บทที่ 3

หลักการพื้นฐานของฟัซซี

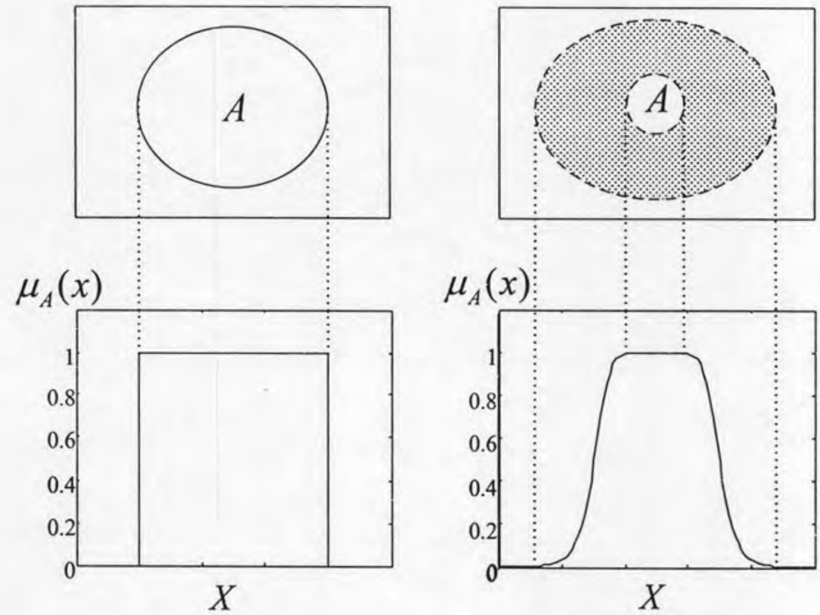
จากบทที่ผ่านมาได้กล่าวถึงการคำนวณ ATC ซึ่งใช้วิธีการพื้นฐานของโหลวโฟล์วในการหาค่า ATC อย่างไรก็ตามเนื้อหาหลักของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะกล่าวถึงการคำนวณ ATC โดยใช้ระบบอนุมานนิวโรฟัซซีแบบปรับตัวได้ ซึ่งก่อนจะกล่าวถึงจุดนั้น เบื้องต้นจะต้องมีความเข้าใจพื้นฐานของฟัซซี

หลักการของฟัซซีมีพื้นฐานมาจากฟัซซีเซต (fuzzy set) ซึ่งนำเสนอโดย Zadeh [7] ในปี 1965 โดยฟัซซีเซตเป็นเซตที่แตกต่างจากเซตทั่วไปตรงที่มีส่วนของความคลุมเครือของการเป็นสมาชิกภายในเซต จากหลักการของฟัซซีเซตนำไปสู่การใช้ประโยชน์หลักการของฟัซซีเซตในการตัดสินใจที่เลียนแบบตรรกะความคิดของมนุษย์ โดยสร้างกฎของฟัซซี (fuzzy rule) และระบบอนุมานฟัซซี (Fuzzy Inference System,FIS) เพื่อใช้จำลองระบบที่มีความสลับซับซ้อนยากต่อการจำลองระบบด้วยสมการคณิตศาสตร์ทั่วไป ซึ่งหลักการดังกล่าวนำไปสู่การประยุกต์ใช้แก้ปัญหาทางวิศวกรรมอย่างแพร่หลายในช่วงเวลาต่อมา [8]

3.1 ฟัซซีเซต

ในกรณีของเซตดั้งเดิม (crisp set) หากกำหนดให้ X เป็นปริภูมิของวัตถุใด ๆ โดยมี x เป็นองค์ประกอบของ X และกำหนดให้เซต $A \in X$ ในกรณีที่ A เป็นเซตแบบดั้งเดิมจะได้ว่าถ้า $x \in X$ จะได้ว่า x เป็นไปได้สองแบบคือ $x \in A$ หรือ $x \notin A$ นั่นหมายความว่า x มีความเป็นสมาชิกในเซต A เป็น 1 และ 0 ตามลำดับ

ฟัซซีเซตนั้นมีความแตกต่างจากเซตแบบดั้งเดิมตรงที่ฟัซซีเซตมีความคลุมเครือของสมาชิกภายในเซต นั่นคือสมาชิกภายในเซตอาจมีความเป็นสมาชิกภายในเซตนั้นไม่เต็มที่และอาจเป็นสมาชิกของเซตอื่นได้อีกด้วย ทั้งนี้ฟัซซีเซตจะมีการกำหนดระดับความเป็นสมาชิก (degree of membership) ของสมาชิกในเซตต่าง ๆ โดยค่าความเป็นสมาชิกจะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1



รูปที่ 3.1 เซตแบบดั้งเดิม (ซ้าย) และฟัซซีเซต (ขวา)

นิยาม [9] ฟัซซีเซตและฟังก์ชันความเป็นสมาชิก

ถ้า X เป็นการรวมตัวของวัตถุ x ฟัซซีเซต A ใน X มีนิยามเป็นเซตของคู่ลำดับดังนี้

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\} \qquad (3.1)$$

เรียก $\mu_A(x)$ ว่าฟังก์ชันความเป็นสมาชิกของฟัซซีเซต A (Membership function, MF) และเรียก X ว่ายูนิเวิร์ส ทั้งนี้ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกจะบ่งบอกระดับความเป็นสมาชิกซึ่งมีค่าอยู่ในช่วง [0,1]

จากนิยามดังกล่าวจะเห็นได้ว่านิยามของฟัซซีเซตเป็นการขยายนิยามของเซตแบบดั้งเดิม โดยใส่ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกให้กับสมาชิกของเซตที่มีค่าแตกต่างกันระหว่าง 0 กับ 1 จากนิยามของฟัซซีเซตเราสามารถแสดงถึงเซตแบบดั้งเดิมได้ โดยการกำหนดค่าความเป็นสมาชิกให้มีค่าเพียง 0 กับ 1 เท่านั้น หลังจากที่มีการนิยามฟัซซีเซตขึ้นเพื่อความชัดเจนจึงมีการเรียกเซตแบบดั้งเดิมแตกต่างกันออกไปเช่น เซตดั้งเดิม เซตปกติ คริปเซต นอนฟัซซีเซต เป็นต้น

ฟัซซีเซตมีประโยชน์ในการสร้างแบบจำลองของข้อมูลที่มีความคลุมเครือ โดยความคลุมเครือของข้อมูลจะมีความแตกต่างกันตามธรรมชาติของข้อมูล ซึ่งสามารถกำหนดรูปแบบของความคลุมเครือด้วยฟังก์ชันความเป็นสมาชิกและพารามิเตอร์ภายในฟังก์ชันความเป็นสมาชิกที่แตกต่างกันออกไป

3.2 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกและพารามิเตอร์

จากที่กล่าวมาข้างต้น ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกจะแสดงคุณลักษณะของฟัซซีเซต ซึ่งโดยส่วนมากฟัซซีจะอยู่ในยูนิเวิร์สที่ประกอบด้วยเส้นจำนวนจริง ซึ่งมีความไม่เหมาะสมถ้าจะแสดงคู่ลำดับของสมาชิกกับค่าความเป็นสมาชิก เพื่อความสะดวกในการประยุกต์ใช้งานฟัซซีในลำดับต่อไป จึงนิยมแสดงฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในรูปแบบสูตรทางคณิตศาสตร์ ซึ่งลักษณะของฟังก์ชันความเป็นสมาชิกจะกำหนดโดยพารามิเตอร์ ตัวอย่างฟังก์ชันความเป็นสมาชิกมีดังนี้

3.2.1 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกรูปสามเหลี่ยม (Triangular MF)

ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกนี้จะมีพารามิเตอร์คือ $\{a,b,c\}$ มีฟังก์ชันดังนี้

$$triangle(x;a,b,c)=\begin{cases}0, & ,x\le a.\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & ,a\le x\le b.\\ \dfrac{c-x}{c-b}, & ,b\le x\le c.\\ 0, & ,c\le x.\end{cases} \tag{3.2}$$

พารามิเตอร์ $\{a,b,c\}$ (โดย $a\le b\le c$) คือตำแหน่งบนแกน x ซึ่งตรงกับตำแหน่งของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกแบบสามเหลี่ยมแสดงได้ดังรูปที่ 3.2ก

3.2.2 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกรูปสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal MF)

ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกนี้มีพารามิเตอร์คือ $\{a,b,c,d\}$ มีฟังก์ชันดังนี้

$$trapezoid(x;a,b,c,d)=\begin{cases}0, & ,x\le a.\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & ,a\le x\le b.\\ 1, & ,b\le x\le c.\\ \dfrac{d-x}{d-c}, & ,\mathrm{c}\le x\le d.\\ 0, & ,d\le x.\end{cases} \tag{3.3}$$

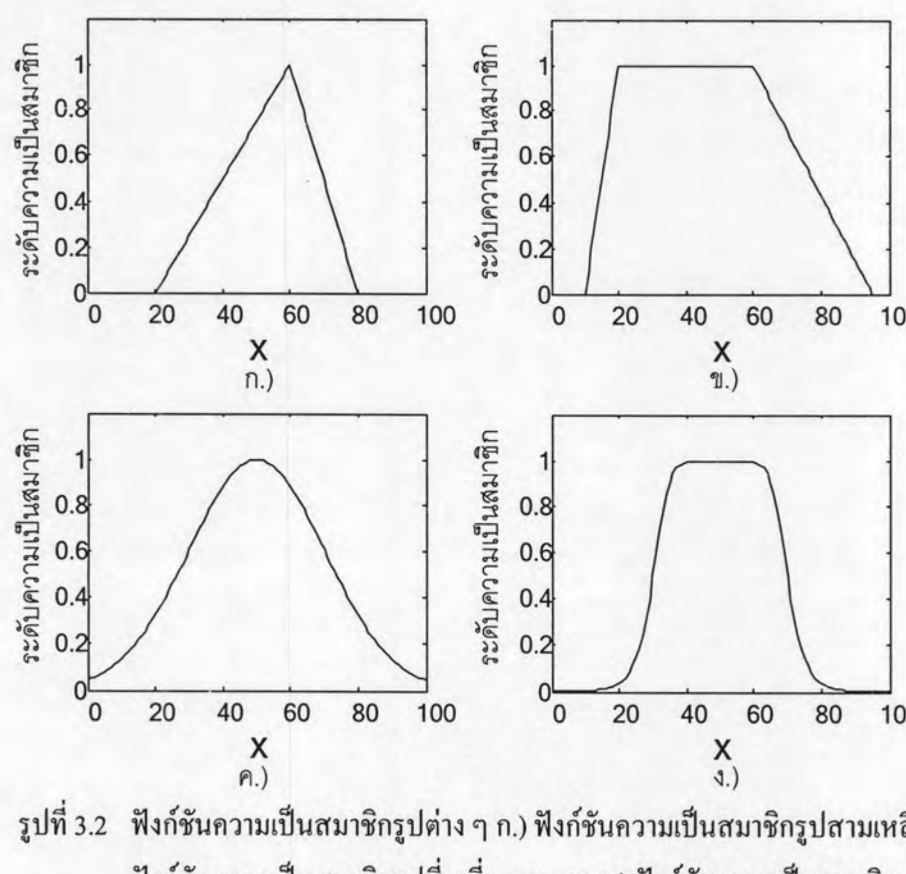
พารามิเตอร์ $\{a,b,c,d\}$ (โดย $a \le b \le c \le d$) คือตำแหน่งบนแกน x ซึ่งตรงกับตำแหน่งของมุมทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกรูปสี่เหลี่ยมคางหมูแสดงดังรูปที่ 3.2ข

3.2.3 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกแบบเกาส์เซียน (Gaussian MF)

เป็นฟังก์ชันความเป็นสมาชิกแบบไม่เชิงเส้น มีพารามิเตอร์คือ $\{c,\sigma\}$ มีฟังก์ชันดังนี้

$$gaussian(x;c,\sigma) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-c}{\sigma}\right)^2} \tag{3.4}$$

โดยพารามิเตอร์ c จะเป็นตัวกำหนดจุดกึ่งกลางยอด และ σ จะเป็นตัวกำหนดความกว้าง ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกแบบเกาส์เซียนแสดงได้ดังรูปที่ 3.2ค



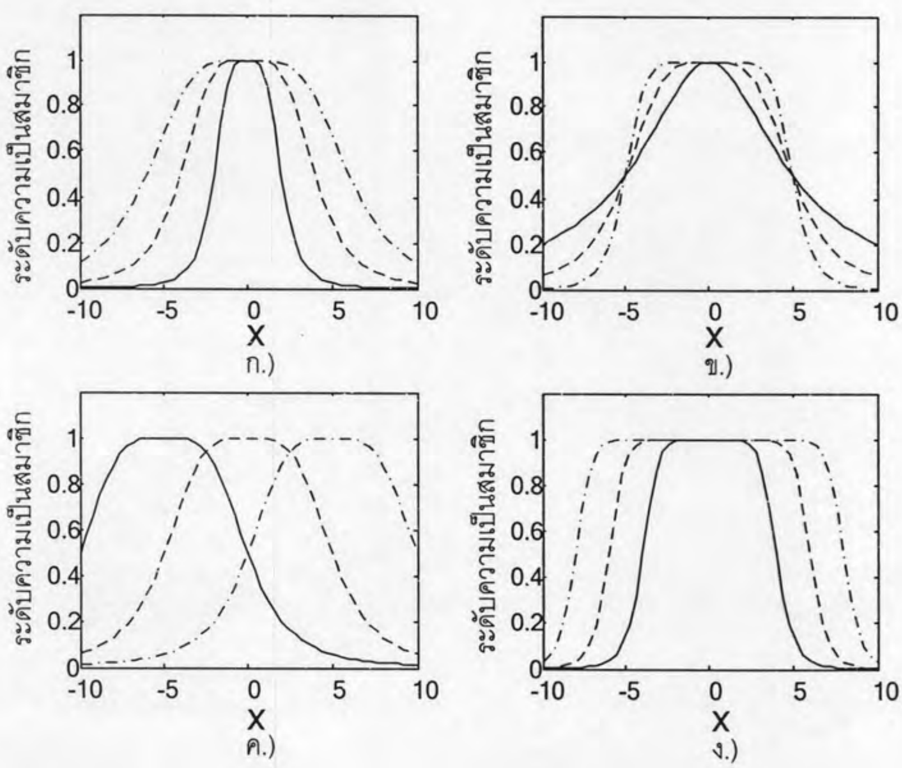
รูปที่ 3.2 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกรูปต่าง ๆ ก.) ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกรูปสามเหลี่ยม ข.) ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ค.) ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกแบบเกาส์เซียน ง.) ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกรูประฆัง

3.2.4 ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกรูประฆัง (Generalized bell MF)

เป็นฟังก์ชันความเป็นสมาชิกแบบไม่เชิงเส้น ดังรูปที่ 3.1ง มีพารามิเตอร์คือ $\{a,b,c\}$ มีฟังก์ชันดังนี้

$$bell(x;a,b,c) = \frac{1}{1+\left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b}} \tag{3.5}$$

โดยพารามิเตอร์ b มีค่าเป็นบวกเสมอ การเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ มีผลต่อรูปร่างของระฆังดังรูปที่ 3.3



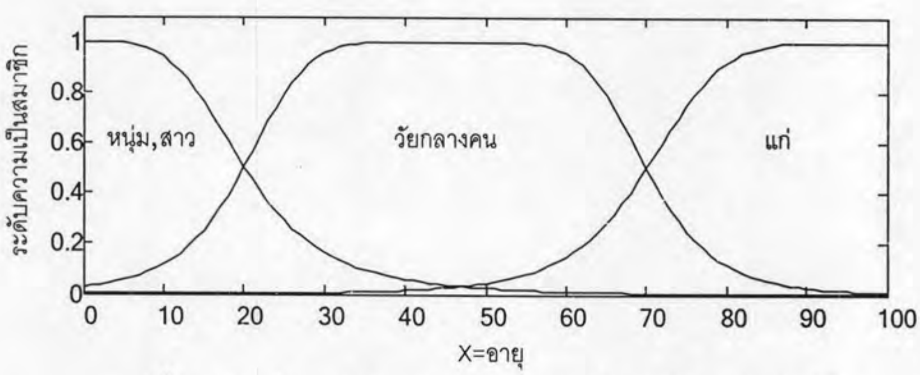
รูปที่ 3.3 ผลการเปลี่ยนพารามิเตอร์ของฟังก์ชันความเป็นสมาชิกรูประฆัง ก.) การเปลี่ยนพารามิเตอร์ a ข.) การเปลี่ยนพารามิเตอร์ b ค.) การเปลี่ยนพารามิเตอร์ c ง.) การเปลี่ยนพารามิเตอร์ a และ b

ฟัซซีเซตจะมีส่วนของความคลุมเครือ ทำให้สามารถนำไปสร้างแบบจำลองของข้อมูลได้ดีกว่าเซตดั้งเดิม โดยในการนำฟัซซีเซตไปใช้สร้างแบบจำลอง ฟัซซีเซตจะสามารถสร้างแบบจำลองของข้อมูลซึ่งมีความคลุมเครือในธรรมชาติทั่วไป โดยใช้ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกในการกำหนดขอบเขตความคลุมเครือที่แตกต่างกันในข้อมูลแต่ละชนิด

3.3 ตัวแปรภาษา (Linguistic Variable)

ทฤษฎีฟัซซีเกิดขึ้นมาจากความพยายามที่จะสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบที่พิจารณาให้ใกล้เคียงความเป็นจริงที่ตัวแปรต่าง ๆ มีความคลุมเครือ และมีความสัมพันธ์ที่ซับซ้อน หากจะสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้สมการทางคณิตศาสตร์ก็จะต้องใช้สมการที่มีความซับซ้อนและยุ่งยาก

Zadeh [10] ได้นำเสนอแนวคิดของตัวแปรภาษาขึ้นโดยใช้หลักการของฟัซซีเซต เพื่อความสะดวกในการวิเคราะห์ระบบ โดยการกำหนดตัวแปรเป็นภาษามนุษย์ และมีค่าต่าง ๆ เป็นภาษามนุษย์เช่นกัน ตัวอย่างเช่น ตัวแปรภาษาคือ “อายุ” ซึ่งประกอบด้วยค่าภาษา (Linguistic Value) คือ “หนุ่ม, สาว” “วัยกลางคน” “แก่” เป็นต้น โดยค่าภาษาแต่ละค่าจะเป็นฟัซซีเซตซึ่งมีฟังก์ชันความเป็นสมาชิกดังแสดงในรูปด้านล่าง



รูปที่ 3.4 ตัวแปรภาษา (อายุ) และค่าภาษา (หนุ่มสาว,วัยกลางคน,แก่)

การสร้างแบบจำลองลักษณะนี้มีความใกล้เคียงกับการตัดสินใจของมนุษย์ จากภาพจะเห็นได้ว่าหากจะจำลองกลุ่มคนในวัยต่าง ๆ ด้วยเซตดั้งเดิมจะมีความไม่เหมาะสมเพราะคำที่แสดงถึงคนวัยต่าง ๆ นั้นมีความคลุมเครือไม่สามารถตัดแบ่งช่วงอายุได้อย่างชัดเจน และจากหลักการในการสร้างตัวแปรภาษาจากฟัซซีเซตนี้ จะนำไปสู่กฎของฟัซซีซึ่งเป็นการตัดสินใจโดยใช้ตรรกะเหตุผลที่เลียนแบบมนุษย์ต่อไป

3.4 กฎของฟัซซี (fuzzy rule)

พื้นฐานในการตัดสินใจของมนุษย์จะรับข้อมูลซึ่งเป็นตัวแปรภาษาเข้ามาจากนั้นจึงผ่านกระบวนการความคิดโดยใช้เหตุผล เช่น ถ้า “วัยกลางคน” แล้ว “ทำงานได้” , ถ้า “วัยชรา” แล้ว

"ทำงานไม่ได้" เป็นต้น ดังนั้นจึงมีการนำหลักการนี้ไปใช้สร้างการใช้ตรรกะแบบมนุษย์ซึ่งเรียกว่า กฎของฟัซซี (fuzzy rule) ขึ้นมา

กฎของฟัซซีเป็นการหาขาออกโดยส่งขาเข้าซึ่งเป็นตัวแปรภาษาผ่านตรรกะเหตุผลซึ่งอยู่ในรูปแบบดังนี้

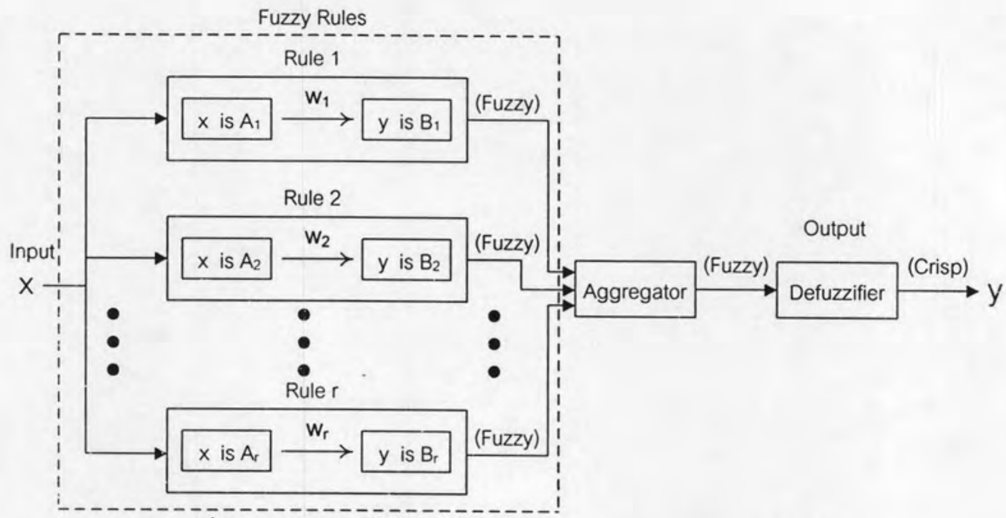
$$\textit{if } x \textit{ is } A \textit{ then } y \textit{ is } B, \tag{3.6}$$

เมื่อ A และ B เป็นค่าภาษา (Linguistic Value) ซึ่งอยู่ในฟัซซีเซตที่มียูนิเวิร์ส X และ Y ตามลำดับ โดยเรียกประโยค "*x is A*" ว่าพรีมิส (premise) และเรียกประโยค "*y is B*" ว่าคอนซีเควนท์ (consequent) ทั้งนี้กฎของฟัซซีจะเป็นพื้นฐานในระบบอนุมานแบบฟัซซีซึ่งประกอบด้วยพรีมิสที่มีตัวแปรภาษาหลายตัวและใช้กฎของฟัซซีจำนวนมาก เพื่อจำลองการตัดสินใจที่มีความสลับซับซ้อนมากขึ้นได้

3.5 ระบบอนุมานฟัซซี (Fuzzy Inference System,FIS)

จากกฎของฟัซซีนำไปสู่การใช้ตรรกะเหตุผลในการตัดสินใจหรือหาคำตอบของระบบที่ซับซ้อนขึ้น โดยใช้กฎของฟัซซีจำนวนมาก ซึ่งวิธีการหาคำตอบโดยใช้กฎของฟัซซีเช่นนี้เรียกว่า ระบบอนุมานฟัซซี (Fuzzy Inference System,FIS)

ระบบอนุมานฟัซซีเป็นโครงสร้างการคำนวณที่มีพื้นฐานมาจากทฤษฎีฟัซซีเซตและกฎของฟัซซี ระบบนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการตัดสินใจ หรือการพยากรณ์ค่าต่าง ๆ จากขาเข้าที่ป้อนให้กับระบบ โดยโครงสร้างของระบบอนุมานฟัซซีประกอบด้วยส่วนขาเข้า ส่วนโครงสร้างกฎของฟัซซี และส่วนขาออก ดังรูปด้านล่าง

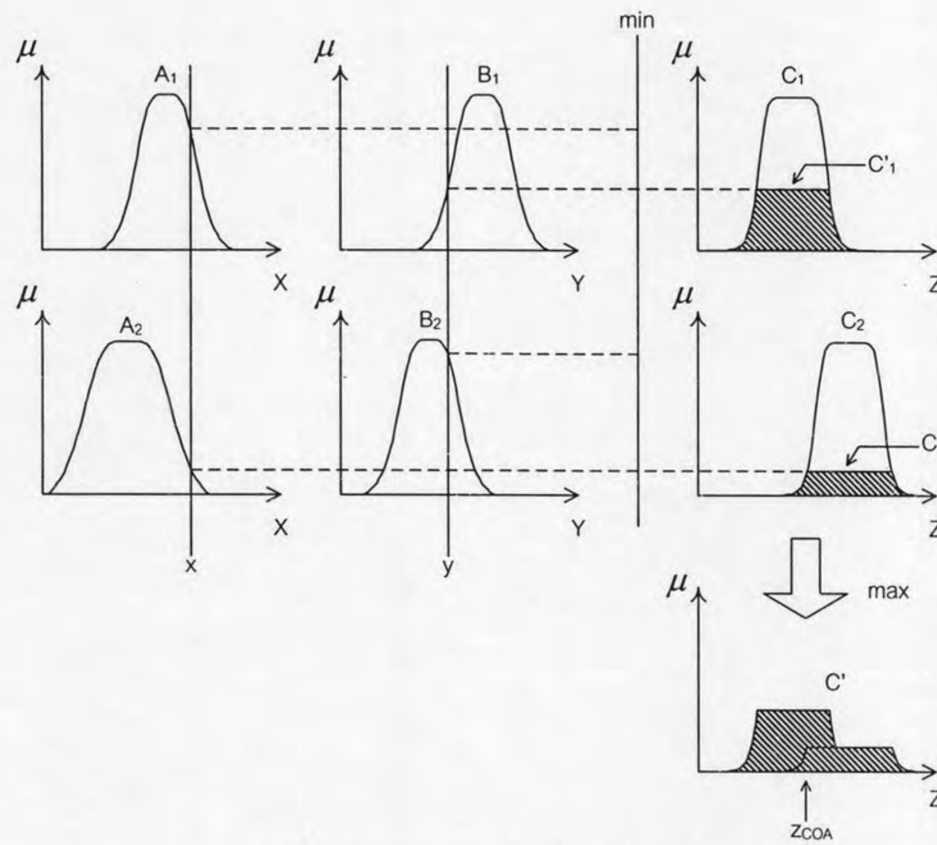


รูปที่ 3.5 แผนภาพแสดงโครงสร้างของระบบอนุมานแบบฟัซซี

จากรูปขาเข้าจะรับค่าซึ่งอาจจะเป็นค่าดั้งเดิม (Crisp) หรือเป็นค่าฟัซซีก็ได้ ค่าที่รับเข้ามาจะผ่านการแปลงโดยใช้กฎของฟัซซีและส่งขาออกออกมาเป็นค่าฟัซซีเสมอ ในการประยุกต์ใช้งานหากต้องการให้ขาออกมีค่าออกมาเป็นค่าดั้งเดิมจะต้องมีการแปลงกลับฟัซซี (Defuzzification) ในส่วนของขาออกให้กลับเป็นค่าดั้งเดิม อย่างไรก็ตามระบบอนุมานฟัซซีแบ่งออกเป็นชนิดต่าง ๆ ซึ่งมีวิธีการคำนวณขาออกที่แตกต่างกัน

3.5.1 ระบบอนุมานฟัซซีแบบ Mamdani

ระบบอนุมานฟัซซีแบบ Mamdani [11] มีการนำเสนอครั้งแรกเพื่อใช้ควบคุมเครื่องจักรไอน้ำและส่วนประกอบของหม้อน้ำ โดยใช้ค่าตัวแปรภาษาผ่านกฎของฟัซซีซึ่งเป็นระบบตรรกะเลียนแบบประสบการณ์ของมนุษย์ ระบบอนุมานฟัซซีแบบ Mamdani แสดงได้ดังรูปด้านล่าง



รูปที่ 3.6 ระบบอนุมานฟัซซีแบบ Mamdani

ระบบอนุมานฟัซซีดังรูปที่มีตัวแปรขาเข้า 2 ตัวคือ x และ y ซึ่งขาเข้าแต่ละตัวประกอบด้วยฟัซซีเซต 2 เซต ทำการอนุมานผ่านกฎจำนวน 2 กฎคือ

$$if \ \text{"}x \ is \ A_1\text{"} \ and \ \text{"}y \ is \ B_1\text{"} \ then \ \text{"z} \ is \ C_1\text{"}, \tag{3.7}$$

$$if \ \text{"}x \ is \ A_2\text{"} \ and \ \text{"}y \ is \ B_2\text{"} \ then \ \text{"z} \ is \ C_2\text{"}, \tag{3.8}$$

ค่า x และ y ที่เข้าสู่ระบบอนุมานฟัซซีจะมีการพิจารณาว่าเป็นสมาชิกในฟัซซีเซตแต่ละตัวด้วยค่าความเป็นสมาชิกเท่าใด ในกฎแรกค่าความเป็นสมาชิกของ x ใน A_1 และค่าความเป็นสมาชิกของ y ใน B_1 จะนำมาผ่านตัวดำเนินการ “min” ซึ่งหาค่าน้อยที่สุดของค่าความเป็นสมาชิก ขาออกของกฎนี้จะเป็นฟัซซีเซต C_1 ซึ่งมีการตัดยอดออกให้เหลือค่าความเป็นสมาชิกค่าเดียวกับค่าความเป็นสมาชิกน้อยที่สุดของขาเข้าในกฎนี้ ในกฎที่ 2 ก็ทำลักษณะนี้เช่นกันจะได้ขาออกเป็นฟัซซีเซต C_2 ที่มีการตัดยอด สุดท้ายจะนำขาออกของแต่ละกฎมารวมกันด้วยตัวดำเนินการ “max” ได้ขาออกรวมเป็นฟัซซีเซต C'

ในส่วนของขาออกที่ได้จากระบบอนุมานแบบ Mamdani ขาออกที่เป็นค่าฟัซซีจะถูกแปลงกลับเป็นค่าดั้งเดิม โดยใช้การแปลงกลับฟัซซีซึ่งมีอยู่หลายวิธีแต่วิธีที่นิยมใช้คือการแปลงกลับฟัซซีแบบจุดศูนย์กลางร่วมของพื้นที่ (Centroid of Area) ซึ่งหาได้ดังนี้

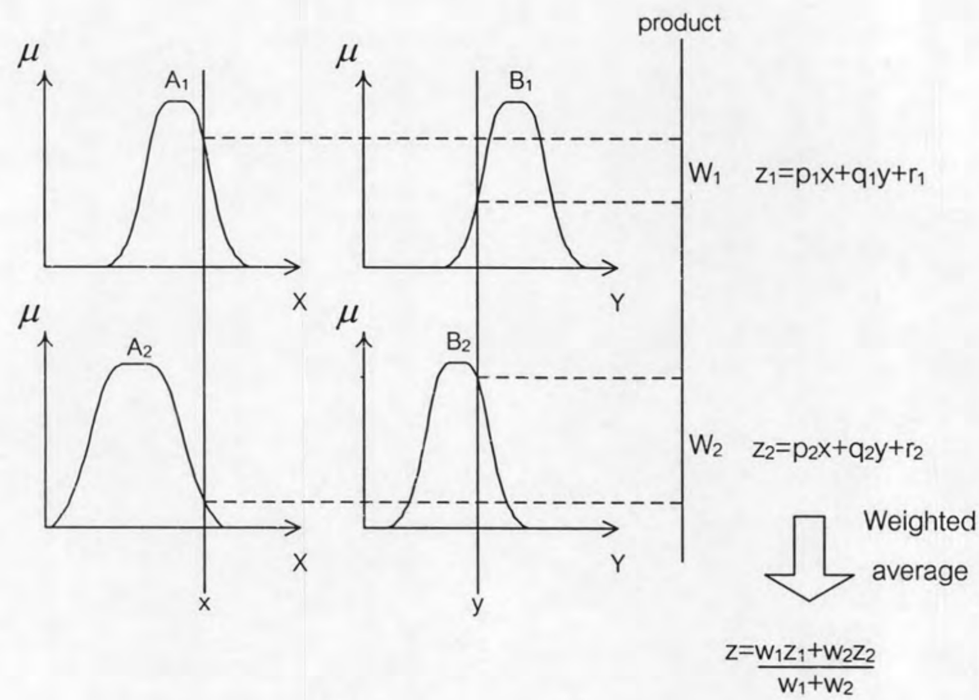
$$z_{COA} = \frac{\int_Z \mu(z) z dz}{\int_Z \mu(z) dz} \tag{3.9}$$

3.5.2 ระบบอนุมานฟัซซีแบบ Sugeno

Sugeno, Takagi และ Kang [12,16] ได้นำเสนอระบบอนุมานฟัซซีแบบ Sugeno ซึ่งปรับปรุงระบบอนุมานฟัซซีให้สามารถประยุกต์ใช้กับงานต่าง ๆ ได้อย่างเป็นระบบมากขึ้น และลดเวลาที่ใช้แปลงกลับฟัซซีให้เป็นค่าดั้งเดิมที่ขาออก โดย Sugeno ได้กำหนดกฎของระบบอนุมานฟัซซีอยู่ในรูปแบบดังนี้

$$\textit{if "x is A" and "y is B" then } z = f(x, y), \tag{3.10}$$

A และ B เป็นฟัซซีเซตในส่วนของพรีมิส ในขณะที่ส่วนของคอนซีเควนท์มี $z = f(x, y)$ เป็นฟังก์ชันของค่าดั้งเดิม โดย $f(x, y)$ เป็นสมการโพลิโนเมียลของตัวแปรขาเข้า x และ y ตัวอย่างของระบบอนุมานฟัซซีแบบ Sugeno แสดงได้ดังรูปต่อไปนี้



รูปที่ 3.7 ระบบอนุมานฟัซซีแบบ Sugeno

จากรูปเป็นระบบอนุมานฟัซซีแบบ Sugeno ซึ่งมีขาเข้าคือ x และ y โดยมีกฎคือ

$$if \ \ "x \ is \ A_1" \ \ and \ \ "y \ is \ B_1" \ \ then \ \ z_1 = p_1x + q_1y + r_1, \tag{3.11}$$

$$if \ \ "x \ is \ A_2" \ \ and \ \ "y \ is \ B_2" \ \ then \ z_2 = p_2x + q_2y + r_2, \tag{3.12}$$

ค่า x และ y ที่ป้อนเข้าสู่ระบบอนุมานจะมีค่าความเป็นสมาชิกในฟัซซีเซตแตกต่างกัน เมื่อได้ค่าความเป็นสมาชิกของฟัซซีเซตในกฎที่กำลังพิจารณา จึงนำค่าความเป็นสมาชิกมาผ่านตัวดำเนินการ "product" ซึ่งเป็นผลคูณของค่าความเป็นสมาชิกที่ได้จาก x และ y ทำให้ได้ค่าถ่วงน้ำหนัก (w) ในกฎแต่ละกฎออกมา คำตอบที่ได้จากกฎแต่ละกฎจะคำนวณด้วยสมการโพลิโนเมียล จากนั้นจึงนำมารวมกันโดยการหาค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักดังนี้

$$z = \frac{w_1 z_1 + w_2 z_2}{w_1 + w_2} \tag{3.13}$$

ได้เป็นผลลัพธ์โดยรวมซึ่งเป็นขาออกของระบบอนุมานฟัซซีแบบ Sugeno

3.6 สรุป

จากหลักการของฟัซซีเซตสามารถนำไปประยุกต์ใช้จำลองระบบที่มีความซับซ้อนได้ดี เนื่องจากมีการจำลองกลุ่มข้อมูลที่มีความคลุมเครือซึ่งตรงกับธรรมชาติของกลุ่มข้อมูล ฟัซซีเซตสามารถนำไปสร้างแบบจำลองของขาเข้าและแบบจำลองของค่าขาออกที่ต้องการพิจารณาด้วยการกำหนดช่วงของค่าที่ต้องการด้วยค่าภาษาที่บอกปริมาณตามคำพูดของมนุษย์ และแบบจำลองที่สร้างขึ้นก็สามารถนำไปอนุมานขาออกได้ ซึ่งระบบอนุมานนี้จะสามารถคำนวณขาออกโดยไม่ต้องใช้สมการทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนแต่อาศัยกฎของฟัซซีที่เลียนแบบตรรกะการใช้เหตุผล ซึ่งหลักการที่กล่าวมาในบทนี้จะเป็นพื้นฐานนำไปสู่การสร้างระบบอนุมานนิวโรฟัซซีแบบปรับตัวได้ (Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System, ANFIS) ต่อไป