บทที่ 2

ทฤษฎีที่ใช้ในการวิจัย

ในการทดลองทุกประเภทมีหลักสำคัญข้อหนึ่งคือ ผู้ทดลองต้องพยายามใช้วิธีการต่าง ๆ เพื่อควบคุมหรือลดความแปรปรวนในการทดลองให้มีน้อยที่สุด ซึ่งการควบคุมหรือลดความแปรปรวนในการทดลอง หากพิจารณากว้าง ๆ อาจแยกได้เป็น 2 ประเภท คือ การควบคุมโดยตรง และการควบคุมทางอ้อมโดยใช้สถิติช่วย

การควบคุมความแปรปรวนโดยตรง การควบคุมประเภทนี้ทำโดยอาศัยเทคนิคต่าง ๆ ประกอบการทดลอง เช่น ใช้หน่วยทดลองที่สม่ำเสมอ เลือกสภาพแวดล้อมที่เหมาะสม ใช้แผนการทดลองที่เหมาะสมโดยที่ในการวิจัยครั้งนี้ใช้การวิเคราะห์ความแปรปรวนของการวัดซ้ำ และการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสุ่มภายในบล็อค[1]

การควบคุมความแปรปรวนทางอ้อม กรณีนี้ควรใช้หลักสถิติช่วยโดยการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม

การวิจัยนี้จำเป็นต้องใช้ทฤษฎีทางสถิติเพื่อสรุปผลตามวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้คือ

2.1 <u>การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมแบบสุ่มสมบูรณ์</u> (Analysis of Covariance on Completely Randomized Design)

การควบคุมทางสถิติหรือการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม เป็นการรวมการวิเคราะห์ความแปรปรวนกับการวิเคราะห์ความถดถอยเข้าด้วยกัน วิธีนี้ใช้วัดตัวแปรที่ร่วมมากับหน่วยทดลอง และถือว่าเป็นตัวแปรร่วม (Covariable) เพิ่มขึ้นจากการวัดตัวแปรตามอีกอย่างน้อย 1 ตัว ตัวแปรร่วมนี้จะเป็นแหล่งความแปรปรวนที่มิได้ควบคุมด้วยการทดลองและเชื่อว่ามีผลต่อตัวแปรตาม ในวิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมนี้เป็นการปรับผลการทดลองโดยขจัดส่วนที่มิได้ควบคุมอันเป็น

---

[1] อุทุมพร ทองอุไทย, ดร., แผนวิเคราะห์ข้อมูลพฤติกรรมศาสตร์, (กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์เจริญผล, 2523). หน้า 388.

ผลจากตัวแปรร่วมออกไป

การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมมีตัวแบบการวิเคราะห์ ดังนี้ และลักษณะของข้อมูลแสดงไว้ในตารางที่ 2.1.1

ตัวแบบสำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์[1]

$$Y_{ij} = \mu+\alpha_i+\beta\ (X_{ij}-\bar{X}_{..}) +\Sigma_{ij}\ ; \quad i = 1,2, \ldots t$$

$$j = 1,2, \ldots r$$

โดยที่ Y_{ij} หมายถึง ค่าสังเกตุจากหน่วยทดลองที่ j ได้รับทรีทเมนต์ที่ i

μ หมายถึง ค่าเฉลี่ยของประชากร

α_i หมายถึง อิทธิพลของทรีทเมนต์ที่ i

β หมายถึง สัมประสิทธิ์ของการถดถอย

$X_{ij}-\bar{X}_{..}$ หมายถึง ค่าเบี่ยงเบนของตัวแปรร่วมที่ (i,j) จากค่าเฉลี่ยทั้งหมดของตัวแปรร่วม

Σ_{ij} หมายถึง ค่าความคลาดเคลื่อนของการทดลองจากหน่วยทดลองที่ (i,j)

---

[1] สุรพล อุปดิสสกุล, ดร., สถิติการวางแผนการทดลอง, (กรุงเทพมหานคร: แอ๊สเอ็ทการพิมพ์, 2526) หน้า 351.

ตารางที่ 2.1.1 ข้อมูลของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

TREATMENT (i = 1,2, ..., t)								
1		2		3		....	t	
X	Y	X	Y	X	Y		X	Y
X_{11}	Y_{11}	X_{21}	Y_{21}	X_{31}	Y_{31}	....	X_{t1}	Y_{t1}
X_{12}	Y_{12}	X_{22}	Y_{22}	X_{32}	Y_{32}	....	X_{t1}	Y_{t2}
X_{13}	Y_{13}	X_{23}	Y_{23}	X_{33}	Y_{33}	....	X_{t3}	Y_{t3}
:	:	:	:	:	:		:	:
:	:	:	:	:	:		:	:
:	:	:	:	:	:		:	:
X_{1r}	Y_{1r}	X_{2r}	Y_{2r}	X_{3r}	Y_{3r}		X_{tr}	Y_{tr}

2.1.1 ข้อสัมมุติเบื้องต้นในการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม (Assumption Underlying the Analysis of Covariance)

การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมเพื่อทดสอบอิทธิพลต่าง ๆ ที่มีอยู่ในการทดลอง มีข้อสัมมุติคือ[1]

1. ข้อกำหนดตามปกติของการวิเคราะห์ความแปรปรวนคือ
   1.1 อิทธิพลของทรีทเมนต์และสิ่งแวดล้อมอื่น ๆ เป็นแบบบวก (Additive)
   1.2 ความคลาดเคลื่อนของการทดลองเกิดขึ้นโดยสุ่ม เป็นอิสระต่อกัน และมีลักษณะการแจกแจงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และมีค่าความแปรปรวนเป็น σ^2
2. ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมมีข้อกำหนดต่อไปอีกคือ
   2.1 การถดถอยของตัวแปรตาม Y ที่ขึ้นต่อตัวแปรร่วม X เป็นเส้นตรง
   2.2 สัมประสิทธิ์การถดถอยในกลุ่มประชากรต้องเป็นเอกพันธ์ (Homogeneous) สำหรับ ทรีทเมนท์ t ระดับ
   2.3 ตัวแปรร่วม X ซึ่งเป็นตัวแปรอิสระ ถือว่าไม่ถูกอิทธิพลของทรีทเมนต์ และการวัดไม่มีความคลาดเคลื่อน

การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์เพื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ แสดงไว้ในตารางที่ 2.1.2 ดังนี้คือ[2]

---

[1] จรัส สันทลักษณา, ดร., สถิติวิธีวิเคราะห์และวางแผนงานวิจัย, (กรุงเทพมหานคร: ไทยวัฒนาพานิช, 2523) หน้า 339.

[2] จรัส สันทลักษณา, เล่มเดียวกัน หน้า 341.

ตารางที่ 2.1.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมของข้อมูลจากตารางที่ 2.1.1

SOV	df	SS AND SUM OF PRODUCT			SS ADJUSTED		
		ΣX^2	ΣXY	ΣY^2	$\Sigma Y^2 - \frac{(\Sigma XY)^2}{\Sigma X^2}$	M.S	F RATIO
TOTAL	rt	$\sum\limits_{ij}^{tr} \sum X_{ij}^2$	$\sum\limits_{ij}^{tr} \sum X_{ij} Y_{ij}$	$\sum\limits_{ij}^{tr} \sum Y_{ij}^2$			
MEAN	1	$X^2_{..}/_{rt}$	$X_{..}Y_{..}/_{rt}$	$Y^2_{..}/_{rt}$			
TREATMENT	t-1	Txx	Txy	Tyy			$\frac{Tyy/(t-1)}{Eyy/(t(r-1))}$
ERROR	t(r-1)	Exx	Exy	Eyy	$Eyy - \frac{(Exy)^2}{Exx} = B$		$\frac{Txx/(t-1)}{Exx/(t(r-1))}$
TREATMENT+ERROR ADJUST FOR X	tr-1 tr-t-1	Sxx= Txx+Exx	Sxy= Txy+Exy	Syy= Tyy+Eyy	$Syy - \frac{(Sxy)^2}{Sxx} = A$		
TREATMENT ADJUST FOR X	t-1				A-B=C		$\frac{C/(t-1)}{B/(t(r-1)-1)}$

2.1.2 การทดสอบสมมุติฐานของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม

1. H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรที่ยังไม่ได้ปรับค่าเนื่องจากตัวแปรร่วม X

($H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots \mu_t$)

H_1 : มีค่าเฉลี่ยของประชากรที่ยังไม่ได้ปรับค่าเนื่องจากตัวแปรร่วม x อย่างน้อย 2 ประชากรไม่เท่ากัน

ตัวสถิติ $F = \frac{Tyy/(t-1)}{Eyy/(t(r-1))}$; ของ y ที่ยังไม่ได้ปรับค่าเนื่องจากตัวแปรร่วม

$F = \frac{Txx/(t-1)}{Exx/(t(r-1))}$; ของ x.

; $F\ (t-1, t(r-1))$

2. H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของประชากรที่ได้ปรับค่าเนื่องจากตัวแปรร่วม x แล้ว

($H_0 : \mu_{1.x} = \mu_{2.x} = \ldots . = \mu_{t.x}$)

H_1 : มีค่าเฉลี่ยของประชากรที่ได้ปรับค่าเนื่องจากตัวแปรร่วม x แล้วอย่างน้อย 2 ประชากรไม่เท่ากัน

ตัวสถิติ $F = \frac{C/(t-1)}{B/(t(r-1)-1)}$; $F\ (t-1, tr-t-1)$

3. $H_0 : \beta = 0$

$H_1 : \beta \neq 0$

ตัวสถิติ $F = \frac{(Exy)^2/Exx}{(Exy - \frac{(Exy)^2}{Exx}) / (tr-t-1)}$; $F\ (1, (tr-t-1))$

สัญญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณ

$$Exx = \sum_{ij}^{tr}\sum (X_{ij} - \bar{X}_{i.})^2$$

$$Exy = \sum_{ij}^{tr}\sum (X_{ij} - \bar{X}_{i.})(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})$$

$$Eyy = \sum_{ij}^{tr}\sum (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2$$

$$Txx = \sum_{ij}^{tr}\sum (X_{i.} - \bar{X}_{..})^2$$

$$Txy = \sum_{ij}^{tr}\sum (X_{i.} - \bar{X}_{..})\ (Y_{i.} - \bar{Y}_{..})$$

$$Tyy = \sum_{ij}^{tr}\sum (Y_{i.} - \bar{Y}_{..})^2$$

$$Sxx = Txx + Exx$$

$$Sxy = Txy + Exy$$

$$Syy = Tyy + Eyy$$

2.2 <u>การวิเคราะห์ความแปรปรวนของการวัดซ้ำ</u> (Analysis of Variance on Repeated Measurement)

แผนการทดลองแบบวัดซ้ำที่นำมาใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ได้พิจารณาถึงแผนการทดลองที่มีการวัดซ้ำ (Trial) เพียง 2 ครั้งโดยที่การวัดค่าครั้งแรกนั้นเป็นค่าของตัวแปร X (ซึ่งเป็นตัวแปรร่วมที่เก็บได้ก่อนที่จะได้รับอิทธิพลของทรีทเมนต์) และการวัดครั้งที่สองเป็นค่าของตัวแปรตาม Y (ซึ่งได้รับหลังจากที่หน่วยทดลองได้รับอิทธิพลของทรีทเมนต์แล้ว) ซึ่งคล้ายกับเป็น Pretest-Posttest Design โดยที่ Pretest คือตัวแปรร่วม X คือวัดก่อนได้รับอิทธิพลของทรีทเมนต์ และ Posttest เป็นตัวแปรตาม Y โดยวัดหลังจากได้รับอิทธิพลของทรีทเมนต์แล้ว หลังจากนั้นจึงใช้วิธีการของ Repeated Measurement Anova เข้าไปช่วยในการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบวัดซ้ำ มีตัวแบบการวิเคราะห์ (Model) ดังนี้

แบบหุ่นสำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบวัดซ้ำ[1]

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + b_{ij} + \gamma_k + \delta_{ik} + g_{ijk} \; ; i = 1,2, \ldots I$$
$$j = 1,2, \ldots n_i$$
$$k = 1,2, \ldots, k$$

โดยที่ Y_{ijk} หมายถึง ค่าสังเกตที่ j ที่ได้รับทรีทเมนต์ที่ i ซ้ำที่ k

μ หมายถึง ค่าเฉลี่ยของประชากร

α_i หมายถึง อิทธิพลของทรีทเมนต์ที่ i

b_{ij} หมายถึง อิทธิพลของหน่วยทดลองที่ j ที่ได้รับทรีทเมนต์ที่ i

γ_k หมายถึง อิทธิพลของการทำซ้ำ ที่ k

δ_{ik} หมายถึง อิทธิพลระหว่างอินเตอร์แลคชั่นระหว่างทรีทเมนต์กับการทำซ้ำ

g_{ijk} หมายถึง ความคลาดเคลื่อนจากหน่วยทดลองที่ j ที่ได้รับทรีทเมนต์ที่ i บนการทำซ้ำ ที่ k

2.2.1 ข้อสัมมุติเบื้องต้นในการวิเคราะห์ความแปรปรวนของการวัดซ้ำ[2]

การวิเคราะห์ความแปรปรวนเพื่อทดสอบอิทธิพลต่างๆ ที่มีอยู่ในการทดลอง มีข้อสัมมุติคือ

---

[1] M.B. Danford, Harry M. Hughes and R.C. McNEE, "On the Analysis of Repeated-Measurements Experiments", Biometric 16, 1960. p. 547.

[2] สุรพล อุปดิสสกุล, ดร., เล่มเดียวกัน หน้า 69.

1. อิทธิพลของทรีทเมนต์และสิ่งแวดล้อมอื่น ๆ เป็นแบบบวก

2. ในแต่ละการทำซ้ำต้องมีครบทุกสิ่งทดลอง

3. แต่ละสิ่งทดลองจะต้องปรากฏเป็นจำนวนครั้งที่เท่ากันในแต่ละการทำซ้ำ

4. ความคลาดเคลื่อนของการทดลอง เกิดขึ้นโดยสุ่มเป็นอิสระต่อกัน และมีลักษณะการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และมีความแปรปรวนเป็น σ^2

2.2.2 การทดสอบสมมุติฐานของการวิเคราะห์ความแปรปรวนของการวัดซ้ำ

1. H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์
   H_1 : มีอย่างน้อย 1 คู่ที่ไม่เท่ากัน

2. H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของการทำซ้ำ
   H_1 : มีอย่างน้อย 1 คู่ที่ไม่เท่ากัน

3. H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของอินเตอร์แลคชั่นระหว่างทรีทเมนต์ กับการทำซ้ำ
   H_1 : มีอย่างน้อย 1 คู่ที่ไม่เท่ากัน

ในการทดสอบ จะปฏิเสธสมมุติฐานว่างเมื่อค่า F จากการคำนวณมีค่ามากกว่าค่า F จากตารางการแจกแจงแบบ F ที่ระดับความเป็นอิสระ (Degree of Freedom) เท่ากับ (I-1),(N-I) และ(k-1),(N-I)(k-1) และ (k-1)(I-1), (N-I)(k-1) ตามลำดับ (ดูตาราง การจัดข้อมูลและการวิเคราะห์หน้า 17และ 18)

2.3 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสุ่มภายในบล็อคสมบูรณ์ (Analysis of Variance on Randomized Complete Block Design)

แผนการทดลองสุ่มภายในบล็อคสมบูรณ์ที่นำมาศึกษาในการวิจัยในครั้งนี้ ผู้ทดลองสามารถแบ่งหน่วยทดลองออกเป็นกลุ่ม โดยมีจุดประสงค์เพื่อให้หน่วยทดลองที่อยู่ภายในบล็อคเดียวกันมีลักษณะเหมือนกันหรือคล้ายคลึงกันมากที่สุด (Homogeneous) และหน่วยทดลองที่

ตารางที่ 2.2.1 ข้อมูลจากการวิเคราะห์ความแปรปรวนของการวัดซ้ำ (ในกรณีที่ k = 2)

TREATMENT		TRIAL (k = 1,2)	
		PRETEST	POSTTEST
1		Y_{111}	Y_{112}
1	n_1	Y_{121}	Y_{122}
1		Y_{131}	Y_{132}
⋮		⋮	⋮
1		$Y_{1n_1 1}$	$Y_{1n_1 2}$
2		Y_{211}	Y_{212}
2	n_2	Y_{221}	Y_{222}
2		Y_{231}	Y_{232}
⋮		⋮	⋮
2		$Y_{2n_2 1}$	$Y_{2n_2 2}$
:		:	:
:		:	:
:		:	:
I		Y_{I11}	Y_{I12}
I	n_i	Y_{I21}	Y_{I22}
I		Y_{I31}	Y_{I32}
⋮		⋮	⋮
I		$Y_{In_i 1}$	$Y_{In_i 2}$

$\sum_{i=1}^{I} n_i = N$ N = number of Subjects

ตารางที่ 2.2.2 การวิเคราะห์ความแปรปรวนของการวัดซ้ำของข้อมูลจากตารางที่ 2.2.1

SOURCE	df	SS	MS	F-ratio
TREATMENTS	I-1	$\sum_{i}^{I} \frac{\left[\sum_{j}^{n_i}\sum_{k}^{k} Y_{ijk}\right]^2}{n_i k} - CT = SST$	$MST_R = SST/(I-1)$	$F_{TR} = \frac{MST_R}{MSE1}$
SUBJECT WITHIN GROUPS	N-I	$\sum_{i}^{I}\sum_{j}^{n_i} \frac{\left[\sum_{k}^{k} Y_{ijk}\right]^2}{k} - \sum_{i}^{I} \frac{\left[\sum_{j}^{n_i}\sum_{k}^{k} Y_{ijk}\right]^2}{n_i k} = SSE1$	$MSE1 = SSE1/(N-I)$	
TRIALS	K-1	$\sum_{k}^{k} \frac{\left[\sum_{i}^{I}\sum_{j}^{n_i} Y_{ijk}\right]^2}{In_i} - C.T = SSTRI$	$MSTRI = \frac{SSTRI}{k-1}$	$F_{TRI} = \frac{MSTRI}{MSE2}$
TRIAL x TREATMENT	(k-1) (I-1)	$\sum_{k}^{k}\sum_{i}^{I} \frac{\left[\sum_{j}^{n_i} Y_{ijk}\right]^2}{n_i} - \sum_{k}^{k} \frac{\left[\sum_{i}^{i}\sum_{j}^{n_i} Y_{ijk}\right]^2}{In_i} - \sum_{i}^{I} \frac{\left[\sum_{j}^{n_i}\sum_{k}^{k} Y_{ijk}\right]^2}{n_i k} + C.T = SS_{TxTR}$	$MS_{TxTR} = \frac{SS_{TxTR}}{(k-1)(I-1)}$	$F_{TxTR} = \frac{MS_{TxTR}}{MSE2}$
TRIALS x SUBJECTS WITHIN GROUPS	(N-I) (K-1)	$\sum_{i}^{I}\sum_{j}^{n_i}\sum_{k}^{k} Y_{ijk}^2 - \sum_{k}^{k}\sum_{i}^{I} \frac{\left[\sum_{j}^{n_i} Y_{ijk}\right]^2}{n_i} - \sum_{j}^{n_i}\sum_{i}^{I} \frac{\left[\sum_{k}^{k} Y_{ijk}\right]^2}{k} + \sum_{i}^{I} \frac{\left[\sum_{j}^{n_i}\sum_{k}^{k} Y_{ijk}\right]^2}{n_i k} = SSE2$	$MSE2 = \frac{SSE2}{(k-1)(N-I)}$	

$$C.T. = \left[\sum_{i}^{I}\sum_{j}^{n_i}\sum_{k}^{k} Y_{ijk}\right]^2 / Nk$$

$$\Sigma n_i = N$$

อยู่ต่างบล็อคกันมีความแตกต่างกันมากที่สุด สำหรับในการวิจัยเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการวิเคราะห์ทั้ง 3 ตัวแบบนี้นั้น ข้อมูลในแต่ละทรีทเมนต์จะมีการเก็บข้อมูลที่เป็นตัวแปรร่วมและตัวแปรตาม ดังนั้นในการแบ่งบล็อคได้ใช้ตัวแปรร่วมเป็นตัวแบ่งโดยกำหนดให้หน่วยทดลองที่มีค่าของตัวแปรร่วมสูงไว้ในกลุ่มเดียวกันกลุ่มหนึ่ง หน่วยทดลองที่มีค่าของตัวแปรร่วมต่ำรวมกันไว้ในกลุ่มเดียวกันอีกกลุ่มหนึ่ง ซึ่งการกำหนดให้จำนวนบล็อคมีค่าออพติมัล (Optimal) จำนวนบล็อคมีความสัมพันธ์กับค่าของจำนวนทรีทเมนต์ ค่าของสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามกับตัวแปรร่วมและขนาดของตัวอย่างที่ใช้ในการทดลอง โดยที่ถ้าเพิ่มค่าสหสัมพันธ์จำนวนบล็อคก็จะเพิ่มขึ้นด้วย ถ้าเพิ่มขนาดตัวอย่างจำนวนบล็อคก็จะเพิ่มด้วย และถ้าจำนวนทรีทเมนต์ลดลงจำนวนบล็อคจะเพิ่มขึ้น ดังตารางของ Myers[1]

---

[1] Jerome L. Myers, ob. cit.p. 150.

ตารางที่ 2.3.1 การกำหนดจำนวนบล็อคให้มีค่าออพติมัล[1]

สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามกับตัวแปรร่วม	จำนวนทรีทเมนต์	ขนาดตัวอย่าง					
		20	30	50	70	100	150
0.2	2	2	3	4	5	7	9
	5	1	2	2	3	4	6
0.4	2	3	4	6	9	13	17
	5	2	3	4	5	7	10
0.6	2	4	6	9	13	17	25
	5	2	3	5	7	9	14
0.8	2	5	7	12	17	23	25
	5	2	3	5	7	10	15

[1] Jerome L. Myers, op. cit. p 153.

แผนการทดลองแบบสุ่มภายในบล็อคสมบูรณ์มีตัวแบบการวิเคราะห์ (Model) และลักษณะของข้อมูลแสดงไว้ในตารางที่ 2.3.2 ดังนี้

แบบหุ่นสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มภายในบล็อค

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij} + \Sigma_{ijk} \; ; \quad \begin{array}{l} i = 1,2, \ldots r \\ j = 1,2, \ldots t \\ k = 1,2, \ldots n \end{array}$$

โดยที่	Y_{ijk}	หมายถึง	ค่าสังเกตุที่ k ในบล็อคที่ i ทรีทเมนต์ที่ j
	μ	หมายถึง	ค่าเฉลี่ยของประชากร
	α_i	หมายถึง	อิทธิพลของบล็อคที่ i
	β_j	หมายถึง	อิทธิพลของทรีทเมนต์ที่ j
	γ_{ij}	หมายถึง	อิทธิพลของอินเตอร์แลคชั่นระหว่างบล็อคที่ i กับทรีทเมนต์ที่ j
	Σ_{ijk}	หมายถึง	ค่าความคลาดเคลื่อนของการทดลองจากหน่วยทดลองที่ (i,j,k)

2.3.1 <u>ข้อสมมุติเบื้องต้นในการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสุ่มภายในบล็อคสมบูรณ์</u>

1. อิทธิพลของทรีทเมนต์และสิ่งแวดล้อมอื่นๆ เป็นแบบบวก
2. ความคลาดเคลื่อนของการทดลองเกิดขึ้นโดยสุ่มและเป็นอิสระต่อกัน และมีลักษณะการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และมีความแปรปรวนเป็น σ^2
3. การกำหนดหน่วยทดลองไปยังบล็อคใช้เกณฑ์ดังนี้คือ ความแตกต่างระหว่างหน่วยทดลองภายในบล็อคน้อยกว่าความแตกต่างระหว่างบล็อค และจำนวนหน่วยทดลองในแต่ละบล็อคต้องเท่ากัน

การวิเคราะห์ความแปรปรวนสำหรับแผนการทดลองแบบสุ่มภายในบล็อคเพื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์และบล็อค (ดูตารางการจัดข้อมูลและการวิเคราะห์หน้า 22, 23, 24)

ตารางที่ 2.3.2 ข้อมูลจากแผนการทดลองแบบสุ่มภายในบล็อคสมบูรณ์

TREATMENT	BLOCK $i = 1,2, \ldots, r$				TOTAL	MEAN
$j = 1,2,\ldots t$	1	2	.....	r		
1	Y_{111} Y_{112} $T_{11.}$ $\vdots$ $Y_{11n_{11}}$	Y_{211} Y_{212} $T_{21.}$ $\vdots$ $Y_{21n_{21}}$	... ...	Y_{r11} Y_{r12} $T_{r1.}$ $\vdots$ $Y_{r1n_{r1}}$	$T_{1..}$	$\bar{Y}_{1..}$
2	Y_{121} Y_{122} $T_{12.}$: : : $Y_{12n_{12}}$	Y_{221} Y_{222} $T_{22.}$: : : $Y_{22n_{22}}$	... ...	Y_{r21} Y_{r22} $T_{r2.}$: : : $Y_{r2n_{r2}}$	$T_{2..}$	$\bar{Y}_{2..}$
	: : :	: : :		: : :		
t	Y_{1t1} Y_{1t2} $T_{1t.}$: : : $Y_{1tn_{1t}}$	Y_{2t1} Y_{2t2} $T_{2t.}$: : : $Y_{2tn_{2t}}$	... ...	Y_{rt1} Y_{rt2} $T_{rt.}$: : : $Y_{rtn_{rt}}$	$T_{t..}$	$\bar{Y}_{t..}$
TOTAL	$T_{.1.}$	$T_{.2.}$	...	$T_{.r.}$	T	
MEAN	$\bar{Y}_{.1.}$	$\bar{Y}_{.2.}$	...	$\bar{Y}_{.r.}$		$\bar{\bar{Y}}$

ตารางที่ 2.3.3 การวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสุ่มภายในบล็อคสมบูรณ์ของข้อมูลจากตาราง ที่ 2.3.2

SOV	df	SS	MS	F-value
TREATMENT (A)	t-1	SSA	SSA/t-1 = MSA	MSA/MSC
BLOCK (B)	r-1	SSB	SSB/r-1 = MSB	MSB/MSC
AB	(t-1)(r-1)	SSAB	SSAB/(t-1)(r-1)=MSAB	MSAB/MSC
WITH IN CELL	BY SUBTRACT=C	SSCELL	SSCELL/C = MSC	
TOTAL	$\Sigma n_{ij} - 1$	SSTOT		

สัญลักษณ์ที่ใช้ในการคำนวณ

$$ABS = \sum_{i}^{r}\sum_{j}^{t}\sum_{k}^{n_{ij}} Y_{ijk}^{2}$$

$$AB = \sum_{i}^{r}\sum_{j}^{t} \frac{\left[\sum_{k}^{n_{ij}} Y_{ijk}\right]^{2}}{n_{ij}}$$

$$\sum_{i}\sum_{j} \overline{AB} = \sum_{i}^{r}\sum_{j}^{t} \frac{\left[\sum_{k}^{n_{ij}} Y_{ijk}\right]}{n_{ij}}$$

$$AB = \sum_{i}^{r}\sum_{j}^{t} (\overline{AB})^{2} = \sum_{i}^{r}\sum_{j}^{t} \left[\frac{\sum_{k}^{n_{ij}} Y_{ijk}}{n_{ij}}\right]$$

$$\bar{X} = \frac{\left[\sum_{i}^{r}\sum_{j}^{t} \frac{(\sum_{k}^{n_{ij}} Y_{ijk})}{n_{ij}}\right]^{2}}{rt} = \frac{\left[\sum_{i}^{r}\sum_{j}^{t} \overline{AB}\right]^{2}}{tr}$$

$$\bar{A} = \frac{\sum_{j}^{t}\left[\sum_{i}^{r}\frac{(\sum_{k}^{n_{ij}} Y_{ijk})}{n_{ij}}\right]^2}{r}$$

$$\bar{B} = \frac{\sum^{r}\left[\sum^{t}\frac{(\sum_{k}^{n_{ij}} Y_{ijk})}{n_{ij}}\right]^2}{t}$$

$$\bar{n} = \frac{rt}{\frac{1}{n_{ij}} + \frac{1}{n_{ij}} + \ldots + \frac{1}{n_{ij}}}$$

สูตรในการคำนวณ

$$SSA = \bar{n}\ ((\bar{A}) - (\bar{X}))$$

$$SSB = \bar{n}\ (\bar{B} - (\bar{X}))$$

$$SSAB = \bar{n}\ (\bar{AB} - (\bar{A}) - (\bar{B}) + (\bar{X}))$$

$$SSW.CELL = ABS - AB$$

$$SSTOTAL = ABS - X$$

2.3.2 <u>การทดสอบสมมุติฐานของการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสุ่มภายในบล็อคสมบูรณ์</u>

1. H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์

   H_1 : มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของทรีทเมนต์ อย่างน้อย 1 คู่

2. H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของบล็อค

   H_1 : มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของบล็อคอย่างน้อย 1 คู่

3. H_0 : ไม่มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลของอินเตอร์แลคชั่น

   H_1 : มีความแตกต่างระหว่างอิทธิพลระหว่างของอินเตอร์แลคชั่นอย่างน้อย 1 คู่

ในการทดสอบจะปฏิเสธสมมุติฐานหลักเมื่อค่า F จากการคำนวณมีค่ามากกว่าค่า F จากตารางการแจกแจงแบบ F (F Distribution) ที่ระดับความเป็นอิสระเท่ากับ (t-1), (N-tr)และ(r-1), (N-tr) และ (r-1) (t-1), (N-tr) ตามลำดับ

ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมนั้น ตัวแปรร่วมเป็นค่าที่วัดได้ของหน่วยทดลองก่อนที่จะได้รับอิทธิพลของทรีทเมนต์ การปรับตัวแปรตาม Y สำหรับการถดถอยบน X เป็นการเคลื่อนย้ายอิทธิพลของความผันแปรจากความคลาดเคลื่อนของการทดลองซึ่งอิทธิพลนี้ถูกวัดโดยการถดถอยเชิงเส้นด้วยสมการถดถอยเชิงเส้น ความแม่นยำที่ได้รับจากการปรับตัวแปรร่วมขึ้นอยู่กับขนาดของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรร่วมกับตัวแปรตามบนหน่วยทดลองที่ได้รับอิทธิพลของทรีทเมนต์เดียวกัน ถ้า σ_Y^2 เป็นความคลาดเคลื่อนของการทดลอง (Experimental Error) เมื่อไม่มีการ

ปรับด้วยตัวแปรร่วม การปรับจะลดความแปรปรวนลงเป็น

$$\sigma^2_y \quad (1-\rho^2_{xy}) \quad (1+\frac{1}{fe-2})$$

และในการขจัดผลของตัวแปรอื่นออกจากความคลาดเคลื่อนของการทดลอง ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามและตัวแปรร่วมเป็นเส้นตรง จึงเป็นไปได้ที่จะสุ่มตัวอย่างให้กับบล็อค ดังนั้นค่าความแปรปรวนร่วมจึงเท่ากันภายในบล็อค การใช้การแบ่งกลุ่มตัวอย่างในแบบบล็อคสมบูรณ์จึงลดเทอมความคลาดเคลื่อนเป็น

$$\sigma^2_y \quad (1-\rho^2_{xy})$$

โดยที่ ρ_{xy} หมายถึง สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามกับตัวแปรร่วม

fe หมายถึง ชั้นของความเป็นอิสระสำหรับประมาณค่าความคลาดเคลื่อน

σ^2_y หมายถึง ความคลาดเคลื่อนของการทดลอง เมื่อไม่ได้ใช้การแบ่งกลุ่มตัวอย่าง[1]

ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนของการวัดซ้ำ พบว่าค่าความคลาดเคลื่อน a (Variation Among Subjects Within Treatment Group Pooled over Group) และความคลาดเคลื่อน b (Subject x Trial Interaction Pooled over Treatment Groups) มีความสัมพันธ์กับสหสัมพันธ์ระหว่างการวัดก่อนและหลัง โดยที่มีค่าเท่ากับ $\sigma^2(1+\rho)$ และ $\sigma^2(1-\rho)$ ตามลำดับ[2]

วรรณกรรมที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษางานวิจัยเกี่ยวข้องกับเรื่อง การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม การวิเคราะห์ความแปรปรวนของการวัดซ้ำและการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสุ่มภายในบล็อค พบว่ามีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องดังนี้คือ

---

[1] Roger E Kirk., , op. cit, p. 486.

[2] James E. Grizzle, "The Two Period Change-over Design and Its Use in Clinical Trials," Biometrics 21, 1965, p. 472.

ในปี ค.ศ. 1957 D.R COX[1] ได้เขียนผลงานวิจัยลงในวารสารเรื่อง "The use of a Concomitant Variable in Selecting an Experimental Design" ได้ทำการทดลองโดยใช้ตัวอย่างขนาดเล็กและในแต่ละเซลของการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสุ่มภายในบล็อค จะมีหน่วยทดลองเพียง 1 ค่าเท่านั้นและการแบ่งบล็อคนั้นแบ่งโดยใช้ตัวแปรร่วมที่มีความแปรปรวนร่วมใกล้เคียงกันหรือเท่ากันไว้ในบล็อคเดียวกัน และอินเตอร์แลคชั่นระหว่างบล็อคกับทรีทเมนต์ให้รวมอยู่ในเทอมของความคลาดเคลื่อน และได้สรุปว่า การแบ่งบล็อคจะมีประสิทธิภาพดีกว่าการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมเมื่อค่าสหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามกับตัวแปรร่วมน้อยกว่า 0.6 และการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมจะมีประสิทธิภาพสูงกว่าการแบ่งบล็อคเมื่อค่าสหสัมพันธ์มากกว่าหรือเท่ากับ 0.8 และ COX ได้ให้ข้อสังเกตไว้ว่าการวิเคราะห์ความแปรปรวนแบบสุ่มภายในบล็อคจะมีประสิทธิภาพสูงในทุกรูปแบบของการถดถอยไม่จำเป็นต้องเป็นการถดถอยเชิงเส้นอย่างเดียว

และในปีเดียวกัน COCHRAN AND COX[2] พบว่าความแปรปรวนร่วมและการแบ่งบล็อคให้ผลดีเท่า ๆ กันในการขจัดผลของตัวแปรอื่นออกจากความคลาดเคลื่อนของการทดลอง ถ้าความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรร่วมและตัวแปรตามเป็นเส้นตรง

ในปี ค.ศ. 1958 LEONARD S. FELDT[3] พบว่า ที่สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามกับตัวแปรร่วม น้อยกว่า 0.4 แผนการทดลองแบบแฟคทอเรียลจะมีประสิทธิภาพสูงกว่าการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วม แต่ที่สหสัมพันธ์มากกว่า 0.6 การวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมจะมีประสิทธิภาพสูงกว่าแผนการทดลองแบบแฟคทอเรียล สำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนของความแตกต่างของคะแนนมีประสิทธิภาพต่ำกว่าการวิเคราะห์ความแปรปรวนร่วมและแผนการวิเคราะห์แบบแฟคทอเรียลในทุกค่าของสหสัมพันธ์

---

[1]COX, Dr., op. cit, p. 155.

[2]Cochran G.W. and G.M. Cox, op. cit

[3]Leonard S. Feldt, "A Comparison of the Precision of Three Experimental Designs Employing a Concomitant Variable", Psychometrika 23, 1958, p. 347.