บทที่ 3

ปัญหาออสซิลเลชันความถี่ต่ำที่เกิดขึ้นเองในระบบไฟฟ้ากำลังในแง่ของเสถียรภาพเชิงไดนามิคของระบบไฟฟ้ากำลัง

ปัญหาออสซิลเลชันความถี่ต่ำที่เกิดขึ้นเองในระบบไฟฟ้ากำลังจัดเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเสถียรภาพเชิงไดนามิค (dynamic stability) ของระบบไฟฟ้ากำลัง จุดเริ่มของปัญหาดังกล่าวเกิดจากการเปลี่ยนแปลงของกำลังไฟฟ้าของระบบไฟฟ้ากำลังที่จุดทำงานปกติ ในอดีตการวิเคราะห์การหน่วงของออสซิลเลชันดังกล่าว ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งใช้สำหรับวิเคราะห์เสถียรภาพทรานเชียนต์ (transient stability) มาคำนวณหามุมของโรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ขณะเวลาต่าง ๆ นับตั้งแต่เกิดการรบกวนขึ้นในระบบไฟฟ้ากำลัง เมื่อทำการสมมุติสถานะการณ์ว่ามีการรบกวนอย่างรุนแรง (large disturbance) เกิดขึ้นในระบบไฟฟ้ากำลังแล้วใช้วิธีการดังกล่าวข้างต้นมาวิเคราะห์ออสซิลเลชันในโมด (Mode) ซึ่งได้รับการกระตุ้น สามารถวิเคราะห์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ข้อเสียของวิธีการดังกล่าวคือต้องใช้เวลาในการวิเคราะห์นานจึงสามารถวิเคราะห์การหน่วงของออสซิลเลชันในโมดซึ่งได้รับการกระตุ้นได้ ข้อเสียอีกประการคือ การรบกวนซึ่งใช้ในการสมมุติสถานะการณ์ ไปกระตุ้นออสซิลเลชันบางโมดเท่านั้น ออสซิลเลชันบางโมดไม่ปรากฏออกมาเพราะมันไม่ได้รับการกระตุ้น[3]

ออสซิลเลชันของโรเตอร์ (rotor oscillation) ในตอนเริ่มเกิด มีไม่มากนัก ดังนั้นการวิเคราะห์ออสซิลชันดังกล่าวโดยพีชคณิตเชิงเส้น (linear algebra) เพื่อหาค่าไอเก็น (eigenvalue) และเวกเตอร์ไอเก็น (eigenvector) จึงสามารถกระทำได้ การวิเคราะห์ออสซิลเลชันในระบบไฟฟ้ากำลังและการหน่วง โดยวิเคราะห์จากค่าไอเก็น มีประสิทธิภาพก็ต่อเมื่อระบบไฟฟ้ากำลังมีขนาดไม่ใหญ่เกินไปนัก[1]

จากการศึกษาออสซิลเลชันในระบบไฟฟ้ากำลังและการหน่วง โดยสังเกตุจากค่าไอเก็นและเวกเตอร์ไอเก็นพบว่าตัวแปรสถานะ (state variable) บางตัวเท่านั้นที่มีส่วนทำให้เกิดออสซิลเลชันในโมดที่เป็นไปได้[3] ตัวแปรสถานะดังกล่าวได้แก่ตัวแปรของมุมโรเตอร์และความเร็วเชิงมุมของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ดังนั้น ออสซิลเลชันของระบบไฟฟ้ากำลังในโมดต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ มีความสัมพันธ์กับออสซิลเลชันของโรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากำลังอย่างใกล้ชิด

ควบคุมแรงดันที่ขั้ว (terminal voltage) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ต้องทำผ่านทางเอกไซเตอร์ (exciter) ของครื่องกำเนิดไฟฟ้า ซึ่งถ้าเป็นเครื่องกำเนิดไฟฟ้าขนาดใหญ่ การตอบสนองของระบบเอกไซเตชันค่อนข้างช้า และก่อให้เกิดการตามหลังของสัญญาณป้อนกลับ จึงอาจก่อให้เกิดการหน่วงลบขึ้นได้

การสร้างสัญญาณเพื่อการหน่วงบวก ทำได้โดยการนำเอาสัญญาณซึ่งเป็นสัดส่วนกับความเร็วของโรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ไปผ่านฟังก์ชันนำหน้า (lead function) G_{PSS} แล้วนำเอาสัญญาณที่ได้ไปจ่ายเป็นอินพุตให้กับอุปกรณ์ควบคุมแรงดัน (voltage regulator) ดังรูปที่ 2.5 ภายหลังจากตัดส่วนที่มีผลต่อการหน่วงที่ความถี่ต่ำไม่มากนักออกไปจากรูปที่ 2.5 จะได้รูปที่ 2.6[3]

ทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน G_{PSS} ได้รับการออกแบบให้สามารถชดเชยการตามหลังของสัญญาณซึ่งเกิดจากทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน G_x โดยเฉพาะที่ความถี่ซึ่งทำให้เกิดการตามหลังของสัญญาณ 90 องศา กล่าวคือ G_{PSS} ได้รับการออกแบบให้มีเฟสนำ 90 องศาที่ความถี่ซึ่ง G_x มีเฟสตาม 90 องศา อันมีผลทำให้ G_xG_{PSS} ที่ความถี่ดังกล่าวมีเฟสเป็นศูนย์องศา ในภาวะดังกล่าว วงรอบป้อนกลับซึ่งผ่าน G_{PSS} และ G_x ไปยังจุดรวมแรงบิด มีผลต่อการหน่วงเช่นเดียวกับวงรอบป้อนกลับที่ผ่าน D ในทางปฏิบัติเมื่อติดตั้ง G_{PSS} ให้กับระบบเอกไซเตชันของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแล้ว มีช่วงความถี่ช่วงหนึ่งเท่านั้นที่มีประสิทธิภาพในการชดเชย สิ่งที่ควรคำนึงถึงในการออกแบบ G_{PSS} ก็คือถ้า G_xG_{PSS} มีเฟสไม่เท่ากับศูนย์ สัญญาณป้อนกลับซึ่งผ่าน G_{PSS} และ G_x ไปยังจุดรวมแรงบิด มีทั้งส่วนที่เป็นสัญญาณหน่วงและสัญญาณซิงโครไนซ์ ถ้าสัญญาณซิงโครไนซ์มีค่ามากเกินไป ทำให้ความถี่ธรรมชาติ (natural frequency) ของการหน่วงของโรเตอร์มีค่าเปลี่ยนไป ทั้งนี้เป็นเพราะความถี่ธรรมชาติของการหน่วงดังกล่าวเป็นสัดส่วนกับรากที่สองของสัมประสิทธิ์ของการซิงโครไนซ์ตามสมการที่ (2.2) และอาจทำให้ความถี่ธรรมชาติของการหน่วงอยู่นอกช่วงความถี่ซึ่งการชดเชย มีประสิทธิภาพต่อการหน่วง

อุปกรณ์ซึ่งทำหน้าที่ของ G_{PSS} มีชื่อเรียกว่าอุปกรณ์สเตบิไลเซอร์ (power system stabilizer) เรื่องของอุปกรณสเตบิไลเซอร์ จะได้กล่าวถึงอีกครั้งหนึ่งในบทที่ 5

3.1 การวิเคราะห์เสถียรภาพเชิงไดนามิดของระบบไฟฟ้ากำลัง ในสเตทสเปซ

ความเป็นไปในเชิงไดนามิดของระบบไฟฟ้ากำลัง สามารถอธิบายในเชิงคณิตศาสตร์ได้ด้วยกลุ่มของสมการอนุพันธ์อันดับหนึ่ง (first-order differrential equation) ซึ่งประกอบด้วยตัวแปรอิสระจำนวนที่น้อยที่สุด n ตัวซึ่งมีชื่อเรียกว่าตัวแปรสถานะ ตัวแปรเหล่านี้ประกอบกันขึ้นเป็นสเปซของเวกเตอร์ชนิด n มิติ (n-dimensional vector space) การพิจารณาความเป็นไปในเชิงไดนามิดของระบบไฟฟ้ากำลังเป็นเรื่องที่ค่อนข้างซับซ้อนเพราะต้องเกี่ยวข้องกับการหาคำตอบของกลุ่มสมการอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นอันดับสูง (high - order nonlinear differential equation) โดยทั่วไปกลุ่มสมการดังกล่าว ไม่มีคำตอบเชิงวิเคราะห์ (analytic solution) ดังนั้นการหาคำตอบจึงจำเป็นต้องใช้วิธีการเชิงเลข (numerical method) สภาวะซึ่งระบบไฟฟ้ากำลังทำงานในสภาวะอยู่ตัวอาจพิจารณาว่าระบบไฟฟ้ากำลังอยู่ที่จุดสมดุลย์จุดหนึ่งในสเตทสเปซ (state space) จุดสมดุลย์ดังกล่าวก็คือจุดซึ่งเป็นคำตอบของสมการโหลดโฟลว์ (load flow equation)[3]

ในการวิเคราะห์เสถียรภาพเชิงไดนามิดของระบบไฟฟ้ากำลัง เริ่มต้นจากการสมมุติสถานะการณ์ว่ามีการรบกวนอย่างอ่อน (small disturbance) เกิดขึ้นในระบบไฟฟ้ากำลังเป็นผลให้ระบบไฟฟ้ากำลังเปลี่ยนจุดทำงานไปเล็กน้อย ดังนั้นการใช้วิธีการประมาณค่าแบบเชิงเส้นจึงสามารถนำมาใช้ในการวิเคราะห์ได้ ความเป็นไปในเชิงไดนามิดของระบบไฟฟ้ากำลังซึ่งเปลี่ยนแปลงจุดทำงานไปจากจุดสมดุลย์เพียงเล็กน้อย สามารถอธิบายได้ด้วยกลุ่มของสมการอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับหนึ่ง กลุ่มสมการดังกล่าวได้แสดงในสมการ (3.1)

$$\mathring{\underline{x}} = A\underline{x} \tag{3.1}$$

โดยที่

$\underline{x}$ คือเวกเตอร์ของตัวแปรสถานะซึ่งมีมิติ n

A คือเมตริกซ์ซึ่งมีมิติ n x n

สมาชิกของเมตริกซ์ A เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวแปรซึ่งเกิดจากการประมาณค่าสมการอนุพันธ์ดังกล่าวข้างต้นแบบเชิงเส้น และ เป็นฟังก์ชันของอิมพีแดนซ์ของระบบไฟฟ้า[3] เมตริกซ์ A นี้เป็นเมตริกซ์ซึ่งมีค่าขึ้นกับจุดทำงานของระบบไฟฟ้ากำลัง

3.1.1 ผลตอบสนองอิสระของระบบไฟฟ้ากำลัง

ผลตอบสนองอิสระ (free response) ของระบบสมการเชิงเส้น (3.1) ได้แสดงในสมการ (3.2)

$$\underline{x}(t) \quad = \quad \underline{x}_o \exp(At) \tag{3.2}$$

โดยที่ $\underline{x}_o$ คือเวกเตอร์สถานะเริ่มต้น (initial state vector) โดยทั่วไปแล้ว เมตริกซ์ A ของระบบไฟฟ้ากำลัง มีค่าไอเก็นที่ไม่ซ้ำกัน ผลตอบสนองอิสระดังกล่าวข้างต้นสามารถแสดงในรูปผลบวกเชิงเส้นของเวกเตอร์ ตามสมการ (3.3)

$$\underline{x}(t) \quad = \quad \sum_{i=1}^{r} K_i \hat{\underline{x}}_i \exp(\lambda_i t) \; + $$

$$\sum_{i=r+1}^{n} [\alpha_i \tilde{\underline{x}}_i \exp(\lambda_i t) + \alpha_i^* \tilde{\underline{x}}_i^* \exp(\lambda_i^* t) \tag{3.3}$$

โดยที่

r	คือจำนวนของค่าไอเก็นซึ่งมีค่าเป็นเลขจริง
(n - r)	คือจำนวนของคู่คอนจูเกต (conjugate pairs) ของค่าไอเก็นซึ่งมีค่าเป็นเลขเชิงซ้อน
K_i	คือค่าคงตัวเลขจริง
α_i	คือค่าคงตัวเชิงซ้อน

แต่ละพจน์ในผลรวม (summation) ของสมการ (3.3) เรียกว่าโมดของระบบ แต่ละพจน์ในผลรวมที่สอง มีลักษณะเป็นโมดซึ่งออสซิลเลต (oscillatory mode) การหน่วงของโมดซึ่งออสซิลเลตพิจารณาได้จากส่วนจริงของค่าไอเก็นเชิงซ้อน ระบบไฟฟ้ากำลังมีเสถียรภาพเชิงไดนามิคที่ดีก็ต่อเมื่อส่วนจริงของค่าไอเก็นเชิงซ้อนดังกล่าวมีค่าเป็นลบ ความถี่ของออสซิลเลชันในแต่ละโมดสามารถพิจารณาได้จากส่วนจินตภาพ (imaginary part) ของค่าไอเก็นเชิงซ้อน[6]

การกระตุ้นโมดที่สมนัยกับค่าไอเก็นเลขจริงสามารถทำได้โดยเลือกเวกเตอร์สถานะเริ่มต้นให้มีค่าเป็นสัดส่วนกับเวกเตอร์ไอเก็นซึ่งสมนัยกับโมดดังกล่าว[3] กล่าวคือเลือกเวกเตอร์สถานะเริ่มต้นตามสมการ (3.4)

$$\underline{x}_o = K\hat{\underline{x}}_i \qquad (3.4)$$

โดยที่

$\hat{\underline{x}}_i$ คือเวกเตอร์ไอเก็นซึ่งมีค่าเป็นเลขจริงซึ่งสมนัยกับค่าไอเก็นซึ่งมีค่าเป็นเลขจริง

K คือเลขจริงใด ๆ

ผลตอบสนองอิสระของระบบไฟฟ้ากำลังเมื่อเวกเตอร์สถานะเริ่มต้นตามสมการ (3.4) ได้แสดงในสมการ (3.5)

$$\underline{x}(t) = K\hat{\underline{x}}_i \exp(\lambda_i t) \qquad (3.5)$$

สำหรับโมดซึ่งออสซิลเลตที่สมนัยกับคู่คอนจูเกตของค่าไอเก็นเชิงซ้อน $-\sigma \pm j\Omega$ ได้รับการกระตุ้นโดยเวกเตอร์สถานะเริ่มต้นตามสมการ (3.6)

$$\underline{x}_o = \alpha\tilde{\underline{x}}_i + \alpha^*\tilde{\underline{x}}_i^* \qquad (3.6)$$

โดยที่

$\tilde{\underline{x}}_i$ คือ เวกเตอร์ไอเก็นเชิงซ้อน

$\tilde{\underline{x}}_i^*$ คือ คู่คอนจูเกตของเวกเตอร์ไอเก็นเชิงซ้อน $\tilde{\underline{x}}_i$

α คือ ค่าคงตัวเชิงซ้อน

สมการ (3.6) สามารถจัดรูปเสียใหม่ได้ตามสมการ (3.7)

$$\underline{x}_o = C_1\mathrm{Re}(\tilde{\underline{x}}_i) + C_2\mathrm{Im}(\tilde{\underline{x}}_i) \qquad (3.7)$$

โดยที่

C_1 คือค่าคงตัวเลขจริงซึ่งมีค่าเป็นสัดส่วนกับส่วนจริงของ α

C_2 คือค่าคงตัวเลขจริงซึ่งมีค่าเป็นสัดส่วนกับส่วนจินตภาพของ α

ภายหลังจากจัดรูปให้เหมาะสม ผลตอบสนองอิสระได้แสดงในสมการ (3.8)

$$\underline{x}(t) = [K_1\sin(\Omega t + \phi_1)\ldots K_n\sin(\Omega t + \phi_n)]^T\exp(-\sigma t) \tag{3.8}$$

โดยที่ K_i และ ϕ_i ในสมการ (3.8) มีค่าขึ้นกับเงื่อนไขเริ่มต้น (initial condition)

คู่คอนจูเกตของเวกเตอร์ไอเก็นเชิงซ้อนบางคู่ของระบบไฟฟ้ากำลังจะมีค่าสมาชิกเป็นศูนย์เกือบหมด ยกเว้นสมาชิกที่เกิดจากตัวแปรของมุมโรเตอร์และตัวแปรของความเร็วเชิงมุม จากลักษณะดังกล่าวนี้บ่งบอกถึง[3]

1. ค่าไอเก็นบางค่าของระบบไฟฟ้ากำลังมีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับออสซิลเลชันของโรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในระบบไฟฟ้ากำลัง ทั้งนี้เนื่องจากสมาชิกของเวกเตอร์ไอเก็นซึ่งสมนัยกับค่าไอเก็นดังกล่าวข้างต้นซึ่งไม่เป็นศูนย์ ส่วนมากเป็นสมาชิกซึ่งเกิดจากตัวแปรของมุมโรเตอร์และความเร็วเชิงมุมของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เวกเตอร์ไอเก็นดังกล่าวก็คือโมดของออสซิลเลชันที่ความถี่ต่ำ (low frequency oscillation mode) นั่นเอง ในระบบไฟฟ้ากำลังซึ่งต่ออยู่กับอินฟินิตบัส (infinite bus) มีลักษณะที่น่าสังเกตุประการหนึ่งก็คือ ในโมดของออสซิลเลชันที่ความถี่ต่ำสุด สมาชิกของเวกเตอร์ไอเก็นซึ่งสมนัยกับตัวแปรของความเร็วเชิงมุมของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่อง มีเครื่องหมายเหมือนกันหมด[3]

2. ถ้าเลือกเวกเตอร์สถานะเริ่มต้นให้เป็นสัดส่วนกับส่วนจริงหรือส่วนจินตภาพของเวกเตอร์ไอเก็นเชิงซ้อนซึ่งสมาชิกของมันเป็นสมาชิกซึ่งเกิดจากตัวแปรของมุมโรเตอร์และตัวแปรของความเร็วเชิงมุมของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในระบบไฟฟ้ากำลัง ผลตอบสนองอิสระของระบบไฟฟ้ากำลัง มีลักษณะที่โดดเด่นในโมดซึ่งสมนัยกับเวกเตอร์ไอเก็นดังกล่าว[3]

3.1.2 ปัญหาในทางปฏิบัติของการวิเคราะห์เสถียรภาพเชิงไดนามิคของระบบไฟฟ้ากำลังในสเตทสเปซ

ในการสร้างสมการสถานะ (state equation) ของระบบไฟฟ้ากำลัง ถ้าต้องการความสมบูรณ์ในเชิงทฤษฎี สมการอนุพันธ์อันดับหนึ่งสำหรับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละเครื่อง

อาจมากกว่า 12 สมการ[3] ดังนั้นถ้าระบบไฟฟ้ากำลังมีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเป็นจำนวนมาก เมตริกซ์ A มีขนาดใหญ่เกิดไป การหาค่าไอเก็นและเวกเตอร์ไอเก็นทุก ๆ ค่า ทำได้ยากและใช้เวลานาน

ในการวิเคราะห์ออสซิลเลชันความถี่ต่ำที่เกิดขึ้นเองในระบบไฟฟ้ากำลัง ค่าไอเก็นซึ่งใช้ในการวิเคราะห์ เป็นค่าไอเก็นซึ่งสัมพันธ์กับออสซิลเลชันของโรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าในระบบไฟฟ้ากำลัง[3] ดังนั้นจึงไม่จำเป็นต้องหาค่าไอเก็นของเมตริกซ์ A ทุก ๆ ค่า วิธีที่สะดวกในการหาค่าโดยประมาณของค่าไอเก็นซึ่งสัมพันธ์กับออสซิลเลชันของโรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าคือ ในการสร้างสมการสถานะของระบบไฟฟ้ากำลัง ต้องเลือกแบบจำลองของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ง่ายที่สุด กล่าวคือแทนเครื่องกำเนิดไฟฟ้าด้วยแหล่งจ่ายแรงดันคงที่ (constant voltage source) ซึ่งต่ออยู่กับทรานเซียนต์รีแอกแตนซ์ (transient reactance) และแทนโหลดด้วยอิมพีแดนซ์ซึ่งมีค่าคงที่ เมื่อทำการลดรูประบบไฟฟ้าให้เหลือเพียงบัสภายใน (internal bus) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า สมการสถานะได้แสดงในสมการ (3.9)

$$\begin{bmatrix} \mathring{\underline{x}}_1 \\ \hline \mathring{\underline{x}}_2 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} 0 & I \\ \hline A_1 & 0 \end{array}\right] \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \hline \underline{x}_2 \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

โดยที่

$$\underline{x}_1 = [\delta_1 \ldots \delta_i \ldots \delta_n]^T \tag{3.10}$$

$$\underline{x}_2 = [\omega_1 \ldots \omega_i \ldots \omega_n]^T \tag{3.11}$$

สมาชิกของเมตริกซ์ A_1 มีค่าดังต่อไปนี้[5]

$$a_{ij} = [-\omega_r E_i E_j / 2H_i][B_{ij}\cos(\delta_{io} - \delta_{jo}) - G_{ij}\sin(\delta_{io} - \delta_{jo})] \tag{3.12}$$

$$a_{ii} = -\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} a_{ij} \tag{3.13}$$

โดยที่

ω_r	คือ ความถี่เชิงไฟฟ้าระบุ (nominal electrical frequency)
H	คือ ค่าคงตัวแห่งความเฉื่อยในหน่วยเปอร์ยูนิต
$(\delta_{io} - \delta_{jo})$	คือ ผลต่างของมุมโรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า i และ j ที่สภาวะอยู่ตัว
E_i	คือ ขนาดของแรงดันภายในของของกำเนิดไฟฟ้า i
E_j	คือ ขนาดของแรงดันภายในของของกำเนิดไฟฟ้า j
G_{ij}	คือ ส่วนจริงของสมาชิกของแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ (admittance matrix) ซึ่งได้รับการลดรูปแล้ว (ขจัดบัสที่ไม่มีแหล่งจ่ายแรงดันออกไปแล้ว)
B_{ij}	ส่วน จินตภาพของสมาชิกของแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ ซึ่งได้รับการลดรูปแล้ว

เมตริกซ์ A_1 ของระบบไฟฟ้ากำลัง มีค่าไอเก็นเลขจริงลบ จำนวน n-1 ค่า และมีค่าไอเก็นซึ่งเป็นศูนย์ 1 ค่า เวกเตอร์ไอเก็นทั้งหมดของ A_1 มีค่าของสมาชิกเป็นเลขจริงและ มีทั้งหมด n เวกเตอร์[3]

ถ้า $\hat{\underline{x}}$ เป็นเวกเตอร์ไอเก็นเวกเตอร์หนึ่งของ A_1 ซึ่งสมนัยกับค่าไอเก็นที่เป็นลบ $(\lambda_i)^2$ กล่าวคือ

$$A_1\hat{\underline{x}}_1 = (\lambda_i)^2\hat{\underline{x}}_1 \tag{3.14}$$

ดังนั้น

$$\left[\begin{array}{c|c} 0 & I \\ \hline A_1 & 0 \end{array}\right]\left[\begin{array}{c} \hat{\underline{x}}_1 \\ \hline \lambda_i\hat{\underline{x}}_1 \end{array}\right] = \lambda_i\left[\begin{array}{c} \hat{\underline{x}}_1 \\ \hline \lambda_i\hat{\underline{x}}_1 \end{array}\right] \tag{3.15}$$

ดังนั้น จึงได้ว่าเวกเตอร์ไอเก็น $\tilde{\underline{x}}_i$ ซึ่งมีลักษณะดังสมการ (3.16) เป็นเวกเตอร์ไอเก็น

เวกเตอร์หนึ่งของระบบสมการ (3.14) ที่มีค่าของสมาชิกส่วนหนึ่งเป็นเลขเชิงซ้อนซึ่งมีเฉพาะส่วนจินตภาพ เพราะ $(\lambda_i)^2$ มีค่าเป็นลบ

$$\tilde{\underline{x}}_i = \begin{bmatrix} \hat{\underline{x}}_1 \\ \hline \lambda_i \hat{\underline{x}}_1 \end{bmatrix} \qquad (3.16)$$

จากสมการ (3.7) เห็นได้ว่าถ้าเลือกเวกเตอร์สถานะเริ่มต้นให้เป็นสัดส่วนกับส่วนจินตภาพของเวกเตอร์ไอเก็น ซึ่ง สมนัยกับค่าไอเก็นเชิงซ้อนก็สามารถใช้กระตุ้นโมดของระบบไฟฟ้าซึ่งออสซิลเลตได้เช่นกัน ดังนั้นเวกเตอร์สถานะเริ่มต้นซึ่งเป็นสัดส่วนกับส่วนจินตภาพของเวกเตอร์ไอเก็นในสมการ (3.16) กล่าวคือ มีลักษณะดังสมการ (3.17) สามารถใช้กระตุ้นโมดของระบบไฟฟ้าซึ่งออสซิลเลตได้

$$\underline{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \hline K_i \hat{\underline{x}}_{1\,i} \end{bmatrix} = (K_1/2j\omega_i) \begin{bmatrix} \hat{\underline{x}}_1 \\ \hline j\omega_i \hat{\underline{x}}_1 \end{bmatrix} - (K_1/2j\omega_i) \begin{bmatrix} \hat{\underline{x}}_1 \\ \hline -j\omega_i \hat{\underline{x}}_1 \end{bmatrix} \qquad (3.17)$$

3.2 การวิเคราะห์ออสซิลเลชันและการหน่วงของออสซิลเลชันในโดเมนของความถี่

การหาค่าไอเก็นทุก ๆ ค่าของระบบไฟฟ้ากำลังเป็นเรื่องที่ใช้เวลานาน ดังนั้นการวิเคราะห์ออสซิลเลชันและการหน่วงของออสซิลเลชันของระบบไฟฟ้ากำลังโดยวิธีการในหัวข้อที่ 3.1 จึงเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพต่ำ ทั้งนี้เป็นเพราะค่าไอเก็นบางค่าเท่านั้นที่มีความสำคัญต่อการวิเคราะห์ออสซิลเลชันของโรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าซึ่งเป็นจุดเริ่มของออสซิลเลชันความถี่ต่ำของระบบไฟฟ้ากำลัง ด้วยเหตุนี้จึงได้มีการพัฒนาวิธีการหาค่าไอเก็นซึ่งมีความสัมพันธ์โดยตรงกับออสซิลเลชันของโรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าโดยใช้วิธีการอื่นเช่นวิธีการโดเมนของความถี่ (frequency domain method) วิธีการดังกล่าวนี้สามารถใช้ประเมินค่าไอเก็นซึ่งสัมพันธ์กับออสซิลเลชันของโรเตอร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ แนวความคิดเบื้องต้นของวิธี

การโดเมนของความถี่คือถ้ามีแรงบิดซึ่งเป็นฟังก์ชันไซน์เชิงซ้อน (complex sine) ที่มีความถี่เชิงซ้อน (complex frequency) ซึ่งมีค่าเท่ากับค่าไอเก็นที่มีความสัมพันธ์โดยตรงกับการออสซิลเลชันของโรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เป็นผลทำให้ระบบไฟฟ้ากำลังเกิดออสซิลเลชันด้วยความถี่เชิงซ้อนซึ่งมีค่าเท่ากับค่าไอเก็นดังกล่าว[2]

3.2.1 ระบบไฟฟ้ากำลังที่มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องเดียวที่ต่ออยู่กับอินฟินิตบัส และมีสมการการเคลื่อนที่ของโรเตอร์ เป็นสมการอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นอันดับสอง

สมการการเคลื่อนที่ของโรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ของระบบไฟฟ้ากำลังซึ่งมีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องเดียวที่ต่ออยู่กับอินฟินิตบัส เป็นสมการอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นอันดับสอง ถ้าหากวงจรสมมูลย์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าคือแหล่งจ่ายแรงดันคงที่ (constant voltage source) ซึ่งต่ออยู่กับอิมพีแดนซ์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า เมื่อทำการประมาณค่าสมการดังกล่าวแบบเชิงเส้นจะได้สมการซึ่งมีลักษณะดังสมการ (3.18)[3]

$$[(p+\alpha)^2 + \beta^2]\delta_{\Delta}(t) = 0 \tag{3.18}$$

โดยที่

$$\alpha = D/4H \tag{3.19}$$

$$\beta^2 = [(VE\cos\delta_o\omega_o)/(X_D + X_1)2H - (D^2/16H^2)] \tag{3.20}$$

โดยที่ ในสมการ (3.18)

$\delta_{\Delta}(t)$ คือ ตัวแปรอินครีเมนตอลของมุมโรเตอร์
D คือ สัมประสิทธิ์ของการหน่วง
V คือ ขนาดของแรงดันที่อินฟินิตบัส
E คือ ขนาดของแรงดันภายในของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า
X_D คือ ทรานเชียนต์รีแอกแตนซ์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า
X_1 คือ รีแอกแตนซ์ของสายส่งซึ่งต่ออยู่ระหว่างเครื่องกำเนิดไฟฟ้ากับอินฟินิตบัส
ω_o คือ ความถี่เชิงไฟฟ้าระบุ
p คือ ดิฟเฟอร์เรนเชียลโอเปอร์เรเตอร์

จะเห็นได้ว่ารากของสมการลักษณะสมบัติของสมการ (3.18) มีสองค่า กล่าวคือ $-\alpha \pm j\beta$ ซึ่งก็คือคู่สังยุคของค่าไอเก็นเชิงซ้อนของระบบไฟฟ้ากำลังนี้นั่นเอง การหาค่าไอเก็นของระบบไฟฟ้าโดยพิจารณาจากรากของสมการลักษณะสมบัติของสมการการเคลื่อนที่ของโรเตอร์ เป็นวิธีการที่ไม่ค่อยมีประสิทธิภาพนักถ้าหากสมการลักษณะสมบัติมีอันดับสูง ทั้งนี้เป็นเพราะถ้าสมการลักษณะสมบัติมีอันดับสูงการหารากของมันทุก ๆ ค่า เป็นเรื่องยาก วิธีหาค่าไอเก็นโดยวิธีการโดเมนของความถี่ (frequency domain method) ซึ่งได้กล่าวถึงต่อไปในบทนี้ มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีการหาค่าไอเก็นจากสมการลักษณะสมบัติซึ่งได้กล่าวถึงข้างต้น

ถ้ามีแรงบิด $T_x(t)$ มากระทำที่โรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าของระบบไฟฟ้ากำลังซึ่งมีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องเดียวที่ต่ออยู่กับอินฟินิตบัสดังกล่าวข้างต้น สมการของการเคลื่อนที่มี ลักษณะดังสมการ (3.21)

$$[(p+\alpha)^2 + \beta^2]\delta_\Delta(t) \quad = \quad (\omega_0/2H)T_x(t) \tag{3.21}$$

ทำการแปลงลาปลาซ (Laplace transform) โดยกำหนดให้ค่าตัวแปรที่เวลา t = 0 มีค่าเป็นศูนย์ ได้ความสัมพันธ์ดังสมการ (3.22)

$$\delta_\Delta(s) \quad = \quad \omega_0 T_x(s)/2H[(s+\alpha)^2 + \beta^2] \tag{3.22}$$

ในการพิจารณาหาว่าเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องใดในระบบไฟฟ้ากำลัง มีส่วนทำให้ระบบไฟฟ้ากำลังออสซิลเลตในโมดซึ่งมีความถี่ต่ำสุด สามารถพิจารณาได้จากค่าของความเร็วเชิงมุมที่เปลี่ยนไปของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่าง ๆ (รายละเอียดจะกล่าวถึงอีกครั้งในบทที่ 9) ดังนั้นการหาทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน $\omega_\Delta(s)/T_x(s)$ เป็นการสะดวกกว่า ในระบบเปอร์ยูนิต ตัวแปรอินครีเมนตอลของความเร็วเชิงมุม $\omega_\Delta(t)$ มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอินครีเมนตอลของมุมโรเตอร์ดังสมการ (3.23)

$$\omega_\Delta(t) \quad = \quad (1/\omega_0)p\delta_\Delta(t) \tag{3.23}$$

เมื่อทำการแปลงลาปลาซสมการ (3.23) ได้สมการ (3.24)

$$\begin{aligned} \omega_\Delta(s) &= (1/\omega_0)s\delta_\Delta(s) \\ &= [sT_x(s)/2H]/[(s+\alpha)^2 + \beta^2] \end{aligned} \tag{3.24}$$

ถ้า $T_x(t)$ มีลักษณะเป็นฟังก์ชันของไซน์ซึ่งมีความถี่ Ω ตัวดำเนินการ s สามารถแทนที่ด้วย $j\Omega$ ซึ่งทำให้ $T_x(j\Omega)$ และ $\omega_\Delta(j\Omega)$ กลายเป็นเฟสเซอร์ ถ้ากำหนดให้ $\omega_\Delta(j\Omega)$ เป็นเฟสเซอร์อ้างอิง นั่นคือ

$$\omega_\Delta(j\Omega) = \tilde{\omega}_r + j0 \tag{3.25}$$

และได้

$$T_x(j\Omega) = \tilde{T}_{xr} + j\tilde{T}_{xi} \tag{3.26}$$

จากสมการ (3.24) ได้

$$\tilde{\omega}_r + j0 = (j\Omega/2H)(\tilde{T}_{xr} + j\tilde{T}_{xi})/[(\alpha+j\Omega)^2 + \beta^2] \tag{3.27}$$

ถ้ากำหนดค่าของ $T_x(j\Omega)$ แล้ว ค่าของ $\omega_\Delta(j\Omega)$ สามารถหาได้ ทั้งนี้เป็นเพราะ $\omega_\Delta(s)$ มีความสัมพันธ์กับ $T_x(s)$ โดยผ่านทางทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน ฟังก์ชันหนึ่งซึ่งเป็นฟังก์ชันของ s เมื่อแทนค่า s ด้วย $j\Omega$ ได้ค่าของทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันที่เป็นเลขเชิงซ้อน แต่เนื่องจาก $\omega_\Delta(j\Omega)$ ได้ถูกกำหนดให้เป็นเฟสเซอร์อ้างอิง ดังนั้นการกำหนดค่า $\omega_\Delta(j\Omega)$ แล้วหาค่า $T_x(j\Omega)$ ที่สอดคล้องกับ $\omega_\Delta(j\Omega)$ ดังกล่าว เป็นการสะดวกกว่า เมื่อรู้ค่า $\omega_\Delta(j\Omega)$ และ $T_x(j\Omega)$ แล้ว ค่าของ α และ β^2 ก็สามารถหาได้โดยใช้ความสัมพันธ์ในสมการ (3.28) และสมการ (3.29) กล่าวคือ

$$\alpha = \tilde{T}_{xr}/4H\tilde{\omega}_r \tag{3.28}$$

$$\beta^2 = \Omega^2 - (\Omega\tilde{T}_{xi}/2H\tilde{\omega}_r) - (\tilde{T}_{xr}/4H\tilde{\omega}_r)^2 \tag{3.29}$$

3.2.2 ระบบไฟฟ้ากำลังที่มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องเดียวที่ต่ออยู่กับอินฟินิตบัส และมีสมการการเคลื่อนที่ของโรเตอร์เป็นสมการอนุพันธ์ไม่เชิงเส้นอันดับสูง

ในกรณีที่แบบจำลองของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีความสลับซับซ้อนมากกว่าที่ใช้ในหัวข้อ 3.2.1 รวมทั้งนำเอาผลของระบบควบคุมมาประกอบการวิเคราะห์ด้วย สมการการเคลื่อนที่ของโรเตอร์ เป็นสมการอนุพันธ์อันดับสูง ความเร็วเชิงมุมเบี่ยงเบนของเครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีความสัมพันธ์กับแรงบิดจากภายนอก T_x โดยผ่านทางทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันค่าหนึ่ง กล่าวคือ

$$\omega_{\Delta}(s) = (1/2H)[n(s)/d(s)]T_x(s) \tag{3.30}$$

โดยใช้การกระจายให้เป็นเศษส่วนย่อย (partial fraction expansion) สมการ (3.30) สามารถกระจายให้มีลักษณะดังสมการ (3.31) ได้ กล่าวคือ

$$\omega_{\Delta}(s) = [T_x(S)/2H]\{[s]/[(s+\alpha)^2 + \beta^2]\} + [T_x(S)/2H]\{A(s)/B(s)\} \tag{3.31}$$

สมการ (3.31) สามารถจัดรูปใหม่ได้ดังสมการ (3.32)

$$(s+\alpha)^2 + \beta^2 = [1/2H\omega_{\Delta}(s)]\{[s] + [(s+\alpha)^2 + \beta^2]A(s)/B(s)]\}T_x(s) \tag{3.32}$$

กำหนดให้ $T_x(t)$ เป็นฟังก์ชันไซน์เชิงซ้อน (complex sine) ดังสมการ (3.33)[2]

$$T_x(t) = (T_{xr} + jT_{xi})\exp(-\sigma + j\Omega)t \tag{3.33}$$

เมื่อแทนที่ s ด้วย $-\sigma + j\Omega$ $T_x(-\sigma + j\Omega)$ และ $\omega_{\Delta}(-\sigma + j\Omega)$ เป็นเฟสเซอร์ ถ้าเลือก $\omega_{\Delta}(-\sigma + j\Omega)$ เป็นเฟสเซอร์อ้างอิงจะได้

$$\omega(-\sigma + j\Omega) = \tilde{\omega}_r + j0 \tag{3.34}$$

และ

$$T_x(-\sigma + j\Omega) = \tilde{T}_{xr} + j\tilde{T}_{xi} = \tilde{T}_x \tag{3.35}$$

แทนที่ s ในสมการ (3.32) ด้วย $(-\sigma + j\Omega)$ ได้ความสัมพันธ์ดังสมการ (3.36)

$$(-\sigma+\alpha+j\Omega)^2 + \beta^2 = (1/2H\tilde{\omega}_r)\{(-\sigma + j\Omega) +$$
$$[(-\sigma+\alpha+j\Omega)^2 + \beta^2][A(-\sigma + j\Omega)/B(-\sigma + j\Omega)]\}(\tilde{T}_{xr} + j\tilde{T}_{xi}) \tag{3.36}$$

ถ้า σ มีค่าเกือบเท่า α และ Ω มีค่าเกือบเท่า β ค่าของพจน์ที่สองในวงเล็บปีกกาของสมการ (3.36) มีค่าน้อยมาก ในกรณีเช่นนี้ค่าของ α และ β สามารถหาได้จาก

$$\alpha = \sigma + (1/4\Omega H\tilde{\omega}_r)(\Omega\tilde{T}_{xr} - \sigma\tilde{T}_{xi}) \tag{3.37}$$

$$\beta^2 = \Omega^2 - (1/2H\tilde{\omega}_r)[\Omega\tilde{T}_{xi} + \sigma\tilde{T}_{xr}] - [(1/4\Omega H\tilde{\omega}_r)\Omega(\tilde{T}_{xr} - \sigma\tilde{T}_{xi})]^2 \tag{3.38}$$

ในกรณีเช่นนี้การหาค่า α และ β ต้องใช้วิธีการทำซ้ำ (iterative method) ค่าเริ่มต้นของค่าไอเก็นควรเริ่มจาก $\sigma = 0$ และ Ω อยู่ในช่วง 0.1 - 0.4 เฮิร์ตซ์[3] เมื่อกำหนดค่า $\tilde{\omega}_r$ ให้มีค่าคงที่ค่าของ $\tilde{T}_x$ ซึ่งสมนัยกับค่าของ $\tilde{\omega}_r$ สามารถหาได้จากความสัมพันธ์ในแบบจำลองเชิงเส้นของระบบไฟฟ้ากำลัง เมื่อรู้ค่าของ $\tilde{\omega}_r$ และ $\tilde{T}_x$ ก็สามารถนำไปใช้ในการหาค่าของ α และ β ได้โดยใช้ความสัมพันธ์ดังสมการ (3.37) และสมการ (3.38) ตามลำดับ ค่าของ α และ β ดังกล่าว นำไปใช้ในการปรับปรุงค่าไอเก็น กล่าวคือ ปรับปรุงให้ค่าไอเก็นมีค่า $\sigma = \alpha$ และ $\Omega = \beta$ เมื่อทำการประมาณค่าของค่าไอเก็นตามวิธีการดังกล่าวข้างต้นซ้ำไปซ้ำมาหลาย ๆ รอบ ค่าไอเก็นที่หาได้ก็เข้าใกล้ค่าจริงของค่าไอเก็นในที่สุด จากสมการ (3.36) เห็นได้ว่าเมื่อ σ มีค่าเข้าใกล้ α และ Ω มีค่าเข้าใกล้ β ค่าของ $\tilde{T}_x$ จะมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ลักษณะอันนี้สามารถใช้เป็นบรรทัดฐานในการตรวจสอบการเข้าสู่ค่าที่แท้จริงของค่าไอเก็นได้

3.2.3 ระบบไฟฟ้ากำลังที่มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหลายเครื่อง

ในกรณีที่ระบบไฟฟ้ากำลังประกอบด้วยเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจำนวนหลายเครื่อง ขั้นตอนวิธี (algorithm) ในการหาค่าของค่าไอเก็นซึ่งสมนัยกับออสซิลเลชันของโรเตอร์ มีความซับซ้อนกว่ากรณีของระบบไฟฟ้ากำลังที่มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องเดียวมาก แต่แนวความคิดซึ่งได้จากกรณีของระบบไฟฟ้ากำลังที่มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าเครื่องเดียวในหัวข้อ 3.2.2 นั้นเป็นแนวความคิดที่มีประโยชน์ต่อการพัฒนาขั้นตอนวิธีของการหาค่าของค่าไอเก็นซึ่งสมนัยกับออสซิลเลชันของโรเตอร์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า ของระบบไฟฟ้ากำลังที่มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจำนวนหลายเครื่องมาก รายละเอียดของขั้นตอนวิธีในการหาค่าไอเก็นดังกล่าวจะได้กล่าวถึงอีกครั้งในบทที่ 8