บทที่ 1

บทนำ

ที่มาและความสำคัญของปัญหา

ในการเก็บรวบรวมข้อมูลที่ได้จากการสำรวจหรือการทดลองนั้น อาจเกิดปัญหาขึ้นในบางครั้งเป็นต้นว่าขนาดตัวอย่างหรือจำนวนค่าสังเกตมีขนาดใหญ่แต่จำนวนการเกิดเหตุการณ์ที่สนใจหรือความล้มเหลว (Failure) มีจำนวนน้อย หรือต้องเสียเวลาในการรอคอยจนกระทั่งเกิดความล้มเหลว ซึ่งเป็นระยะเวลายาวนานจนไม่สามารถรอคอยให้เกิดความล้มเหลวครบทุกค่าสังเกตได้ เพื่อแก้ปัญหาเหล่านี้ผู้ที่ทำการสำรวจหรือทดลองจึงได้ทำการกำหนดจำนวนค่าสังเกตที่จะเกิดความล้มเหลวไว้ล่วงหน้า แล้วทำการสำรวจหรือทดลองจนกระทั่งเกิดความล้มเหลวครบตามจำนวนที่กำหนดก็หยุดทำการสำรวจหรือทดลองนั้น ๆ ซึ่งลักษณะข้อมูลที่ได้นี้ไม่ใช่ข้อมูลที่สมบูรณ์ แต่เป็นลักษณะของข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งประเภทที่ 2 (Type II Censored Data) เมื่อได้ชุดข้อมูลมาแล้วก็จะนำชุดข้อมูลที่ได้นี้มาทำการทดสอบภาวะสารูปดี หรือ การทดสอบเทียบความกลมกลืน[1] (Goodness-of-Fit Test) ซึ่งทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับการแจกแจงของประชากร เพื่อการวิเคราะห์และสรุปผล แต่เนื่องจากข้อมูลที่ได้ไม่ใช่ข้อมูลที่สมบูรณ์ ฉะนั้นหากทำการทดสอบสมมติฐานเทียบกับตารางสถิติของข้อมูลที่สมบูรณ์โดยทั่วไปแล้วผลของการวิเคราะห์และการสรุปผลอาจเกิดความคลาดเคลื่อนได้ ดังนั้นจึงต้องหาวิธีทดสอบสมมติฐานในกรณีข้อมูลถูกตัดทิ้งประเภทที่ 2 ที่สามารถแสดงค่าความผิดพลาดให้อยู่ในขอบเขตจำกัด และสามารถวัดความเสี่ยงที่สรุปผลไม่ตรงกับความเป็นจริง เพื่อที่จะให้เห็นว่าการสรุปผลนั้นมีความน่าเชื่อถือมากน้อยเพียงไร

ตัวอย่างลักษณะของข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งประเภทที่ 2 ได้แก่

ทางด้านการควบคุมคุณภาพ เช่นการผลิตหลอดไฟรุ่นหนึ่งสมมติมีจำนวน N หลอด นำทั้งหมดมาทดสอบเพื่อทราบถึงการแจกแจงของอายุการใช้งานของหลอดไฟรุ่นนี้ว่าเป็นไปตามการแจกแจงที่คาดหวังไว้หรือไม่ โดยเริ่มทำการทดสอบพร้อมกัน ให้เวลาที่เริ่มทำการทดสอบ $t_i = 0$ โดยที่ t_i เป็นระยะเวลาของอายุการใช้งานของหลอดไฟ กำหนดจำนวนหลอดไฟ

---

[1] จากหนังสือพจนานุกรมศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2525 พิมพ์ครั้งที่ 3

ที่จะเกิดความล้มเหลวหรือเสียล่วงหน้าไว้ r หลอด ซึ่ง $r < N$ แล้วบันทึกอายุการใช้งานของหลอดไฟที่เสีย t_i ; $i = 1, 2, \ldots, r$ (i คือลำดับการเกิดหลอดไฟเสีย) เมื่อเกิดจำนวนหลอดไฟที่เสียครบตามจำนวนที่กำหนดไว้ล่วงหน้าแล้วหยุดทำการทดลอง ทำการบันทึกข้อมูลทั้ง N หลอด โดยที่ข้อมูลของหลอดไฟที่เสีย r หลอดแรก ได้แก่ t_i ; $i = 1, 2, \ldots, r$ เป็นข้อมูลสมบูรณ์ไม่ถูกตัดทิ้ง เนื่องจากทำการทดสอบตั้งแต่เริ่มต้นจนกระทั่งเกิดความล้มเหลวขึ้น ส่วนข้อมูลที่เหลือจำนวน N - r หลอด ได้แก่ t_j ; $j = r + 1, r + 2, \ldots, N$ เวลาที่ถูกบันทึกคือ t_r เนื่องจากทำการทดสอบหลอดไฟจนกระทั่งเกิดหลอดไฟเสียขึ้นเป็นหลอดที่ r แล้วหยุดทำการทดสอบ ทั้งที่ในความเป็นจริงแล้วอายุการใช้งานของหลอดที่ j ; $j = r + 1, r + 2, \ldots, N$ นั้นมีมากกว่าหรือเท่ากับอายุการใช้งานของหลอดที่ r ข้อมูลที่ได้จึงเป็นข้อมูลที่ถูกตัดทิ้ง เป็นต้น

ทางด้านการประกันชีวิต เช่นการศึกษาระยะเวลาการรับเงินบำนาญของผู้เอาประกันชีวิตในกรณีที่ทำประกันชีวิตแบบที่มีการจ่ายเงินบำนาญที่อายุ x ปีจนกระทั่งเสียชีวิต โดยทำการสำรวจผู้เอาประกันชีวิตที่มีอายุขณะเริ่มรับเงินบำนาญเท่ากันที่อายุ x ปี ให้เวลาที่เริ่มทำการสำรวจ $t_i = 0$ โดยที่ t_i เป็นระยะเวลาที่จะมีชีวิตรอดต่อไปในอนาคตของผู้เอาประกันคนที่ i โดยเริ่มรับเงินบำนาญที่อายุ x ปี (Future Lifetime of Life-Aged-x, T(x) หรือ T) จากการสำรวจสมมติว่ามีผู้เอาประกันชีวิตที่มีอายุ x ปีขณะเริ่มรับเงินบำนาญจำนวน N คน กำหนดจำนวนเหตุการณ์ที่ผู้เอาประกันเสียชีวิตไว้ r คน ซึ่ง $r < N$ แล้วทำการบันทึกระยะเวลาที่จะมีชีวิตรอดต่อไปในอนาคตของผู้เอาประกัน t_i ; $i = 1, 2, \ldots, r$ (i คือลำดับการเสียชีวิตของผู้เอาประกัน) เมื่อเกิดเหตุการณ์ที่สนใจศึกษาครบตามที่ได้กำหนดไว้ล่วงหน้าแล้วก็หยุดทำการสำรวจ โดยที่ข้อมูลของผู้เอาประกันที่เสียชีวิต r คนแรก ได้แก่ t_i ; $i = 1, 2, \ldots, r$ เป็นข้อมูลสมบูรณ์ไม่ถูกตัดทิ้ง เนื่องจากทำการสำรวจผู้เอาประกันตั้งแต่เริ่มต้นจนกระทั่งผู้เอาประกันเสียชีวิต ส่วนข้อมูลที่เหลือจำนวน N - r คน ได้แก่ t_j ; $j = r + 1, r + 2, \ldots, N$ เวลาที่ถูกบันทึกคือ t_r เนื่องจากทำการสำรวจผู้เอาประกันตั้งแต่เริ่มต้นจนกระทั่งผู้เอาประกันเสียชีวิตเป็นคนที่ r แล้วหยุดทำการสำรวจ ทั้งที่ในความเป็นจริงแล้วระยะเวลาที่จะมีชีวิตรอดต่อไปในอนาคตของผู้เอาประกันของคนที่ j ; $j = r + 1, r + 2, \ldots, N$ นั้นมีมากกว่าหรือเท่ากับระยะเวลาที่จะมีชีวิตรอดต่อไปในอนาคตของผู้เอาประกันคนที่ r ข้อมูลที่ได้จึงเป็นข้อมูลที่ถูกตัดทิ้ง เป็นต้น

ในการคำนวณเบี้ยประกันชีวิต พบว่า ปัจจัยที่สำคัญในการกำหนดอัตราเบี้ยประกันชีวิต ก็คือ ตารางชีพซึ่งเป็นตารางที่แสดงอัตราการตายของคนแต่ละอายุ และสร้างขึ้นจากการเก็บสถิติของระยะเวลาที่จะมีชีวิตรอดต่อไปในอนาคต (Future Lifetime) ของบุคคลแต่ละอายุ

ถ้าอัตราการเสียชีวิตใกล้เคียงกับความเป็นจริง ก็จะทำให้การกำหนดอัตราเบี้ยประกันชีวิตเหมาะสม และ สอดคล้องกับความเสี่ยงภัย แต่การที่จะได้มาซึ่งอัตราการเสียชีวิตที่ใกล้เคียงความเป็นจริงนั้น ต้องใช้ข้อมูลที่มีลักษณะเป็นข้อมูลแบบสมบูรณ์ (Complete Data) ซึ่งในทางปฏิบัติเราไม่สามารถเก็บข้อมูลแบบสมบูรณ์ได้ เนื่องมาจากหลายสาเหตุ ได้แก่ ข้อจำกัดของเวลาและค่าใช้จ่าย หรือไม่สามารถรอคอยจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ที่สนใจศึกษาครบทุกค่าสังเกตได้ เป็นต้น และจากที่ได้กล่าวไว้ข้างต้นว่า การสรุปผลจากตารางสถิติสำหรับข้อมูลที่สมบูรณ์ โดยที่ข้อมูลที่นำมาทดสอบเป็นข้อมูลถูกตัดทิ้งอาจเกิดความผิดพลาดได้ จึงต้องมีการสร้างตารางสถิติสำหรับข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งประเภทที่ 2 เพื่อใช้ในการทดสอบสมมติฐานให้ได้ผลสรุปที่ถูกต้องยิ่งขึ้น ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาการทดสอบการแจกแจงไวบูลล์ (Weibull Distribution) และการแจกแจงกอมเพิรตซ์ (Gompertz Distribution) ด้วยวิธีทดสอบเทียบความกลมกลืน (Goodness-of-Fit Test) เมื่อข้อมูลถูกตัดทิ้งประเภทที่ 2 เป็นจำนวนมาก

เนื่องจากข้อมูลถูกตัดทิ้งเป็นจำนวนมากทำให้เหลือข้อมูลใช้ในการทดสอบสมมติฐานเป็นจำนวนน้อยมากเมื่อเทียบกับขนาดของตัวอย่างที่ศึกษา การกระจายของข้อมูลไม่ได้มีลักษณะเป็นโค้งปกติ และความต้องการตัวสถิติที่คำนวณง่ายไม่ซับซ้อนสามารถคิดได้อย่างรวดเร็ว จึงทำให้ผู้วิจัยสนใจศึกษาการทดสอบเทียบความกลมกลืน ด้วยการทดสอบที่ไม่ใช้พารามิเตอร์ (Nonparametric Test) และสถิติทดสอบที่สนใจศึกษามี 3 วิธีด้วยกันคือ KS (Kolmogorov-Smirnov Test Statistics), K (Kuiper Test Statistics) และ CVM (Cramer-von Mises Test Statistics)

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาเปรียบเทียบสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืน สำหรับการแจกแจงไวบูลล์ และการแจกแจงกอมเพิรตซ์ กรณีข้อมูลถูกตัดทิ้งประเภทที่ 2 จำนวนมาก ซึ่งสถิติทดสอบที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่

1. KS
2. K
3. CVM

โดยพิจารณาจากความสามารถในการควบคุมค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และค่าอำนาจการทดสอบ

ข้อตกลงเบื้องต้น

การทดสอบเทียบความกลมกลืน (Goodness-of-Fit Test) คือการทดสอบสมมติฐาน

$$H_0 : F(x) = F_0(x)$$

ให้ $X_1, \ldots, X_n$ เป็นตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่มีฟังก์ชันการแจกแจง $F(x)$

$F_0(x)$ เป็นฟังก์ชันการแจกแจงประชากรที่กำหนด

ไม่ว่าจะเป็นการแจกแจงแบบต่อเนื่องหรือไม่ เรียกปัญหาในการทดสอบสมมติฐานแบบนี้ว่า ปัญหาเทียบความกลมกลืน (Goodness-of-Fit Problem) และการทดสอบสมมติฐานดังกล่าวเรียกว่า การทดสอบเทียบความกลมกลืน (Test of Fit) [1] มีขั้นตอนในการทดสอบดังต่อไปนี้

1. ตั้งสมมติฐานเพื่อใช้ในการทดสอบ ดังนี้
   H_0 : ไม่มีความแตกต่างกันระหว่างการแจกแจงของข้อมูลที่สังเกตได้ กับการแจกแจงที่คาดหวังไว้
   H_1 : มีความแตกต่างกันระหว่างการแจกแจงของข้อมูลที่สังเกตได้ กับการแจกแจงที่คาดหวังไว้
2. กำหนดระดับนัยสำคัญ α
3. กำหนดสถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน
4. เปิดตารางหาค่าวิกฤต (Critical Value) ที่ระดับนัยสำคัญตามที่กำหนดในข้อ 2.
5. คำนวณค่าสถิติตามแบบสถิติทดสอบที่ใช้ในข้อ 3.
6. ทำการตัดสินใจว่าจะปฏิเสธหรือยอมรับสมมติฐาน
7. สรุปผลการทดสอบสมมติฐาน

จากข้อ 4. เนื่องจากผู้วิจัยศึกษาข้อมูลที่มีลักษณะถูกตัดทิ้งประเภทที่ 2 จึงไม่สามารถทดสอบสมมติฐานโดยการเปิดตารางค่าวิกฤตของข้อมูลแบบสมบูรณ์ได้ การวิจัยครั้งนี้จึงได้ทำ

---

[1] ประชุม สุวัตถี, ดร., ทฤษฎีการอนุมานเชิงสถิติ. (กรุงเทพมหานคร : 2527), หน้า 486

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การสร้างตารางแสดงค่าวิกฤตสำหรับข้อมูลที่ถูกตัดทิ้งประเภทที่ 2 สำหรับสถิติทดสอบแต่ละวิธีตามที่ได้กำหนดในข้อ 3. ขึ้นมา จากการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล (Monte-Carlo Simulation) เพื่อใช้ในการทดสอบสมมติฐานต่อไป

สมมติฐานของการวิจัย

ภายใต้สถานการณ์ที่ข้อมูลถูกตัดทิ้งประเภทที่ 2 จำนวนมาก สถิติ CVM ให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบ KS และสถิติทดสอบ K

ขอบเขตการวิจัย

1. ศึกษาการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับ 2 การแจกแจง คือ
   1.1 การแจกแจงไวบูลล์ (Weibull Distribution) 2 พารามิเตอร์ ที่พารามิเตอร์ $\alpha = 3$ และ $\beta = 1$
   1.2 การแจกแจงกอมเพิรตซ์ (Gompertz Distribution) ที่พารามิเตอร์ B = 0.02 และ c = 20
2. ศึกษาอำนาจการทดสอบโดยใช้การแจกแจงต่าง ๆ ดังนี้
   2.1 การแจกแจงลอกนอร์มอล (Lognormal Distribution)
   2.2 การแจกแจงลอกโลจีสติก (Log-logistic Distribution)
   2.3 การแจกแจงไวบูลล์ (Weibull Distribution) 3 พารามิเตอร์
   2.4 การแจกแจงไค-สแควร์ (Chi-square Distribution)
3. สถิติทดสอบที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานมี 3 วิธี ได้แก่
   3.1 สถิติทดสอบโคลโมโกรอฟ-สเมอร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov Test Statistics, KS)
   3.2 สถิติทดสอบคิวเปอร์ (Kuiper Test Statistics, K)
   3.3 สถิติทดสอบคราเมอร์-วอน ไมส์ (Cramer-von Mises Test Statistics, CVM)
4. กำหนดระดับนัยสำคัญ 6 ระดับ ได้แก่ 0.25, 0.20, 0.15, 0.10, 0.05 และ 0.01
5. ขนาดตัวอย่างที่ใช้มี 4 ระดับ ได้แก่ 100, 300, 500 และ 700
6. เปอร์เซ็นต์ในการตัดทิ้งมี 3 ระดับ ได้แก่ 90%, 95% และ 99% ยกเว้นที่ขนาดตัวอย่าง 100 และ 300 มีเปอร์เซ็นต์ในการตัดทิ้ง 2 ระดับ ได้แก่ 90% และ 95%

7. การวิจัยครั้งนี้ได้จำลองข้อมูลให้มีสถานการณ์ตามที่กำหนดข้างต้น โดยใช้เทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล จากเครื่องคอมพิวเตอร์ AMDAHL5860 เขียนด้วยโปรแกรมภาษาฟอร์แทรน (Fortran) ทำการจำลองข้อมูลซ้ำ 2,000 รอบ ในแต่ละสถานการณ์

จำนวนสถานการณ์ แบ่งออกเป็น 3 ส่วนด้วยกัน ดังนี้

1. ในการคำนวณหาค่าวิกฤต 2*3*6*(2*2+2*3) = 360 สถานการณ์
2. ในการคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1
   2*3*6*(2*2+2*3) = 360 สถานการณ์
3. ในการคำนวณหาค่าอำนาจการทดสอบ 4*3*6*(2*2+2*3) = 720 สถานการณ์

รวมจำนวนสถานการณ์ทั้งหมด 1,440 สถานการณ์

เกณฑ์การตัดสินใจ

เกณฑ์การเปรียบเทียบสถิติทดสอบแต่ละวิธี สำหรับการแจกแจงไวบูลล์ และการแจกแจงกอมเพิรตซ์ พิจารณาเป็น 2 ขั้นตอนดังนี้

1. พิจารณาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 โดยการนำค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของการทดลองในแต่ละสถานการณ์มาเปรียบเทียบกับเกณฑ์ ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้ได้แสดงเกณฑ์ที่ใช้ในการตัดสินใจ 2 เกณฑ์ด้วยกันคือ เกณฑ์ของ Cochran และเกณฑ์ของ Bradley รายละเอียดของเกณฑ์ทั้งสองได้เสนอไว้ในบทที่ 3. และเกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ของการวิจัยนี้คือ เกณฑ์ของ Cochran

2. พิจารณาค่าอำนาจการทดสอบของสถิติทดสอบทั้ง 3 วิธี โดยพิจารณาสถานการณ์ที่ผ่านเกณฑ์จากข้อ 1. แล้ว มาหาค่าอำนาจการทดสอบ เพื่อเปรียบเทียบสถิติทดสอบทั้ง 3 วิธีว่าสถิติทดสอบวิธีใดให้ค่าอำนาจการทดสอบสูงที่สุด

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกใช้สถิติทดสอบ เพื่อการทดสอบเทียบความกลมกลืน

สำหรับการแจกแจงไวบูลล์ 2 พารามอเตอร์ และการแจกแจงกอมเพิรตซ์ กรณีข้อมูลถูกตัดทิ้งประเภทที่ 2 จำนวนมาก

2. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาการทดสอบเทียบความกลมกลืน กรณีศึกษาอื่น ๆ ต่อไป