

แผนแบบแบ่งกลุ่มที่มีสองกลุ่มและสามชั้นเกี่ยวเนื่อง

นางสาวลดา มาศ สายเพชร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์
คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2559
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

GROUP DIVISIBLE DESIGNS WITH TWO GROUPS AND THREE
ASSOCIATE CLASSES

Miss Ladamas Saiphet

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science Program in Mathematics

Department of Mathematics and Computer Science

Faculty of Science

Chulalongkorn University

Academic Year 2016

Copyright of Chulalongkorn University


Thesis Title GROUP DIVISIBLE DESIGNS WITH TWO GROUPS
AND THREE ASSOCIATE CLASSES

By Miss Ladamas Saiphet

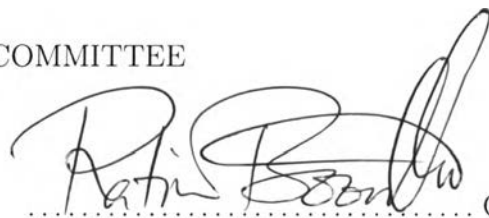
Field of Study Mathematics

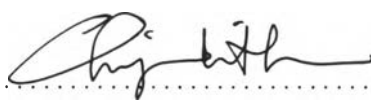
Thesis Advisor Associate Professor Chariya Uiyyasathian, Ph.D.


Accepted by the Faculty of Science, Chulalongkorn University in Partial
Fulfillment of the Requirements for the Master's Degree

.....  Dean of the Faculty of Science
(Associate Professor Polkit Sangvanich, Ph.D.)

THESIS COMMITTEE

 Chairman
(Assistant Professor Ratinan Boonklurb, Ph.D.)

 Thesis Advisor
(Associate Professor Chariya Uiyyasathian, Ph.D.)

.....  Examiner
(Teeraphong Phongpattanacharoen, Ph.D.)

.....  External Examiner
(Associate Professor Nittiya Pabhapote, Ph.D.)

ลดา มาศ สายเพชร: แผนแบบแบ่งกลุ่มที่มีสองกลุ่มและสามชั้นเกี่ยวเนื่อง (GROUP DIVISIBLE DESIGNS WITH TWO GROUPS AND THREE ASSOCIATE CLASSES)

อ.ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก: รองศาสตราจารย์ ดร.จริยา อู่ยะเสถียร, 60 หน้า.

แผนแบบแบ่งกลุ่ม $GDD(m, n; \lambda_1, \lambda_1', \lambda_2)$ คือสามสิ่งอันดับ (M, N, B) โดย M และ N เป็นเซตที่ไม่มีส่วนร่วมที่มีขนาด m และ n ตามลำดับ (เรียกว่ากลุ่ม) และ B คือหมู่ของสับเซตขนาด 3 ของ $M \cup N$ (เรียกว่าบล็อก) โดยที่สมาชิกแต่ละคู่ในเซต M ปรากฏร่วมกันในบล็อก λ_1 บล็อก สมาชิกแต่ละคู่ในเซต N ปรากฏร่วมกันในบล็อก λ_1' บล็อก และสมาชิกแต่ละคู่จากต่างกลุ่มปรากฏร่วมกันในบล็อก λ_2 บล็อก วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้แสดงผลเฉลยสมบูรณ์สำหรับปัญหาการมีอยู่ของแผนแบบแบ่งกลุ่มดังกล่าว โดยที่ $m \neq 2, n \neq 2, \lambda_1 \geq \lambda_2$ และ $\lambda_1' \geq \lambda_2$

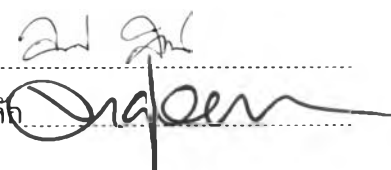
ภาควิชา คณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์

สาขาวิชา คณิตศาสตร์

ปีการศึกษา 2559

ลายมือชื่อนิสิต

ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก



5772124023: MAJOR MATHEMATICS


KEYWORDS: GROUP DIVISIBLE DESIGN / TRIPLE SYSTEM / BLOCK
DESIGN

LADAMAS SAIPHET: GROUP DIVISIBLE DESIGNS WITH TWO GROUPS
AND THREE ASSOCIATE CLASSES

ADVISOR: ASSOC. PROF. CHARIYA UIYYASATHIAN, Ph.D., 60 pp.

A *group divisible design* $GDD(m, n; \lambda_1, \lambda_1', \lambda_2)$ is a 3-tuple (M, N, \mathcal{B}) where M and N are disjoint sets of sizes m and n , respectively (called *groups*), and \mathcal{B} is a collection of 3-subsets of $M \cup N$ (called *blocks*) such that each pair of elements in M occurs together in exactly λ_1 blocks; each pair of elements in N occurs together in exactly λ_1' blocks; and each pair of elements from different groups occurs together in exactly λ_2 blocks. In this thesis, we establish a complete solution for the existence problem of such GDDs where $m \neq 2$, $n \neq 2$, $\lambda_1 \geq \lambda_2$ and $\lambda_1' \geq \lambda_2$.

Department: Mathematics and Computer Science

Student's Signature: 

Field of Study:Mathematics.....

Advisor's Signature: 

Academic Year:2016.....

ACKNOWLEDGEMENTS

This thesis becomes a reality with the kind support and help of many individuals. I would like to extend my sincere thanks to all of them.

Foremost, I would like to express my deepest gratitude to my advisor, Associate Professor Dr.Chariya Uiyyasathian, for her guidance, patience, caring and providing me with an excellent atmosphere for doing research. I would like to thank Assistant Professor Dr.Ratinan Boonklurb, Dr.Teeraphong Phongpattanacharoen and Associate Professor Dr.Nittiya Pabhapote, my thesis committees for their valuable comments and suggestions. My thanks and appreciations also go to my friends who were always willing to help and give their best suggestions.

Completing this thesis would have been all the more difficult without all my teachers who have taught me all along. I feel very grateful to all of them. Finally, I would like to thank my parents. They were always supporting me and encouraging me with their best wishes.

CONTENTS

	page
ABSTRACT (THAI)	iv
ABSTRACT (ENGLISH)	v
ACKNOWLEDGEMENTS	vi
CONTENTS	vii
LIST OF TABLES	ix
LIST OF FIGURES	x
CHAPTER	
I INTRODUCTION	1
1.1 Prologue	1
1.2 Graphical Illustration	2
1.3 Necessity	3
II PRELIMINARIES	6
2.1 Triple Systems	6
2.2 Factorizations	7
2.3 Packings	8
2.4 Uniformly Resolvable Designs	9
III GROUP DIVISIBLE DESIGNS WITH m or $n \equiv 0$ or $1 \pmod{3}$, $m \neq 2$ and $n \neq 2$	13
3.1 Introduction	13
3.2 m and $n \equiv 0$ or $1 \pmod{3}$	16
3.3 $m \equiv 0$ or $1 \pmod{3}$, $n \equiv 2 \pmod{6}$ and $n \neq 2$	17
3.4 $m \equiv 0$ or $1 \pmod{3}$ and $n \equiv 5 \pmod{6}$	25

CHAPTER

IV	GROUP DIVISIBLE DESIGNS WITH m and $n \equiv 2 \pmod{3}$, $m \neq 2$ and $n \neq 2$	33
	4.1 m and $n \equiv 2 \pmod{6}$, $m \neq 2$ and $n \neq 2$	33
	4.2 $m \equiv 2 \pmod{6}$, $n \equiv 5 \pmod{6}$ and $m \neq 2$	40
	4.3 m and $n \equiv 5 \pmod{6}$	47
V	CONCLUSION	56
	5.1 Conclusion	56
	5.2 Open Problem	57
	REFERENCES	59
	VITA	60

LIST OF TABLES

Table		page
1.1	Necessity	5
4.1	All possible values of $(\lambda_1, \lambda'_1, \lambda_2)$	45
4.2	All possible values of $(\lambda_1, \lambda'_1, \lambda_2)$	54
5.1	All possible GDDs	57

LIST OF FIGURES

Figure		page
1.1	The graph $3K_2 \vee_1 2K_3$	3
2.1	Three different 1-factors of K_4	7
2.2	Two different 2-factors of K_5	8
2.3	The graph obtained from the union of all triples in $a + C$	11
2.4	The graph obtained from the union of all triples in $a + X$	11