บทที่ 3

การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าต่อสัญญาณไฟตรง (DC Circuit Analysis)

3.1 ทฤษฎีหลักในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าต่อสัญญาณไฟตรง

การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าต่อสัญญาณไฟตรง คือ การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าใดๆ ในสภาวะ steady state ซึ่งเอลเมนท์ของวงจรไฟฟ้าอาจเป็นลิเนียร์หรือนอนลิเนียร์เอลเมนท์ก็ได้ แต่จะต้องไม่เป็นไดนามิคเอลเมนท์ (dynamic element) หรือเอลเมนท์ที่แปรค่ากับเวลา โดยทั่วไปเราสามารถเขียนเซ็ทของสมการไฟฟ้าใดๆ ในรูปของ

$$f(x) = 0$$

โดยที่ x คือ เวคเตอร์ของคำตอบที่ต้องการ

วิธีหาคำตอบของสมการวงจรไฟฟ้าที่เหมาะสม คือ วิธีอิเทเรทีฟ (iterative) ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้ คือ

1. สมมุติคำตอบของสมการมีค่า $x=x^{(0)}$ เรียกว่า initial guess
2. คำนวณค่า $f(x)$ โดยการแทนค่าคำตอบ x ลงในสมการวงจรไฟฟ้าข้างต้น
3. ตรวจสอบค่าของ $f(x)$ จากข้อ2 กับค่า ε ซึ่งเป็นจำนวนเลขบวกน้อยๆ ที่ได้กำหนดไว้ก่อน บางทีเรียกว่า error criteria
   ถ้า $f(x) \leq \varepsilon$ แสดงว่าได้คำตอบเป็นที่น่าพอใจให้หยุดการคำนวณได้
   ถ้า $f(x) > \varepsilon$ แสดงว่าคำตอบที่ได้ยังไม่เป็นที่พอใจให้ทำการคำนวณในขั้น 4 ต่อไป
4. โดยการใช้วิธีอิเทเรทีฟของนิวตัน-ราล์ฟสัน (Newton-Ralphson) (16) ในการสมมติหาค่าคำตอบในรอบต่อไป สมมติได้คำตอบใหม่มีค่า $x = x^{(1)} + r\,\Delta x^{(1)}$ โดยที่ $\Delta x^{(1)}$ คือคำตอบของการแก้สมการของจาโคเบียนเมตริกซ์ (Jacobian matrix) ซึ่งจะกล่าวอย่างละเอียดในตอนต่อไป หลังจากรู้ค่า x แล้วให้กลับไปคำนวณในข้อ 2 ทำการคำนวณเช่นนี้ทุกครั้งจนกว่าจะได้คำตอบตามต้องการ

3.2 ขั้นตอนในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าต่อสัญญาณไฟตรง (10,17)

การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าใดๆ ต่อสัญญาณไฟตรงด้วยวิธีนิวตัน-ราล์ฟสัน อาจทำได้ดังนี้

1. ให้ดัชนี $q = 0$ และสมมติค่า initial guess $x^{(q)}$
2. คำนวณค่า $w^{(q)}$ จากสมการต่อไปนี้

$$w^{(q)} = T\,x^{(q)} + sf \qquad (3.1)$$

3. คำนวณเวคเตอร์ของความผิดพลาดจากสมการต่อไปนี้

$$ERR^{(q)} = H(x^{(q)}, w^{(q)}) \qquad (3.2)$$

ถ้าความสัมพันธ์ $\|ERR^{(q)}\| / (\|x^{(q)}\| + \|w^{(q)}\|) < \varepsilon$ โดยที่ ε คือจำนวนเลขบวกน้อยๆ ที่กำหนดไว้ แสดงว่าได้คำตอบที่ยอมรับได้ให้ข้ามไปขั้นตอน 5 มิฉนั้นกลับไปขั้นตอน 4

4. คำนวณเวคเตอร์ x ค่าใหม่ ด้วยวิธีนิวตัน-ราล์ฟสัน เพื่อนำไปคำนวณในรอบต่อไป โดยใช้สมการต่อไปนี้

$$x^{(q+1)} = x^{(q)} + r^{(q)} \Delta x^{(q)} \qquad (3.3)$$

โดยที่ $$\Delta x^{(q)} = -(dERR/dx)^{-1}_{x^{(q)}}\, ERR^{(q)} \qquad (3.4)$$

$r^{(q)}$ คือแฟคเตอร์ของความเร่ง และให้ $q = q+1$ กลับไปขั้นตอน 2

5. ให้ $x = x^{(q)}$, $w = w^{(q)}$ และคำนวณค่าเวคเตอร์ m จากสมการต่อไปนี้

$$m = -S^t x + Df$$

จะได้คำตอบ x,w และ m ตามต้องการ และหยุดการคำนวณ

แฟคเตอร์ของความเร่งในขั้นตอนที่ 4 มีไว้เพื่อควบคุมความถูกต้องของเวคเตอร์ x โดยให้เวคเตอร์ของความผิดพลาดมีค่าน้อยที่สุดในแต่ละรอบการคำนวณ ถ้าทุกเอลเมนท์ของวงจรเป็นชนิดเชิงเส้นให้แฟคเตอร์ของความเร่งเท่ากับหนึ่ง มิฉนั้นอาจใช้วิธี Quadratic interpolation (14) หาค่าแฟคเตอร์ของความเร่งในแต่ละรอบการคำนวณ

ในขั้นตอนที่ 4 อนุพันธ์ของแฟคเตอร์ของความผิดพลาดเทียบกับเวคเตอร์ x หรือจาโคเบียนเมตริกซ์ของระบบสามารถหาได้จากการทำอนุพันธ์สมการ (3.2)นั่นคือ

$$\begin{aligned} d\,ERR/dx &= dH(x,w)/dx \\ &= (\partial H/\partial x)(dx/dx) + (\partial H/\partial w)(dw/dx) \end{aligned} \qquad (3.5)$$

จากสมการ (3.1) เราจะได้ว่า $dw/dx = T$ ดังนั้นเราจะได้

$$dERR/dx = (\partial H/\partial x) + (\partial H/\partial w)T$$

ในการเขียนโปรแกรม เรากระจายความสัมพันธ์ของกระแสและแรงดันให้อยู่ในรูปของ

$$H(x,w) = H_x X + H_w W + H_n(x,w)$$

H_x และ H_w คือ เวคเตอร์ซึ่งเป็นค่าคงที่ของเอลเมนท์ชนิดเชิงเส้น

$H_n(x,w)$ คือ เวคเตอร์ซึ่งเป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างกระแสและแรงดันของนอนลิเนียร์เอลเมนท์

ดังนั้นเวคเตอร์ของความผิดพลาด (error vector) และจาโคเบียนเมตริกซ์จะได้จากสมการต่อไปนี้

$$ERR^{(q)} = H_x X^{(q)} + H_w w^{(q)} + H_n(x^{(q)}, w^{(q)}) \quad (3.6)$$

$$(dERR/dx)_{x^{(q)}} = H_x + H_w T + (dH_n/dx)_{x^{(q)}} \quad (3.7)$$

โดยที่ dH_n/dx อาจได้จากสมการอนุพันธ์ทางนิวเมอริกัล (numerical) ดังต่อไปนี้

$$f'(x) = \left[f(x+\Delta x) - f(x)\right] / \Delta x \quad (3.8)$$

ให้ $\Delta x = 0.01x$ เป็นค่าที่กำหนดขึ้นเพื่อคำนวณค่าของ dH_n/dx หลังจากหาค่าของจาโคเบียนเมตริกซ์ $(dERR/dx)_{x^{(q)}}$ และเวคเตอร์ของความผิดพลาด $ERR^{(q)}$ ได้แล้ว และโดยการแทนค่ากลับไปในสมการ (3.4) ก็จะสามารถหาค่า $\Delta x^{(q)}$ ที่เหมาะสมสำหรับหาค่า $x^{(q+1)}$ ค่าใหม่ได้