

## เอกสารอ้างอิง

1. Gerber, R. and Birss, R.R., High Gradient Magnetic Separation, RSP John Wiley & Sons, Great Britain, 1983.
2. Gerber, R., "Theory of Particle Capture in Axial Filter for High Gradient Magnetic Separation," J. Phys. D. : Appl. Phys., 11, 2119 - 2128, 1978.
3. Eisenstein, I., "Magnetic Traction Force in an HGMS with an Ordered Array of Wires : I," IEEE. Trans. Magn., MAG - 14(6), 1148 - 1154, 1978.
4. Greiner, H. and Hoffmann, H., "Efficiencies of Axially Ordered HGMS - Filter Calculated from a Multiwire Model," J. Magn. Magn. Mat., 38, 194 - 204, 1983.
5. Natenapit, M., "Magnetic Field for and Assemblage of Cylinders," J. Sci. Res. Chula. Univ., 13(1), 1988.

6. Moyer, C. Natenapit, M. and Arajs, S.,  
"Magnetic Filtration of Particle in Laminar  
Flow Through a Bed of Spheres ,"  
J. Magn. Magn. Mat., 44, 99 - 104, 1984.
7. Birss, R.R., Gerber, R., Parker, M.R. and Sheerer,  
T.J., "Theory and Performance of Axial  
Magnetic Filters in Laminar Flow Condition,"  
IEEE. Trans. Magn., MAG - 14(5),  
389 - 391, 1978.
8. Landau, L.D. and Lifschitz, E.M., Fluid Mechanics,  
Pergamon Press, Oxford, London, New York,  
1966.
9. Wakeman, R.J., Progress in Filtration and  
Separation 2, Elsevier Scientific  
Publishing Company, Netherlands, 1981.
10. Jackson, J.D., Classical Electrodynamics, John  
Wiley & Sons, New York, 1975.
11. Gooding, C.H. and Felder, R.M., "High Gradient  
Magnetic Filtration of Fine Particles from  
a Gas Stream," JAICHE., 27(2), 193 - 202,  
1981.

12. Birss, R.R., Gerber, R., Parker, M.R. and Sheerer, T.J., "Laminar Flow Model of Particle Capture of Axial Magnetic Filters," IEEE. Trans. Magn., MAG - 14(6), 1165 - 1168, 1978.
13. Reger, G., Gerber, R., Friedlaender, F.J. and Hoffmann, H., "The Efficiency of Particle Capture by an Infinite Array of Ferromagnetic Wires at Low Reynolds Numbers," J. Magn. Magn. Mat., 291 - 300, 1985.
14. Watson, J.H.P., "Magnetic Filtration," J. Appl. Phys., 44(9), 4209 - 4213, 1973.

ภาคผนวก

## ภาคผนวก ก

แรงแม่เหล็ก

โดยธรรมชาติของสารแม่เหล็กที่อยู่ในสนามแม่เหล็กภายนอก ( $\vec{H}$ ) โมเมนต์แม่เหล็ก ( $\vec{m}$ ) ของแต่ละอะตอมก็จะเรียงอย่างเป็นระเบียบคือทิศของโมเมนต์แม่เหล็กชี้ไปในทิศทางของสนามแม่เหล็กภายนอก เรียกว่าเกิดแมกนีโตเซชัน หรือเรียกสารนี้ว่าถูกแมกนีโตซ์ แมกนีโตเซชัน ( $\vec{M}$ ) ของสารใด ๆ คือโมเมนต์แม่เหล็กของสารนั้นที่ถูกแมกนีโตซ์ต่อหนึ่งหน่วยปริมาตร ดังนี้

$$\vec{M} = \frac{\vec{m}}{V} \quad (1.1)$$

เมื่อ  $V$  คือปริมาตรของสาร

$$\text{สำหรับสารแม่เหล็กที่เป็นพาราแมกเนติก} \quad \vec{M} = \chi \vec{H} \quad (1.2)$$

เมื่อ  $\chi$  คือ ค่าสภาพรับไว้ได้ทางแม่เหล็กของสาร

แต่เนื่องจาก ความเหนี่ยวนำแม่เหล็ก ( $\vec{B}$ ) มีความสัมพันธ์กับสนามแม่เหล็ก ( $\vec{H}$ ) ดังนี้

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (1.3)$$

เมื่อ  $\mu$  คือ ค่าสภาพให้ซึมได้ทางแม่เหล็กของสาร

และค่าสภาพให้ซึมได้ทางแม่เหล็กขึ้นอยู่กับค่าสภาพรับไว้ได้ทางแม่เหล็กของสารนั้น ดังสมการ

$$\mu = \mu_0 (1 + \chi) \quad (1.4)$$

เมื่อ  $\mu_0$  คือ ค่าสภาพให้ซึมได้ทางแม่เหล็กของสุญญากาศ  
 พลังงานศักย์ของสารแม่เหล็ก ( $U$ ) ซึ่งมีโมเมนต์แม่เหล็ก ( $\vec{m}$ )  
 วางอยู่ในสนามแม่เหล็กภายนอก ( $\vec{H}$ ) คือ

$$U = -\vec{m} \cdot \vec{B} \quad (1.5)$$

และจากแรงกระทำ  $\vec{F} = -\vec{\nabla}U$  ดังนั้น แรงแม่เหล็ก ( $\vec{F}_m$ )  
 ที่กระทำต่อโมเมนต์แม่เหล็กคือ

$$\vec{F}_m = \vec{\nabla}(\vec{m} \cdot \vec{B}) \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} \text{จาก } \vec{\nabla}(\vec{m} \cdot \vec{B}) &= (\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{m} + (\vec{m} \cdot \vec{\nabla})\vec{B} + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{m}) + \vec{m} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}), \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} &= 0 \end{aligned}$$

และ  $\vec{m}$  คงที่กรณีอนุภาคทรงกลมอยู่ในสนามแม่เหล็กภายนอกความเข้มสม่ำเสมอ (10) จะได้

$$\vec{F}_m = (\vec{m} \cdot \vec{\nabla})\vec{B} \quad (1.7)$$

$$\text{ดังนั้น } \vec{F}_m = \mu_0(1+\chi)\chi V(\vec{H} \cdot \vec{\nabla})\vec{H} \quad (1.8)$$

$$\text{โดยใช้คุณสมบัติ } \vec{\nabla}H^2 = 2(\vec{H} \cdot \vec{\nabla})\vec{H} - 2\vec{H} \times (\vec{\nabla} \times \vec{H}) \quad \text{และ } \vec{\nabla} \times \vec{H} = 0$$

ดังนั้นแรงแม่เหล็กที่กระทำต่อโมเมนต์แม่เหล็กคือ

$$\vec{F}_m = \frac{1}{2} \mu_0(1+\chi)\chi V \vec{\nabla}H^2 \quad (1.9)$$

สำหรับอนุภาคซึ่งเป็นสารพาราแมกเนติกมีค่าสภาพรับไว้ได้ทางแม่เหล็ก  $x_p$  ประมาณ  $10^{-5}$  จึงประมาณค่า  $1 + x_p$  เป็น 1 และ

$$\vec{F}_m = \frac{1}{2} \mu_0 x_p v_p \vec{v}_H^2 \quad (1.10)$$

เมื่อ  $v_p$  คือปริมาตรของอนุภาค

เนื่องจากอนุภาคที่พิจารณาอยู่ในของไหลเช่นน้ำซึ่งเป็นสารพาราแมกเนติก และมีค่าสภาพรับไว้ได้ทางแม่เหล็ก  $x_f \ll 1$  จึงมีแรงแม่เหล็ก  $-\frac{1}{2} \mu_0 x_f v_p \vec{v}_H^2$  กระทำต่ออนุภาคในทิศทางตรงข้ามกับแรงในสมการ (1.10) ดังนั้นแรงแม่เหล็กที่กระทำต่ออนุภาคคือ

$$\vec{F}_m = \frac{1}{2} \mu_0 (x_p - x_f) v_p \vec{v}_H^2 \quad (1.11)$$

## ภาคผนวก ข

ความเร็วของของไหลรอบตัวจับ

ในการคำนวณความเร็วของของไหลรอบตัวจับในตัวกรองแม่เหล็กทรงกระบอก แบบตามแนวแกนนี้ สมมติว่าตัวกรองแม่เหล็กซึ่งประกอบด้วยตัวจับรูปทรงกระบอกหลาย ๆ ตัวจับนั้น มีการจัดเรียงโดยมีรูปแบบที่แน่นอนและมีระยะระหว่างแกนคงที่ดังรูปที่ 1.1 ข ซึ่งแสดงภาคตัดขวางของตัวกรองแม่เหล็ก เมื่อของไหลไหลเข้ามาทางปลายข้างหนึ่งของตัวจับด้วยความเร็วคงที่ มีทิศตามแกนของตัวจับ (ทิศตามแกน  $z$ ) ทำให้ตัวจับที่มีรัศมี  $a$  ความยาว  $l$  ถูกล้อมรอบด้วยของไหลมีสัมประสิทธิ์ความหนืดของของไหลเป็น  $\eta$  ในแบบจำลองนี้ตัวจับใด ๆ แต่ละตัวถูกล้อมรอบด้วยของไหลทรงกระบอกหกเหลี่ยมเรียกว่า วิกเนอร์-ไซท์ซ เซลล์ (Wigner-Seitz cell) โดยที่ความเร็วของของไหลภายในเซลล์มีความสมมาตรรอบแกนของตัวจับ กล่าวคือความเร็วของของไหล ณ ตำแหน่งใด ๆ ขึ้นอยู่กับระยะทางจากแกนทรงกระบอกตามแนวรัศมี ( $r_a$ ) ดังนั้นเมื่อลากเส้นเชื่อมโยง ตำแหน่งที่มีรัศมีเท่ากันรอบตัวจับแล้วแปรค่ารัศมีจนถึงรัศมีที่สัมผัสกับผิวทรงกระบอกหกเหลี่ยมพอดี ( $r_{ca}$ ) จะได้เส้นที่บ่งบอกถึงความเร็วของของไหลที่เท่ากันเรียกว่า muffin-tin velocity well ดังแสดงในรูปที่ 1.2 ข

ความเร็วของของไหลรอบตัวจับทรงกระบอกเป็นไปตามสมการ:  
 นาวิเออร์-สโต๊ก (Navier-Stokes equation) ในพิกัดทรงกระบอก ดังนี้

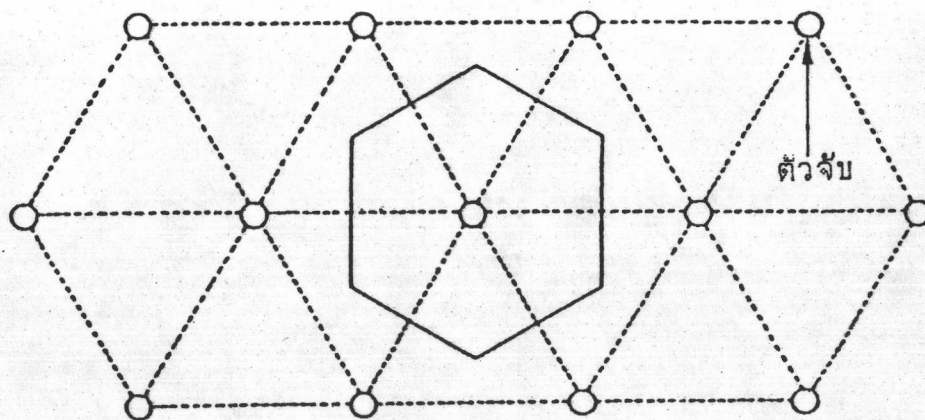
$$\frac{1}{r_a} \left( \frac{d}{dr_a} \left( r_a \frac{dv_a}{dr_a} \right) \right) = \frac{P_o}{\eta l_a}, \quad (r_a = r/a, v_a = v/a, l_a = l/a)$$

เมื่อ  $v_a$  คืออัตราเร็วของของไหลรอบตัวจับต่อรัศมีของตัวจับ

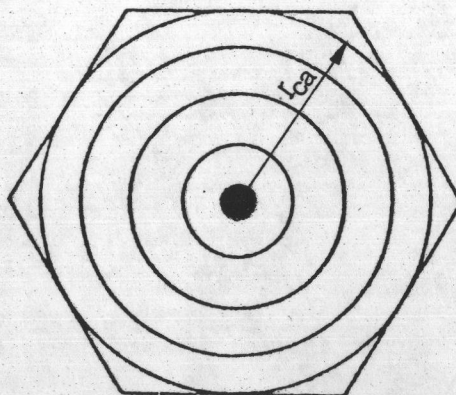
$l_a$  คือความยาวของตัวจับต่อรัศมีของตัวจับและ  $P_o$  คือความแตกต่างของความดันของของไหลระหว่างต้นและปลายของตัวจับ

โดยมีเงื่อนไขขอบเขต





รูปที่ 1.1 ข แสดงภาคตัดขวางของตัวจับและวิกเนอร์-ไซท์ส เซลล์



รูปที่ 1.2 ข แสดง muffin-tin velocity well รอบตัวจับ

1) อัตราเร็วของของไหลเป็นศูนย์ ที่ผิวของตัวจับ นั่นคือ

$$v_a = 0 \quad \text{ที่} \quad r_a = 1$$

2) เกรเดียนต์ของอัตราเร็วของของไหลที่ขอบเขตของเซลล์

( $r_a = r_{ca}$ ) มีค่าเป็นศูนย์ นั่นคือ

$$\left. \frac{dv_a}{dr_a} \right|_{r_a = r_{ca}} = 0$$

จะได้อัตราเร็วของของไหลรอบตัวจับภายใต้เงื่อนไขขอบเขตดังกล่าวมีขนาดแทนด้วย  $v_f$  ดังนี้

$$v_f = \frac{P_o}{4\eta l_a} (1 - r_a^2 + q \ln r_a) \quad , \quad 1 < r_a < r_{ca}$$

เมื่อ  $q = 2r_{ca}^2$

และในแบบจำลองนี้  $r_{ca}$  เป็นฟังก์ชันของสัดส่วนของตัวจับในตัวกรองแม่เหล็ก (F) ดังนี้

$$r_{ca} = \left( \frac{2\pi}{3\sqrt{3}F} \right)^{\frac{1}{2}}$$

## 1. โปรแกรมทางเดินของอนุภาค

```

10  REM *****RUNGE-KUTTA METHOD(EMT)*****
21  REM    TT#  is angle in degree unit(θ)
22  REM    T#   is angle in radian unit
23  REM    U1#  is Ra and RAQ# is Raq or Roa
24  REM    U2#  is Za
25  REM    FNF1 is dRa/dθ
26  REM    FNF2 is dZa/dθ
27  LPRINT TAB(26);" FOURTH ORDER RUNGE-KUTTA " :LPRINT
30  INPUT "INITIAL THETA=";TT#
40  LPRINT "INITIAL THETA=";TT#;LET T#=TT#*3.1415926535#/180
50  INPUT "INITIAL Rai =" ;U1#
90  LPRINT "INITIAL Rai =" ;U1#
100 INPUT "INITIAL Zai =" ;U2#
110 LPRINT "INITIAL Zai =" ;U2#
113 INPUT "INITIAL H   =" ;H#
115 LPRINT "INITIAL H   =" ;H#
116 INPUT "INITIAL N   =" ;N#
117 LPRINT "INITIAL N   =" ;N#
118 INPUT "          K   =" ;K#
119 LPRINT "          K   =" ;K#
120 INPUT "Packing fraction,(F) =" ;F#
121 LPRINT "Packing fraction,(F) =" ;F#;LPRINT :LPRINT"      No          X
a(screen)          Ya(screen)          " :LPRINT " -----
-----" :PRINT 1,T#*180/3.1415926535#,U1
#,U2#
122 LET RAQ#=SQR(1/F#);LET Q#=4*3.1415926535#/3/F#/SQR(3)
123 F1#=U1#*COS(T#)+U2#*3.2#/5000*COS(3.1415926535#*224/180)
124 F2#=U1#*SIN(T#)+U2#*3.2#/5000*SIN(3.1415926535#*224/180) :LPRINT:LPRINT 1,
F1#,F2#
180 FOR J=2 TO N
181 DEF FNF1(T#,U1#,U2#)=K#/U1#/SIN(2*T#)+U1#*COS(2*T#)/SIN(2*T#)
182 DEF FNF2(T#,U1#,U2#)=-((1-F#*K#)^2*(1-U1#^2+Q#*LOG(U1#)))*U1#^4/SIN(2*T#)
190 LET K11#=H#*FNF1(T#,U1#,U2#)
200 LET K12#=H#*FNF2(T#,U1#,U2#)
210 LET K21#=H#*FNF1(T#+H#/2,U1#+K11#/2,U2#+K12#/2)
220 LET K22#=H#*FNF2(T#+H#/2,U1#+K11#/2,U2#+K12#/2)
230 LET K31#=H#*FNF1(T#+H#/2,U1#+K21#/2,U2#+K22#/2)
240 LET K32#=H#*FNF2(T#+H#/2,U1#+K21#/2,U2#+K22#/2)
250 LET K41#=H#*FNF1(T#+H#,U1#+K31#,U2#+K32#)
260 LET K42#=H#*FNF2(T#+H#,U1#+K31#,U2#+K32#)
270 LET U1#=U1#+1/6*(K11#+2*K21#+2*K31#+K41#)
280 LET U2#=U2#+1/6*(K12#+2*K22#+2*K32#+K42#)
285 IF U1#>RAQ# THEN GOSUB 380
290 LET T#=T#+H# :PRINT J,T#*180/3.1415926535#,U1#,U2# :M=U1#
300 IF M <=.99 THEN END :PRINT
301 F1#=U1#*COS(T#)+U2#*3.2#/5000*COS(3.1415926535#*224/180)
302 F2#=U1#*SIN(T#)+U2#*3.2#/5000*SIN(3.1415926535#*224/180) :LPRINT:LPRINT J,
F1#,F2#
310 NEXT J
330 END
380 REM *****SUBROUTINE *****
385 FOR J=J TO N
390 LET U1#=RAQ# :PRINT J,T#*180/3.1415926535#,U1#,U2#
400 F1#=U1#*COS(T#)+U2#*3.2#/5000*COS(3.1415926535#*224/180)
410 F2#=U1#*SIN(T#)+U2#*3.2#/5000*SIN(3.1415926535#*224/180) :LPRINT J,F1#,F2#
412 U2#=U2#+500 : IF T# < 0 THEN END
415 NEXT J
420 RETURN

```

## ประวัติผู้เขียน

นาย สุชาติ ชันบุตร เกิดเมื่อวันที่ 11 กรกฎาคม  
พ.ศ. 2505 ที่จังหวัดพระนครศรีอยุธยา สำเร็จการศึกษามัธยมศึกษา  
สาขาฟิสิกส์ จากคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร  
เมื่อปี พ.ศ. 2527 ปัจจุบันเป็นอาจารย์สอนที่โรงเรียนบ้านแพรกประชาสรรค์  
ตำบล ส้าพะเนียง อำเภอ บ้านแพรก จังหวัดพระนครศรีอยุธยา

