดีกว่าวิธีของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) ทั้ง 3 ตัวอย่าง

ส่วนกรณีของตัวอย่างที่มีจำนวนเพลงเท่ากับ 10 เพลง จำนวนวันซ้อม 3 วัน พบว่าตัวอย่างที่ 3 และ 8 ได้ค่าจุดประสงค์หรือเวลารอรวมของนักดนตรีเท่ากับวิธีของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) ดังรูปที่ 4.4 ส่วนตัวอย่างที่เหลือนั้นได้ค่าที่น้อยกว่า

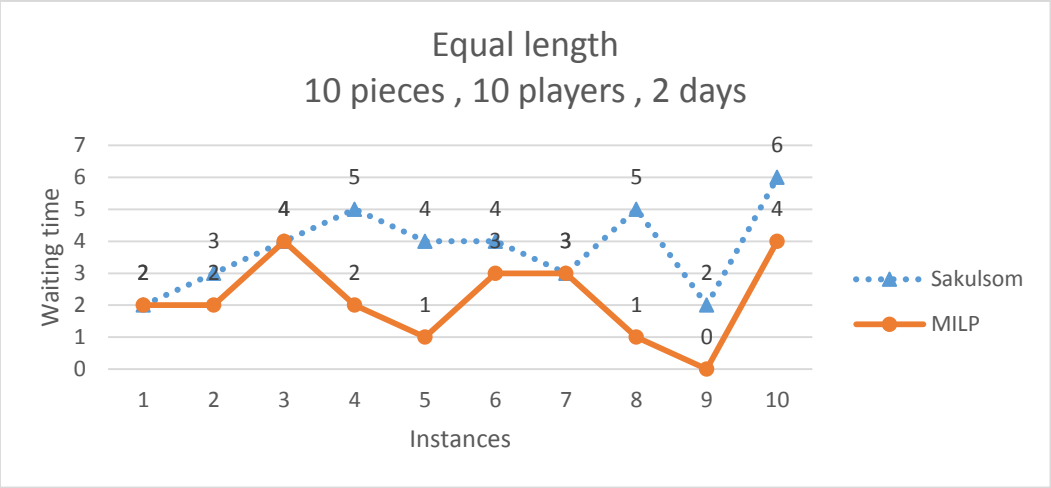
ในทำนองเดียวกันในรูปที่ 4.5 เป็นกรณีมีจำนวนเพลงเท่ากับ 12 เพลง จำนวนวันซ้อม 3 วัน พบว่ามี 3 ตัวอย่าง คือตัวอย่างที่ 6, 8 และ 9 ได้ค่าเท่ากับวิธีของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) ส่วนตัวอย่างที่เหลือนั้นได้ค่าที่น้อยกว่าเช่นเดิม

คำตอบจากกการวิจัยสำหรับปัญหาแสดงในตารางที่ 4.1 พบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของงานวิจัยนี้ได้ผลลัพธ์เทียบเท่าและดีกว่าวิธีการของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) ทั้งหมดทุกตัวอย่าง ทั้งยังพบว่าการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของงานวิจัยนี้ในการหาคำตอบของปัญหาที่มีจำนวนวันซ้อมเท่ากับ 3 วันใช้เวลาในการหาคำตอบน้อยกว่าปัญหาที่มีจำนวนวันซ้อมเท่ากับ 2 วัน โดยที่จำนวนเพลงที่เท่ากัน

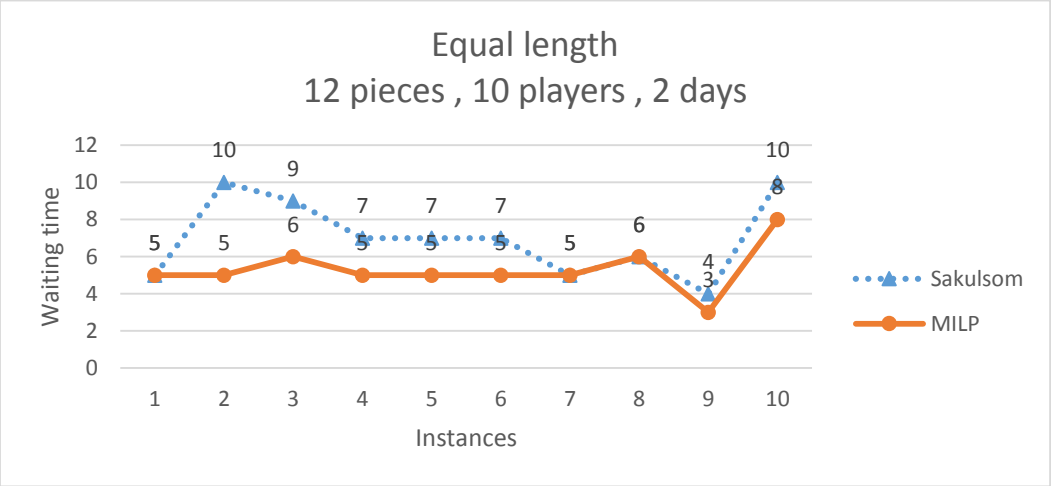
ทั้งนี้จากตัวอย่างที่ทำการวิจัยพบว่า หากจำนวนเพลงเพิ่มขึ้น ระยะเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบยิ่งเพิ่มมากขึ้น ดังในกรณีที่จำนวนเพลงเท่ากับ 14 เพลงนั้น ใช้เวลาในการหาคำตอบ 43,289.57 วินาทีหรือมากกว่า 12 ชั่วโมงเพื่อหาคำตอบที่ดีที่สุด

ตารางที่ 4.1 เวลาในการรอของนักดนตรีทั้งหมดซึ่งหาด้วยแบบจำลองคณิตศาสตร์กรณีที่ความยาวเพลงที่เท่ากัน

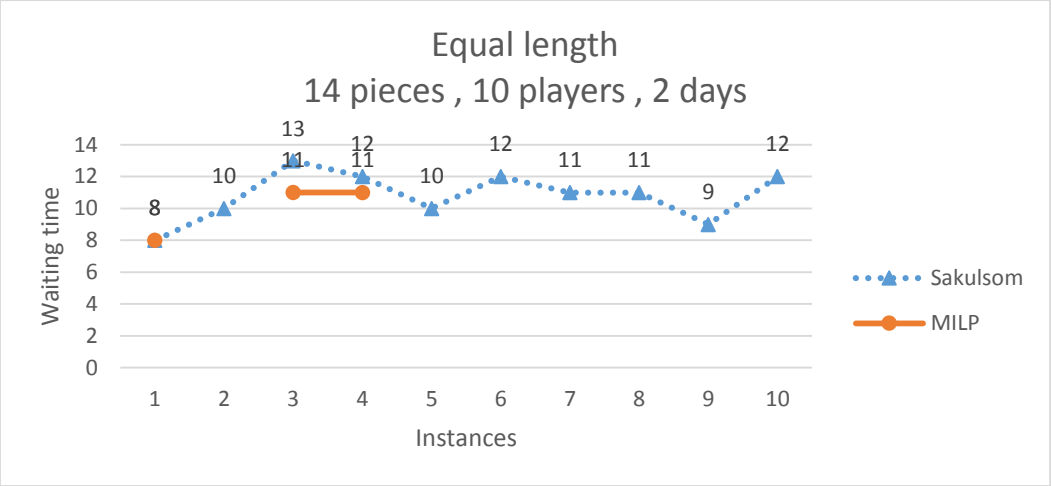
Equal music length												
Problem size			Solution	No. of Instances									
No. of Piece	No. of Player	No. of Day		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	10	2	Sakulsom	2	3	4	5	4	4	3	5	2	6
			MILP	2	2	4	2	1	3	3	1	0	4
12	10	2	Sakulsom	5	10	9	7	7	7	5	6	4	10
			MILP	5	5	6	5	5	5	5	6	3	8
14	10	2	Sakulsom	8	10	13	12	10	12	11	11	9	12
			MILP	8	-	11	11	-	-	-	-	-	-
10	10	3	Sakulsom	1	2	3	2	1	4	4	1	1	4
			MILP	0	0	1	2	0	0	0	1	0	1
12	10	3	Sakulsom	2	3	4	3	3	1	3	1	1	3
			MILP	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0
14	10	3	Sakulsom	4	6	7	5	4	5	4	4	3	7
			MILP	0	4	3	3	4	4	4	4	0	1



รูปที่ 4.1 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบเวลารอที่มีความยาวเพลงเท่ากันที่ 10 เพลง, 10 นักดนตรี, วันซ้อม 2 วัน



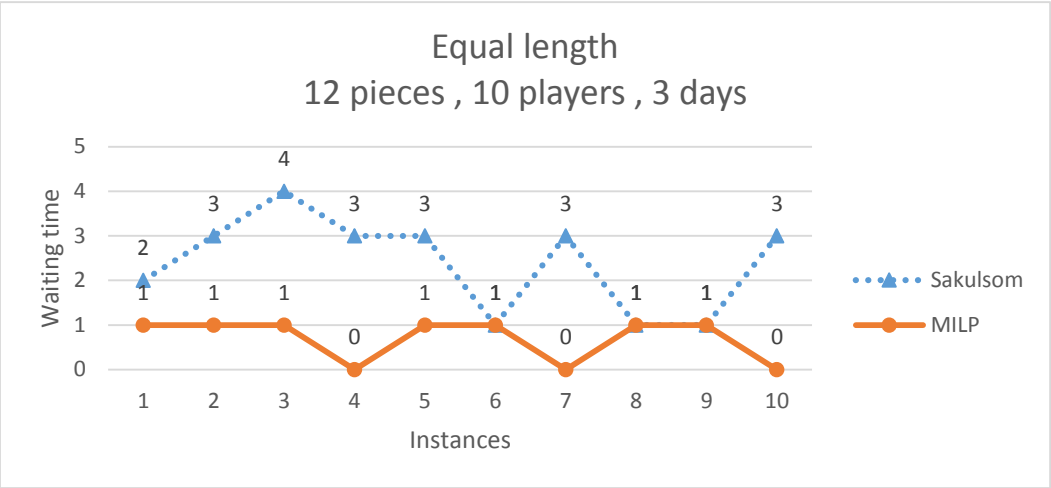
รูปที่ 4.2 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบเวลารอที่มีความยาวเพลงเท่ากันที่ 12 เพลง, 10 นักดนตรี, วันซ้อม 2 วัน



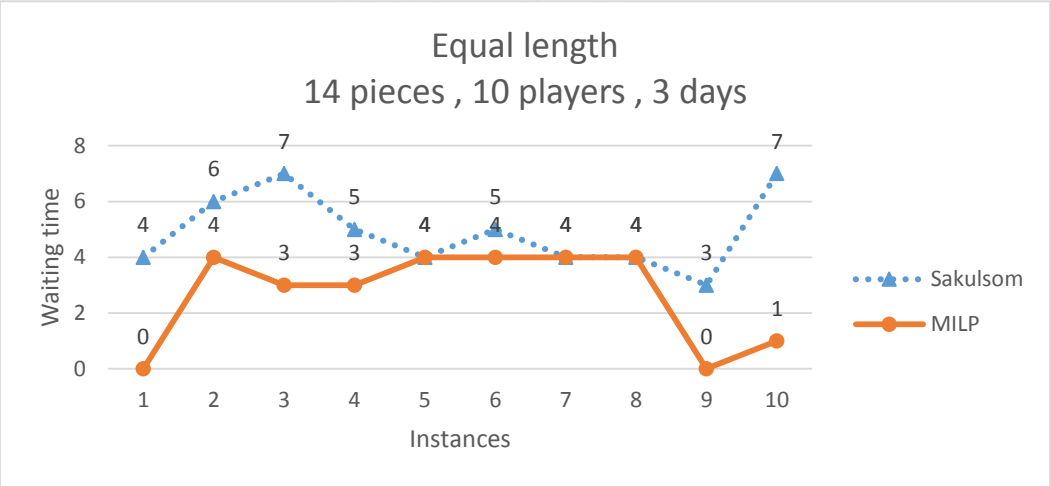
รูปที่ 4.3 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบเวลารอที่มีความยาวเพลงเท่ากันที่ 14 เพลง, 10 นักดนตรี, วันซ้อม 2 วัน

จากรูปที่ 4.3 ข้อมูลของ MILP ที่ตัวอย่างที่ 2, 5, 6, 7, 8, 9, และ 10 ไม่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุด ภายใต้ระยะเวลา 12 ชม.ได้ เนื่องจากข้อมูลของตัวอย่างนั้นมีความยากง่ายที่แตกต่างกันไป จึงทำให้บางตัวอย่างสามารถหาค่าได้ภายใน 12 ชม.

รูปที่ 4.4 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบเวลารอที่มีความยาวเพลงเท่ากันที่ 10 เพลง, 10 นักดนตรี, วันซ้อม 3 วัน



รูปที่ 4.5 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบเวลารอที่มีความยาวเพลงเท่ากันที่ 12 เพลง, 10 นักดนตรี, วันซ้อม 3 วัน



รูปที่ 4.6 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบเวลารอที่มีความยาวเพลงเท่ากันที่ 14 เพลง, 10 นักดนตรี, วันซ้อม 3 วัน

ตารางที่ 4.2 ระยะเวลาในการหาคำตอบด้วยแบบจำลองคณิตศาสตร์กรณีที่ความยาวเพลงที่เท่ากัน

Equal music length											
Problem size			No. of Instances								
No. of Piece	No. of Player	No. of Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	10	2	88.67	102.30	150.43	65.67	92.54	202.34	104.65	102.11	174.43	132.19
12	10	2	534.43	658.96	757.43	493.89	612.21	883.59	707.43	805.97	744.39	732.25
14	10	2	12110.21	-	43289.57	38921.65	-	-	-	-	-	-
10	10	3	12.24	23.54	15.45	23.89	17.45	16.54	18.97	19.76	23.32	22.37
12	10	3	50.89	72.54	64.32	81.14	59.87	58.23	65.43	64.39	72.47	81.17
14	10	3	150.87	250.43	190.93	354.43	201.44	156.58	360.89	420.33	560.07	749.56

4.2 ผลวิจัยของการหาคำตอบเปรียบเทียบของเพลงที่ใช้เวลาซ้อมไม่เท่ากัน

ตัวอย่างปัญหาที่ทำการศึกษา จำแนกจำนวนเพลงเป็น 7 รูปแบบ ดังนี้

1. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 2 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 10 เพลง
2. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 2 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 12 เพลง
3. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 2 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 14 เพลง
4. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 3 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 10 เพลง
5. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 3 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 12 เพลง
6. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 3 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 14 เพลง
7. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 3 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 16 เพลง

โดยที่แต่ละเพลงมีเวลาซ้อมที่ต่างกัน และมีจำนวนนักดนตรีทั้งหมด 5 คน ในแต่ละปัญหาประกอบด้วยตัวอย่างขนาดละ 10 ตัวอย่าง

จากตัวอย่างของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) หากใช้การแก้ปัญหาด้วยแบบจำลองในงานวิจัยนี้ พบว่ามีเวลารอรวมของนักดนตรีเกิดขึ้น 2 ตัวอย่าง คือ กรณีที่มีจำนวนเพลง 14 เพลง จำนวนนักดนตรี 5 คน และจำนวนวันในการซ้อม 2 วัน ในชุดตัวอย่างที่ 1 และ 2 แต่ผลที่ได้จากแบบจำลองในงานวิจัยนี้ มีค่าเท่ากับวิธีการของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) ในชุดตัวอย่างที่ 1 และได้ค่าเวลารอที่น้อยกว่าในชุดตัวอย่างที่ 2 ดังแสดงในตาราง 4.3

จากรูปที่ 4.7 แสดงเวลารอของนักดนตรีในกรณีที่มีจำนวนเพลง 10 เพลง นักดนตรี 5 คน วันซ้อม 2 วันและรูปที่ 4.8 แสดงเวลารอที่มีจำนวนเพลง 12 เพลง นักดนตรี 5 คน พบว่าหากใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ในงานวิจัยนี้ สามารถลดเวลารอรวมนักดนตรีลงได้ทั้งหมดหรือไม่มีการรอของนักดนตรีคนใดเกิดขึ้นเลยสักตัวอย่างเดียว แต่ในกรณีที่มีจำนวนเพลง 14 เพลงและนักดนตรี 5 คน มีการรอของนักดนตรีเกิดขึ้น 2 ตัวอย่างคือ ตัวอย่างที่ 1 และ 2 แต่เวลารอที่ได้จากแบบจำลองนี้ยังคงมีค่าน้อยกว่าวิธีการของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014)

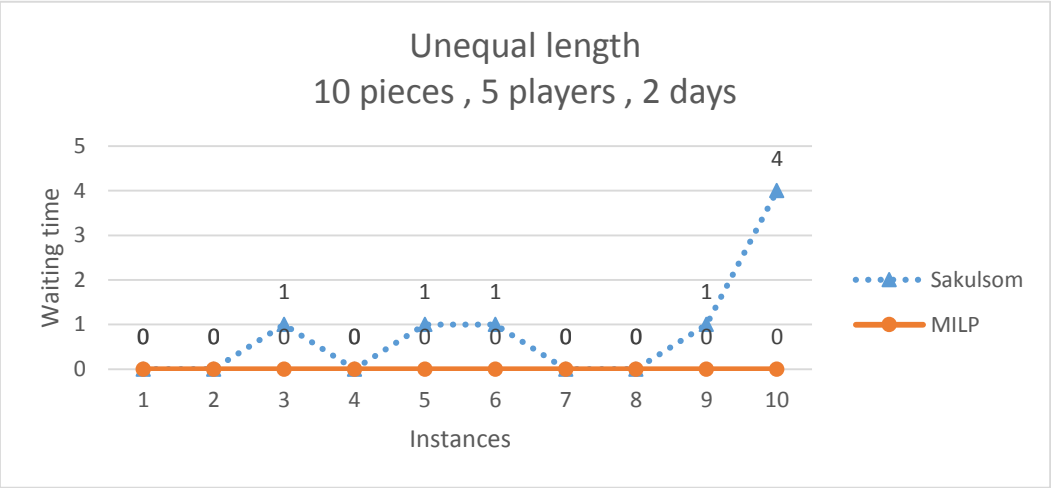
ส่วนในกรณีที่วันซ้อม 3 วัน ทั้งกรณีที่มีจำนวนเพลง 10 ,12 , 14 และ 16 เพลงนั้น หากใช้แบบจำลองในงานวิจัยนี้หาคำตอบ พบว่าไม่มีเวลารอเกิดขึ้นในตัวอย่างใดเลย เนื่องจากในกรณีที่วันซ้อม 2 วัน นั้นพบเวลารอของนักดนตรีเพียงแค่ 2 ตัวอย่างคือในกรณี 14 เพลง เมื่อเพิ่มจำนวนวันเวลารอนั้นสามารถลดลงได้จากเดิม จึงทำให้ทุกตัวอย่างที่ได้ที่การทดลองนั้นไม่มีเวลารอของนักดนตรี ดังรูปที่ 4.10, รูปที่ 4.11, รูปที่ 4.12 และรูปที่ 4.13 ตามลำดับ

การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของงานวิจัยนี้ในการหาคำตอบของปัญหาที่มีจำนวนวันซ้อมเท่ากับ 3 วันใช้เวลาในการหาคำตอบน้อยกว่าปัญหาที่มีจำนวนวันซ้อมเท่ากับ 2 วัน เช่นกัน ดังตาราง 4.4 พบว่าสามารถหาคำตอบของปัญหาในขนาดที่ใหญ่ขึ้นได้ แต่จะต้องใช้เวลาเพิ่มขึ้นในการหาคำตอบ

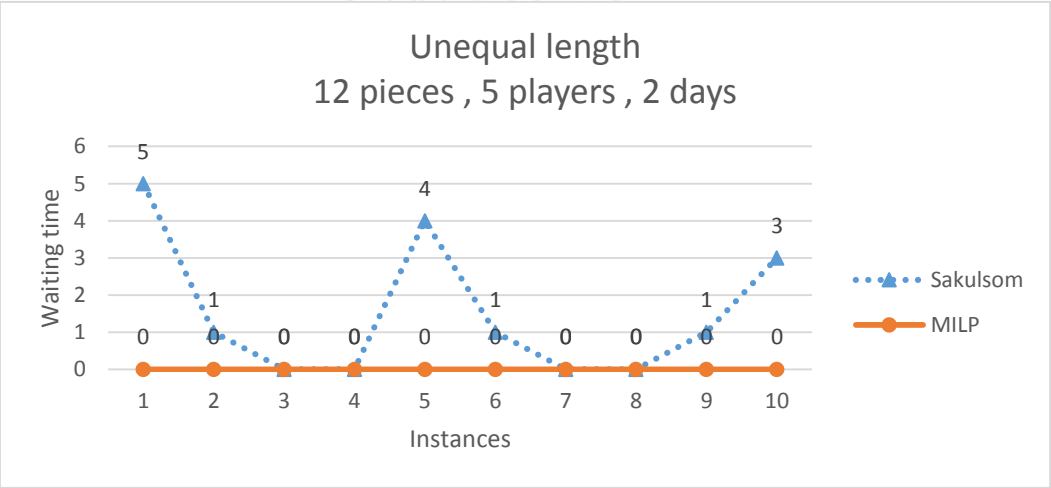
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 4.3 เวลาในการรอของนักดนตรีทั้งหมดซึ่งหาด้วยแบบจำลองคณิตศาสตร์กรณีที่ความยาวเพลงที่ไม่เท่ากัน

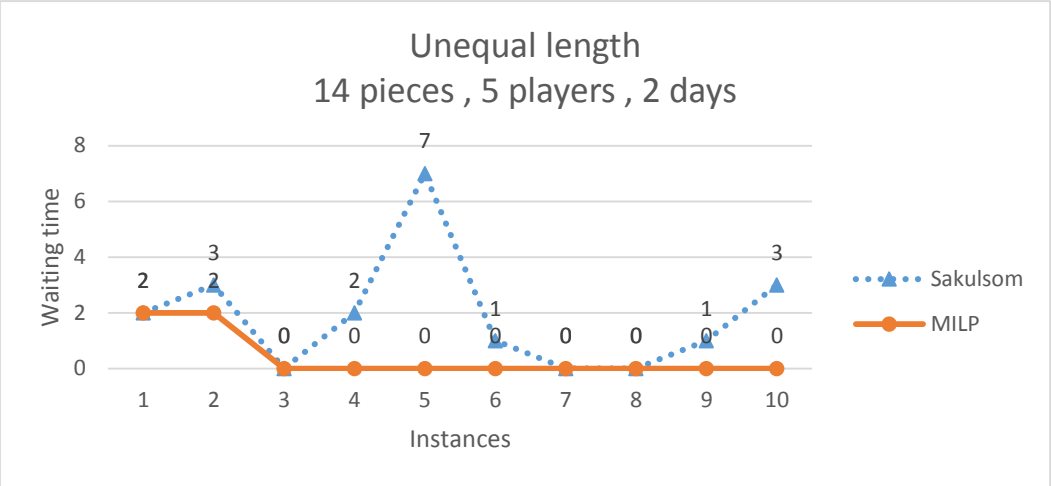
Unequal music length												
Problem size			Solution	No. of Instances									
No. of Piece	No. of Player	No. of Day		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	5	2	Sakulsom	0	0	1	0	1	1	0	0	1	4
			MILP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	5	2	Sakulsom	5	1	0	0	4	1	0	0	1	3
			MILP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	5	2	Sakulsom	2	3	0	2	7	1	0	0	1	3
			MILP	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
10	5	3	Sakulsom	0	1	1	0	0	0	0	2	0	0
			MILP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	5	3	Sakulsom	3	1	2	0	0	0	0	0	1	2
			MILP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	5	3	Sakulsom	3	1	1	0	0	1	0	0	1	0
			MILP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	5	3	Sakulsom	2	1	0	0	1	1	0	0	2	0
			MILP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



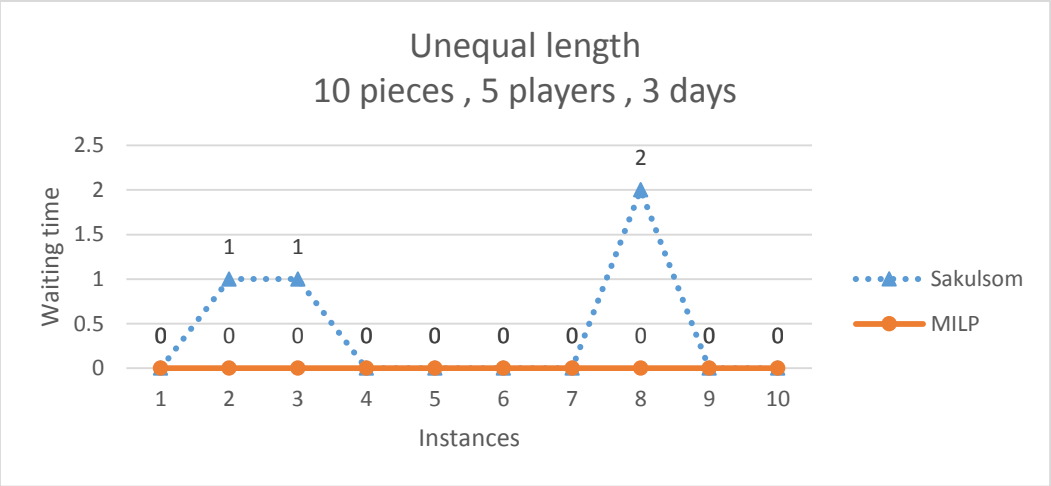
รูปที่ 4.7 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบเวลารอที่มีความยาวเพลงต่างกันที่ 10 เพลง, 5 นักดนตรี, วันซ้อม 2 วัน



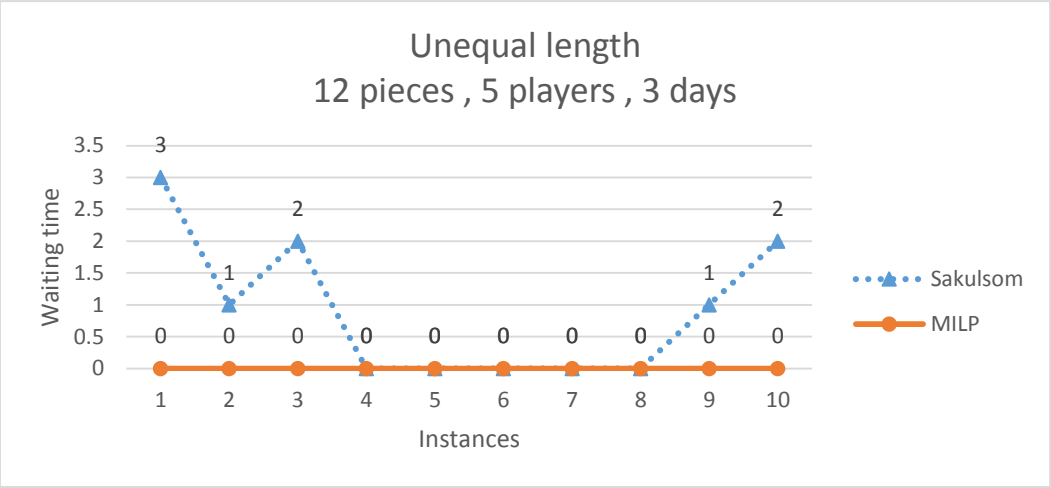
รูปที่ 4.8 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบเวลารอที่มีความยาวเพลงต่างกันที่ 12 เพลง, 5 นักดนตรี, วันซ้อม 2 วัน



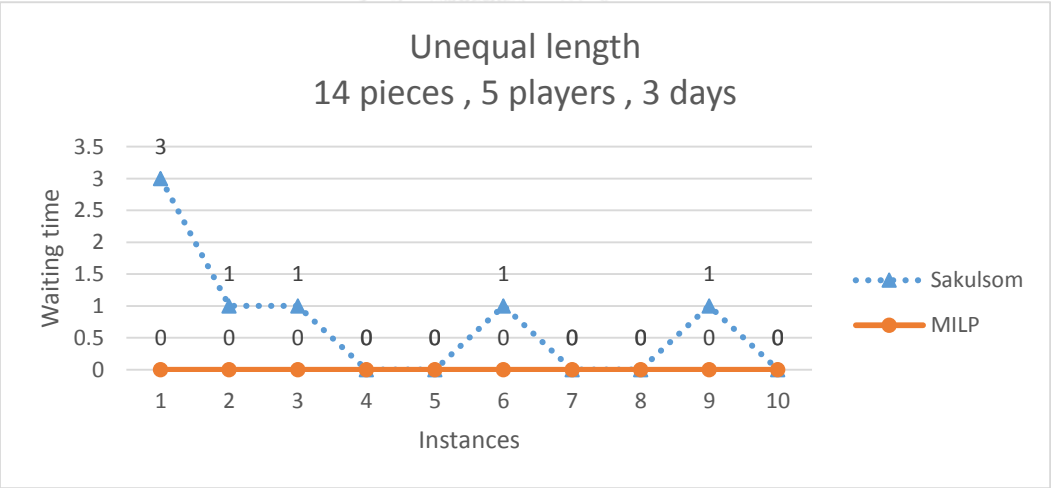
รูปที่ 4.9 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบเวลารอที่มีความยาวเพลงต่างกันที่ 14 เพลง, 5 นักดนตรี, วันซ้อม 2 วัน



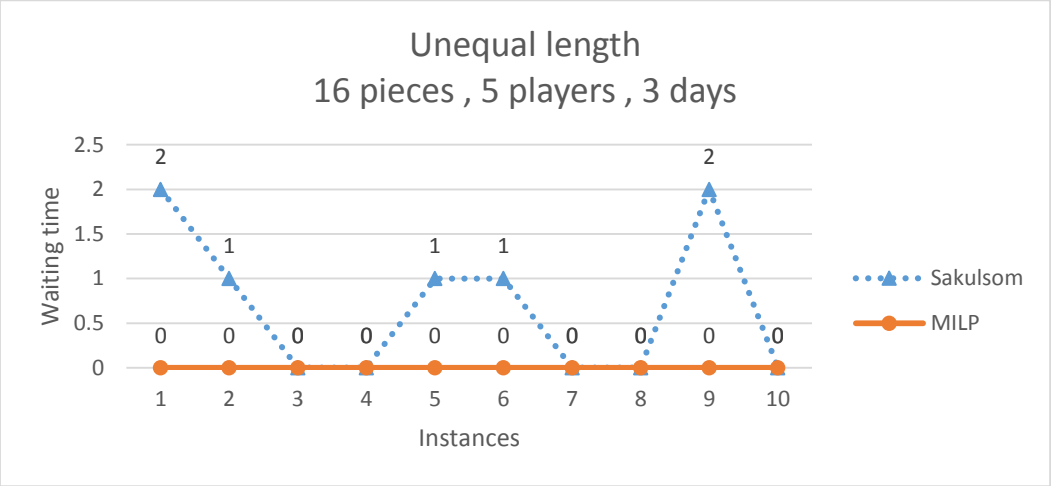
รูปที่ 4.10 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบเวลารอที่มีความยาวเพลงต่างกันที่ 10 เพลง, 5 นักดนตรี, วันซ้อม 3 วัน



รูปที่ 4.11 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบเวลารอที่มีความยาวเพลงต่างกันที่ 12 เพลง, 5 นักดนตรี, วันซ้อม 3 วัน



รูปที่ 4.12 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบเวลารอที่มีความยาวเพลงต่างกันที่ 14 เพลง, 5 นักดนตรี, วันซ้อม 3 วัน



รูปที่ 4.13 กราฟข้อมูลเปรียบเทียบเวลารอที่มีความยาวเพลงต่างกันที่ 16 เพลง, 5 นักดนตรี, วันซ้อม 3 วัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 4.4 เวลาในการรอของนักดนตรีทั้งหมดซึ่งหาด้วยแบบจำลองคณิตศาสตร์กรณีที่ความยาวเพลงที่ไม่เท่ากัน (หน่วย:วินาที)

Unequal music length											
Problem size			No. of Instances								
No. of Piece	No. of Player	No. of Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	5	2	4.32	3.67	5.24	4.78	5.08	4.91	3.97	4.53	5.19	4.83
12	5	2	25.14	27.64	50.82	62.87	43.20	54.17	34.98	75.29	64.5	73.26
14	5	2	248.83	296.15	305.86	420.34	385.91	454.59	389.66	788.23	674.78	801.99
10	5	3	12.24	23.54	15.45	23.89	17.45	16.54	18.97	19.76	23.32	22.37
12	5	3	12.43	18.54	26.97	34.21	19.96	28.83	32.27	43.75	38.16	46.53
14	5	3	102.32	132.55	94.48	198.33	151.39	89.21	99.81	220.44	198.01	287.57
16	5	3	898.34	923.98	765.09	811.90	634.45	701.79	803.77	1102.33	798.19	984.3

4.3 ผลวิจัยของการหาคำตอบของเพลงที่ใช้เวลาซ้อมไม่เท่ากันโดยมีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี

ตัวอย่างปัญหาที่ทำการศึกษา จำแนกจำนวนเพลงเป็น 7 รูปแบบ ดังนี้

1. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 2 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 10 เพลง
2. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 2 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 12 เพลง
3. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 2 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 14 เพลง
4. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 3 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 10 เพลง
5. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 3 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 12 เพลง
6. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 3 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 14 เพลง
7. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 3 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 16 เพลง

โดยที่แต่ละเพลงมีเวลาซ้อมที่ต่างกัน และมีจำนวนนักดนตรีทั้งหมด 5 คนในแต่ละปัญหาประกอบด้วยตัวอย่างขนาดละ 10 ตัวอย่าง เวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีที่ได้จากจำนวนนักดนตรีที่เปลี่ยนแปลงจากเพลงก่อนหน้า

ข้อมูลตัวอย่างของการทดลองที่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีได้จากการที่นำข้อมูลตัวอย่างกรณีการซ้อมเพลงที่ความยาวเพลงไม่เท่ากันแล้วทำการหาเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี จากที่ทราบจากหัวข้อ 4.2 แล้วว่ามีกรณีที่เวลารอรวมของนักดนตรีเกิดขึ้น 2 ตัวอย่าง คือใ นตัวอย่างที่ 1 และ 2 ของกรณีจำนวนเพลง 14 เพลง เมื่อนำมาคิดเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี โดยให้ฟังก์ชันของค่าปรับตั้งเครื่องดนตรีเท่ากับจำนวนนักดนตรีที่เปลี่ยนไป พบว่าในตัวอย่างที่ 1 เมื่อไม่คิดเวลาปรับตั้ง ได้ค่าเวลารอรวมของนักดนตรี คือ 2 หน่วยเวลา เมื่อคิดเวลาปรับตั้งทำให้เวลารอเพิ่มขึ้นมาเป็น 6 หน่วยเวลา ซึ่ง 4 หน่วยเวลาที่เพิ่มขึ้นนั้นมาจากเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีที่นักดนตรีต้องทำการรอ เช่นเดียวกับในตัวอย่างที่ 2 เมื่อไม่คิดค่าปรับตั้งเครื่องดนตรี พบว่ามีเวลารอรวม คือ 2 หน่วยเวลา แต่เมื่อคิดเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีส่งผลให้เวลารอรวมเพิ่มขึ้นกลายเป็น 5 หน่วยเวลา โดยที่ 3 หน่วยเวลานั้นมาจากการรอของนักดนตรีในช่วงปรับตั้งเครื่องดนตรีเช่นกัน

เมื่อใช้ชุดข้อมูลเดียวกันกับกรณีการซ้อมเพลงที่มีความยาวไม่เท่ากันและไม่คิดเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี พบว่ามีลำดับการซ้อมเพลงในแต่ละวันที่แตกต่างกันบ้างในบางกรณี เช่น สมมติว่าหากไม่คิดเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี ลำดับเพลงคือ A-B-C-D และมีการรอในเพลง D แต่เมื่อคิดเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี อาจมีลำดับเพลงคือ D-C-B-A แต่เวลารอที่เกิดจากการซ้อมเพลงยังคงเท่าเดิมคือรอใน

เพลง D เพียงเปลี่ยนลำดับเพลงจากหน้าไปหลังกลายเป็นหลังมาหน้า เนื่องจากเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี จาก A ไป B มากกว่าเวลาปรับตั้งจาก C ไป B จึงทำให้ลำดับเพลงคือ D-C-B-A เป็นต้น

จากตัวอย่างในงานวิจัยพบว่าเมื่อมีจำนวนเพลงเท่ากับ 14 เพลงในการซ้อม 2 วัน นั้นใช้เวลามากที่สุดในการค้นหาคำตอบ คือ 24530.43 วินาที หรือประมาณเกือบ 7 ชม. ส่วนตัวอย่างที่มีจำนวนเพลงเท่ากับ 10 เพลงและทำการซ้อม 3 วันใช้เวลาในการหาคำตอบน้อยที่สุดคือ 65.09 วินาที เมื่อเทียบกับปัญหาที่ไม่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี พบว่าเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบนั้นเพิ่มขึ้นจากเดิมมากเนื่องจากมีการนำค่าปรับตั้งเครื่องดนตรีมาคิด ทำให้เกิดความซับซ้อนของแบบจำลองขึ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 4.5 เวลาในการรอของนักดนตรีทั้งหมดซึ่งหาด้วยแบบจำลองคณิตศาสตร์กรณีที่ความยาวเพลงที่ไม่เท่ากันโดยมีเวลา

Unequal music length												
Problem size			Solution	No. of Instances									
No. of Piece	No. of Player	No. of Day		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	5	2	No Setup	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Setup	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	5	2	No Setup	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Setup	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	5	2	No Setup	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0
			Setup	6	5	0	0	0	0	0	0	0	0
10	5	3	No Setup	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Setup	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	5	3	No Setup	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Setup	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	5	3	No Setup	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Setup	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	5	3	No Setup	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			Setup	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ตารางที่ 4.6 ระยะเวลาในการหาคำตอบด้วยแบบจำลองคณิตศาสตร์กรณีที่ความยาวเพลงที่ไม่เท่ากัน (หน่วย:วินาที)

Unequal music length											
Problem size			No. of Instances								
No. of Piece	No. of Player	No. of Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	5	2	182.49	218.67	243.69	234.36	296.01	232.02	191.70	324.99	518.25	388.71
12	5	2	2182.10	3378.20	3515.72	3809.10	5431.27	4209.91	3242.39	4238.20	6298.04	5391.67
14	5	2	10109.34	13893.95	13423.89	13787.55	14192.03	13805.67	12375.34	14021.83	24530.43	22134.54
10	5	3	65.09	72.18	98.27	81.73	72.48	79.21	70.90	84.65	92.11	89.75
12	5	3	302.10	434.17	440.98	402.59	349.24	385.47	332.65	454.68	491.23	476.85
14	5	3	1249.30	2248.95	2104.89	1986.74	1884.93	2017.48	1823.24	1765.32	2203.94	2104.30
16	5	3	8439.20	9830.10	9754.39	8948.97	8834.64	9982.30	8434.12	7988.98	12540.58	13232.10

4.4 ผลวิจัยของการหาคำตอบของเพลงที่ใช้เวลาซ้อมไม่เท่ากัน โดยใช้แบบจำลองที่คิดค่าใช้จ่ายตามจริง (แบบจำลอง A4)

ตัวอย่างปัญหาที่ทำการศึกษา จำแนกจำนวนเพลงเป็น 7 รูปแบบ ดังนี้

1. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 2 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 10 เพลง
2. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 2 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 12 เพลง
3. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 2 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 14 เพลง
4. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 3 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 10 เพลง
5. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 3 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 12 เพลง
6. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 3 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 14 เพลง
7. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 3 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 16 เพลง

โดยที่แต่ละเพลงมีเวลาซ้อมที่ต่างกัน และจำนวนนักดนตรีทั้งหมด 5 คน ในแต่ละปัญหาประกอบด้วยตัวอย่างขนาดละ 10 ตัวอย่าง

เป็นการหาระยะเวลาที่นักดนตรีทั้งหมดอยู่ในสถานที่ซ้อมให้น้อยที่สุด เมื่อนักดนตรีอยู่ในสถานที่ซ้อมน้อยที่สุด ทำให้นักดนตรีควรอยู่ในสภานที่ซ้อมแล้วมีส่วนร่วมในการซ้อมเพลงมากที่สุด ซึ่งส่งผลให้เวลารอของนักดนตรีหรือการที่นักดนตรีอยู่ในสถานที่ซ้อมแต่ไม่มีส่วนในการซ้อมเพลงน้อยด้วยเหมือนกัน

เนื่องจากแบบจำลอง A1, A3 สมการวัตถุประสงค์ยังไม่สอดคล้องกับความเป็นจริง โดยคิดค่าใช้จ่ายเฉพาะเวลารอของนักดนตรี หากเปลี่ยนสมการวัตถุประสงค์เพื่อให้สื่อถึงค่าใช้จ่ายจริงที่เกิดจากการค่าใช้จ่ายสถานที่ซ้อมซึ่งคิดเป็นรายวัน และค่าใช้จ่ายนักดนตรีซึ่งคิดเป็นรายชั่วโมง โดยที่ค่าใช้จ่ายของสถานที่ซ้อมเกิดจากจำนวนวันที่ใช้ในการซ้อมเพลง และค่าใช้จ่ายที่ต้องจ่ายให้นักดนตรีคิดจากระยะเวลาที่นักดนตรีอยู่ในสถานที่ซ้อม

ตารางที่ 4.7 แสดงข้อมูลเวลาที่นักดนตรีอยู่ในสถานที่ซ้อมที่น้อยที่สุดที่เป็นไปได้ ในความเป็นจริงหากนักดนตรีอยู่ในสถานที่ซ้อมน้อยที่สุดที่สามารถเป็นได้ จะส่งผลให้เวลารอของนักดนตรีนั้นน้อยลงตามไปด้วย เนื่องจากเวลารอนั้นส่งผลกับเวลาที่นักดนตรีอยู่ในสถานที่ซ้อม หากนักดนตรีมีเวลารอน้อย ทำให้นักดนตรีต้องอยู่ในสถานที่ซ้อมน้อย ในทางตรงข้ามหากนักดนตรีมีการรอซ้อมเพลงที่มาก ทำให้นักดนตรีต้องอยู่ในสถานที่ซ้อมมากเช่นกัน

พบว่าหากใช้แบบจำลอง A4 สามารถหาคำตอบของตัวอย่างในกรณีที่มีวันซ้อม 2 วัน ได้ถึง 14 เพลง นักดนตรีโดยมีจำนวนทั้งสิ้น 5 คน

แต่เมื่อจำนวนวันซ้อมเพิ่มขึ้น ทำให้ขนาดของปัญหานั้นใหญ่ขึ้น พบว่าในกรณีที่มีวันซ้อม 3 วัน ชุดข้อมูลตัวอย่างที่ 4 นั้นสามารถหาคำตอบได้แค่ 10 เพลง เมื่อมีจำนวนเพลงเพิ่มขึ้นเป็น 12 เพลง ทำให้ไม่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ และชุดข้อมูลที่ 7 นั้นสามารถหาคำตอบได้ถึง 14 เพลง เมื่อมีเพลงเป็น 16 เพลง ทำให้ไม่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้เช่นกัน

ในตารางที่ 4.8 แสดงเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบของแบบจำลอง A4 พบว่าเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่น้อยที่สุด คือ 13.74 วินาทีซึ่งเป็นกรณีที่มีวันซ้อม 2 วัน จำนวนเพลง 10 เพลงและจำนวนนักดนตรี 5 คน ในชุดตัวอย่างข้อมูลที่ 3 และเวลาที่ใช้ในการหาคำตอบที่มากที่สุด คือ 1415.21 วินาที ในกรณีที่มีวันซ้อม 3 วัน 16 เพลง นักดนตรี 5 คน ในชุดตัวอย่างข้อมูลที่ 3 เหมือนกัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ 4.7 จำนวนเวลาที่นักดนตรีอยู่ในสถานที่ซ้อมในกรณีที่ความยาวเพลงไม่เท่ากัน(แบบจำลองที่ 3.5)

Unequal music length												
Problem size			No. of Instances									
No.of Piece	No. of Player	No. of Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	5	2	92	68	36	60	70	65	87	60	68	66
12	5		104	88	55	79	85	73	95	72	88	79
14	5		120	97	64	84	95	81	106	83	92	84
10	5	3	92	68	36	60	70	65	87	60	78	66
12	5		100	82	55	-	85	73	95	72	88	79
14	5		112	96	64	-	95	81	100	83	92	84
16	5		118	104	83	-	100	97	-	99	100	99

ตารางที่ 4.8 เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบในกรณีที่ความยาวเพลงไม่เท่ากัน (แบบจำลอง A4) , (หน่วย:วินาที)

Unequal music length											
Problem size			No. of Instances								
No. of Piece	No. of Player	No. of Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	5	2	27.95	29.70	13.74	39.47	24.49	40.12	25.79	17.05	15.12	23.88
12	5	2	120.23	23.98	63.83	84.21	61.25	60.78	62.52	55.25	78.36	73.41
14	5	2	88.27	1245.98	119.9	511.00	271.07	254.72	143.26	133.18	153.30	132.32
10	5	3	36.44	41.48	28.58	43.81	27.21	31.2	32.73	17.16	22.2	39.89
12	5	3	77.81	110.21	332.67	-	59.02	90.61	70.48	109.97	115.99	93.16
14	5	3	360.22	122.24	875.02	-	652.86	116.1	775.29	184.21	623.91	288.9
16	5	3	766.01	639.23	1415.21	-	508.42	1287.19	-	529.87	760.39	644.13

4.5 ผลวิจัยของการหาคำตอบของเพลงที่ใช้เวลาซ้อมไม่เท่ากันด้วยแบบจำลองที่ไม่มีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี โดยคิดค่าใช้จ่ายค่าใช้จ่ายในการจ้างนักดนตรี (รายวัน) ที่มาสถานที่ซ้อม และเวลารอของนักดนตรี (แบบจำลอง A5)

ตัวอย่างปัญหาที่ทำการศึกษา จำแนกจำนวนเพลงเป็น 2 รูปแบบ ดังนี้

1. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 2 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 10 เพลง
2. ปัญหาที่มีจำนวนวันในการซ้อม 2 วัน และมีจำนวนเพลงที่ใช้ซ้อม 12 เพลง

โดยที่แต่ละเพลงมีเวลาซ้อมที่ต่างกัน และจำนวนนักดนตรีทั้งหมด 5 คน ในแต่ละปัญหาประกอบด้วยตัวอย่างขนาดละ 10 ตัวอย่าง

เป็นการหาจำนวนวันของนักดนตรีให้มาซ้อมน้อยที่สุดที่เป็นไปได้ และเมื่อลดจำนวนวันของนักดนตรีที่มาซ้อมได้ จึงค่อยพิจารณาเวลารอของนักดนตรีที่เกิดขึ้น กล่าวคือ หากมีนักดนตรีคนใดสามารถมาซ้อมเพียงวันเดียวได้ให้พิจารณากรณีนี้เป็นหลัก แล้วให้ความสำคัญกับเวลารอของนักดนตรีรองลงมา

จาก*ตารางที่ 4.10* พบว่าแบบจำลองนี้สามารถหาคำตอบได้เพียงแค่กรณีที่มีวันซ้อม 2 วัน และจำนวนเพลงเท่ากับ 10 เพลง ซึ่งเป็นกรณีชุดข้อมูลตัวอย่างที่มีขนาดเล็กที่สุด เนื่องจากมีจำนวนตัวแปรเพิ่มมากขึ้นกว่าแบบจำลองอื่น ทำให้ไม่เหมาะแก่การแก้ปัญหาขนาดใหญ่

ใน*ตารางที่ 4.9* จะเห็นได้ว่า เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบนั้นมีค่าสูงมาก เมื่อเทียบกับแบบจำลองอื่น ในกรณีที่ขนาดชุดข้อมูลตัวอย่างเท่ากัน เนื่องจากแบบจำลองนี้มีตัวแปรตัดสินใจเพิ่มขึ้นจากแบบจำลองอื่น เวลาที่ใช้ต่ำสุด คือ 414.46 วินาที ส่วนเวลาที่ใช้มากสุด คือ 5815.33 วินาที

ตารางที่ 4.10 ค่าเวลารอของนักดนตรีที่เกิดขึ้นจากแบบจำลองที่ 3.6

Unequal music length											
Problem size			No. of Instances								
No. of Piece	No. of Player	No. of Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	5	2	0	0	1	0	1	1	0	0	1	8
12	5	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

ตารางที่ 4.9 เวลาที่ใช้ในการหาคำตอบของแบบจำลองที่ 3.6 (หน่วย:วินาที)

Unequal music length											
Problem size			No. of Instances								
No. of Piece	No. of Player	No. of Day	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	5	2	860.75	469.19	414.46	1031.67	615.19	1690.69	4486.43	370.27	3918.12	5815.33
12	5	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

4.6 จำนวนตัวแปรทั้งหมดของแต่ละแบบจำลอง

ในตารางที่ 4.11 เป็นการแสดงผลของตัวแปรและข้อจำกัดของแต่ละแบบจำลอง โดยที่มีขนาดชุดตัวอย่างข้อมูลที่แตกต่างกันไป โดยที่ Constraints คือ สมการข้อจำกัดในแบบจำลอง, Variables คือ ตัวแปรทั้งหมด ซึ่งประกอบไปด้วย Binary ที่มีค่าได้แค่ 0,1 และ Integer ที่มีค่าเป็นจำนวนเต็ม และ Non-zero coefficient

ตารางที่ 4.11 จำนวนตัวแปรต่างๆของแต่ละแบบจำลองที่ได้จากโปรแกรม Cplex

			No. of instances			
Type	Model		10	12	14	16
Equal music length	A1	Constraints	80749	139595	221745	331087
		Variables	27410	45804	70966	103952
		Binary	27310	45660	70770	103696
		Integer	100	144	196	256
		Non-zero	203438	352414	559438	835390
Unequal music length	A1	Constraints	41249	71195	112965	168527
		Variables	14910	24924	38626	56592
		Binary	14810	24780	38430	56336
		Integer	100	144	196	256
		Non-zero	107438	185806	294642	439358
Unequal music length with setup time	A3	Constraints	41249	71195	112965	168527
		Variables	14910	24924	38626	56592
		Binary	14810	24780	38430	56336
		Integer	100	144	196	256
		Non-zero	117998	207646	334122	506542

(ต่อ)

ตารางที่ 4.12 จำนวนตัวแปรต่างๆของแต่ละแบบจำลองที่ได้จากโปรแกรม Cplex (ต่อ)

			No. of instances			
Type	Model		10	12	14	16
Unequal music length	A4	Constraints	36249	62555	99245	148047
		Variables	14410	24204	37646	55312
		Binary	14310	24060	37450	55056
		Integer	100	144	196	256
		Non-zero	92438	159886	253482	377918
Unequal music length	A5	Constraints	41349	71315	113105	168687
		Variables	15010	25044	38766	56752
		Binary	14910	24900	38570	56496
		Integer	100	144	196	256
		Non-zero	108088	186706	295832	440878

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

บทที่ 5
สรุปผลงานวิจัยและข้อเสนอแนะ

เนื้อหาในบทนี้กล่าวถึงรายละเอียดต่างๆ เกี่ยวกับผลการวิจัยที่ได้จากการแก้ปัญหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอ รวมถึงปัญหาและอุปสรรคในการทำงานวิจัยและข้อเสนอแนะในการพัฒนางานวิจัยในอนาคต

5.1 สรุปผลในการทำงานวิจัย

งานวิจัยนี้ได้คิดค้นแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่มีวัตถุประสงค์ในการหาค่าใช้จ่ายในการซ้อมดนตรีที่เกิดจากการเช่าสถานที่ และค่าใช้จ่ายที่จ้างที่นักดนตรีให้อยู่ในสถานที่ซ้อมโดยที่ไม่ได้ทำการซ้อมน้อยที่สุด ในการหาคำตอบภายใน 1 ขั้นตอน เพื่อช่วยการจัดลำดับเพลงหรือตารางการซ้อมของวงดนตรีขนาดใหญ่ โดยมีวันที่ทำการซ้อมมากกว่า 1 วัน

เมื่อเปรียบเทียบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอกับวิธีการหาคำตอบของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) พบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอให้ผลดีกว่าผลของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) และพบว่าหากปัญหามีจำนวนวันซ้อม 3 วัน โดยที่จำนวนเพลงและนักดนตรีเท่าเดิม จะใช้เวลาในการหาคำตอบเร็วกว่ากรณีที่มีจำนวนวันซ้อม 2 วัน ซึ่งเป็นผลมาจากหากมีจำนวนวันเพิ่มมากขึ้นแต่จำนวนเพลงเท่าเดิม ทำให้ในแต่ละวันจะมีจำนวนเพลงในการซ้อมที่น้อยลง

งานวิจัยนี้แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ประเภท คือ ปัญหาการจัดตารางการซ้อมเพลงที่มีความยาวเท่ากันทุกเพลง, ปัญหาการจัดตารางการซ้อมเพลงที่มีความยาวไม่เท่ากัน และปัญหาการจัดตารางการซ้อมเพลงที่มีความยาวไม่เท่ากันโดยมีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรี

สำหรับกรณีปัญหาการจัดตารางการซ้อมเพลงที่มีความยาวเท่ากันทุกเพลงนั้น ทำการเปรียบเทียบตัวอย่างทั้งหมด 60 ตัวอย่าง คำตอบที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ค่าจุดประสงค์ เทียบเท่า Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) ทั้งหมด 13 ตัวอย่าง และได้ค่าที่ดีกว่า 40 ตัวอย่าง มีเพียง 10 ตัวอย่างที่ไม่สามารถหาค่าได้ เนื่องจากใช้เวลาในการหาคำตอบเกิน 13 ชม. ซึ่งเป็นเวลามากสุดที่กำหนดไว้สำหรับหาคำตอบ

ในกรณีปัญหาที่มีความยาวของเพลงแตกต่างกัน ได้ทำการเปรียบเทียบตัวอย่างจำนวนทั้งหมด 70 ตัวอย่าง พบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอสามารถให้คำตอบ เทียบเท่า

Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) ทั้งหมด 34 ตัวอย่างและได้คำตอบที่ดีกว่า 36 ตัวอย่าง ซึ่งเวลาในการหาคำตอบยังอยู่ภายใต้ขอบเขต 13 ชม. ที่กำหนด

ชุดข้อมูลตัวอย่างที่ใช้วิธีการหาคำตอบของ Sakulsom and Tharmmaphornphilas (2014) แล้วได้ผลลัพธ์เท่ากับแบบจำลองงานวิจัยนี้ เนื่องจากตัวอย่างนั้นๆ ไม่สามารถจัดนักดนตรีให้มาทำการซ้อมเพียงวันเดียวได้ ส่งผลให้นักดนตรีต้องมาซ้อมหลายวัน เมื่อมีวันในการซ้อมที่มากขึ้น ส่งผลทำให้นักดนตรีมีโอกาสที่ไม่ต้องรอหรือรอน้อยลงกว่ากรณีที่มาซ้อมเพียงแค่วันเดียว เพราะหากสามารถจัดนักดนตรีบางคนมาซ้อมในวันเดียวได้ เมื่อมีวันซ้อมเพียงวันเดียวทำให้มีโอกาสในการรอเพิ่มมากขึ้น เพราะต้องนำเพลงที่มีนักดนตรีคนนั้นมาจัดเรียงภายในวันเดียว

5.2 ปัญหา วิธีการแก้ปัญหาในการทำงานวิจัย

เนื่องจากปัญหาการจัดตารางซ้อมดนตรีเป็นปัญหาประเภท NP-hard เมื่อปัญหามีขนาดใหญ่ขึ้นหรือมีจำนวนเพลงและจำนวนวันที่ทำการซ้อมเพิ่มขึ้น การหาคำตอบโดยการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะใช้เวลาในการหาคำตอบเพิ่มขึ้นอย่างมาก

นอกจากนี้ในกรณีการหาคำตอบของปัญหาการจัดตารางการซ้อมเพลงที่มีความยาวไม่เท่ากัน โดยมีเวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีที่คิดจากการเปลี่ยนแปลงจำนวนนักดนตรีจากเพลงก่อนหน้า พบว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอเป็นแบบจำลองในรูปกำหนดการไม่เป็นเชิงเส้นตรง (แบบจำลอง A2) ซึ่งอาจจะไม่รับประกันว่าคำตอบที่ได้เป็น global optimal

5.3 ข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้มีข้อเสนอแนะในการจัดตารางการซ้อมของวงดนตรีขนาดใหญ่ การหาคำตอบด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอนั้นมีความแม่นยำและสามารถหาคำตอบได้ภายในขั้นตอนเดียว แต่อาจจะต้องใช้เวลานาน หากมีจำนวนเพลงในการซ้อมเกินกว่า 16 เพลง การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ต้องใช้เวลานานในการหาคำตอบ ดังนั้นการพัฒนาฮิวริสติกอาจเป็นแนวทางการแก้ปัญหาที่เหมาะสมกว่าเพื่อสามารถจัดตารางการซ้อมที่เหมาะสมสำหรับปัญหาที่มีขนาดใหญ่ได้

เวลาปรับตั้งเครื่องดนตรีของแต่เพลงนั้นควรเป็นฟังก์ชันของการเปลี่ยนแปลงนักดนตรีจากเพลงก่อนหน้า หากเวลาปรับตั้งมีค่าน้อยมากๆเมื่อเทียบกับเวลาในการซ้อมของแต่ละเพลง ทำให้เวลาปรับตั้งไม่มีผล แต่ในกรณีของการถ่ายทำโฆษณาหรือหนังสั้น ที่มีเวลาเตรียมตัวของนักแสดงในแต่ละฉากกับเวลาในการถ่ายทำของแต่ละฉากไม่ต่างกัน จะส่งผลให้เวลาปรับตั้งนั้นมีผลต่อค่าใช้จ่าย

งานวิจัยนี้สามารถนำไปประยุกต์ ในการจัดตารางการถ่ายทำโฆษณาหรือหนังสั้นได้ เนื่องจากเวลาในการถ่ายทำของแต่ละฉากใช้เวลาเพียงไม่นาน แต่มีเวลาในการจัดเตรียมแต่ละฉากที่มากทำให้เวลาจัดเตรียมฉากนั้นส่งผลต่อการจัดลำดับฉากการถ่ายทำ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายการอ้างอิง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ADELSON, R. M., NORMAN, J. M. & LAPORTE, G. 1976. A Dynamic Programming Formulation with Diverse Applications. *Operational Research Quarterly (1970-1977),* 27**,** 119-121.

APPLEGATE, D. L., BIXBY, R. E., CHVATAL, V. & COOK, W. J. 2007. The Traveling Salesman Problem: A Computational Study (Princeton Series in Applied Mathematics), Princeton University Press.

BANDA, M. G. D. L., STUCKEY, P. J. & CHU, G. 2010. Solving Talent Scheduling with Dynamic Programming. *INFORMS Journal on Computing,* 23**,** 120-137.

BIGGS, N. L. 1981. T. P. Kirkman, mathematician. *The Bulletin of the London Mathematical Society 13* 13**,** 97-120.

BODIN, L., GOLDEN, B., ASSAD, A. & BALL, M. 1983. Routing and Scheduling of Vehicles and Crews: The State of The Art. *Computers & Operations Research*.

CHENG, T. C. E., DIAMOND, J. E. & LIN, B. M. T. 1993. Optimal scheduling in film production to minimize talent hold cost. *Journal of Optimization Theory and Applications,* 79**,** 479-492.

CLARKE, G. & WRIGHT, J. W. 1964. Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points. *Oper. Res.,* 12**,** 568-581.

COOK, W. 2011. In Pursuit of the Traveling Salesman: Mathematics at the Limits of Computation, Princeton University Press.

DANTZIG, G., FULKERSON, R. & JOHNSON, S. 1954. Solution of a Large-Scale Traveling-Salesman Problem. *Journal of the Operations Research Society of America,* 2**,** 393-410.

GILLETT, B. E. & MILLER, L. R. 1974. A Heuristic Algorithm for the Vehicle-Dispatch Problem. *Oper. Res.,* 22**,** 340-349.

GOLDEN, B. L., MAGNANTI, T. L. & NGUYEN, H. Q. 1977. Implementing vehicle routing algorithms. *Networks,* 7**,** 113-148.

GREGORY, P., MILLER, A. & PROSSER, P. 2004. Solving the Rehearsal Problem with Planning and with Model Checking. *European conference on artificial intelligence,* 16**,** 157-171.

KARP, R. M. 1972. Reducibility among Combinatorial Problems. *In:* MILLER, R. E., THATCHER, J. W. & BOHLINGER, J. D. (eds.). Boston, MA: Springer US.

KUO, C.C., & NICHOLLS, G.M. (2007). A mathematical modeling approach to improving locomotive utilization at a freight railroad. Omega, 35, 472-485.

POTVIN, J.-Y. & ROUSSEAU, J.-M. 1995. An Exchange Heuristic for Routeing Problems with Time Windows. *The Journal of the Operational Research Society,* 46**,** 1433-1446.

SAKULSOM, N. & THARMMAPHORNPHILAS, W. 2014. Scheduling a music rehearsal problem with unequal music piece length. *Computers & Industrial Engineering,* 70**,** 20-30.

SMITH, B. M. 2003. Constraint Programming in Practice:Scheduling a Rehearsal. *In:* APES-67-2003 (ed.).

SUN, Z. & GUAN, Z. Vehicle routing problem based on object-oriented discrete event simulation. Advanced Computer Control (ICACC), 2010 2nd International Conference on, 27-29 March 2010 2010. 638-643.

TOTH, P. & VIGO, D. 2002. *The Vehicle Routing Problem,* Philadelphia, SIAM.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตารางที่ ก-1 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 1

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
นักดนตรี	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0
นักดนตรี	2	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0
นักดนตรี	3	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
นักดนตรี	4	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0
นักดนตรี	5	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0
นักดนตรี	6	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1
นักดนตรี	7	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1
นักดนตรี	8	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0
นักดนตรี	9	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0
นักดนตรี	10	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1

ตารางที่ ก-2 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 2

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
นักดนตรี	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0
นักดนตรี	2	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0
นักดนตรี	3	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1
นักดนตรี	4	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0
นักดนตรี	5	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1
นักดนตรี	6	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0
นักดนตรี	7	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1
นักดนตรี	8	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0
นักดนตรี	9	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1
นักดนตรี	10	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0

ตารางที่ ก-3 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 3

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
นักดนตรี	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1
นักดนตรี	2	2	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
นักดนตรี	3	3	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0
นักดนตรี	4	4	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1
นักดนตรี	5	5	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0
นักดนตรี	6	6	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0
นักดนตรี	7	7	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1
นักดนตรี	8	8	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0
นักดนตรี	9	9	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1
นักดนตรี	10	10	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0

ตารางที่ ก-4 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 4

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
นักดนตรี	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0
นักดนตรี	2	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1
นักดนตรี	3	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1
นักดนตรี	4	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0
นักดนตรี	5	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1
นักดนตรี	6	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1
นักดนตรี	7	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
นักดนตรี	8	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1
นักดนตรี	9	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0
นักดนตรี	10	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	1

ตารางที่ ก-5 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 5

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
นักดนตรี	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
นักดนตรี	2	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1
นักดนตรี	3	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0
นักดนตรี	4	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
นักดนตรี	5	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1
นักดนตรี	6	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1
นักดนตรี	7	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1
นักดนตรี	8	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0
นักดนตรี	9	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1
นักดนตรี	10	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0

ตารางที่ ก-6 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 6

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
นักดนตรี	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0
นักดนตรี	2	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1
นักดนตรี	3	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1
นักดนตรี	4	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0
นักดนตรี	5	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1
นักดนตรี	6	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
นักดนตรี	7	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0
นักดนตรี	8	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1
นักดนตรี	9	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0
นักดนตรี	10	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0

ตารางที่ ก-7 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 7

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
นักดนตรี	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1
นักดนตรี	2	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1
นักดนตรี	3	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0
นักดนตรี	4	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1
นักดนตรี	5	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
นักดนตรี	6	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1
นักดนตรี	7	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1
นักดนตรี	8	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
นักดนตรี	9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
นักดนตรี	10	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0

ตารางที่ ก-8 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 8

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
นักดนตรี	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
นักดนตรี	2	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1
นักดนตรี	3	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
นักดนตรี	4	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1
นักดนตรี	5	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
นักดนตรี	6	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	0
นักดนตรี	7	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
นักดนตรี	8	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1
นักดนตรี	9	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0
นักดนตรี	10	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0

ตารางที่ ก-9 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 9

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
นักดนตรี	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
นักดนตรี	2	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1
นักดนตรี	3	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0
นักดนตรี	4	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
นักดนตรี	5	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1
นักดนตรี	6	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0
นักดนตรี	7	0	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1
นักดนตรี	8	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1
นักดนตรี	9	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0
นักดนตรี	10	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0

ตารางที่ ก-10 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงเท่ากันชุดที่ 8

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
นักดนตรี	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0
นักดนตรี	2	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1
นักดนตรี	3	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0
นักดนตรี	4	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
นักดนตรี	5	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
นักดนตรี	6	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
นักดนตรี	7	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0
นักดนตรี	8	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0
นักดนตรี	9	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0
นักดนตรี	10	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	1

ตารางที่ ข-1 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงไม่เท่ากันชุดที่ 1

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
นักดนตรี	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0
นักดนตรี	2	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0
นักดนตรี	3	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0
นักดนตรี	4	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0
นักดนตรี	5	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0
ความยาวเพลง		0	1	4	4	3	2	4	3	2	4	4	3	1	2	4	2	3

ตารางที่ ข-2 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงไม่เท่ากันชุดที่ 2

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
นักดนตรี	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0
นักดนตรี	2	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0
นักดนตรี	3	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
นักดนตรี	4	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0
นักดนตรี	5	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1
ความยาวเพลง		0	3	3	1	1	2	4	4	2	1	2	4	2	4	1	1	3

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ ข-3 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงไม่เท่ากันชุดที่ 3

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
นักดนตรี	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0
นักดนตรี	2	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0
นักดนตรี	3	0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0
นักดนตรี	4	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1
นักดนตรี	5	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0
ความยาวเพลง		0	2	1	1	1	2	3	1	4	2	1	3	4	1	3	3	4

ตารางที่ ข-4 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงไม่เท่ากันชุดที่ 4

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
นักดนตรี	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1
นักดนตรี	2	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1
นักดนตรี	3	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1
นักดนตรี	4	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
นักดนตรี	5	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1
ความยาวเพลง		0	4	1	2	1	1	3	1	4	1	1	3	4	1	1	3	2

ตารางที่ ข-5 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงไม่เท่ากันชุดที่ 5

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
นักดนตรี	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0
นักดนตรี	2	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0
นักดนตรี	3	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1
นักดนตรี	4	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0
นักดนตรี	5	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1
ความยาวเพลง		0	1	1	4	1	2	4	2	4	2	4	3	3	1	4	1	1

ตารางที่ ข-6 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงไม่เท่ากันชุดที่ 6

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
นักดนตรี	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1
นักดนตรี	2	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0
นักดนตรี	3	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1
นักดนตรี	4	0	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
นักดนตรี	5	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1
ความยาวเพลง		0	3	3	1	2	3	1	2	4	3	4	1	3	2	2	4	4

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ ข-7 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงไม่เท่ากันชุดที่ 7

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
นักดนตรี	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
นักดนตรี	2	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0
นักดนตรี	3	0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1
นักดนตรี	4	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
นักดนตรี	5	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
ความยาวเพลง		0	4	4	2	4	2	1	4	3	2	4	4	4	2	3	4	3

ตารางที่ ข-8 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงไม่เท่ากันชุดที่ 8

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
นักดนตรี	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1
นักดนตรี	2	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1
นักดนตรี	3	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0
นักดนตรี	4	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0
นักดนตรี	5	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0
ความยาวเพลง		0	2	3	1	2	4	1	2	3	4	4	2	2	1	3	4	1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตารางที่ ข-9 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงไม่เท่ากันชุดที่ 9

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
นักดนตรี	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
นักดนตรี	2	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0
นักดนตรี	3	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0
นักดนตรี	4	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
นักดนตรี	5	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1
ความยาวเพลง		0	3	3	4	3	1	1	3	1	4	3	1	4	4	2	3	2

ตารางที่ ข-10 ตัวอย่างข้อมูลสำหรับกรณีที่ความยาวเพลงทุกเพลงไม่เท่ากันชุดที่ 10

เพลง		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
นักดนตรี	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0
นักดนตรี	2	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
นักดนตรี	3	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0
นักดนตรี	4	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
นักดนตรี	5	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
ความยาวเพลง		0	4	2	1	4	3	3	4	2	2	3	3	2	2	1	4	1

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นาย ชาคริต ปักษ์ประจำ เกิดวันพฤหัสบดีที่ 28 พฤศจิกายน พ.ศ. 2534 ที่จังหวัดกรุงเทพมหานครฯ สำเร็จการศึกษาหลักสูตรวิศวกรรมศาสตร์บัณฑิต จากภาควิชาวิศวกรรมเหมืองแร่และปิโตรเลียม จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2557 และได้เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิศวกรรมอุตสาหการ ภาควิชาอุตสาหการ ในภาคการศึกษาต้น ปีการศึกษา 2557

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University