

## บทที่ 4



### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

จากการวิจัยเรื่อง การสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนใน  
วิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2521 ถึง พ.ศ. 2546 โดยใช้การสังเคราะห์เชิงคุณลักษณะ  
ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยบรรยายเป็นความเรียง ซึ่งแบ่งออกเป็น 4  
ช่วงชั้น คือ ช่วงชั้นที่ 1 (ป.1 – ป.3) ช่วงชั้นที่ 2 (ป.4 – ป.6) ช่วงชั้นที่ 3 (ม.1 – ม.3)  
และช่วงชั้นที่ 4 (ม.4 – ม.6) และในแต่ละช่วงชั้นจะมีการจำแนกเนื้อหาที่มีมโนทัศน์ที่  
คลาดเคลื่อนในแต่ละช่วงชั้นออกเป็นชั้น สาระหลัก และ สาระการเรียนรู้ จากนั้นนำ  
เนื้อหาที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละสาระการเรียนรู้มาแบ่งออกเป็น 4 ด้านดังนี้

1. ด้านการตีความจากโจทย์
2. ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ
3. ด้านการคิดคำนวณ
4. ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา

ผลการสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชา  
คณิตศาสตร์ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2521 ถึง พ.ศ. 2546 โดยใช้การสังเคราะห์เชิงคุณลักษณะ  
พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังนี้

## ช่วงชั้นที่ 1

### ชั้นประถมศึกษาปีที่ 1

จากการสังเคราะห์งานวิจัย พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ ดังนี้

#### สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระการเรียนรู้เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ 5 รวมกับ 3 เป็นเท่าใด

นักเรียนตอบว่า 53 เนื่องจากไม่เข้าใจว่า รวมกับหมายถึงการบวก จึงนำ

ตัวเลข สองตัวมาเรียงกัน

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1)  $83 - 10 = 70$  เนื่องจากเข้าใจว่าจำนวนใดก็ตามเมื่อลบด้วยศูนย์จะมี

คำตอบเป็นศูนย์

1.2)  $95 - 21 = 83$  เนื่องจาก ลบสลับหลักเลขกัน คือ  $9 - 1 = 8$  ใ้ 8 และ  $5 - 2 = 3$

ใ้ 3

1.3)  $41 + 16 = 48$  เนื่องจาก บวกหลักหน่วยโดยเอาตัวเลข  $1 + 1 + 6 = 8$  แล้ว

ดึงตัวเลข 4 ซึ่งเป็นหลักสิบลงมา

## ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2

จากการสังเคราะห์งานวิจัย พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ ดังนี้

### สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

#### สาระการเรียนรู้เรื่อง จำนวนนับไม่เกิน 1,000

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษา เป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ นับจำนวนนับเพิ่มครั้งละ 7 จำนวน 5 ครั้ง เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์

ได้อย่างไร

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $7 + 7 + 7 + 7 + 7 = \square$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = \square$  หรือ  $35 + 7 = \square$  เนื่องจากไม่เข้าใจ

ความหมายของการนับเพิ่ม

35 เนื่องจากไม่เข้าใจคำว่าประโยคสัญลักษณ์

#### สาระการเรียนรู้เรื่อง การบวกและการลบจำนวนที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 1,000

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1) นักเรียนคำนวณการบวกจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีหลักเดียวผิดพลาดดังนี้

$74 + 8 = 62$  เนื่องจากนำตัวทดจากหลักหน่วยไปลบออกจากหลักสิบ แทนที่จะ

เอาไปบวก

$74 + 8 = 85$  เนื่องจากบวกจากซ้ายไปขวา เช่น  $7+8=15$  ใส่ 5 ทด 1 แล้ว  $1+7=8$

$48 + 4 = 92$  เนื่องจากนำจำนวนที่มีหลักน้อยกว่าบวกกับตัวเลขทุกตัวของจำนวน

ที่มีหลักมากกว่า คือ  $8 + 4 = 12$  ใส่ 2 ทด 1 และ  $4 + 4 = 8$  ทด 1 ได้ 9

1.2) นักเรียนคำนวณการบวกจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลักผิดพลาดดังนี้

$$55 + 39 = 64 \text{ เนื่องจากนำเฉพาะตัวทศมาบวกกับตัวตั้ง เช่น } 5 + 9 = 14 \text{ ใส่ } 4$$

ทด 1 แล้ว  $5 + 1 = 6$

$55 + 39 = 88$  เนื่องจากนำตัวเลขน้อยในตัวบวกไปบวกทั้งหลักหน่วยและหลักสิบในตัวตั้ง โดยไม่คำนึงถึงตัวเลขมากในตัวบวก

$$14 + 23 = 1423 \text{ เนื่องจากนำตัวตั้งและตัวบวกมาเรียงเป็นคำตอบ}$$

1.3) นักเรียนคำนวณการบวกจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลักมีการทดทั้งสองหลักผิดพลาดดังนี้

$46 + 54 = 109$  เนื่องจากนำตัวเลขของตัวบวกมารวมกันเป็นหลักหน่วย เอาตัวเลขของตัวตั้งมารวมกันเป็นหลักสิบและหลักร้อย

$29 + 75 = 19$  เนื่องจากบวกจากซ้ายไปขวาสลับตำแหน่งของผลลัพธ์ เช่น  $2 + 7 = 9$  และ  $9 + 5 = 14$  แต่ใส่ 1 ตัด 4

1.4) นักเรียนคำนวณการบวกจำนวนที่มีสามหลักกับจำนวนที่มีสองหลักไม่มีการทดผิดพลาดดังนี้

$$354 + 35 = 704 \text{ เนื่องจากบวกโดยตั้งหลักของตัวเลขไม่ตรงกัน ดังนี้ } \begin{array}{r} 354 \\ 35 \\ \hline 704 \end{array}$$

1.5) นักเรียนคำนวณการบวกจำนวนที่มีสามหลักกับจำนวนที่มีสองหลักมีการทดหลักหน่วยผิดพลาดดังนี้

$217 + 34 = 341$  เนื่องจากทดผิดหลัก คือ ไม่ได้ทดที่หลักสิบ แต่ไปทดที่หลักร้อยแทน

1.6) นักเรียนคำนวณการบวกจำนวนที่มีสามหลักกับจำนวนที่มีสองหลักมีการทดหลักสิบผิดพลาดดังนี้

$$860 + 52 = 822 \text{ เนื่องจากมีการทดโดยไม่จำเป็นในหลักสิบ}$$

$$860 + 52 = 910 \text{ เนื่องจากเข้าใจว่าศูนย์บวกกับตัวเลขอะไรจะได้ศูนย์}$$

$$860 + 52 = 82 \text{ เนื่องจากบวกเฉพาะหลักหน่วยกับหลักร้อย ดังนี้ } \begin{array}{r} 860 \\ 52 \\ \hline 82 \end{array}$$

1.7) นักเรียนคำนวณการบวกจำนวนที่มีสามหลักกับจำนวนที่มีสองหลักที่มีการทดหลักหน่วยและหลักสิบผิดพลาดดังนี้

$$385 + 67 = 542 \text{ เนื่องจากรวมตัวเลขที่ทดไว้ในหลักร้อย}$$

$$385 + 67 = 152 \text{ เนื่องจากบวกเฉพาะหลักที่มีตัวบวกเท่านั้น}$$

$$385 + 67 = 432 \text{ เนื่องจากเอาตัวทดหักออกแทนที่จะบวกเข้า}$$

$$385 + 67 = 992 \text{ เนื่องจากตั้งตัวเลขไม่ตรงหลัก ดังนี้ } \begin{array}{r} 385 \\ 67 \\ \hline 992 \end{array} +$$

1.8) นักเรียนคำนวณการบวกจำนวนที่มีสามหลักมีศูนย์กับจำนวนที่มีสามหลักไม่มีการทดผิดพลาดดังนี้

$$147 + 120 = 260 \text{ เนื่องจากเมื่อมีการบวกด้วยศูนย์ในหลักใดหลักนั้นจะได้ผลลัพธ์เป็นศูนย์}$$

1.9) นักเรียนคำนวณการบวกจำนวนที่มีสามหลักมีศูนย์กับจำนวนที่มีสามหลักมีการทดผิดพลาดดังนี้

$$606 + 325 = 9211 \text{ เนื่องจากใส่ผลรวมของแต่ละหลักเป็นคำตอบ}$$

$$760 + 240 = 100 \text{ เนื่องจากบวกจนได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนที่มีสามหลักแล้วไม่}$$

ทำการคำนวณต่อ

1.10) นักเรียนคำนวณการบวกจำนวนที่มีสามหลักกับจำนวนที่มีสามหลักมีการทบบางหลักผิดพลาดดังนี้

$$362 + 474 = 737 \text{ เนื่องจากบวกและทดจากซ้ายไปขวา}$$

1.11) นักเรียนคำนวณการบวกจำนวนที่มีสามหลักกับจำนวนที่มีสามหลักมีการทดทุกหลักผิดพลาดดังนี้

$$518 + 482 = 900 \text{ เนื่องจากทดเฉพาะหลักหน่วยไปหลักสิบ}$$

$$518 + 482 = 991 \text{ เนื่องจากบวกหลักหน่วยได้ 10 ใส่ 1 แทน 0}$$

1.12) นักเรียนคำนวณการลบจำนวนที่มีหนึ่งหลักกับจำนวนที่มีหนึ่งหลักผิดพลาดดังนี้

$$9 - 5 = 14 \text{ เนื่องจากใช้วิธีการบวกแทนการลบ}$$

1.13) นักเรียนคำนวณการลบจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีหนึ่งหลักไม่มีการยืม  
ผิดพลาดดังนี้

$$64 - 2 = 642 \text{ เนื่องจากนำตัวตั้งและตัวลบมาเรียงเป็นคำตอบ}$$

1.14) นักเรียนคำนวณการลบจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีหนึ่งหลักมีการยืม  
ผิดพลาดดังนี้

$$50 - 9 = 11 \text{ เนื่องจากเอาจำนวนที่หักจากการยืมไปลบจากตัวตั้ง}$$

$$50 - 9 = 61 \text{ เนื่องจากเอาจำนวนที่ยืมไปรวมกับตัวตั้งเป็นผลลัพธ์}$$

$$50 - 9 = 14 \text{ เนื่องจากเอาผลลัพธ์มาสลับหลักเป็นคำตอบ}$$

1.15) นักเรียนคำนวณการลบจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลักไม่มีการยืม  
ผิดพลาดดังนี้

$$85 - 34 = 411 \text{ เนื่องจากยืมโดยที่ในหลักนั้นตัวตั้งมีค่ามากกว่าตัวลบ}$$

$51 - 51 = 51$  เนื่องจากเข้าใจว่าเมื่อตัวตั้งเท่ากับตัวลบ จะได้คำตอบเป็น  
จำนวนนั้น

1.15) นักเรียนคำนวณการลบจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลักมีการยืม  
ผิดพลาดดังนี้

$45 - 37 = 12$  เนื่องจากเอาตัวเลขมากมาลบตัวเลขน้อย โดยไม่คำนึงว่าจะจะเป็น  
ตัวตั้งหรือตัวลบ

$46 - 29 = 11$  เนื่องจากในหลักหน่วยยืมหลักสิบมา 1 เป็น 10 แล้วเอา 10 เป็น  
ตัวตั้ง

$94 - 38 = 76$  เนื่องจากตัวตั้งในหลักที่ถูกยืมกลับมีการทดแทนที่จะหักออก นั้น  
คือ 9 เมื่อถูกยืมแล้วมีการทด 1 เป็น 10 แล้วลบ 3 ได้ 7

1.16) นักเรียนคำนวณการลบจำนวนที่มีสองหลักกับจำนวนที่มีสองหลักที่มีศูนย์ที่  
ตัวลบผิดพลาดดังนี้

$$57 - 20 = 30 \text{ เนื่องจากเข้าใจว่าตัวเลขอะไรลบศูนย์ได้ศูนย์}$$

$$57 - 20 = 73 \text{ เนื่องจากลบจากซ้ายไปขวา แล้วสลับตำแหน่งของผลลัพธ์}$$

$$70 - 43 = 113 \text{ เนื่องจากใช้การบวกแทนการลบ}$$

$70 - 43 = 47$  เนื่องจากยืมหลักสิบไป 1 แทนที่จะหักออกกลับนำไปเพิ่มเติมหลักสิบอีก

$70 - 43 = 14$  เนื่องจากนำตัวเลขทั้งหมดมารวมกัน เช่น  $7 + 0 + 4 + 3 = 14$

1.18) นักเรียนคำนวณการลบจำนวนที่มีสามหลักกับจำนวนที่มีหนึ่งหลักผิดพลาดดังนี้

$487 - 4 = 043$  เนื่องจากนำตัวลบไปลบออกจากทุกหลักของตัวตั้ง คือ

$4 - 4 = 0$  ใส่ 0,  $8 - 4 = 4$  ใส่ 4 และ  $7 - 4 = 3$  ใส่ 3

1.19) นักเรียนคำนวณการลบจำนวนที่มีสามหลักกับจำนวนที่มีสองหลักผิดพลาดดังนี้

$135 - 63 = 12$  เนื่องจากถ้าหลักใดที่ตัวลบเป็นตัวเลขที่มีค่ามากกว่าตัวตั้งจะ

ไม่มีการลบในหลักนั้น

$$\begin{array}{r} 135 \\ \text{เช่น } \underline{63} \\ \underline{12} \end{array}$$

$135 - 63 = 102$  เนื่องจากถ้าตัวลบเป็นตัวเลขที่มีค่ามากกว่าตัวตั้งเมื่อมาลบ

กันจะเป็นศูนย์

1.20) นักเรียนคำนวณการลบจำนวนที่มีสามหลักที่มีศูนย์กับจำนวนที่มีสองหลัก

ผิดพลาดดังนี้

$120 - 47 = 173$  เนื่องจากเอาตัวเลขที่ยืมไปทดบวกที่หลักสิบ

1.21) นักเรียนคำนวณการลบจำนวนที่มีสามหลักกับจำนวนที่มีสามหลักผิดพลาดดังนี้

$436 - 172 = 344$  เนื่องจากเอาตัวเลขมากมาลบตัวเลขน้อย โดยไม่คำนึงว่าจะ

เป็นตัวตั้งหรือตัวลบ

$436 - 172 = 374$  ถ้าตัวลบเป็นตัวเลขมาก ลบกันได้ตัวเลขมาก

$634 - 276 = 338$  เนื่องจากยืมหลักร้อยมา 1 เป็น 10 แล้วทำการลบโดยไม่รวม

กับหลักสิบของตัวตั้ง

$426 - 261 = 264$  เนื่องจากลบจากซ้ายมือไปขวามือ

2. ขาดความระมัดระวัง เช่น

2.1)  $9 + 5 = 15$  เนื่องจากบวกเกินไปหนึ่งหน่วย

2.2)  $9 - 5 = 3$  เนื่องจากลบขาดไปหนึ่งหน่วย

## สาระการเรียนรู้เรื่อง การคูณจำนวนนับ

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษา เป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ดังนี้

- 1.1) จากโจทย์  $10 + 10 + 10 + 10 = \square$  เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์แสดงการคูณ

ได้อย่างไร

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $4 \times 10 = \square$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

40 เนื่องจากไม่เข้าใจคำว่าประโยคสัญลักษณ์แสดงการคูณ

$10 \times 40 = \square$  หรือ  $10 \times 4 = \square$  เนื่องจากไม่เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่าง

การบวกกับการคูณ

นักเรียนไม่สามารถเปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษาได้ ดังนี้

- 1.2) จากโจทย์  $3 \times 9 = \square$  เขียนเป็นประโยคภาษาได้อย่างไร

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

มีส้ม 3 กอง ๆ ละ 9 ผล เนื่องจากบกพร่องในการตั้งคำถามให้สอดคล้องกับ

ความหมายการคูณ

มีชมพู 9 กอง ๆ ละ 3 ผล มีชมพูทั้งหมดกี่กอง เนื่องจากใช้คำถามไม่ถูกต้อง

กับความหมายของการคูณ

ฉันมีเงิน 3 บาท น้องมี 9 บาท มีเงินทั้งหมดเท่าไร เนื่องจากไม่เข้าใจความ

หมายของการคูณ

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

- 1.1) นักเรียนไม่สามารถประยุกต์ใช้สมบัติของการสลับที่ของการคูณหาคำตอบได้ เช่น

จากโจทย์  $5 \times 2 = 2 \times \square = 10$  ตัวเลขใน  $\square$  คือตัวเลขอะไร



นักเรียนตอบว่า 7, 8 หรือ 10

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1)  $12 \times 3 = 45$  เนื่องจากนำตัวคูณบวกกับทุกจำนวนในตัวตั้ง คือ  $1 + 3$  ได้ 4 และ

$2 + 3$  ได้ 5

1.2)  $24 \times 3 = 612$  เนื่องจากคูณจากซ้ายไปขวา

1.3)  $25 \times 3 = 95$  เนื่องจากบวกตัวทดก่อนที่จะคูณ

1.4)  $25 \times 3 = 35$  เนื่องจากนำตัวคูณไปคูณกับตัวทดแทนตัวตั้ง

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา

1. สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี เช่น

1.1) นักเรียนใช้หน่วยของคำตอบไม่ถูกต้อง ดังนี้

จากโจทย์ ขนมราคากล่องละ 3 บาท ขนม 7 กล่อง ราคาเท่าไร

คำตอบที่ถูกต้อง คือ 21 บาท

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

21 กล่อง เนื่องจากผิดพลาดเรื่องหน่วยของคำตอบ

21 เนื่องจากไม่มีหน่วยของคำตอบ

**สาระการเรียนรู้เรื่อง การหารจำนวนนับ**

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1)  $8 \div 2 = 82$  เนื่องจากนำตัวตั้งและตัวหารมาเรียงเป็นคำตอบ

1.2)  $11 \div 3 = 3$  เนื่องจากตัดเศษที่เหลือทิ้ง

1.3)  $11 \div 3 = 5$  เนื่องจากนำเศษที่เหลือรวมกับคำตอบ

1.4)  $11 \div 3 = 2$  เนื่องจากนำเศษที่เหลือมาเป็นคำตอบ

### ชั้นประถมศึกษาปีที่ 3

จากการสังเคราะห์งานวิจัย พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระที่ 2 การวัด ดังนี้

#### สาระที่ 2 การวัด

##### สาระการเรียนรู้เรื่อง เวลา

ด้านตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ สุดามีอายุ 3 ปี 8 เดือน คิดเป็นจำนวนเดือนได้กี่เดือน

$$\text{คำตอบที่ถูกต้อง คือ } (3 \times 12) + 8 = \square$$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$3 + 8 = \square, (3 + 8) \times 12 = \square, 3 + (8 \times 12) = \square$$

เนื่องจากไม่เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยที่เป็นปี และหน่วยที่เป็นเดือน

2. เขียนหรือแปลความหมายสิ่งที่โจทย์ให้หาและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ครบ เกิน

ไม่ชัดเจน หรือผิดพลาด เช่น

2.1) ในการเดินทางรถไฟใช้เวลา 7 ชม. 30 นาที รถยนต์ใช้เวลา 5 ชม. 20 นาที รถไฟ

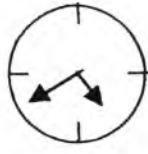
ใช้เวลาในการเดินทางช้ากว่ารถยนต์เท่าไร จากโจทย์ต้องการให้หาอะไร

นักเรียนตอบว่า รถยนต์ช้าไปเท่าไร รถยนต์ช้ากว่ารถไฟเท่าไร รถไฟและรถยนต์ใช้เวลาเดินทางรวมกันเท่าไร เนื่องจากไม่เข้าใจความหมายของโจทย์ปัญหา

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) นักเรียนจำวิธีการอ่านเวลาเป็นชั่วโมงกับนาทีผิด ดังนี้



จากรูปเป็นเวลาเท่าไร

นักเรียนตอบว่า 4 นาฬิกา 8 นาที เนื่องจาก ไม่เข้าใจการอ่านเวลา  
4 นาฬิกา 10 นาที เนื่องจาก ไม่เข้าใจการอ่านเวลา

1.2) นักเรียนจำหลักการเดินของเข็มสั้นและเข็มนยาวผิด ดังนี้

จากโจทย์ ถ้าเข็มนยาวเดินได้ 2 รอบ เข็มสั้นจะเดินได้กี่ช่องใหญ่

นักเรียนตอบว่า 1 ช่อง

3 ช่อง

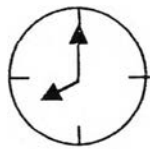
อยู่กับที่

2. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ นิยาม สูตร และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

2.1) นักเรียนเขียนหน้าปัดนาฬิกาไม่ถูกต้อง

จากโจทย์ อีกครึ่งชั่วโมงจะถึง 8 นาฬิกา จากข้อความนี้เขียนหน้าปัดนาฬิกาได้  
อย่างไร

นักเรียนตอบว่า



เนื่องจากไม่เข้าใจความหมายและเนื้อหาของเรื่องเวลา

## ช่วงชั้นที่ 2

### ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4

จากการสังเคราะห์งานวิจัย พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ และสาระที่ 2 การวัด ดังนี้

#### สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

##### สาระการเรียนรู้เรื่อง การบวกและการลบ จำนวนนับ

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษา เป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ ต้นมีเงิน 1,265 บาท ต้องการซื้อวิทยุราคา 1,800 บาท ต้นจะต้องหาเงินมาเพิ่มอีกเท่าไร

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $1800 - 1265 = \square$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$1265 + 1800 = \square, 1265 - 1800 = \square, 1800 - 1260 = \square,$$

$$1265 + 635 = \square$$

1.2) จากโจทย์ ลุงชำนาญมีเงิน 10,780 บาท ซื้อปุ๋ยใส่ต้นมะม่วง 4,536 บาท ต่อมาขายมะม่วงได้เงิน 8,475 บาท ขณะนี้ลุงชำนาญมีเงินกี่บาท

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $(10780 - 4536) + 8475 = \square$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$10780 - 4536 - 8475 = \square, 10780 - 4536 = \square + 8475, 10780 + 4536 - 8475 = \square, 10780 - (4536 + 8475) = \square, 4536 - (10780 + 8475) = \square, 10780 - 4536 + 3475 = \square$$

## สาระการเรียนรู้เรื่อง การคูณจำนวนนับ

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ ญานี้มีเงิน 60 บาท ขณะมีเงินเป็น 15 เท่าของญานี้ ขณะมีเงินกี่บาท

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $60 \times 15 = \square$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$60 - 15 = \square, 60 + 15 = \square, 60 \div 15 = \square, 60 \times 12 = \square,$$

$$(60 \times 15) + 15 = \square, \frac{15}{60} \times 60 = \square, \frac{60}{100} \times 15 = \square$$

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่

คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) นักเรียนจำสมบัติของศูนย์ผิด โดยจำเป็น

$$a \times 0 = a = 0 \times a \text{ เมื่อ } a \text{ เป็นจำนวนเต็มใด ๆ}$$

1.2) นักเรียนจำสมบัติของหนึ่งผิด โดยจำเป็น

$$a \times 1 = 1 = 1 \times a \text{ เมื่อ } a \text{ เป็นจำนวนเต็มใด ๆ}$$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1) คูณจำนวนที่มีหลายหลักด้วยจำนวนที่มีหลายหลัก โดยใช้ตัวเลขในหลักที่ตรงกัน

คูณกัน เช่น  $51 \times 11 = 51$  เนื่องจาก นำ  $1 \times 1 = 1$  ใส่ 1

$$5 \times 1 = 5 \text{ ใส่ } 5$$

1.2) บวกตัวทศก่อนที่จะคูณ เช่น  $113 \times 4 = 482$

โดยมีวิธีคิด ดังนี้  $4 \times 3 = 12$  ใส่ 2 ทด 1

นำเลขทด คือ 1 บวกกับ 1 ของตัวตั้งจึงได้เป็น 2

$$4 \times 2 = 8 \text{ ใส่ } 8$$

$$4 \times 1 = 4 \text{ ใส่ } 4$$

1.3) คูณจำนวนที่มีหลายหลักด้วยจำนวนที่มีหลักเดียวผิดพลาดโดยใช้วิธีคูณทีละตัว แล้วใส่ผลคูณแต่ละจำนวนผิดหลัก เช่น  $113 \times 4 = 20$  หรือ  $52 \times 3 = 21$  มาจาก

$$\begin{array}{r} 113 \\ \underline{4} \\ 12 \leftarrow 4 \times 3 \\ \underline{4} \leftarrow 4 \times 1 \\ 16 \\ \underline{4} \leftarrow 4 \times 1 \\ 20 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 52 \times \\ \underline{3} \\ 6 \leftarrow 3 \times 2 \\ \underline{15} \leftarrow 3 \times 5 \\ 21 \end{array}$$

1.4) นำตัวคูณไปคูณกับตัวทดแทนตัวตั้ง เช่น

$$\begin{array}{r} 3 \\ 209 \times \\ \underline{4} \\ 926 \end{array}$$

โดยมีวิธีคิด ดังนี้  $4 \times 9 = 36$  ใส่ 6 ทด 3

$$4 \times 3 = 12 \text{ ใส่ } 2 \text{ ทด } 1 \text{ ( แทนที่จะเอา } 4 \times 0 = 0 \text{ แล้ว บวกตัวทดอีก } 3$$

เป็น 3)

$$4 \times 2 = 8 \text{ ทดอีก } 1 \text{ เป็น } 9$$

1.5) วางตำแหน่งผลคูณแต่ละหลักผิด เมื่อตัวเลขหลักหน่วยในตัวคูณมีค่า เป็น 0 เช่น  $121 \times 400 = 484$  มาจาก

$$\begin{array}{r} 121 \\ \underline{400} \times \\ 000 \\ 000 \\ \underline{484} \\ 484 \end{array}$$

1.6) ให้ 0 มีค่าเป็น 1 เมื่อเป็นตัวคูณ เช่น  $403 \times 120 = 48763$  มาจาก

$$\begin{array}{r} 403 \\ \underline{120} \\ 403 \\ 806 \\ \underline{403} \\ 48763 \end{array}$$

โดยมีวิธีคิดดังนี้  $0 \times 403 = 403$

$$20 \times 403 = 8060$$

$$100 \times 403 = 40300$$

1.7) ใช้วิธีการลบแทนการบวกตอนรวมผลคูณแต่ละหลักและค่านวนผิต เช่น  $212 \times 14 = 2128$  มาจาก

$$\begin{array}{r} 212 \\ \times 14 \\ \hline 248 \\ 2120 \\ \hline 2128 \end{array}$$

โดยมีวิธีคิด ดังนี้ 248 ตั้งลบด้วย 2120

$$\text{ได้ } 248 - 120 = 128$$

ชัก 2 ลงมา เพราะไม่มีตัวลบ เลยได้คำตอบ 2128

2. ขาดความระมัดระวัง เช่น

2.1) คูณได้เพียงหลักเดียว เช่น  $52 \times 3 = 56$  โดยลืมนำ  $3 \times 50$

2.2) ลืมรวมผลคูณที่เกิดจากการคูณในแต่ละหลักและค่านวนผิต ดังนี้

$$\begin{array}{r} 402 \\ \times 712 \\ \hline 804 \\ 402 \\ \hline 2804 \end{array}$$

### สาระการเรียนรู้เรื่อง การหารจำนวนนับ

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ ทวีชัยมีรายได้ปีละ 187,000 บาท ทวีชัยมีรายได้เฉลี่ยเดือนละเท่าไร

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $187200 \div 12 = \square$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$\begin{aligned} &187200 \div 30 = \square, 12 \div 187200 = \square, 18700 - 12 = \square, 18700 \div 12 \\ &= \square, 187200 \times 12 = \square, 187200 \div 31 = \square, 187200 \div 265 = \square, 187200 \div 7 = \square, \\ &187200 \times 30 = \square, 187200 - 100000 = \square, 187200 \div 6 = \square, 30 \div 187200 = \square, \\ &187200 \div 12 = \square, 187200 - 1 = \square, 187200 - 30 = \square, 12 \div 30 = \square, 187200 + 31 \end{aligned}$$

$$= \square, (30 \times 20) + 187200 \div 12 = \square, 187200 \div 100 = \square, (187200 + 365) \div 2 = \square$$

### สาระการเรียนรู้เรื่องการบวก ลบ คูณ หารระคนจำนวนนับ

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ มาลีซื้อดอกไม้ 4 ช่อ ราคาต่าง ๆ กันดังนี้ 100 120 160 และ 180

บาท เจลี่ยแล้วมาลีซื้อดอกไม้ราคาช่อละเท่าไร

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $(100 + 120 + 160 + 180) \div 4 = \square$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$100 + 120 + 160 + 180 = \square, 100 + 120 + 160 + 180 \div 4 = \square, 100 + 160 + 180 \div 4 = \square, 4 \div 100 \div 160 \div 180 = \square, (100 \times 120) + (160 \times 180) \div 4 = \square, 180 + 160 + 120 - 100 = \square, 100 - 120 - 160 - 180 = \square, 4 \times 100 - 120 = \square \div 160 + 180, (100 + 120 + 160 + 180) \div 3 = \square, (10 + 120 + 160 + 180) \div 2 = \square$$

### สาระการเรียนรู้เรื่อง เศษส่วน

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

นักเรียนเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ได้

1.1) จากโจทย์ คุณแม่มีที่ดิน  $\frac{5}{10}$  ไร่ ซื้อเพิ่มอีก  $\frac{3}{10}$  ไร่ ขณะนี้คุณแม่มีที่ดินเท่าใด

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $\frac{5}{10} + \frac{3}{10} = \square$

คำตอบที่ผิดของนักเรียน คือ  $\frac{5}{10} - \frac{3}{10} = \square$

นักเรียนเปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษาไม่ได้

1.2) จงเขียนประโยคภาษาของ  $\frac{3}{9} + \frac{5}{9}$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

มีที่ดินอยู่  $\frac{5}{9}$  ไร่ ขายไป  $\frac{3}{9}$  ไร่ จะเหลือที่ดินกี่ไร่



ฉันมีมะละกออยู่  $\frac{3}{9}$  ผล น้องมี  $\frac{5}{9}$  ผล ดังนั้น น้องมีมะละกอมากกว่าฉัน

เท่าใด

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่

คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) นักเรียนบอกว่า  $>$  คือ เครื่องหมาย น้อยกว่า และ

$<$  คือ เครื่องหมายมากกว่า

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

2.1) นักเรียนไม่เข้าใจหลักการอ่านเศษส่วน ดังนี้

จากโจทย์ คำอ่านของ  $\frac{1}{5}$  คืออะไร

นักเรียนตอบว่า หนึ่งส่วนห้า เนื่องจากไม่อ่านตัวเศษว่าเศษ

เศษห้าส่วนหนึ่ง เนื่องจากอ่านค่าตัวเศษและตัวส่วนสลับกัน

เศษหนึ่งส่วนห้าส่วน เนื่องจากเข้าใจว่าอ่านตัวส่วนจะต้องลง

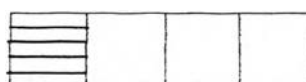
ท้ายด้วยคำว่าส่วน

หนึ่งส่วนห้าส่วน เนื่องจากไม่อ่านตัวเศษว่าเศษ และอ่าน

ตัวส่วนลงท้ายด้วยคำว่าส่วน

3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

3.1) นักเรียนไม่สามารถหาส่วนที่แรงจากภาพได้ ดังนี้



คำอ่านของเศษส่วนของส่วนที่แรงคืออะไร

นักเรียนตอบว่า เศษสี่ส่วนหนึ่ง เนื่องจากนำส่วนทั้งหมดมาเป็นตัวเศษ และนำ

ส่วนที่แรงมาเป็นตัวส่วน

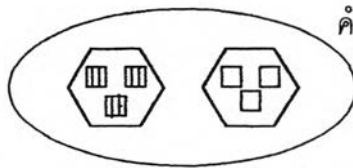
เศษสามส่วนสี่ เนื่องจากนำส่วนที่ไม่แรงแมาเป็นตัวเศษ และ  
นำส่วนทั้งหมดมาเป็นตัวส่วน

เศษหนึ่งส่วนสาม เนื่องจากนำส่วนที่แรงแมาเป็นตัวเศษและ  
นำส่วนที่ไม่แรงแมาเป็นตัวส่วน

เศษสามส่วนหนึ่ง เนื่องจากนำส่วนที่ไม่แรงแมาเป็นตัวเศษ  
และนำส่วนที่แรงแมาเป็นตัวส่วน

3.2) นักเรียนไม่สามารถหาส่วนที่แรงแของภาพ ซึ่งแบ่งออกเป็นกลุ่ม ๆ กลุ่มละเท่า ๆ  
กันได้ ดังนี้

จากโจทย์



คำอ่านของเศษส่วนที่แรงแ คืออะไร

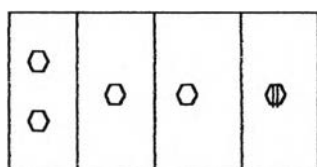
คำตอบที่ถูกต้อง คือ เศษหนึ่งส่วนสอง

นักเรียนตอบว่า เศษสามส่วนหก เนื่องจากนำจำนวนภาพที่แรงแเป็นตัวเศษและจำนวน  
ภาพทั้งหมดเป็นตัวส่วน

เศษหกส่วนสาม เนื่องจากนำจำนวนภาพทั้งหมดมาเป็นตัวเศษและนำ  
จำนวนภาพที่แรงแมาเป็นตัวส่วน

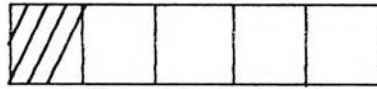
เศษสามส่วนสอง เนื่องจากนำจำนวนภาพที่แรงแเป็นตัวเศษและนำ  
จำนวนกลุ่มของการแบ่งทั้งหมดมาเป็นตัวส่วน

3.3) นักเรียนไม่เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเศษส่วนกับภาพแสดงค่าเศษส่วน  
เช่น ตอบว่า



เป็นรูปแรงแที่แสดงความหมายของ  $\frac{1}{4}$

เนื่องจาก เข้าใจว่าหนึ่งส่วนคือหนึ่งกลุ่ม  
โดยจำนวนของในกลุ่มไม่จำเป็นต้องเท่ากัน



เป็นรูปแรเงาที่แสดงความหมายของ  $\frac{1}{4}$

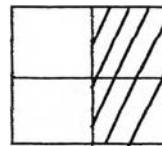
เนื่องจาก เข้าใจว่าส่วนที่แรเงามีค่าเป็น  
ตัวเศษ และส่วนที่ไม่แรเงามีค่าเป็นตัวส่วน

2.4) นักเรียนไม่เข้าใจการหาภาพที่มีค่าเศษส่วนเท่ากัน เช่น ตอบว่า

- 2.4.1 ส่วนที่แรเงาของ



มีค่าเศษส่วนเท่ากับส่วนที่แรเงาของ



เนื่องจาก ยึดส่วนที่แรเงาตามจำนวนตัวเศษของเศษส่วน

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1)  $\frac{1}{7} + \frac{1}{7} = \frac{2}{14}$  เนื่องจาก นำตัวเศษบวกตัวเศษ ตัวส่วนบวกตัวส่วน

1.2)  $\frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$  เนื่องจาก นำตัวเศษมาลบกัน แต่ตัวส่วนเอามารวมกัน

1.3)  $\frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$  เนื่องจาก ใช้การบวกแทนการลบ

## สาระที่ 2 การวัด

### สาระการเรียนรู้เรื่อง เงิน

ด้านตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) ภาวดีมีธนบัตรใบละ 500 บาท 10 ใบ นำไปซื้อสร้อยข้อมือ 1 เส้น ราคา 4780

บาท จะได้รับเงินทอนกี่บาท

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $(500 \times 10) - 4780 = \square$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$500 \times 10 = \square - 4780, 4780 - 1000 = \square, 10000 - 4780 = \square, 500 - 4780 = \square$$

1.2) ธนบัตรใบละหนึ่งร้อยบาท 2 ใบ และธนบัตรใบละห้าสิบบาท 3 ใบ นำไปแลกเหรียญอันละสิบบาทได้ทั้งหมดกี่เหรียญ

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $[(100 \times 2) + (50 \times 3)] \div 10 = \square$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$200 - 150 \div 10 = \square, (100 + 100) + (10 + 10 + 10) = \square, 250 - 10 = \square, 150 + 50 = \square, (200 \div 50) \div 5 = \square, (100 \times 2) + (50 \times 3) \div 10 = \square, 200 - 150 = \square, (200 + 150) \times 10 = \square, 5 \times 10 = \square, 100 + 100 + 50 \times 3 + 10 = \square, 10 \div 200 + 150 = \square, (200 + 1500) \div 10 = \square, 200 + 150 = \square, (100 \times 2) + 3 \div 10 = \square, 2 \times 100 + (50 \times 3) = \square$$

### สาระการเรียนรู้เรื่อง การวัด

ด้านตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ น้ำตาลทราย 70 กิโลกรัม แบ่งใส่ถุง ๆ ละ 5 ชีดเท่า ๆ กัน จะได้น้ำตาลทั้งหมดกี่ถุง

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $(70 \times 10) \div 5 = \square$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$70 \div 5 = \square, 70 \times 5 = \square, 5 \div 70 = \square, 70 - 5 = \square, (70 \times 5) \times 2 = \square, 700 \times 5 = \square$$

## สาระการเรียนรู้เรื่อง เวลา

ด้านตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมีโน้ตคนที่คลาดเคลื่อน 1 มโน้ตคน ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) รถไฟออกจากสถานีกรุงเทพ เวลา 16.10 น. ถึงสถานีหัวหิน เวลา 20 นาฬิกา 35 นาที รถไฟใช้เวลาวิ่งนานเท่าไร

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $20.35 - 16.10 = \square$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$16.10 + 20.35 = \square, 16.10 - 20.35 = \square, 16.10 \div 60 = \square, 20.30 \div$$

$$16.10 = \square, 20 \times 35 = \square$$

1.2) เวลา 1 ปี 2 เดือน 3 สัปดาห์ 4 วัน คิดเป็นเวลากี่วัน

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $(1 \times 365) + (2 \times 30) + (3 \times 7) + 4 = \square$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$365 + 62 + 21 + 4 = \square, 365 + 30 + 21 + 4 = \square, 365 + 162 + 21 + 4 = \square, 365 + 61 + 21 + 4 = \square, 365 + 31 + 21 + 4 = \square, 356 + 60 + 21 + 4 = \square, 165 + 60 + 21 + 4 = \square, 360 + 60 + 21 + 4 = \square, 265 + 60 + 21 + 4 = \square, 350 + 60 + 21 + 4 = \square, 365 + 31 + 13 + 4 = \square, 635 + 60 + 21 + 4 = \square, 366 + 62 + 21 + 4 = \square, 363 + 60 + 21 + 4 = \square, 372 + 62 + 21 + 4 = \square, 365 + 62 + 15 + 4 = \square, 365 + 60 + 11 = \square, 136 + 62 + 21 + 4 = \square, 386 + 60 + 21 + 4 = \square, 365 + 24 + 21 + 4 = \square, 365 + 90 + 21 + 4 = \square, 3 + 4 + 365 = \square, 325 + 60 + 21 + 4 = \square, 355 + 60 + 21 + 4 = \square$$

## ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5

จากการสังเคราะห์งานวิจัย พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ ดังนี้

### สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

#### สาระการเรียนรู้เรื่อง บทประยุกต์

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ ไข่ไก่ 200 ฟอง เน่าเสีย 5% ของที่มีอยู่ เหลือไข่ไก่กี่ฟอง

$$\text{คำตอบที่ถูกต้อง คือ } \frac{5}{100} \times 200 = \square$$

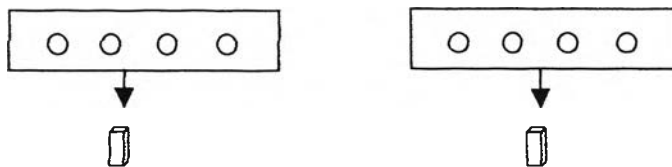
คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$(200 \times 5) \div 8 = \square, 200 \div 5 = \square, 200 \div 5\% = \square, 200 - 5 = \square, 200 - (200 \div 5) = \square, 5 \div 200 = \square, \frac{1}{2} \times 200 = \square, 200 \div 100 \times 5 = \square, (200 \div 100) \times 5 = \square, \frac{5}{10} \div 200 = \square, 100 - 5 = \square, \left( \frac{5}{100} \times 200 \right) + 100 = \square$$

#### สาระการเรียนรู้เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนนับ

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น



1.1) จากภาพมีส้มทั้งหมด 8 ผล แบ่งใส่กล่อง กล่องละ 4 ผล ได้ทั้งหมดกี่กล่อง

นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ผิดพลาดดังนี้

1)  $8 \div 2 = \square$  เนื่องจากใช้ผลลัพธ์เป็นตัวหาร

2)  $4 \div 8 = \square$  เนื่องจากตัวตั้งและตัวหารสลับที่กัน

- 3)  $4 \div 2 = \square$  เนื่องจากใช้ตัวหารเป็นตัวตั้งและใช้ผลลัพธ์เป็นตัวหาร
- 4)  $2 \div 8 = \square$  เนื่องจากใช้ผลลัพธ์เป็นตัวตั้ง และใช้ตัวตั้งเป็นตัวหาร
- 5)  $2 \div 4 = \square$  เนื่องจากใช้ผลลัพธ์เป็นตัวตั้ง
- 6)  $4 \div 4 = \square$  เนื่องจากนำจำนวนในแต่ละกลุ่มเป็นตัวตั้ง
- 7)  $4 + 4 = \square$  เนื่องจากนำจำนวนในแต่ละกลุ่มมาบวกกัน
- 8)  $4 \overline{)8} = \square$  เนื่องจากเขียนเป็นแบบการหารยาว

1.2) จากโจทย์ พิชิตใช้เงินเดือนเดือนแรก 3050 บาท เดือนที่สอง 2500 บาท เดือนที่สาม 3250 บาท และเดือนที่สี่ 2800 บาท เฉลี่ยแล้วพิชิตใช้เงินเดือนละกี่บาท

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $(3050 + 2500 + 3250 + 2800) \div 4 = \square$

คำตอบที่ผิดของนักเรียน คือ  $(3050 + 2500 + 3250 + 2800) \div 30 = \square$

เนื่องจากไม่เข้าใจการหาค่าเฉลี่ย

2. เขียนหรือแปลความหมายสิ่งที่โจทย์ให้หาและสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ครบ เกิน ไม่ชัดเจน หรือผิดพลาด เช่น

2.1) สัปดาห์แรกแม่ชายของได้เงิน 789 บาท สัปดาห์ที่สอง ขายได้ 827 บาท สัปดาห์ที่สามขายได้ (910) บาท เฉลี่ยแล้วแม่ชายของได้เงินสัปดาห์ละกี่บาท  
นักเรียนตอบว่า สิ่งที่โจทย์กำหนดให้ คือ ที่ขีดเส้นใต้ และสิ่งที่โจทย์ให้หา คือ ที่วงกลม

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) จำสมบัติของหนึ่งผัด โดยจำเป็น  $a \div 1 = 1$  เมื่อ a แทนจำนวนเต็มใดๆ

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1)  $2196 \div 3 = 237$  เนื่องจากเขียนผลหารจากขวาไปซ้าย ดังนี้

$$\begin{array}{r} 237 \\ 3 \overline{)2196} \\ \underline{21} \phantom{00} \\ 9 \phantom{00} \\ \underline{9} \phantom{00} \\ 6 \phantom{00} \\ \underline{6} \\ \hline \hline \end{array}$$

1.2)  $12068 \div 14 = 867$  เนื่องจากในขั้นสุดท้ายนำหลักหน่วยของตัวหารเป็นตัวหาร ดังนี้

$$\begin{array}{r} 867 \\ 14 \overline{)12068} \\ \underline{112} \phantom{00} \\ 86 \phantom{00} \\ \underline{84} \phantom{00} \\ 28 \phantom{00} \\ \underline{28} \\ \hline \hline \end{array} \quad \leftarrow \text{ได้จาก } 4 \times 7$$

1.3)  $306 \div 6 = 501$  เนื่องจากตัวตั้งที่มีตัวเลข 0 เมื่อหารแล้วจะใส่ตัวเลข 0 ตรงหลักที่มีเลข 0 ในผลลัพธ์ด้วย ดังนี้

$$\begin{array}{r} 501 \\ 6 \overline{)306} \\ \underline{30} \phantom{00} \\ 6 \phantom{00} \\ \underline{6} \\ \hline \hline \end{array}$$

1.4)  $4088 \div 8 = 5011$  เนื่องจากตัวตั้งที่มีตัวเลข 0 เมื่อแล้วจะใส่ตัวเลข 0 ตรงหลักที่มีเลข 0 ในผลลัพธ์ด้วย ดังนี้

$$\begin{array}{r} 5011 \\ 8 \overline{)4088} \\ \underline{40} \phantom{00} \\ 8 \phantom{00} \\ \underline{8} \phantom{00} \\ 8 \phantom{00} \\ \underline{8} \\ \hline \hline \end{array}$$

1.5)  $71556 \div 534 = 755$  ดังนี้

$$\begin{array}{r} 755 \\ 534 \overline{)71556} \\ \underline{35} \phantom{00} \\ 35 \phantom{00} \\ \underline{15} \phantom{00} \\ 15 \phantom{00} \\ \underline{15} \\ \hline \hline \end{array}$$

โดยมีขั้นตอนดังนี้ 1) นำ  $5 \times 7 = 35$

2) นำตัวหารตัวแรก คือ 5 หาร 35 ได้ 7 ใส่เป็นผลลัพธ์



- 3) นำผลลัพธ์คือ 7 คูณ 5 แล้วใส่ผลคูณ
- 4) ชักตัวเลขหลักต่อไป 2 ตัว คือ 15 เป็นตัวตั้ง
- 5) นำตัวหารตัวที่สอง คือ 3 หารตัวที่ชักลงมา คือ 15 ใส่เป็น

ผลลัพธ์ตัวที่ 2

- 6) นำผลลัพธ์ตัวที่ 2 คือ 5 คูณตัวหารตัวที่สองใส่ผลคูณ
- 7) นำตัวหารตัวที่สอง คือ 3 หารผลคูณ คือ 15 ใส่เป็นผลลัพธ์

ตัวที่สาม

- 8) นำผลลัพธ์ตัวที่สาม คือ 5 คูณตัวหารตัวที่สอง คือ 3

1.6)  $(32 \times 16) \div 103$  เนื่องจากหาผลคูณถูกต้องแต่หารขั้นที่หนึ่งเสร็จแล้วเติม 0 แล้วหารขั้นที่สองโดยไม่สนใจเศษที่เหลือ

$$\begin{array}{r} \text{ดังนี้} \quad \frac{103}{4)512} \\ \underline{4} \phantom{00} \\ 1 \phantom{00} \\ \underline{\phantom{00}} \\ \phantom{00} \end{array}$$

2. ขาดความระมัดระวัง เช่น

2.1)  $15500 \div 254 = 62$  เนื่องจากเวลาหารนักเรียนเขียนตัวหารจาก 254 เป็น 250

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการหรือไม่เสร็จ เช่น

1.1)  $(32 \times 16) \div 4 = 512$  เนื่องจากคำนวณเฉพาะในวงเล็บ

2. สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี เช่น

2.1)  $18764 \div 280 = 67$  เนื่องจากตอบโดยตัดเศษที่เหลือทิ้ง เพราะคำตอบที่ถูกคือ 67 เศษ 4

สาระการเรียนรู้เรื่อง การบวก การลบ การคูณทศนิยม

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

นักเรียนเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ได้

1.1) จากโจทย์ วีระขายผ้าราคา 39.75 บาท ขายหมวกราคา 17.50 บาท ขายหนังสือได้เท่ากับที่วีระขายผ้าและขายหมวกรวมกัน ราคาขายของหนังสือต่างจากราคาขายของหมวกเท่าไร

$$\text{คำตอบที่ถูกต้อง คือ } (39.75 + 17.50) - 17.50 = \square$$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$(39.75 - 17.50) + 17.50 = \square, \quad (39.75 + 39.75) - 17.50 = \square,$$

$$(17.50 + 17.50) - 39.75 = \square$$

นักเรียนเปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษาไม่ได้

1.2) จากโจทย์  $11.50 + 2.25 = \square$  เขียนเป็นประโยคภาษาได้ว่าอย่างไร

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

ที่มีเงิน 11.50 บาท น้องมีเงิน 2.25 บาท พี่มีเงินมากกว่าน้องเท่าไร

ซูใจมีเงิน 11.50 บาท ชื้อขนม 2.25 บาท ยังมีเงินเหลือเท่าไร

แมมีเงิน 2.25 บาท จะต้องหาเงินมาเพิ่มอีกเท่าไรจึงจะมีเงิน 11.50 บาท

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1) นักเรียนตั้งการลบไม่ได้

จาก  $205.73 - 30$  นักเรียนตั้งการลบดังนี้

$$\begin{array}{r} 205.73 \\ \underline{\quad 30} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 205.73 \\ \underline{\quad 30} \end{array}$$

1.2)  $85.70 + 44.30 = 129.100$  เนื่องจากไม่เข้าใจวิธีการบวกทศนิยม

$$\begin{array}{r} \text{โดยคำนวณดังนี้} \\ 85.70 \\ + 44.30 \\ \hline 129.100 \end{array}$$

1.3)  $(32 \times 16.25) \div 4 = 13,000$  เนื่องจากหาผลคูณ

โดยไม่สนใจตำแหน่งทศนิยม จึงได้ผลคูณเท่ากับ 52000

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญห พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ หรือทำไม่เสร็จ เช่น

$$1.1) (85.70 + 44.30) \div 2 = 130 \div 2 = 60 \text{ เศษ } 1$$

เนื่องจาก หารเพียงขั้นตอนเดียวแล้วตอบ ดังนี้

$$\begin{array}{r} 60 \\ 2 \overline{)130} \\ \underline{12} \\ 1 \\ \underline{\phantom{0}} \end{array}$$

**สาระการเรียนรู้เรื่อง การบวก การลบ การคูณ การหารเศษส่วน**

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

- 1.1) จากโจทย์ มีชัยต้องขับรถเป็นระยะทาง 560 กิโลเมตร แต่ก่อนจะพักเติมน้ำมันรถแล่นไปได้  $\frac{3}{10}$  ของระยะทางทั้งหมด มีชัยขับรถไปได้เป็นระยะทางเท่าไร

$$\text{คำตอบที่ถูก คือ } \left( \frac{3}{10} \times 560 \right) = \square$$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$\begin{aligned} 560 + \frac{3}{10} &= \square, 560 - \frac{3}{10} = \square, 560 - \frac{5}{6} \times 5 = \square, 560 \div 3 = \square, \frac{3}{10} \\ \div 560 &= \square, 50 \times 10 = \square, \frac{3}{10} - 560 = \square, 560 \times 10 = \square \div 3, 560 \div 10 = \square, 560 \\ \div \frac{3}{10} &= \square, 560 \times \frac{3}{5} = \square, 560 - \left( \frac{3}{10} \times 560 \right) = \square, \left( \frac{3}{100} \times 560 \right) \div 10 = \square \end{aligned}$$

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

- 1.1) ไม่สามารถเปรียบเทียบเศษส่วนที่มีส่วนไม่เท่ากัน ดังนี้

$$\frac{2}{5} > \frac{2}{3} \text{ เนื่องจากสับสนเครื่องหมายหรือคิดว่าส่วนที่มากจะมีค่ามาก}$$

$$\frac{1}{9} < \frac{1}{10} \text{ เนื่องจากสับสนเครื่องหมายหรือคิดว่าส่วนที่น้อยจะมีค่าน้อย}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{6} \text{ เนื่องจากไม่เข้าใจเศษส่วนที่มีค่าเท่ากัน}$$

1.2) ไม่สามารถเปลี่ยนจำนวนคละให้เป็นเศษเกิน ดังนี้

$$\frac{41}{2} \text{ เป็นเศษเกินของ } 4\frac{1}{2} \text{ เนื่องจากจำนวนนับมาไว้หน้าเศษเป็นเศษ}$$

$$\frac{4}{2} \text{ เป็นเศษเกินของ } 4\frac{1}{2} \text{ เนื่องจากนำเศษคูณจำนวนนับเป็นเศษ}$$

$$\frac{8}{2} \text{ เป็นเศษเกินของ } 4\frac{1}{2} \text{ เนื่องจากนำส่วนคูณจำนวนนับเป็นเศษ}$$

1.3) ไม่สามารถเปลี่ยนเศษเกินให้เป็นจำนวนคละ ดังนี้

$$1\frac{7}{2} \text{ เป็นจำนวนคละของ } \frac{7}{2} \text{ เนื่องจากนำจำนวนนับมาไว้หน้าเศษเกิน}$$

$$3\frac{6}{2} \text{ เป็นจำนวนคละของ } \frac{7}{2} \text{ เนื่องจากนำผลคูณไปเป็นเศษ}$$

$$3\frac{2}{1} \text{ เป็นจำนวนคละของ } \frac{7}{2} \text{ เนื่องจากกลับเศษส่วน}$$

1.4) ไม่สามารถทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ ดังนี้

$$\frac{2}{8} \text{ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำของ } \frac{4}{16}$$

$$\frac{1}{16} \text{ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำของ } \frac{4}{16} \text{ เนื่องจากทำเป็นเศษส่วนอย่างต่ำเฉพาะเศษ}$$

$$\frac{4}{4} = 1 \text{ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำของ } \frac{4}{16} \text{ เนื่องจากผิดพลาดในการหาร}$$

2. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฏ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

2.1) นักเรียนไม่สามารถหาเศษส่วนที่มีค่าเท่ากันได้ เช่น

$$\text{จากโจทย์ } \frac{1}{3} = \frac{\square}{9} \text{ ตัวเลขใน } \square \text{ ควรเป็นจำนวนใด}$$

นักเรียนตอบว่า 27 เนื่องจาก เอาตัวส่วนมาคูณกันเป็นคำตอบ

6 เนื่องจาก เอาตัวส่วนมาลบกันเป็นคำตอบ

4 เนื่องจาก เอาตัวเศษและตัวส่วนของจำนวนแรกมาบวก

กันเป็นคำตอบ

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1)  $\frac{1}{12} + \frac{5}{6} = \frac{6}{12}$  เนื่องจากบวกโดยไม่ขยายเศษส่วน

1.2)  $\frac{13}{16} - \frac{3}{4} = \frac{10}{16}$  เนื่องจากลบโดยไม่ขยายเศษส่วน

$$1.3) \frac{7}{8} \times \frac{16}{21} = \frac{147}{128} \text{ เนื่องจากคูณด้วยตัวคูณกลับของตัวเอง}$$

$$1.4) 7 \div \frac{1}{2} = 7 \frac{1}{2} \text{ เนื่องจากนำมาบวกเป็นจำนวนคละ}$$

$$1.5) 4 \div \frac{4}{5} = \frac{1}{5} \text{ เนื่องจากนำเศษหารจำนวนนับ ส่วนคงเดิม}$$

$$1.6) \frac{1}{9} \div \frac{3}{5} = \frac{27}{5} \text{ เนื่องจากคูณด้วยตัวคูณกลับของตัวเอง}$$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์  
ดังนี้

1. ไม่สรุปคำตอบให้เป็นผลสำเร็จตามหลักคณิตศาสตร์ เช่น

1.1) นักเรียนไม่ทำผลบวกให้เป็นจำนวนคละ เช่น

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

1.2) นักเรียนไม่ทำผลหารให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ เช่น

$$\frac{5}{6} \div 5 = \frac{5}{30}$$

### ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6

จากการสังเคราะห์งานวิจัย พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระที่ 1  
จำนวนและการดำเนินการ และสาระที่ 4 พีชคณิต ดังนี้

#### สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

**สาระการเรียนรู้เรื่อง จำนวนนับและการบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนนับ**

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่  
คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) นักเรียนจำคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มไม่ได้ โดยเรียกคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม  
ว่าการแจกแจงหรือสมการ

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น
  - 1.1) นักเรียนบอกค่าตัวเลขที่อยู่ในหลักต่าง ๆ ของจำนวนที่กำหนดให้ไม่ได้ เช่น จาก โจทย์ 70542 ตัวเลขที่ขีดเส้นใต้มีค่าเท่าใด
 นักเรียนตอบว่า พัน เนื่องจากตอบหลักของตัวเลขแทนการตอบค่าประจำหลัก
  - 70 เนื่องจาก ตอบจำนวนตั้งแต่ตัวเลขที่ขีดเส้นใต้ขึ้นไป
  - 0542 เนื่องจาก ตอบจำนวนตั้งแต่ตัวเลขที่ขีดเส้นใต้ลงมา

### สาระการเรียนรู้เรื่อง ตัวประกอบของจำนวนนับ

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎี กฎ สูตร นิยามและสมบัติผิด เช่น
  - 1.1) นักเรียนจำบทนิยามของจำนวนเฉพาะผิด โดยตอบว่า 1, 4, 8, 9, 10, 27, 28, 30 เป็นจำนวนเฉพาะ
  - 1.2) นักเรียนจำความหมายของตัวประกอบเฉพาะผิด โดยตอบว่า ตัวประกอบเฉพาะของ 8 คือ 8 เนื่องจากนำจำนวนที่กำหนดให้มาเป็นคำตอบ
    - 4 เนื่องจากตอบตัวประกอบของจำนวนที่กำหนดให้
    - 1 เนื่องจากคิดว่า 1 เป็นตัวประกอบเฉพาะ
2. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น
  - 2.1) นักเรียนเขียนจำนวนในรูปผลคูณของตัวประกอบไม่ได้ ดังนี้
 

ผลคูณของตัวประกอบของ 18 คือ  $10 + 8$  เนื่องจากเขียนในรูปผลบวกของการกระจาย

ผลคูณของตัวประกอบของ 6 คือ  $6 \times 4$  เนื่องจากนำจำนวนที่กำหนดให้ไปคูณกับจำนวนอื่น
  - 2.2) นักเรียนไม่สามารถหาตัวหารร่วมของจำนวนที่กำหนดให้ได้ ดังนี้
 

ตัวหารร่วมของ 4 กับ 14 คือ 4 เนื่องจากตอบจำนวนที่กำหนดให้

ตัวหารร่วมของ 10, 20 และ 30 คือ  $10 \frac{20}{30}$  เนื่องจากนำจำนวนที่กำหนดให้มาเขียนเป็นจำนวนคละ

ตัวหารร่วมของ 10, 20 และ 30 คือ 1 เนื่องจากคิดว่า 1 เป็นตัวหารร่วมของจำนวนที่กำหนดให้

### สาระการเรียนรู้เรื่อง เศษส่วนและการบวก การลบ การคูณ การหารเศษส่วน

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1)  $2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{4} = 3\frac{5}{8}$  เนื่องจากนำจำนวนเต็ม เศษ และส่วนมาบวกกันตำแหน่งต่อ

ตำแหน่ง

1.2)  $5\frac{2}{4} - 4\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$  เนื่องจากใช้ผลต่างของเศษส่วนมาเป็นคำตอบ

1.3)  $\frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 3\frac{2}{4}$  เนื่องจากนำเศษของเศษซ้อนมาเป็นจำนวนเต็ม แล้วใช้ส่วนบวก

กันตำแหน่งต่อตำแหน่งมาเป็นเศษส่วน

1.4)  $\frac{4}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{5}$  เนื่องจากนำผลบวกของเศษกับส่วนของส่วนมาเป็นส่วนของคำตอบ

### สาระการเรียนรู้เรื่อง บทประยุกต์

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ ผืนดีซื้อตู้เสื้อผ้าราคา 2100 บาท ขายได้กำไร 420 บาท ขายได้กำไร

ร้อยละเท่าไร

คำตอบที่ถูกต้อง คือ ร้อยละ 20

คำตอบที่ผิดของนักเรียน คือ ร้อยละ 120 เนื่องจากแปลความหมายข้อความใน

โจทย์ผิด โดยนำราคาทุน + กำไร แล้วหาคำตอบในรูปร้อยละ

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมีในทัศนที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) จำความหมายของคำต่าง ๆ ผิด ดังนี้

$$\text{กำไร} = \text{ราคาทุน} - \text{ราคาขาย}$$

$$\text{กำไร} = \text{ราคาทุน} + \text{กำไร}$$

$$\text{กำไร} = \text{ราคาขาย} + \text{ราคาทุน}$$

$$\text{ขาดทุน} = \text{ราคาขาย} - \text{ราคาทุน}$$

$$\text{ขาดทุน} = \text{ราคาขาย} - \text{กำไร}$$

$$\text{ขาดทุน} = \text{ราคาขาย} - \text{ราคาลด}$$

$$\text{ลดราคา} = \text{ราคาจริง} - \text{ราคาลด}$$

$$\text{ลดราคา} = \text{ราคาที่ติด} + \text{ราคาขายจริง}$$

$$\text{ราคาขายจริง} = \text{ราคาที่ติด} + \text{ราคาลด}$$

$$\text{ราคาขายจริง} = \text{ราคาที่ติด} - \text{ราคาขายจริง}$$

$$\text{ราคาขายจริง} = \text{ราคาทุน} - \text{กำไร}$$

1.2) จำความหมายคำว่า ร้อยละผิด เช่น ส้มเน่าร้อยละ 5 นักเรียนตอบว่าหมายความว่าความว่า ส้ม 100 ผล เน่า 95 ผล

2. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

2.1) นักเรียนไม่สามารถประยุกต์ความรู้ในเรื่องการคูณและการหาร กับการแก้โจทย์ปัญหาการคูณและการหาร ดังนี้

2.1.1 จากโจทย์ ผ้า 400 เมตร ราคา 6000 บาท ผ้า 25 เมตร ราคาเท่าไร

นักเรียนตอบว่า 2400 บาท มาจาก  $\frac{400 \times 6000}{100}$  เนื่องจากสับสนกับการ

แก้โจทย์ปัญหาร้อยละ

2.2) นักเรียนไม่สามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในการซื้อขายได้ ดังนี้

2.2.1 จากโจทย์ ซื้อวิทยุราคา 4200 บาท ขายไป 3500 ขายขาดทุนกี่บาท



นักเรียนตอบว่า 120 บาท มาจาก  $\frac{4200}{3500} \times 100$  เนื่องจากหาคำตอบวิธีเดียวกับ  
กับการแก้โจทย์ปัญหาร้อยละ กรณีโจทย์กำหนดอัตราส่วนที่มีต่อทั้งหมดแล้วให้หาคำตอบ  
ในรูปร้อยละ

2.3) นักเรียนไม่สามารถประยุกต์ความรู้เรื่อง การเทียบบัญญัติไตรยางศ์ได้โดยใน  
ขั้นแรกนักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาไว้ทางขวามือ เช่น

จากโจทย์ ผ้า 400 เมตร ราคา 6000 บาท ผ้า 25 เมตร ราคาเท่าไร

นักเรียนหาคำตอบจากวิธีการดังนี้

ผ้าราคา 6000 บาท เท่ากับ 400 เมตร

ผ้า 25 เมตร ราคา  $\frac{25 \times 400}{6000} = 1.67$  บาท

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1)  $4200 - 3500 = 1300$  เนื่องจากนำตัวเลขที่มีค่ามากลบตัวเลขที่มีค่าน้อย โดย  
ไม่คำนึงถึงตัวตั้งและตัวลบ

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1  
มโนทัศน์ ดังนี้

1. ไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการหรือไม่เสร็จ เช่น

1.1) โจทย์ต้องการหารราคาขาย แต่หาเฉพาะร้อยละของกำไร เช่น ซื้อแจกันในราคา  
200 บาท ขายได้กำไรร้อยละ 5 ขายแจกันไปเท่าไร

คำตอบที่ถูกต้อง คือ 210 บาท

คำตอบที่ผิดของนักเรียน คือ 10 บาท เนื่องจากหาเฉพาะกำไรที่ได้จากการ  
ขายแจกัน

1.2) โจทย์ต้องการหาเงินรวม แต่หาเฉพาะดอกเบี้ย เช่น กู้เงินธนาคาร 42000 บาท ในอัตราดอกเบี้ย 16% ต่อปี เมื่อครบปีต้องจ่ายเงินรวมเท่าไร

คำตอบที่ถูกต้อง คือ 48720 บาท

คำตอบที่ผิดของนักเรียน คือ 6720 บาท เนื่องจากหาเฉพาะดอกเบี้ย

### สาระการเรียนรู้เรื่อง การหารทศนิยม

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) ในการเข้าค่ายลูกเสือแห่งหนึ่ง เต้าต้องการทำราวตากผ้าที่เสานขนาดเล็ก 2 ต้น ห่างกัน 5.10 เมตร แต่สมาชิกในหมู่ของเขามีเชือกยาวเส้นละ 0.85 เมตร เขาจำเป็นต้องใช้เชือกมาผูกต่อกันอย่างน้อยกี่เส้น

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $5.10 \div 0.85 = \square$

คำตอบที่ผิดของนักเรียน คือ  $5.10 + 0.85 = \square$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1)  $5.1 \div 0.85 = 0.06$  เนื่องจากหารโดยเลื่อนตำแหน่งทศนิยมผิด

1.2)  $110 \div 2.75 = 25$  เนื่องจากสลับตำแหน่งตัวตั้งกับตัวหาร และหาผลหารโดย

ไม่สนใจตำแหน่งทศนิยม ดังนี้

$$\begin{array}{r} 25 \\ 110 \overline{)275} \\ \underline{220} \\ 550 \\ \underline{550} \end{array}$$

1.3)  $110 \div 2.75 = 55$  เนื่องจากนำเฉพาะจำนวนเต็มมาหาร

## สาระที่ 4 พิชคณิต

### สาระการเรียนรู้เรื่อง สมการและการแก้สมการ

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น
  - 1.1) นักเรียนจำสมการที่เป็นจริงไม่ได้ โดยตอบว่า
 
$$15 - ค = 100 \text{ เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

$$18 < 23 \text{ เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น
  - 1.1) ถ้า  $ก + 20 = 25$  แล้ว  $ก$  เท่ากับเท่าไร
 

คำตอบที่ถูก คือ  $ก = 5$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$ก = ก \text{ เนื่องจาก ตอบตัวที่ไม่ทราบค่า}$$

$$ก = 25 \text{ เนื่องจาก ตอบจำนวนที่อยู่หลังเครื่องหมายเท่ากับ}$$
  - 1.2) จาก  $ข + 4 = 10$ 

นำ 4 บวกทั้งสองข้าง

$$\therefore ข = 14$$
  - 1.3) จาก  $จ \div 4 = 16$  แล้ว  $จ = 4$ 

เนื่องจาก ใช้จำนวนแรกที่กำหนดให้ในโจทย์เป็นคำตอบ
  - 1.4) จาก  $ส \div 5 = 4$  แล้ว  $ส = 4$ 

เนื่องจาก ใช้จำนวนหลังที่กำหนดให้ในโจทย์เป็นคำตอบ

### ช่วงชั้นที่ 3

#### ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

จากการสังเคราะห์งานวิจัย พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ และ สาระที่ 4 พีชคณิต ดังนี้

#### สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

สาระการเรียนรู้เรื่อง **ห.ร.ม. และ ค.ร.น.**

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) จำวิธีการหา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ไม่ได้ เช่น

$$\text{ให้ } 15 = 3 \times 5$$

$$30 = 3 \times 2 \times 5$$

$$\text{ค.ร.น. ของ } 15, 30 = 3 \times 2 \times 5 = 30$$

$$\text{ห.ร.ม. ของ } 15, 30 = 3 \times 5 = 15$$

สาระการเรียนรู้เรื่อง **เศษส่วนและทศนิยม**

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ แม่ค้าขายส้ม 2 กิโลกรัม ได้รับเงิน  $10\frac{2}{3}$  บาท อยากทราบว่าแม่ค้า

ขายส้มไปกิโลกรัมละเท่าไร

$$\text{คำตอบที่ถูกต้อง คือ } 10\frac{2}{3} \div 2 = \square$$

$$\text{คำตอบที่ผิดของนักเรียน คือ } 2 \div 10\frac{2}{3} = \square$$

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมีโมทัศน์ที่

คลาดเคลื่อน 2 โมทัศน์ ดังนี้

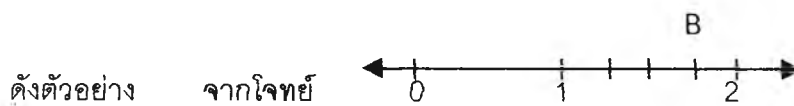
1. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

1.1) นักเรียนไม่สามารถหาสถานการณ์การแบ่งเศษส่วนได้ ดังตัวอย่าง

จากโจทย์ ชื่อส้มโอม่า 3 ผล เน่าเสีย 2 ผล ส้มโอที่เน่าคิดเป็นเศษส่วนเท่าไรของส้ม  
โอทั้งหมด

นักเรียนตอบว่า  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{1}{2}$  หรือ  $\frac{1}{3}$

1.2) นักเรียนไม่สามารถแทนเศษส่วนบนเส้นจำนวนได้



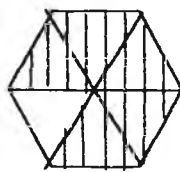
จุด B สามารถเขียนแทนด้วยเศษส่วนจำนวนใด

นักเรียนตอบว่า  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{4}{5}$  หรือ  $1\frac{3}{2}$

2. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

2.1) นักเรียนไม่สามารถหาส่วนที่แรเงาจากภาพได้ ดังนี้

จากโจทย์



ส่วนที่แรเงาในรูปสามารถเขียนแทนได้ด้วย  
เศษส่วนจำนวนใด

นักเรียนตอบว่า  $\frac{1}{5}$  เนื่องจาก นำส่วนที่ไม่แรเงาหารด้วยส่วนที่แรเงา

$\frac{1}{6}$  เนื่องจาก นำส่วนที่ไม่แรเงาหารด้วยส่วนทั้งหมด

$\frac{5}{1}$  เนื่องจาก นำส่วนที่แรเงา หารด้วยส่วนที่ไม่แรเงา

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 โมทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1) นักเรียนคำนวณการบวกจำนวนเต็มกับเศษส่วนผิดพลาดดังนี้

$\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{4}$  เนื่องจากนำจำนวนเต็มบวกทั้งเศษและส่วน

- 1.2) นักเรียนคำนวณการบวกจำนวนเต็มกับจำนวนคละผิวดังนี้

$$1\frac{1}{4} + 1 = 1\frac{1}{2} \text{ เนื่องจากนำจำนวนเต็มบวกกับเศษที่เปลี่ยนจากจำนวนคละเป็น}$$

เศษเกิน

- 1.3) นักเรียนคำนวณการบวกเศษส่วนที่มีส่วนเท่ากันผิวดังนี้

$$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{10} \text{ เนื่องจากนำเศษบวกกับเศษ และส่วนบวกกับส่วน}$$

- 1.4) นักเรียนคำนวณการบวกจำนวนคละที่มีส่วนเท่ากันผิวดังนี้

$$1\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3} = 3\frac{3}{6} \text{ เนื่องจากนำจำนวนเต็มบวกจำนวนเต็ม เศษบวกเศษ และส่วน}$$

บวกส่วน

- 1.5) นักเรียนคำนวณการบวกเศษส่วนที่มีส่วนไม่เท่ากันผิวดังนี้

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \text{ เนื่องจากเมื่อทำส่วนให้เท่ากันแล้วไม่เปลี่ยนเศษ}$$

- 1.6) นักเรียนคำนวณการบวกเศษส่วนกับจำนวนคละที่มีส่วนไม่เท่ากันผิวดังนี้

$$\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2} = 1 \text{ เนื่องจากเปลี่ยนจำนวนคละเป็นเศษเกิน และนำเศษบวกกับเศษ}$$

ส่วนบวกกับส่วน

- 1.7) นักเรียนคำนวณการบวกจำนวนคละที่มีส่วนไม่เท่ากันผิวดังนี้

$$2\frac{1}{4} + 1\frac{1}{3} = 3\frac{2}{7} \text{ เนื่องจากนำจำนวนเต็มบวกจำนวนเต็ม เศษบวกกับเศษ ส่วน}$$

บวกกับส่วน

- 1.8) นักเรียนคำนวณการลบจำนวนเต็มกับจำนวนคละผิวดังนี้

$$5 - 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2} \text{ เนื่องจากไม่เปลี่ยนจำนวนคละเป็นเศษเกิน แต่นำจำนวนเต็มลบ}$$

กับจำนวนเต็ม แล้วนำไปบวกกับเศษส่วน

- 1.9) นักเรียนคำนวณการลบจำนวนคละที่มีส่วนเท่ากันผิวดังนี้

$$2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} = 4 \text{ เนื่องจากเปลี่ยนจำนวนคละเป็นเศษเกิน และนำเศษลบเศษ}$$

ส่วนลบส่วน

- 1.10) นักเรียนคำนวณการคูณจำนวนเต็มกับเศษส่วนผิวดังนี้

$$2 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{10} \text{ เนื่องจาก นำจำนวนเต็มคูณทั้งตัวเศษและตัวส่วน}$$

- 1.11) นักเรียนคำนวณการคูณจำนวนเต็มกับจำนวนคละผิวดังนี้

$$1\frac{3}{4} \times 3 = 3\frac{3}{4} \text{ เนื่องจากนำจำนวนเต็มคูณกับจำนวนเต็มของจำนวนคละ แล้ว}$$

บวกกับเศษส่วน

$$\frac{1}{5} \times \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4} \text{ เนื่องจาก กลับเศษส่วนของตัวตั้งก่อนจะคูณ}$$

1.12) นักเรียนคำนวณการหารเศษส่วนมิตผลาดดังนี้

$$\frac{1}{2} \div \frac{4}{5} = 1\frac{3}{5} \text{ เนื่องจากเปลี่ยนเครื่องหมายหารเป็นคูณ แต่กลับเศษส่วนของ}$$

ตัวตั้ง

1.13) นักเรียนคำนวณการหารเศษส่วนกับจำนวนคละมิตผลาดดังนี้

$$\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{2} = \frac{3}{5} \text{ เนื่องจากเปลี่ยนเครื่องหมายหารเป็นคูณ แต่ไม่กลับเศษส่วนของ}$$

ตัวหาร

1.14) นักเรียนคำนวณการหารจำนวนคละกับจำนวนคละมิตผลาดดังนี้

$$1\frac{1}{7} \div 2\frac{1}{2} = 2\frac{1}{14} \text{ เนื่องจากไม่เปลี่ยนจำนวนคละเป็นเศษเกิน และเปลี่ยนหาร}$$

เป็นคูณ แต่ไม่กลับเศษส่วนของตัวหาร และนำจำนวนเต็มคูณจำนวนเต็มบวกกับผลคูณของเศษคูณด้วยเศษ ส่วนคูณด้วยส่วน

1.15) นักเรียนคำนวณการ บวก ลบ คูณ หารทศนิยมมิตผลาดดังนี้

$$6.59 - 2.7 = 4.52 \text{ เนื่องจากสับสนกระบวนการโดยแยกลบจำนวนเต็มกับ}$$

จำนวนเต็ม และทศนิยมกับทศนิยม

$$0.304 \times 3.02 = 0.91808 \text{ เนื่องจากสับสนเรื่องค่าประจำตำแหน่งในการตอบ}$$

$$0.304 \times 3.02 = 0.97280 \text{ เนื่องจากสับสนในการเขียนผลคูณเมื่อมีศูนย์เป็น}$$

ตัวคูณ

2. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

2.1) จงทอน  $\frac{2(x+2)}{2x+2}$  ให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{2(x+2)}{2x+2} &= \frac{\cancel{2}(x+2)}{\cancel{2}x+2} \\ &= \frac{x+2}{x+2} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{หรือ} \quad \frac{2(x+2)}{2x+2} &= \frac{\cancel{2}(x+\cancel{2})}{\cancel{2}x+\cancel{2}} \\ &= \frac{x+1}{x+1} = 1 \end{aligned}$$

3. ขาดความระมัดระวัง เช่น

$$3.1) \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \text{ เนื่องจากสะเพร่าโดยคำนวณ } 2 \times 3 = 5$$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ หรือ ทำไม่เสร็จ เช่น

1.1) จากโจทย์ น้อยนำเงินไปโรงเรียนจำนวนหนึ่ง ซื้อขนมเสีย  $\frac{2}{3}$  ของเงินทั้งหมด

ปรากฏว่าเหลือเงินอีก 4 บาท อยากทราบว่าน้อยนำเงินมาโรงเรียนกี่บาท

นักเรียนตอบว่า 8 บาท ซึ่งเป็นเงินที่ใช้ซื้อขนม ไม่ใช่เงินที่นำมาโรงเรียน

สาระการเรียนรู้เรื่อง เลขยกกำลัง

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) นักเรียนจำบทนิยามของเลขยกกำลังผิด ดังนี้

$2 \times 2 \times 2 = 2^2$  เนื่องจาก ใช้ตัวเลขที่แยกตัวประกอบไว้เป็นฐาน 1 จำนวน ส่วนที่เหลืออีกก็จำนวนให้เป็นเลขชี้กำลัง

$2 \times 2 \times 2 = 2^6$  เนื่องจาก ใช้ตัวเลขที่แยกตัวประกอบไว้เป็นฐาน และนำตัวเลขทุกจำนวนมาบวกกันเป็นเลขชี้กำลัง

$2 \times 2 \times 2 = 6^2$  เนื่องจาก ใช้ตัวเลขทุกจำนวนมาบวกกันเป็นฐาน และใช้ตัวเลขที่แยกตัวประกอบไว้เป็นเลขชี้กำลัง

$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^{16}$  เนื่องจาก ใช้ตัวเลขที่แยกตัวประกอบไว้เป็นฐาน และใช้ผลคูณของตัวเลขที่แยกตัวประกอบไว้เป็นเลขชี้กำลัง

$2 \times 2 \times 2 = 3^2$  เนื่องจาก ใช้จำนวนของตัวเลขที่แยกตัวประกอบไว้เป็นฐาน และใช้ตัวเลขที่แยกตัวประกอบไว้เป็นเลขชี้กำลัง



- 1.2) นักเรียนจำหลักการเขียนแสดงจำนวนที่มีค่ามาก ๆ ในรูป  $A \times 10^n$  เมื่อ  $1 \leq A < 10$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มใด ๆ

เช่น นักเรียนเขียน 30,000 เป็น  $3 \times 10^4$  เนื่องจากใช้ 100 เป็นเลขฐานแทน

10

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1)  $2^3 = 5$  เนื่องจาก นำเลขฐานบวกกับเลขชี้กำลัง เป็นผลลัพธ์

1.2)  $2^3 = 6$  เนื่องจาก นำเลขฐานคูณกับเลขชี้กำลังเป็นผลลัพธ์

1.3)  $2^3 = 3^2 = 9$  เนื่องจากสลับหน้าที่ของเลขฐานกับเลขชี้กำลัง

2. ขาดความระมัดระวัง เช่น

2.1) นักเรียนเขียน 30,000 ในรูป  $A \times 10^n$  เมื่อ  $1 \leq A < 10$  ได้ว่า  $3 \times 10^5$  เพราะนับศูนย์เกินไป 1 ตัว

สาระการเรียนรู้เรื่อง จำนวนเต็ม

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

- 1.1) นักเรียนจำสมบัติการสลับที่ของการบวกไม่ได้ ดังนี้

$$(-8) + (-12) = 12 + 8$$

$$(-8) + (-12) = 8 + 12$$

$$(-8) + (-12) = (-12) + 8$$

- 1.2) นักเรียนจำสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการบวกไม่ได้ ดังนี้

$$2 + [(-6) + (-9)] = (2 + 9) + (-6)$$

$$2 + [(-6) + 9] = [(-6) + 9] + 2$$

$$2 + [(-6) + 9] = [9 + (-6)] + 2$$

1.3) นักเรียนจำสมบัติของการแจกแจงไม่ได้ ดังนี้

$$a \times (b + c) = a \times b \times c$$

$$a \times (b + c) = (a + b) \times (a + c)$$

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (b \times c)$$

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (c \times b)$$

1.4) จำสมบัติการสลับที่สำหรับการคูณไม่ได้ ดังนี้

$$(-6) \times 8 = (-8) \times 6$$

$$(-6) \times 8 = 8 \times 6$$

$$(-6) \times 8 = (-8) \times (-6)$$

1.5) จำสมบัติการจัดหมู่สำหรับการคูณไม่ได้ ดังนี้

$$(-4) \times [5 \times (-8)] = [(-4) \times (-8)] \times 5$$

$$(-4) \times [5 \times (-8)] = [5 \times (-8)] \times (-4)$$

1.6) นักเรียนจำนิยามของค่าสัมบูรณ์ไม่ได้ ดังนี้

ค่าสัมบูรณ์ ของ 13 = 4 เนื่องจาก นำตัวเลขมาบวกกัน

ค่าสัมบูรณ์ ของ 13 = 31 เนื่องจาก นำตัวเลขมาเรียงสลับที่กัน

ค่าสัมบูรณ์ ของ 13 = -13 เนื่องจาก ใช้จำนวนตรงข้ามมาเป็นคำตอบ

ค่าสัมบูรณ์ ของ -15 = -15 เนื่องจาก ใช้จำนวนเดิมมาเป็นคำตอบ

ค่าสัมบูรณ์ ของ -12 คือ -12, -6, 6

ค่าสัมบูรณ์ของ 120 คือ -120, 60, -60

1.7) นักเรียนจำความหมายของจำนวนตรงข้ามไม่ได้ ดังนี้

จำนวนตรงข้าม ของ -13 คือ -13 เนื่องจาก ใช้จำนวนเดิมเป็นคำตอบ

จำนวนตรงข้าม ของ -13 คือ -14 เนื่องจาก เข้าใจว่าจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์

มากกว่าจำนวนที่กำหนดให้อีก 1 คือจำนวนตรงกันข้าม

จำนวนตรงข้ามของ -13 คือ -12 เนื่องจาก เข้าใจว่าจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์น้อย

กว่าจำนวนที่กำหนดให้อีก 1 คือจำนวนตรงกันข้าม

จำนวนตรงข้ามของ 13 คือ 31 เนื่องจาก เข้าใจว่าจำนวนที่สลับตำแหน่งของ  
จำนวนที่กำหนดให้ คือ จำนวนตรงกันข้าม

จำนวนตรงข้ามของ  $-12$  คือ  $-24$  หรือ  $24$  หรือ  $-12$

จำนวนตรงข้ามของ  $a$  คือ  $-a$  หรือ  $-1$  หรือ  $1$

1.8) นักเรียนจำสมบัติของหนึ่งไม่ได้ ดังนี้

$1 \times a = 1$  เมื่อ  $a$  แทนจำนวนเต็มใด ๆ

จำนวนเต็มลบคูณด้วย 1 ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก

จำนวนเต็มลบคูณด้วย 1 ได้ผลลัพธ์เป็นค่าสัมบูรณ์ที่เพิ่มขึ้นอีก 1 เช่น

$$-27 \times 1 = -28$$

จำนวนเต็มบวกหารด้วย 1 ได้ผลลัพธ์เท่ากับ 1

จำนวนเต็มลบหารด้วย 1 ได้ผลลัพธ์เท่ากับ  $-1$

จำนวนเต็มลบหารด้วย 1 ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก

1.9) นักเรียนจำสมบัติของศูนย์ไม่ได้ ดังนี้

$a + 0 = 0$  เมื่อ  $a$  แทนจำนวนเต็มใด ๆ

จำนวนเต็มใด ๆ บวกกับ 0 ได้ผลลัพธ์เป็นเลขสลับหลักของจำนวนนั้น

จำนวนเต็มลบใด ๆ บวกกับ 0 ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก

จำนวนเต็มใด ๆ คูณกับ 0 ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนตรงข้ามของจำนวนนั้น

0 หารด้วยจำนวนเต็มบวกหรือจำนวนเต็มลบ ได้ผลลัพธ์เป็น 1

0 หารด้วยจำนวนเต็มใด ๆ ได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มนั้น

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ

2.1) นักเรียนเข้าใจว่าจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่าจะมีค่ามากกว่า

2.2) นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับตัวแปร เช่น

จากประโยค  $2a + b = 27$  ตัวแปร คือ  $a = 10$  และ  $b = 7$  เนื่องจากนำตัวเลข

ที่แทนตัวแปรแล้วทำให้ประโยคเป็นจริงมาเป็นคำตอบ

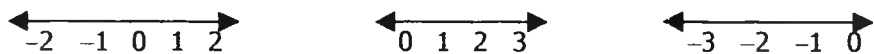
จากประโยค  $2a + b = 27$  ตัวแปรคือ  $2a + b$  เนื่องจากเข้าใจว่าจำนวนที่อยู่

หน้าเครื่องหมาย = คือตัวแปร

จากประโยค  $2a + b = 27$  ตัวแปรคือ 2 และ 27 เนื่องจากเข้าใจว่าตัวเลขคือตัวแปร

3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

3.1) เขียนจำนวนเต็มบวกลงบนเส้นจำนวนไม่ได้ ดังนี้



เป็นเส้นจำนวนแทนจำนวนเต็มบวก

3.2) นักเรียนไม่สามารถเรียงลำดับเลขตามแบบที่กำหนดให้ได้ ดังนี้

จากการเรียงลำดับ 2, 4, 6, ... อีก 3 จำนวนต่อจากนี้ควรเป็นอะไร

นักเรียนตอบว่า 7, 8, 9 เนื่องจาก เรียงจำนวนเพิ่มครั้งละ 1 จากจำนวนสุดท้าย

2, 4, 6 เนื่องจาก เรียงจำนวนซ้ำแบบที่กำหนดให้

6, 4, 2 เนื่องจาก เรียงจำนวนย้อนกลับแบบที่กำหนดให้

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1)  $(-2) \times (-3) = -6$  เนื่องจากเข้าใจว่า จำนวนเต็มคูณกับจำนวนเต็มลบได้ผล

ลัพธ์เป็นจำนวนเต็มลบ

1.2)  $6 \div (-2) = 3$  เนื่องจากเข้าใจว่าจำนวนเต็มบวกหารด้วยจำนวนเต็มลบ ได้ผล

ลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก

$$1.3) \quad (-6) + (-2) = 8 \qquad (-3) + (-9) = 12$$

$$(-5) + (-3) = 8 \qquad (-6) + (-8) = 14$$

เหตุที่นักเรียนตอบเช่นนี้เพราะนักเรียนใช้หลักที่ว่า ถ้าเครื่องหมายของทั้งสองจำนวนเหมือนกัน จะนำค่าสัมบูรณ์ของทั้งสองจำนวนมาบวกกัน แล้วให้เครื่องหมายของ

คำตอบเป็นบวกเสมอ

$$1.4) \quad -4 + 8 = -4 \qquad 5 + (-3) = -2$$

$$-2 + 9 = -7 \qquad 6 + (-2) = -4$$

เหตุที่นักเรียนตอบเช่นนี้ เพราะนักเรียนใช้หลักที่ว่า ถ้าเครื่องหมายของทั้งสองจำนวนต่างกัน จะนำค่าสัมบูรณ์ของทั้งสองจำนวนมาลบกัน และให้เครื่องหมายของคำตอบเป็นลบเสมอ

1.5)	$-9 + 3 = -12$	$-8 + 5 = -13$
	$-6 + (-2) = 8$	$-5 + (-3) = 8$
	$2 + (-7) = -9$	$3 + (-6) = -9$
	$-4 + 8 = -12$	$-2 + 9 = -11$
	$-3 + (-9) = 12$	$-6 + (-8) = 14$
	$5 + (-3) = -8$	$6 + (-2) = -8$

เหตุที่นักเรียนตอบเช่นนี้ เพราะนักเรียนใช้หลักที่ว่า

ถ้าเครื่องหมายของทั้งสองจำนวนเหมือนกัน จะนำค่าสัมบูรณ์ของทั้งสองจำนวนมาบวกกัน แล้วให้เครื่องหมายของคำตอบเป็นบวก

ถ้าเครื่องหมายของทั้งสองจำนวนต่างกัน จะนำค่าสัมบูรณ์ของทั้งสองจำนวนมาบวกกัน แล้วให้เครื่องหมายของคำตอบเป็นลบ

1.6)  $34 - 18 = 24$  เนื่องจากลบจากซ้ายไปขวา แล้วใช้ตัวลบเป็นตัวตั้งเมื่อตัวลบมีค่ามากกว่า

2. ขาดความระมัดระวัง เช่น

2.1)  $276 + 315 = 581$  เนื่องจากสลับทศเลข

2.2)  $34 - 18 = 12$  เนื่องจากสะเพร่าเรื่องการยืมโดยยืมแล้วไม่หักออกจากตัวที่ถูกยืม

#### สาระที่ 4 พิชชคณิต

สาระการเรียนรู้เรื่อง พหุนาม

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำพหุคูณบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิติด เช่น

1.1) นักเรียนจำความหมายของเอกนามผิติด ดังนี้

- จำนวนที่อยู่ในรูปการบวกเอกนาม เช่น  $x + 3$  เป็นเอกนาม
- จำนวนที่อยู่ในรูปการลบเอกนาม เช่น  $x - 6y$  เป็นเอกนาม
- จำนวนที่อยู่ในรูปการหารเอกนาม เช่น  $\frac{xy}{y^2}$
- จำนวนที่อยู่ในรูปการหารผลบวกของเอกนามด้วยเอกนาม เช่น  $\frac{x+y}{4}$  เป็น

เอกนาม

- จำนวนที่อยู่ในรูปการคูณเอกนามกับจำนวนที่ไม่ใช่เอกนาม เช่น  $7x^4$  เป็นเอก

นาม

1.2) นักเรียนจำความหมายของพหุนามผิติด ดังนี้

- จำนวนที่อยู่ในรูปการหารเอกนาม เช่น  $\frac{xy}{y^2}$  เป็นพหุนาม
- จำนวนที่อยู่ในรูปการหารพหุนามซึ่งมี 2 พจน์ด้วยเอกนาม เช่น  $\frac{2x+1}{x}$  เป็น

พหุนาม

- จำนวนที่อยู่ในรูปการหารพหุนามซึ่งมี 3 พจน์ด้วยเอกนาม เช่น  $\frac{x^2+x+5}{x}$

เป็น พหุนาม

- จำนวนที่อยู่ในรูปผลบวกของเอกนามกับการหารเอกนาม เช่น  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + 2$

เป็นพหุนาม

- จำนวนที่อยู่ในรูปผลบวกของเอกนามกับผลคูณของตัวแปรซึ่งไม่ใช่เอกนา

เช่น  $xy^2+1$  เป็นพหุนาม

- จำนวนที่อยู่ในรูปผลต่างของเอกนามกับจำนวนที่ไม่ใช่เอกนาม เช่น  $x - y^{\frac{1}{2}}$

เป็นพหุนาม

- จำนวนที่อยู่ในรูปการคูณเอกนามกับจำนวนที่ไม่ใช่เอกนาม เช่น  $2x^3y$  เป็นพหุ

นาม

1.3) นักเรียนจำความหมายของเอกนามคล้ายผิติด ดังนี้

$3xy^2$  คล้ายกับ  $2x^2y$  เพราะเข้าใจว่า เอกนามคล้าย คือ เอกนามที่มีตัวแปร

เหมือนกัน และดีกรีเท่ากัน

$4bx$  คล้ายกับ  $5ax$  เพราะเข้าใจว่า เอกนามคล้าย คือ เอกนามที่มีตัวแปรอย่างน้อยหนึ่งตัวเหมือนกัน และกำลังของตัวแปรตัวหนึ่งเท่ากัน

$1.5x^3$  คล้ายกับ  $3.2x^4$  เพราะเข้าใจว่า เอกนามคล้าย คือ เอกนามที่มีตัวแปรเหมือนกัน แต่กำลังของตัวแปรไม่เท่ากัน

$2ab^4$  คล้ายกับ  $2a^3b^4$  เพราะเข้าใจว่า เอกนามคล้าย คือ เอกนามที่มีสัมประสิทธิ์และตัวแปรเหมือนกัน และกำลังของตัวแปรตัวหนึ่งเท่ากัน

$2b^4$  คล้ายกับ  $2b^5$  เพราะเข้าใจว่า เอกนามคล้าย คือ เอกนามที่มีสัมประสิทธิ์และตัวแปรเหมือนกัน แต่กำลังของตัวแปรไม่เท่ากัน

1.4) นักเรียนจำสูตรการคูณเลขยกกำลังผิด โดยจำเป็น  $a^m \cdot a^n = a^{m \cdot n}$

1.5) นักเรียนจำสูตรการหารเลขยกกำลังผิด โดยจำเป็น  $a^m \div a^n = a^{m+n}$

1.6) นักเรียนจำความหมายของสัมประสิทธิ์ของเอกนามผิด ดังนี้

- สัมประสิทธิ์ของ  $-4x^3$  คือ 4 เพราะเข้าใจว่าสัมประสิทธิ์ของเอกนามคือตัวคงที่ โดยไม่เอาเครื่องหมายลบ

- สัมประสิทธิ์ของ  $-4x^3$  คือ  $-4x$  เพราะเข้าใจว่าสัมประสิทธิ์ของเอกนามคือตัวคงที่คูณตัวแปรกำลังหนึ่ง

- สัมประสิทธิ์ของ  $-4x^3$  คือ  $4x$  เพราะเข้าใจว่าสัมประสิทธิ์ของเอกนามคือ ตัวคงที่โดยไม่เอาเครื่องหมายลบคูณกับตัวแปรกำลังหนึ่ง

1.7) นักเรียนจำความหมายของดีกรีของเอกนามผิด ดังนี้

- ดีกรีของ  $3x^5y^6$  คือ 6 เพราะเข้าใจว่า ดีกรีของเอกนาม คือ กำลังสูงสุดของตัวแปร

- ดีกรีของ  $3x^5y^6$  คือ 30 เพราะเข้าใจว่าดีกรีของเอกนาม คือ ผลคูณของกำลังของตัวแปร

1.8) นักเรียนจำความหมายของดีกรีของพหุนามผิด ดังนี้

- ดีกรีของ  $x^5y + x^4 + 6$  คือ 10 เพราะเข้าใจว่า ดีกรีของพหุนาม คือ ผลบวกของกำลังของตัวแปรทุกตัว

- ดีกรีของ  $x^5y + x^4 + 6$  คือ 5 เพราะเข้าใจว่า ดีกรีของพหุนาม คือ กำลังสูง

สุดของตัวแปร

- ดีกรีของ  $x^5y + x^4 + 6$  คือ 9 เพราะเข้าใจว่า ดีกรีของพหุนาม คือ ผลบวกของกำลังของตัวแปรที่มีตัวเลขปรากฏอยู่

- ดีกรีของ  $x^5y + x^4 + 6$  คือ 20 เพราะเข้าใจว่า ดีกรีของพหุนาม คือ ผลคูณของกำลังของตัวแปรที่มีตัวเลขปรากฏอยู่

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

1.1) นักเรียนไม่เข้าใจการหารลงตัวของพหุนาม ดังนี้

$2z$  หาร  $6xy$  ลงตัว เพราะเข้าใจว่าพหุนามที่หารกันลงตัวจะต้องมีสัมประสิทธิ์หารกันลงตัวเป็นจำนวนเต็ม

$yz$  หาร  $xy$  ลงตัว เพราะเข้าใจว่าพหุนามที่หารกันลงตัวต้องมีตัวแปรอย่างน้อยหนึ่งตัวหารกันได้

$6ax$  หาร  $18xy$  ลงตัว เพราะเข้าใจว่าพหุนามที่หารกันลงตัวต้องมีสัมประสิทธิ์หารกันลงตัวเป็นจำนวนเต็ม และตัวแปรอย่างน้อยหนึ่งตัวหารกันได้

$b$  หาร  $2a^3$  ลงตัว เพราะเข้าใจว่าพหุนามที่หารกันลงตัวต้องเป็นเศษส่วนอย่างต่ำของตัวแปรต่างชนิดกัน

1.2)  $3x^3y + 6x^3y = 9x^6y$  เนื่องจาก นำกำลังของตัวแปรที่มีตัวเลขปรากฏอยู่บวกกัน

1.3)  $(x^2 + 3y^4 + 2x) + (2x^2 - 4x + y^4) = 3x^2 - 6x + 5y^4$  เนื่องจากสับสนเครื่องหมายในการคำนวณ

1.4)  $(x^2 + 3y^4 + 2x) + (2x^2 - 4x + 2y^4) = x^2 + 5y^4$  เนื่องจากรวมเอกนามไม่คล้ายที่มีชุดของตัวแปรเหมือนกัน

1.5)  $(3x^2y^3)(5x^4y) = 15x^8y^3$  เนื่องจากนำเลขชี้กำลังของตัวแปรมาคูณกันด้วย

1.6)  $11a^2b(2a^3 - 7b^8) = 22a^5b - 7b^8$  เนื่องจากคูณเฉพาะพจน์หน้าของพหุนาม

1.7)  $\frac{10x^3y^8 - 2xy^2}{5xy^2} = 2x^3y^4 - \frac{2}{5}xy$  เนื่องจากนำเลขชี้กำลังมาหารกันด้วย



## 2. ขาดความระมัดระวัง เช่น

$$2.1) 3m^4 - 11m^4 = -8m \quad \text{เนื่องจากสะเพร่าในการใส่เลขชี้กำลังของตัวแปรในการ}$$

ตอบ

## สาระการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว

ด้านตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

### 1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง

นักเรียนไม่สามารถแปลงประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ดังนี้

1.1) จากโจทย์ นิดมีอายุมากกว่าน้อย 8 ปี และอายุของคนทั้งสองรวมกัน 24 ปี

$$\text{คำตอบที่ถูกต้อง คือ } (x + 8) + x = 24$$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$x - 24 = 8 \text{ หรือ } x - 8 = 24 \quad \text{เนื่องจากเข้าใจโจทย์ผิด}$$

$$(24 - x) + (x + 8) = 24 \quad \text{เนื่องจากไม่เข้าใจความสัมพันธ์ของโจทย์}$$

1.2) จากโจทย์ จำนวนจำนวนหนึ่งรวมกับ 3 แล้วเท่ากับ 5

$$\text{คำตอบที่ถูกต้อง คือ } x + 3 = 5$$

คำตอบที่ผิดของนักเรียน คือ  $2 + 3 = 5$  เนื่องจากไม่เข้าใจรูปแบบของ

ประโยคสัญลักษณ์ จึงนำเอาวิธีการตรวจคำตอบมาเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์

นักเรียนไม่สามารถแปลงประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษา ดังนี้

1.3)  $3x = 24$  เขียนเป็นประโยคภาษาได้อย่างไร

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

จำนวนจำนวนหนึ่งหารด้วยสามเท่ากับยี่สิบสี่

สามเท่าของผลต่างของจำนวน ๆ หนึ่งได้ยี่สิบสี่

สามคูณเอ็กซ์เท่ากับยี่สิบสี่

2. ไม่เข้าใจความหมายของตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้ เช่น  
นักเรียนไม่สามารถบอกตัวแปรของสมการที่กำหนดให้ได้ ดังนี้

2.1) จาก  $y + 4 = 26 - 2$  ตัวแปรของสมการคืออะไร

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้  $2, y + 4, 26 + 2, =$

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) นักเรียนจำนิยามการสมมูลของสมการไม่ได้ โดยตอบว่า  $3x = 9$  กับ  $3x = 19$

เป็นสมการที่สมมูลกัน

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

2.1) ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับลักษณะของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยเข้าใจว่าสมการที่มีตัวแปรกำลังหนึ่งต่างชนิดกันอยู่ในรูปผลบวก ผลต่าง ผลคูณ เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สมการที่มีตัวแปรเดียวซึ่งมีกำลังไม่ใช่กำลังหนึ่ง เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2.2) ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับความหมายของคำว่า สมการ โดยเข้าใจว่า

สมการเป็นประโยคที่ต้องมีตัวแปรเสมอ

สมการเป็นประโยคที่ต้องมีการหาคำตอบเสมอ

สมการจะต้องมีค่าไม่เท่ากัน

สมการเป็นประโยคที่ต้องเป็นจริงเสมอ

สมการเป็นประโยคที่ต้องมีการหาค่าตัวแปรเสมอ

สมการเป็นประโยคที่ต้องมีการเปรียบเทียบค่า

สมการต้องหาคำคำตอบได้เสมอ

2.3) ขาดความรู้พื้นฐานโดยใช้สัญลักษณ์การคูณแทนข้อความ "มากกว่า" "ผลบวกของ" และ "แก่กว่า"

3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

3.1) ไม่สามารถนำสมบัติการบวกไปประยุกต์ใช้ได้ ดังนี้

$$\text{ถ้า } a = 18 \quad \text{แล้ว } a + 9 = 18 + 0$$

$$\text{ถ้า } a = 18 \quad \text{แล้ว } a + 9 = 18 + 27$$

$$\text{ถ้า } a = 18 \quad \text{แล้ว } a + 9 = 18 + a$$

3.2) ไม่สามารถนำสมบัติการลบไปประยุกต์ใช้ได้ ดังนี้

$$\text{ถ้า } 86 = m \quad \text{แล้ว } 86 - 11 = m - 75$$

$$\text{ถ้า } 86 = m \quad \text{แล้ว } 86 - 11 = m - 78$$

$$\text{ถ้า } 86 = m \quad \text{แล้ว } 86 - 11 = m - 86$$

3.3) ไม่สามารถนำสมบัติการคูณไปประยุกต์ใช้ได้ ดังนี้

$$\text{ถ้า } m = n \quad \text{แล้ว } mc = n$$

$$\text{ถ้า } m = n \quad \text{แล้ว } mc = cm$$

$$\text{ถ้า } m = n \quad \text{แล้ว } mc = mn$$

3.4) ไม่สามารถนำสมบัติการหารไปประยุกต์ใช้ได้ ดังนี้

$$\text{ถ้า } c = 48 \quad \text{แล้ว } 6 = 48 \div 6$$

$$\text{ถ้า } c = 48 \quad \text{แล้ว } c \div 48 = 48 \div 6$$

$$\text{ถ้า } c = 48 \quad \text{แล้ว } 42 = 48 \div 6$$

$$\text{ถ้า } c = 48 \quad \text{แล้ว } c = 48 \div 6$$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

$$1.1) 7 - 2.4 = 5.4$$

$$1.2) 7 + 2.4 = 3.1$$

$$1.3) 6.8 + 3.5 = 9.13$$

2. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

$$2.1) \frac{3}{4}m = 60$$

นำ 3 และ 4 หารทั้งสองข้าง

$$\text{ได้ } m = 5$$

$$2.2) 2(3 + x) = 26$$

นำ 3 ลบทั้งสองข้าง

$$\text{ได้ } 2x = 23$$

$$\therefore x = \frac{23}{2}$$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1

มโนทัศน์ ดังนี้

1. ไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ หรือทำไม่เสร็จ เช่น

$$1.1) \text{ จาก } 4 + 5n = 9 \quad \therefore 5n = 5$$

แล้วนักเรียนก็นำ 5 มาตอบเป็นค่า  $n$  โดยไม่แก้สมการต่อให้เสร็จ



## ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

จากการสังเคราะห์งานวิจัย พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต และ สาระที่ 4 พีชคณิต ดังนี้

### สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

#### สาระการเรียนรู้เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

1.1) นักเรียนเปลี่ยนเศษส่วนเป็นทศนิยมซ้ำไม่ได้ ดังนี้

$$\frac{7}{9} = 0.7$$

$$\frac{7}{9} = 0.77$$

$$\frac{7}{9} = 0.0707\dots$$

1.2) นักเรียนเปลี่ยนทศนิยมซ้ำเป็นเศษส่วนไม่ได้ ดังนี้

$$0.58\dot{\phantom{0}} = \frac{58}{99}$$

$$0.58\dot{\phantom{0}} = \frac{58}{100}$$

$$0.58\dot{\phantom{0}} = \frac{53}{100}$$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1)  $\sqrt{(-4)^2} = -4$

1.2)  $\sqrt{2 \times 2 \times 5} = 5\sqrt{2}$

1.3)  $\sqrt[3]{27} = 9$

### สาระการเรียนรู้เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ด้านการตีความโจทย์ พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ สมศักดิ์กู้เงินจากธนาคารไปจำนวนหนึ่ง โดยเสียดอกเบี้ยร้อยละ 13 ต่อปี พ่อสิ้นปีสมศักดิ์เสียดอกเบี้ยให้ธนาคาร 975 บาท เมื่อต้นปี สมศักดิ์กู้เงินเป็นเงินเท่าไร

นักเรียนเขียนสัดส่วนแสดงความสัมพันธ์ของโจทย์ผิด ดังนี้

$$1) \quad \frac{x}{975} = \frac{13}{100}$$

$$2) \quad x = 975 = 13 : 100$$

1.2) จากโจทย์ โยทะกะซื้อหนังสือมาเล่มหนึ่งในราคา 198 บาท โดยพ่อค้าลดราคาให้ 10% ของราคาที่คิดไว้ อยากทราบว่าพ่อค้าคิดราคาหนังสือไว้เท่าไร

นักเรียนเขียนสัดส่วนแสดงความสัมพันธ์ของโจทย์ผิด ดังนี้

$$1) \quad \frac{x}{198} = \frac{10}{100}$$

$$2) \quad \frac{198}{x} = \frac{10}{100}$$

$$3) \quad \frac{198}{x} = \frac{90}{100}$$

$$4) \quad x : 198 = 10 : 100$$

$$5) \quad \frac{x}{198} = \frac{90}{100}$$

$$6) \quad 198 : x = 10 : 100$$

1.3) จากโจทย์ วรุฒซื้อวิทยุเครื่องหนึ่งในราคา 5000 บาท ต่อมาขายไปในราคา 6800 บาท อยากทราบว่าได้กำไรกี่เปอร์เซ็นต์

นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ ดังนี้

$$\frac{x}{100} = \frac{1800 \times 100}{5000}$$

2. เขียนหรือแปลความหมายสิ่งที่โจทย์ให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ไม่ครบเกิน ไม่ชัดเจนหรือผิดพลาด เช่น

2.1) จากโจทย์ ที่โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียนมาโรงเรียนสาย 2% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ถ้าโรงเรียนนี้มีนักเรียน 3,000 คน จะมีนักเรียนมาสายกี่คน

นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ดังนี้

- 1) มีนักเรียนมาสาย 2% ของจำนวนของนักเรียนทั้งหมด
- 2) โรงเรียนนี้มีนักเรียนทั้งหมด 3,000 คน
- 3) ที่โรงเรียนแห่งหนึ่ง มีนักเรียนมาโรงเรียนสาย
- 4) มีนักเรียนมาโรงเรียน 2% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ถ้าโรงเรียนนี้มีนักเรียน 3,000 คน จะมีนักเรียนมาสายกี่คน

- 5) จำนวนนักเรียนมาสาย จำนวนนักเรียนมาโรงเรียน
- 6) จำนวนนักเรียนมาสาย 2% ของนักเรียนทั้งหมด และจำนวนนักเรียนของโรงเรียนมี 300 คน

- 7) โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียนมาสาย มีนักเรียนทั้งหมด
- 8) มีนักเรียนมาสายกี่คน
- 9) มีนักเรียนที่มาสายทั้งหมด
- 10) โรงเรียนนี้มีนักเรียน 3,000 คน จะมีนักเรียนมาสายกี่คน

นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ดังนี้

- 1) โรงเรียนนี้มีนักเรียน 3000 คน จะมีนักเรียนมาสายกี่คน
- 2) โรงเรียนนี้มีนักเรียน 3000 คน มาโรงเรียนสาย 2% จะมีนักเรียนมาโรงเรียนสายกี่คน

- 3) นักเรียนที่มาสาย
- 4) จำนวนนักเรียนที่ขาดเรียน

2.2) จากโจทย์ในการแข่งขันกีฬาโอลิมปิก มีนักกีฬาชาย 1760 คน จากนักกีฬาทั้งหมด 2,200 บาท อยากทราบว่า มีนักศึกษาเป็นร้อยละเท่าไรของนักกีฬาทั้งหมด

นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ดังนี้

- 1) นักกีฬาชาย 1760 คน
- 2) มีนักกีฬาทั้งหมด 2,200 คน
- 3) ในการแข่งขันกีฬาโอลิมปิก
- 4) ในการแข่งขันกีฬาโอลิมปิกมีนักกีฬาชาย 1760 คน จากนักกีฬาทั้งหมด 2,200 คน อยากทราบว่า มีนักกีฬาชายเป็นร้อยละเท่าไรของนักกีฬาทั้งหมด
- 5) นักกีฬาชาย นักกีฬาทั้งหมด
- 6) นักกีฬาชายเป็นร้อยละเท่าไรของนักกีฬาทั้งหมด
- 7) มีนักกีฬาชาย 1,760 คน จากนักกีฬาทั้งหมด

นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการหา ดังนี้

- 1) มีนักกีฬาชาย 1,760 คน จากนักกีฬาทั้งหมด 2,200 คน มีนักกีฬาชายเป็นร้อยละเท่าไรของนักกีฬาทั้งหมด
- 2) มีนักกีฬาชายเป็นเท่าไรต่อนักกีฬาทั้งหมด
- 3) มีนักกีฬาชายร้อยละ
- 4) มีนักกีฬาชายร้อยละเท่าใด

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมีโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 โมโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และ สมบัติผิด เช่น
  - 1.1) จำความหมายของคำว่าร้อยละ หรือ % ผิดเช่นเข้าใจว่า ขายได้กำไร 10% หมายถึงลงทุน 90 บาท ต้องขาย 100 บาท จะได้กำไร 10 บาท
2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น
  - 2.1) นักเรียนไม่สามารถเขียนอัตราส่วนแทนอัตรา ดังนี้

จากข้อความ ขน 3 ถุงราคา 10 บาท เขียนอัตราส่วนแทนอัตราได้ว่าอย่างไร

คำตอบที่ถูกต้องคือ 3 : 10



แต่นักเรียนตอบว่า  $3 = 10$  เนื่องจากไม่เข้าใจสัญลักษณ์ของอัตราส่วน  
 $10 : 3$  เนื่องจากสลับที่อัตราทำให้ได้อัตราส่วนที่ผิด  
 $3 : 1$  เนื่องจากแปลความหมายอัตราส่วนที่เท่ากันผิด

2.2) นักเรียนไม่สามารถเขียนเศษส่วนที่กำหนดให้ในรูปร้อยละได้ ดังนี้

$\frac{4}{5}$  เขียนให้อยู่ในรูปร้อยละได้เท่าไร

คำตอบที่ถูกคือ 80 %

แต่นักเรียนตอบว่า 4.5% เนื่องจากเขียนตัวเลขและตัวส่วนในรูปทศนิยม

2.3) นักเรียนไม่สามารถเขียนร้อยละที่กำหนดให้ในรูปเศษส่วนได้ ดังนี้

12 % เขียนในรูปเศษส่วนได้เท่าไร

คำตอบที่ถูกคือ  $\frac{3}{25}$

แต่นักเรียนตอบว่า  $\frac{1}{12}$  เนื่องจาก เขียนเป็น 1 ส่วนด้วยจำนวนที่โจทย์

กำหนด

2.4) นักเรียนเขียนสัญลักษณ์ของอัตราส่วนผิด ดังนี้

$x : 3000$  คน

$$\frac{x}{100} = 975$$

2.5) นักเรียนเขียนสัญลักษณ์ของสัดส่วนผิด ดังนี้

$$x : 975 : 13 : 100$$

2.6) นักเรียนเขียนสัญลักษณ์ในการแก้สมการผิด ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{x}{3000} &= \frac{2}{100} \\ &= x \times 100 = 2 \times 3000 \\ &= x = \frac{2 \times 3000}{100} \\ &= x = 60 \end{aligned}$$

3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

3.1) นักเรียนไม่เข้าใจวิธีการคิดจากเบี้ยที่กำหนดเงินฝากมากกว่า 1 ปี เช่น นาย ก ฝากเงิน 1000 บาท ดอกเบี้ย 8% ต่อปี ครบ 2 ปี นาย ก ได้ดอกเบี้ยเท่าไร

วิธีทำที่ถูกต้อง มีขั้นตอนดังนี้

$$\text{ปีที่ 1 นาย ก ได้ดอกเบี้ย} = \frac{1000 \times 8 \times 1}{100} = 80 \text{ บาท}$$

$$\therefore \text{เงินต้นปีที่ 2} = \text{เงินฝาก} + \text{ดอกเบี้ยปีที่ 1}$$

$$= 1000 + 80 = 1080 \text{ บาท}$$

$$\text{ปีที่ 2 ดอกเบี้ย} = \frac{1080 \times 8 \times 1}{100} = 86.40 \text{ บาท}$$

$$\text{เมื่อครบ 2 ปี นาย ก ได้ดอกเบี้ย} = 80 + 86.40 = 166.40 \text{ บาท}$$

แต่นักเรียนหาดอกเบี้ยปีที่ 2 โดยคิดจากเงินต้น 1,000 บาท เท่ากับเงินต้นที่ฝากครั้งแรก ดังนั้นเมื่อครบ 2 ปี นาย ก ได้ดอกเบี้ย =  $80 + 80 = 160$  บาท

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

$$1.1) 0.5 \times 7 = 3.05$$

$$1.2) \frac{3.5 \times 10}{7} = 0.5$$

$$1.3) \frac{2 \times 3000}{100} = 600$$

2. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

$$2.1) \quad \text{จาก} \quad \frac{x}{3000} = \frac{2}{100}$$

$$x \cdot 2 = 3000 \times 100$$

$$x = \frac{3000 \times 100}{2}$$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ดังนี้

1. ไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ หรือทำไม่เสร็จ เช่น

$$1.1) \text{ นาย ก. ฝากเงิน 100 บาท ดอกเบี้ยร้อยละ 10 ต่อปี เมื่อครบ 2 ปี ได้ดอกเบี้ย}$$

เท่าไร

นักเรียนคิดแค่เพียงดอกเบี้ยในเวลา 1 ปี

$$\text{จึงได้ดอกเบี้ย} = \frac{100 \times 10 \times 1}{100} = 10 \text{ บาท}$$

1.2) จากโจทย์ ในจำนวนนักเรียน 500 คน มีนักเรียน 3.5 คนที่มีน้ำหนัก 70 กก. จงหาว่าจำนวนนักเรียนที่น้ำหนักเกิน 70 กิโลกรัม คิดเป็นกี่ % ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด

นักเรียนไม่ได้หาจำนวนนักเรียนที่น้ำหนักเกิน 70 กิโลกรัมดังที่โจทย์ต้องการ แต่นักเรียนหาจำนวนนักเรียนที่น้ำหนักไม่เกิน 70 กิโลกรัม

2. สรุปผลไม่ถูกต้อง หรือ สรุปผลไม่ครบทุกกรณี เช่น

2.1) จากโจทย์ ที่โรงเรียนแห่งหนึ่ง มีนักเรียนมาโรงเรียนสาย 2% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ถ้าโรงเรียนนี้มีนักเรียน 3000 คน จะมีนักเรียนมาสายกี่คน

นักเรียนสรุปผลไม่ถูกต้อง

คำตอบที่ถูกต้อง คือ มีนักเรียนมาโรงเรียนสาย 60 คน

แต่นักเรียนสรุปว่า 60 คน

2.2) จากโจทย์ สมศักดิ์ กู้เงินจากธนาคารไปจำนวนหนึ่ง โดยเสียดอกเบี้ยร้อยละ 13 ต่อปี พอสิ้นปีสมศักดิ์เสียดอกเบี้ยให้ธนาคาร 975 บาท เมื่อต้นปีสมศักดิ์กู้เงินเป็นเงินเท่าไร

นักเรียนสรุปผลไม่ถูกต้อง

คำตอบที่ถูกต้อง คือ เมื่อต้นปีสมศักดิ์กู้เงินจากธนาคารเป็นเงิน 7,500 บาท

แต่นักเรียนสรุปว่า 7500

## สาระที่ 2 การวัด

### สาระการเรียนรู้เรื่อง การวัด

ด้านตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

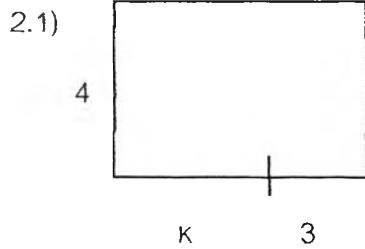
1.1) นักเรียนไม่เข้าใจภาษาที่ใช้ในการหาร ดังนี้

จากโจทย์ พื้นที่ระบียบ 60,000 ตารางเซนติเมตร ต้องการปูพื้นด้วยกระเบื้องขนาด 20 เซนติเมตร x 20 เซนติเมตร ต้องใช้กระเบื้องอย่างน้อยี่สูงกี่แผ่น

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $60,000 \div (20 \times 20) = \square$

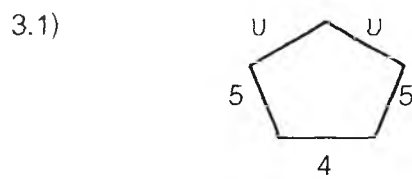
คำตอบที่ผิดของนักเรียนเขียน คือ  $60,000 - (20 \times 20) = \square$

2. ไม่ใช่ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ เช่น

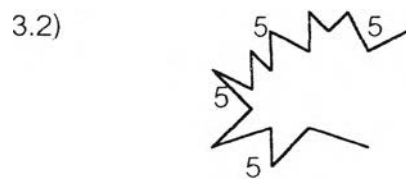


จากรูป รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีพื้นที่ที่ตารางหน่วย  
นักเรียนตอบว่า 12 ตารางหน่วย  
เนื่องจาก นักเรียนแก้ปัญหาโจทย์โดยไม่สนใจ  
ตัวแปร  $k$  ที่โจทย์กำหนดให้

3. ไม่เข้าใจความหมายของตัวแปรที่โจทย์กำหนด เช่น



จากรูป เส้นรอบรูปของรูปห้าเหลี่ยม มีความยาว  
เท่าใด นักเรียนตอบว่า 24 หน่วย  
เนื่องจาก กำหนดให้  $U$  มีความยาว 5 หน่วย



จากรูป ถ้าแต่ละด้านยาวด้านละ 5 หน่วย  
และมีทั้งหมด  $n$  ด้าน จงหาความยาว  
ของรูปนี้

นักเรียนตอบว่า 80 หน่วย เนื่องจากไม่รู้ว่า  $n$  มีค่าเท่าไร ซึ่งไม่  
ได้เป็นตัวเลข ทำให้ไม่รู้ว่ากี่ด้านก็ด้าน ก็เลยใช้วิธีนับด้านจากรูป นับได้ว่ามี 16 ด้าน จึง  
ได้คำตอบเป็น  $16 \times 5 = 80$

หรือ นักเรียนตอบว่า 625 หน่วย เนื่องจากนำตัวเลขที่ปรากฏใน  
รูปมาคูณกัน

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน  
3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติผิด เช่น

นักเรียนจำสูตรพื้นที่ของรูปต่าง ๆ ไม่ถูกต้อง ดังนี้

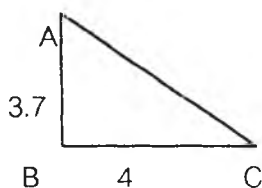
$$\begin{aligned} 1.1) \text{ พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก} &= 2 (\text{กว้าง} \times \text{ยาว}) \text{ หรือ} \\ &= \text{กว้าง} + \text{ยาว} \end{aligned}$$

- 1.2) พื้นที่รูปสามเหลี่ยม = ฐาน  $\times$  สูง หรือ  
 = ฐาน + สูง
- 1.3) พื้นที่รูปวงกลม =  $2\pi r$  หรือ  
 =  $\pi r$  หรือ  
 =  $r^2$
- 1.4) พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมคางหมู = ผลบวกด้านคู่ขนาน หรือ  
 = ผลคูณด้านคู่ขนาน  $\times$  สูง หรือ  
 =  $\frac{1}{2} \times$  ผลคูณด้านคู่ขนาน  $\times$  สูง

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีจาก กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

2.1) ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการวัดและประมาณความยาวที่ได้เป็นจำนวนเต็มหน่วย เช่น

จากโจทย์



$\overline{AB}$  ยาวประมาณเท่าไร

คำตอบที่ถูกต้อง คือ 4 เซนติเมตร

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

- 3 เซนติเมตร เนื่องจาก เข้าใจว่าการวัดและประมาณความยาว เป็นจำนวนเต็มหน่วยเซนติเมตรถ้ามีเศษให้ปัดทิ้ง
- 3.7 เซนติเมตร เนื่องจากไม่เข้าใจความหมายของการวัดและ ประมาณความยาวเป็นจำนวนเต็มหน่วยเซนติเมตร

3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

3.1) นักเรียนใช้มาตราส่วนไม่เหมาะสมกับการเขียนแผนผัง

จากโจทย์ สระว่ายน้ำกว้าง 30 เมตร ยาว 50 เมตร ต้องการเขียนแผนผัง โดยใช้ มาตราส่วน ควรใช้มาตราส่วนใด

คำตอบที่ถูกต้องคือ 1 ซม. : 10 ม.

แต่นักเรียนใช้มาตราส่วนไม่เหมาะสม โดยตอบว่า 1 ซม. : 1 ม.

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

$$1.1) 5 \times 3.85 = 15.5$$

2. ขาดความระมัดระวัง เช่น

2.1) ขาดความระมัดระวังในการอ่านโจทย์ ดังนี้

โจทย์กำหนดกระดาษแผ่นหนึ่งกว้าง 12 นิ้วยาว 4 ฟุตกระดาษแผ่นนี้มีพื้นที่ที่กระดาษฟุต

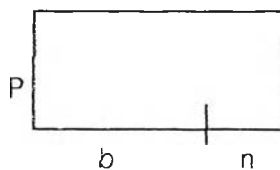
นักเรียนไม่ได้จัดหน่วยของความกว้าง และความยาวให้เป็นหน่วยเดียวกัน ดังนั้นจึงตอบว่า

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่กระดาษแผ่นหนึ่ง} &= 12 \times 4 \\ &= 48 \text{ ตารางฟุต} \end{aligned}$$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ดังนี้

1. สรุปผลไม่ถูกต้อง หรือ สรุปผลไม่ครบทุกกรณี เช่น

1.1) จากโจทย์



จากรูป รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า  
มีพื้นที่ที่กระดาษหน่วย

นักเรียนตอบว่า  $p \times b + n$  เนื่องจากนักเรียนเข้าใจวิธีการแก้ปัญหาโจทย์และเข้าใจความหมายของตัวแปร แต่นักเรียนเขียนคำตอบโดยไม่ใส่วงเล็บ เพราะคิดว่ามีค่าเท่ากัน

### สาระที่ 3 เรขาคณิต

สาระการเรียนรู้เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) นักเรียนจำทฤษฎีบทพีทาโกรัสไม่ถูกต้อง โดยจำเป็น

กำลังสองของด้านประกอบมุมฉากด้านใด, เท่ากับ ผลบวกของกำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉากกับด้านประกอบมุมฉากอีกด้านหนึ่ง

กำลังสองของด้านประกอบมุมฉากด้านใด ๆ เท่ากับ ผลต่างของกำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉากกับด้านประกอบมุมฉากอีกด้านหนึ่ง

กำลังสองของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับ ผลต่างของกำลังสองของด้านประกอบมุมฉาก

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ เช่น

2.1)  $\sqrt{a} = a$                       เมื่อ  $a \geq 0$

2.2)  $\sqrt{a} = 2a$                       เมื่อ  $a \geq 0$

2.3)  $\sqrt{a} = \frac{a}{2}$                       เมื่อ  $a \geq 0$

2.4)  $(\sqrt{a})^2 = a^2$                       เมื่อ  $a \geq 0$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

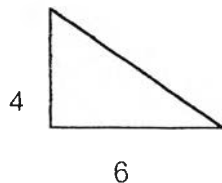
1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1)  $4.12 \times 4.12 = 16.8744$

2. ขาดความระมัดระวัง เช่น

2.1) นักเรียนลืมใส่เครื่องหมายรากที่สอง ดังนี้

จากโจทย์



จากรูปด้านที่เหลื๋อยากเท่าไร

คำตอบที่ถูกคือ  $\sqrt{36 + 16} = \sqrt{52}$

แต่นักเรียนตอบว่า 52

สาระการเรียนรู้เรื่อง เส้นขนาน

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น
  - 1.1) เส้นขนานยาวเท่ากัน
  - 1.2) เส้นตรงหักคู้เป็นเส้นขนาน
  - 1.3) เส้นโค้งคู้เป็นเส้นขนาน
  - 1.4) รูปปิดหลายเหลี่ยมใดเป็นเส้นขนาน
  - 1.5) รูปปิดโค้งใด ๆ เป็นเส้นขนาน
  - 1.6) เส้นขนานเป็นเส้นคู้ที่มีระยะห่างเท่ากัน
  - 1.7) เส้นขนานต้องอยู่ในแนวนอน
2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น
  - 2.1) ขาดความรู้พื้นฐานเรื่องเส้นขนานและมุมภายใน
    - 2.1.1 มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดตัดเส้นขนาน สรุปได้ว่า
      - มีเพียงด้านเดียวเท่านั้นที่รวมกันเท่ากับ  $180^\circ$
      - มุมภายในมีขนาดเท่ากัน
      - มุมภายในมีขนาดเท่ากับมุมฉาก
      - เท่ากันและรวมกัน เท่ากับ  $180^\circ$
    - 2.1.2 มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีมากกว่า 2 คู่
  - 2.2) ขาดความรู้พื้นฐาน เรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง
    - 2.2.1 มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดตัดเส้นขนาน แล้ว มุมแย้งรวมกันเท่ากับ  $180^\circ$
    - 2.2.2 มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดตัดเส้นตรงสองเส้นใด ๆ ย่อม
      - เท่ากัน
      - รวมกันเท่ากับ  $180^\circ$
    - 2.2.3 มุมแย้ง คือ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ใกล้กัน
  - 2.3) ขาดความรู้พื้นฐาน เรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน
    - 2.3.1 เส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว ผลรวมของมุมภายนอกและมุมภายในเท่ากับ  $180^\circ$



## 2.3.2 มีเส้นตัดเส้นตรงสองเส้นแล้ว

- ผลรวมของมุมภายนอกกับมุมภายใน เท่ากับ  $180^\circ$
- มุมภายนอกเท่ากับมุมภายใน

## 2.3.3 มุมภายนอกและมุมภายใน เป็นมุมที่อยู่ข้างเดียวกันและมีองศาเท่ากัน

## สาระที่ 4 พีชคณิต

## สาระการเรียนรู้เรื่อง สมการกำลังสองตัวแปรเดียว

ด้านตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

## 1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ ถ้าส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งยาวกว่าด้านฐาน 7 เซนติเมตร รูปสามเหลี่ยม มีพื้นที่ 60 ตารางเซนติเมตร ด้านฐานมีความยาวเท่าไร

นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ว่า  $\frac{1}{2}x(x-7) = 60$

โดยมีแนวคิดดังนี้

ให้ด้านฐานของรูปสามเหลี่ยมนี้ยาว  $x$  เซนติเมตร

$\therefore$  ส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม เป็น  $x-7$  เซนติเมตร

$\therefore$  ได้สมการ  $\frac{1}{2}x(x-7) = 60$

1.2) จากโจทย์ อีก 10 ปีข้างหน้า สมชายจะมีอายุเท่ากับกำลังสองของอายุเขา เมื่อ 2 ปีที่แล้ว ปัจจุบันสมชายอายุกี่ปี

นักเรียนตอบว่า

1.2.1 จากโจทย์ สมมติปัจจุบันสมชายอายุ  $x$  ปี

เมื่อ 2 ปีที่แล้วสมชายมีอายุ  $x-2$  ปี

และอีก 10 ปีข้างหน้า สมชายมีอายุ  $x+8$  ปี ซึ่งที่ถูกต้องควร

เป็น สมชายมีอายุ  $x+10$  ปี

1.2.2 จากโจทย์ กำลังสองของอายุเขาเมื่อ 2 ปีที่แล้ว เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้  $(x-2)^2$

และอีก 10 ปี ช่างหน้าสมชายจะมีอายุเท่ากับกำลังสองของอายุเขา เมื่อ 2 ปีที่แล้ว เขียนเป็นสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ว่า

$$x + 8 = (x-2)^2 \quad \text{ซึ่งที่ถูกต้องควรเป็น} \quad x + 10 = (x-2)^2$$

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฏ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฏ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) นักเรียนไม่สามารถประยุกต์ใช้สมบัติการแจกแจงในการแก้สมการกำลังสอง ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{จาก } x(x-2) &= x \\ x^2-2 &= x \\ x^2-x-2 &= 0 \\ (x+1)(x-2) &= 0 \\ \therefore x &= -1, 2 \end{aligned}$$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

$$1.1) \quad 7.6(10) = 6$$

$$1.2) \quad (-1)(-5) = -5$$

2. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

2.1) จงหาคำตอบของสมการ  $3x^2 + 7x - 20 = 0$

$$3x^2 + 7x - 20 = 0$$

$$(3x+5)(x-4) = 0 \quad \text{แยกตัวประกอบโดยไม่สนใจเครื่องหมายของพจน์กลาง}$$

$$3x + 5 = 0 \quad \text{หรือ} \quad x - 4 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-5}{3} \text{ หรือ } x = 4$$

2.2) จาก  $(x-5)^2 = 10-2x$

$$x^2 - 10x + 25 = 10 - 2x$$

$$x^2 - 12x + 35 = 0$$

$$(x-7)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = 7, 5$$

2.3) จาก  $x+10 = (x-2)^2$

$$x+10 = x^2 - 4$$

$$x + 10 - x^2 - 4 = 0$$

$$-x^2 + x + 6 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x-3)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = 3, 2$$

### 3. ขาดความระมัดระวัง เช่น

3.1) จงหาคำตอบของสมการ  $0.2x^2 + 1.9x - 1 = 0$

$$0.2x^2 + 1.9x - 1 = 0$$

นำ 10 คูณตลอด

$$2x^2 + 19x - 10 = 0 \text{ ขาดความรอบคอบในเรื่องการคูณพจน์ด้วยจำนวนเต็มสิบ}$$

$$(x+1)(2x-1) = 0$$

$$x+1 = 0 \text{ หรือ } 2x-1 = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ หรือ } x = \frac{1}{2}$$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญห พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ดังนี้

1. ไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ หรือ ทำไม่เสร็จ เช่น

1.1) จากโจทย์ จำนวนคี่บวกสองจำนวนเรียงกัน ถ้าสองเท่าของกำลังสองของจำนวนน้อยมีค่ามากกว่ากำลังสองของจำนวนมากอยู่ 73 จงหาผลต่างกำลังสองของจำนวนทั้งสองที่เป็นบวก

นักเรียนแก้สมการหาคำตอบได้จำนวนคี่บวก 2 จำนวน เรียงกันแล้ว แต่ไม่ได้นำไปหาผลต่างกำลังสองของจำนวนทั้งสองที่เป็นบวก โดยตอบ จำนวน 2 จำนวนที่หาได้เลย

### สาระการเรียนรู้เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฏ สูตร นิยามและสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฏ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) จำสูตรที่ใช้ในการแยกตัวประกอบพหุนามในรูปผลต่างกำลังสองผิดโดยจำเป็น

$$a^2 - b^2 = (b - a)(a - b)$$

$$a^2 - b^2 = (a - \sqrt{b})(\sqrt{b} + a)$$

$$a^2 - b^2 = (a - b^2)(a - 1)$$

$$a^2 - b^2 = (a + b^2)(a - b^2)$$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1)  $-1-4 = -3$

1.2)  $(\frac{3}{2})^2 = \frac{6}{2}$

1.3)  $-8+2 = -10$

2. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

2.1) นักเรียนแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองโดยใช้สมบัติการแจกแจงไม่ถูกต้อง  
ดังนี้

$$7x^2 + 28x = 7x(x + 4)$$

$$7x^2 + 28x = 7(x^2 + 4x)$$

2.2) นักเรียนแยกตัวประกอบดีกรีสองพหุนามเมื่อสัมประสิทธิ์ของ  $x^2$  เท่ากับ 1 หรือ -1 ไม่ถูกต้อง ดังนี้

$$x^2 - 19x + 48 = (x+3)(x-16)$$

$$20 - 8x - x^2 = (2-x)(10-x)$$

2.3) นักเรียนแยกตัวประกอบดีกรีสองพหุนามเมื่อสัมประสิทธิ์ของ  $x^2$  มากกว่า 1 ไม่ถูกต้อง ดังนี้

$$6x^2 + 17x - 45 = (2x - 9)(3x + 5)$$

$$6x^2 + 17x + 12 = 6(x + 6)(x + 2)$$

2.4) นักเรียนแยกตัวประกอบดีกรีสองพหุนามเมื่อสัมประสิทธิ์ของ  $x^2$  น้อยกว่า 1 ไม่ถูกต้อง ดังนี้

$$8 + 14y - 15y^2 = (4 + 5y)(2 - 3y)$$

$$-3x^2 - 2x + 5 = (-3x + 5)(-x + 1)$$

2.5) นักเรียนแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองที่อยู่ในรูปผลต่างกำลังสองไม่ถูกต้อง ดังนี้

$$49 - 9x^2 = (7+x)(7-9x)$$

$$169 - \frac{x^2}{9} = \left(169 - \frac{x}{3}\right) \left(1 + \frac{x}{3}\right)$$

$$(x+1)^2 - 49 = [(x+1) - 7][(x+1) + 7]$$

$$= (x-6)(x+8)$$

2.6) นักเรียนแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง ที่อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ไม่ถูกต้อง ดังนี้

$$x^2 - 36x + 324 = (x-16)^2 \quad \text{เนื่องจากไม่สามารถเขียนพหุนามในรูปกำลังสองสมบูรณ์}$$

$$x^2 - 36x + 324 = (x-13)^2 \quad \text{เนื่องจากเข้าใจผิดพลาดในวิธีการทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์}$$

$x^2 - 36x + 324 = (x+18)^2$  เนื่องจากสับสนระหว่างการกระจายของ  
พหุนามและวิธีของกำลังสองสมบูรณ์

$x^2 - 36x + 324 = (x+18)(x-18)$  เนื่องจากสับสนเรื่องเครื่องหมาย

### สาระการเรียนรู้เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ด้านตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มีโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

นักเรียนเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ดังนี้

1.1) จากโจทย์ สี่เท้าของน้ำหนักของหีนก้อนหนึ่งเป็น 92 กิโลกรัม อยากทราบว่าหีน  
ก้อนนั้นหนักเท่าไร

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $4a = 92$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$1) 4 \times 92 = a$$

$$2) 4a + 92$$

$$3) 4 \text{ เท้าของหีนเป็น } 92 \text{ กิโลกรัม} = a$$

1.2) จากโจทย์ ผลบวกของจำนวนคู่สามจำนวนเรียงกันเป็น 57 ถ้าจำนวนคี่ที่น้อยที่สุด  
เป็น  $x$  แล้วสมการที่แสดงการหาจำนวนคี่ทั้งสามจำนวน คืออะไร

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $x + (x+2) + (x+4) = 57$

คำตอบที่ผิดของนักเรียน คือ  $x + (x+1) + (x+2) = 57$  เนื่องจากไม่

คำนึงว่าจำนวนที่ติดกันห่างกันเท่ากับ 2

1.3) จากโจทย์ มุมภายในของสามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่ง มุมยอดทางเป็นครึ่งหนึ่งของมุม  
ที่ฐาน ถ้าให้มุมยอดของสามเหลี่ยมรูปนี้ทาง  $x$  องศา เขียนสัญลักษณ์แทนมุมที่ฐานได้ว่า  
อย่างไร

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $2x$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$x + \frac{1}{2} \text{ เนื่องจาก ไม่เข้าใจภาษาที่ใช้ในการบวก}$$

$\frac{x}{2}$  เนื่องจาก ไม่เข้าใจภาษาที่ใช้ในการหาร

นักเรียนเปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษา ไม่ถูกต้อง ดังนี้

1.4) ถ้า  $6(x + 5) = 48$  เขียนแทนด้วยประโยคภาษาประโยคใด

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

ผลคูณของหกเท่าของเลขจำนวนหนึ่งกับห้าเท่ากับสี่สิบแปด

อีกห้าปีต่อไปจะมีอายุเป็นหกเท่าของแดงอยู่สี่สิบแปดปี

หกเท่าของจำนวนหนึ่งบวกกับห้าเท่ากับสี่สิบแปด

2. เขียนหรือแปลความหมายของสิ่งที่โจทย์ให้หา และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ไม่ครบ เกิน ไม่ชัดเจน หรือผิดพลาด เช่น

2.1) จากโจทย์ พ่อนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับเงิน 50 บาทของแม่ แล้ว แบ่งให้ลูก 5 คน ทำให้ลูกได้รับเงินคนละ 13 บาท จงหาจำนวนเงินที่พ่อนำมาสมทบ

นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ ดังนี้

- 1) ลูกได้รับเงินคนละ 13 บาท
- 2) แม่มีเงิน 50 บาท แบ่งให้ลูก 5 คน ได้รับเงินคนละ 13 บาท
- 3) พ่อนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับเงิน 50 บาทของแม่
- 4) พ่อนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับเงิน 50 บาทของแม่แล้วแบ่งให้ลูก 5 คน
- 5) เงินของแม่ ลูกจะได้รับเงินคนละ 13 บาท มี 5 คน
- 6) พ่อนำเงินจำนวนหนึ่งมารวมกับของแม่เป็น 50 บาท

นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ ต้องการหา ดังนี้

- 1) จำนวนเงินของพ่อ เมื่อแบ่งให้ลูก 5 คน ได้รับคนละ 13 บาท

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมีโมทัศน์ที่

คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ เช่น

1.1) นักเรียนไม่เข้าใจลักษณะของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยตอบว่า

$$\frac{3}{x} = 4x, \quad x(x+1) = 2, \quad (x+1)(x+2) = 4 \text{ เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว}$$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

$$1.1) 92 \div 4 = 13$$

$$1.2) \frac{3}{5} \times 45 = 12$$

2. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

$$2.1) 3(x + 12) = 54 \quad \text{บกพร่องเนื่องจากกำจัดตัวเลขที่บวกก่อน}$$

(กรณีอยู่ในวงเล็บ)

นำ 12 ลบทั้ง 2 ข้าง

$$3x = 42$$

$$x = 14$$

$$2.2) 3(x + 12) = 54 \quad \text{บกพร่องเนื่องจากทำผิดเครื่องหมาย}$$

นำ 3 ลบทั้ง 2 ข้าง

$$x + 12 = 51$$

นำ 12 คูณทั้ง 2 ข้าง

$$x = 51 \times 12$$

$$2.3) \frac{1}{5}x = 3 \quad \text{บกพร่องเนื่องจากไม่นำตัวเลขคูณทั้งสองข้างของสมการ}$$

นำ 5 คูณทั้ง 2 ข้าง

$$x = 3$$

นำ 2 หารทั้ง 2 ข้าง

$$x = \frac{3}{2}$$

$$2.4) \text{จากโจทย์ ถ้า } m = 3n + 1 \text{ และ } n = 4 \text{ ดังนั้น } m = ?$$

นักเรียนไม่สามารถหาค่า  $m$  ได้ เนื่องจาก มีตัวแปร 2 ตัว และเมื่อนำ  $n =$

4 ไปแทน ไม่รู้ว่าจะได้เท่าไร และมีนักเรียนบางคน นำ  $n = 4$  ไปแทนในสมการ  $m = 3n + 1$

ได้  $m = 3 \times 4 + 1 = 13$  ซึ่งเป็นการคิดที่ไม่ถูกต้อง เพราะในทางคณิตศาสตร์ ในพจน์  $3n$

หมายถึง 3 คูณ  $n$



2.5) จากโจทย์ ถ้า  $m + n = 36$  ดังนั้น  $m + n - 17 = ?$

นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบของสมการได้เนื่องจากไม่รู้ค่าของ  $m$  หรือ  $n$  ทำให้ไม่มีตัวแปรตัวหนึ่งไปแทนค่าในสมการเพื่อหาค่าอีกตัวหนึ่งได้สาเหตุเนื่องจากนักเรียนพยายามที่จะหาค่าของตัวแปร เพราะเคยชินกับวิธีการแก้สมการคือการหาค่าของตัวแปร

2.6) จากโจทย์ ถ้า  $v - 125 = 389$  และ  $v - 122 = ?$

นักเรียนตอบว่า  $v - 122 = 386$  เพราะว่า 122 ได้มาจาก นำ 125 ลดลง 3 จึงนำ 3 ไปลบออกจาก 389 เป็นคำตอบ

2.7) จากโจทย์ถ้า  $a = b + 3$  และถ้า  $b$  มีค่าเพิ่มขึ้นอีก 2 ดังนั้น  $a$  จะมีค่าเป็นเท่าไร

นักเรียนตอบว่า  $a+2$  เนื่องจากไม่รู้ค่า  $b$  มีค่าเพิ่มขึ้นอีก 2 แล้ว  $a$  จะเป็นเท่าไรเลยเอา 2 บวกทั้ง 2 ข้างของสมการ

หรือนักเรียนตอบว่า  $a = 5$  โดยแทนค่า  $b = 2$  ไปในสมการเนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจว่าเมื่อ  $b$  มีค่าเพิ่มขึ้นอีก 2 นั้น  $b$  จะมีค่าเป็นเท่าไรเพราะนักเรียนเคยชินกับการที่หาค่าของตัวแปรตัวหนึ่งซึ่งต้องได้เป็นตัวเลขและเมื่อไปแทนค่าในสมการก็จะได้ค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง

3. ชาติความระมัดระวัง เช่น

3.1) จากโจทย์ จำนวนใดมีค่ามากกว่ากัน ระหว่าง  $2n$  กับ  $n + 2$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มลบ

นักเรียนตอบว่า  $2n$  เพราะการคูณต้องได้ผลลัพธ์มากกว่าการบวก โดยนักเรียนขาดความรอบคอบในการอ่านโจทย์ คือ ไม่ได้ดูเงื่อนไขที่ว่า  $n$  เป็นจำนวนเต็มลบ

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. สรุปผลไม่ถูกต้อง หรือ สรุปผลไม่ครบทุกกรณี เช่น

1.1) จากโจทย์  $c$  จะมีค่าเท่าใด ถ้า  $c + d = 10$  และ  $c < d$  เมื่อ  $c$  และ  $d$  เป็น

จำนวนเต็ม

นักเรียนตอบว่า  $c = 4$  เพราะเมื่อลองแทน  $c = 4$  และ  $d = 6$  ใน  $c + d = 10$  จะได้ 10 เท่ากัน เลยตอบ  $c = 4$  โดยไม่หาค่าอื่น ๆ ที่เหลือ ตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

2. แสดงวิธีการตรวจคำตอบไม่ครบ ไม่ชัดเจน หรือผิดพลาด เช่น

2.1) จากโจทย์ จำนวนจำนวนหนึ่งเมื่อเอา 3 ลบออกแล้วคูณ 5 จะมีค่าเป็น 90 จงหาจำนวนนั้น

การตรวจคำตอบที่ถูกต้อง คือ	$(a-3) \times 5$	=	90
	$(21-3) \times 5$	=	90
	$18 \times 5$	=	90
	90	=	90

เป็นจริง

แต่นักเรียนแสดงวิธีการตรวจคำตอบ ดังนี้

1)	$(21-3) \times 5$	=	90
2)	$18 \times 5$	=	90
3)	$21-3 \times 5$	=	90
	$21 - 15$	=	90
	6	=	90
4)	$21-3 \times 5$	=	90
	$18 \times 5$	=	90
	90	=	90

2.2) จากโจทย์ 3 ใน 5 ของอายุน้ำต้อยน้อยกว่าปอมอยู่ 2 ปี ถ้าน้ำต้อยอายุ 45 ปี ปอมอายุเท่าไร

$$\begin{aligned} \text{การตรวจคำตอบที่ถูกต้อง} \quad & \text{คือ} \quad a - \left(\frac{3}{5} \times 45\right) = 2 \\ & 29 - \left(\frac{3}{5} \times 45\right) = 2 \\ & 29 - 27 = 2 \\ & 2 = 2 \end{aligned}$$

เป็นจริง

แต่นักเรียนแสดงวิธีตรวจคำตอบ ดังนี้

$$1) \quad a - \left(\frac{3}{5} \times 45\right) = 2$$

$$29 - \left(\frac{3}{5} \times 45\right) = 2$$

$$2) \quad a - \left(\frac{3}{5} \times 45\right) = 2$$

$$29 - \frac{3}{5} \times 45 = 2$$

$$26 - \frac{45}{5} = 2$$

$$26 - 9 = 2$$

$$17 = 2$$

$$3) \quad a - \left(\frac{3}{5} \times 45\right) = 2$$

$$29 - \left(\frac{3}{5} \times 45\right) - 2 = 0$$

$$29 - \frac{3}{5} \times 45 = 0$$

$$29 = \frac{129}{5}$$

$$29 = 25.8$$

### ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

จากการสังเคราะห์งานวิจัย พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต และ สาระที่ 4 พีชคณิต ดังนี้

#### สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

##### สาระการเรียนรู้เรื่อง กรณฑ์ที่สอง

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) นักเรียนจำสมบัติของรากที่สองไม่ได้ ซึ่งสมบัติของรากที่สองมีอยู่ว่า

$$\text{ถ้า } a, b \geq 0 \quad \text{แล้ว} \quad \sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$$

$$\text{ถ้า } a \geq 0, b \geq 0 \quad \text{แล้ว} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

2.1) นักเรียนเขียนสัญลักษณ์แทนรากที่สองไม่ถูกต้อง ดังนี้

$$\text{รากที่สองของ } 16 \text{ นักเรียนเขียนสัญลักษณ์แทนว่า } \sqrt[3]{16}, 2\sqrt{16}$$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

$$1.1) \quad 5\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 2$$

$$1.2) \quad (2\sqrt{5})(3\sqrt{5}) = 6\sqrt{5}$$

$$1.3) \quad \frac{\sqrt{900}}{\sqrt{3}} = 300$$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี เช่น
  - 1.1) นักเรียนเขียนค่ารากที่สอง ไม่ครบ เช่น รากที่สองของ 16 นักเรียนตอบว่า 4

## สาระที่ 2 การวัด

### สาระการเรียนรู้เรื่อง ปริมาตรและพื้นที่ผิว

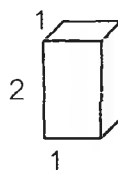
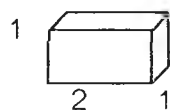
ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น
  - 1.1) จำสูตรการหาปริมาตรของรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากผิด โดยจำเป็น

$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรของรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก} &= \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \\
 &= (\text{กว้าง} \times \text{ยาว}) + \text{สูง} \\
 &= \text{กว้าง} + \text{ยาว} + \text{สูง} \\
 &= (\text{กว้าง} \times \text{สูง}) + \text{ยาว} \\
 &= (\text{ยาว} \times \text{สูง}) + \text{กว้าง}
 \end{aligned}$$

- 1.2) จำความหมายของลูกบาศก์ไม่ได้ ดังนี้

ตอบว่า

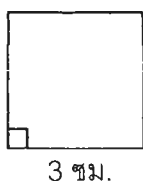


เป็นลูกบาศก์

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

- 2.1) นักเรียนไม่เข้าใจการหาของปริมาตรรูปทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังนี้

จากโจทย์



3 ซม.

จากรูปหาปริมาตรได้หรือไม่

คำตอบที่ถูกต้อง คือ หาไม่ได้ เพราะไม่มีความหนา  
 แต่นักเรียนตอบว่า หาได้ เพราะทราบความยาวของด้าน 2 ด้าน  
 หาได้ เพราะสามารถวัดความยาวทุกด้านได้เท่ากัน  
 หาไม่ได้ เพราะไม่ได้ขีดตารางให้

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

$$1.1) 3.2 \times 6 \times 5 = 960$$

$$1.2) \frac{12000}{200} = 6$$

**สาระที่ 3 เรขาคณิต**

**สาระการเรียนรู้เรื่อง ความคล้าย**

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่  
 คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) นักเรียนจับทนิยามของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันไม่ได้

โดยจำว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ

มีด้านยาวเท่ากัน 1 คู่

มีด้านยาวเท่า 2 คู่

มีด้านยาวเท่ากัน 1 คู่ และมุมภายในเท่ากัน 1 คู่

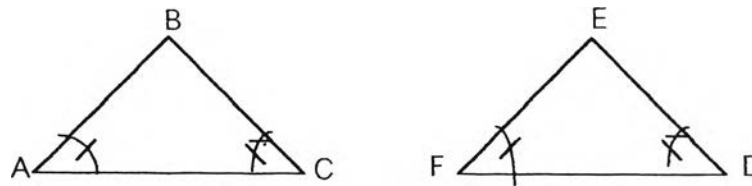
มีมุมภายในของแต่ละรูปเท่ากับ  $180^\circ$

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

2.1) นักเรียนไม่เข้าใจข้อสรุปที่ว่า เมื่อสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมเท่ากัน 2 คู่ แล้วมุมคู่อื่น  
 เหลือย่อมจะเท่ากัน

3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท ทฎ นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

3.1) นักเรียนไม่สามารถประยุกต์ใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันได้ ดังตัวอย่าง



จากรูปกำหนดให้  $\triangle ABC \sim \triangle FED$  จงหาว่า  $DF : AC$  เท่ากับอัตราส่วนใด

คำตอบที่ถูกต้องคือ  $EF : BC$

แต่นักเรียนตอบว่า  $AC : DF$  เนื่องจากเข้าใจว่าอัตราส่วนที่สมนัยกับอัตราส่วนที่โจทย์กำหนดให้ คือ อัตราส่วนที่เป็นส่วนกลับของตัวเอง

$DE : BC$  เนื่องจากเข้าใจผิดในการเลือกด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมที่มีขนาดเท่ากัน

#### สาระที่ 4 พิชคณิต

##### สาระการเรียนรู้เรื่อง สมการกำลังสอง

ด้านดี ความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ ถ้ากำลังสองของผลบวกของจำนวน  $x$  หนึ่งกับ 7 เท่ากับ ผลบวกของ

สิบเท่าของจำนวนนั้นกับ 94 จงสร้างสมการกำลังสองจากสิ่งที่กำหนด

คำตอบที่ถูกต้องคือ  $(x + 7)^2 = 10x + 94$

นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์ ดังนี้  $7x^2 = 10(x + 94)$

$$7(x + 1)^2 = 10(x - 94)$$

$$(x + 7)^2 = 10(x + 94)$$

$$x^2 + 7x = 940$$

$$(x^2 + 7x + 94)^2 = 0$$

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมีโมทัศน์ที่

คลาดเคลื่อน 1 โมทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) นักเรียนจำสูตรการหาคำตอบของสมการกำลังสอง  $ax^2 + bx + c = 0$  เมื่อ  $a > 0$  และ  $b^2 - 4ac \geq 0$  ผิด โดยจำเป็น

$$\begin{aligned}x &= \frac{b + b^2 - 4ac}{2a} \\x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a} \\x &= \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\end{aligned}$$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 โมทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

$$1.1) (-13)^2 = -26$$

สาระการเรียนรู้เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น

ด้านตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 โมทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) นักเรียนไม่สามารถเขียนระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรจากโจทย์ปัญหาได้ดังนี้

จากโจทย์ เมื่อ 10 ปีที่ผ่านมา บิดามีอายุเป็น 4 เท่าของบุตร และในอีก 6 ปีข้างหน้า บิดาจะมีอายุเป็น 2 เท่าของบุตร ถ้าให้อายุของบิดาเป็น  $x$  ปี และอายุปัจจุบันของบุตรเป็น  $y$  ปี แล้วจงหาสมการแสดงการหาอายุปัจจุบันของบิดาและบุตร

$$\text{คำตอบที่ถูกต้อง คือ } x - 4y = -30 \dots(1)$$

$$x - 2y = 6 \dots(2)$$

$$\text{คำตอบที่ผิดของนักเรียน คือ } x - 4y = -30 \dots(1)$$

$$x - 2y = -4 \dots(2)$$

โดยนักเรียนมีแนวคิดดังนี้ เมื่อ 10 ปีที่ผ่านมาบิดามีอายุ  $x - 10$  ปี

บุตรมีอายุ  $y - 10$  ปี



เมื่อ 10 ปีที่ผ่านมาบิดาอายุเป็น 4 เท่าของบุตร

$$\begin{aligned} \therefore \text{ได้ } x - 10 &= 4(y - 10) \\ x - 4y &= -30 \quad \dots(1) \end{aligned}$$

อีก 6 ปีข้างหน้าบิดาอายุ  $(x - 10) + 6 = x - 4$  ปี

และบุตรอายุ  $(y - 10) + 6 = y - 4$  ปี

อีก 6 ปีข้างหน้าบิดาอายุเป็น 2 เท่าของบุตร

$$\begin{aligned} \therefore \text{ได้ } x - 4 &= 2(y - 4) \\ x - 2y &= -4 \quad \dots(2) \end{aligned}$$

2. นำข้อมูลที่ผิดหรือโจทย์ไม่ได้กำหนดมาใช้ในการคำนวณ เช่น

2.1) โจทย์กำหนด  $x - 2y = 15$  แต่นักเรียนเขียนเขียนโจทย์ผิดเป็น  $x - 2y = 5$  ทำให้ได้

$x = 5 + 2y$  (ส่งผลให้หาค่า  $x$  และ  $y$  ผิด)

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมีในทัศนที่

คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) นักเรียนจำไม่ได้ว่าสมการในรูป  $y = ax + b$  จะขนานกันต้องมีลักษณะอย่างไร เช่น

นักเรียนตอบว่า  $3x - 5y = -15$  ขนานกับ  $5x + 3y = 15$  เนื่องจากเข้าใจว่าสมการที่ขนานกัน ความชันต้องคูณกันได้  $-1$

$y + 4x = 1$  ขนานกับ  $y - x = 3$  เนื่องจากเข้าใจว่าสมการที่ขนานกัน ต้องมีค่า  $b$  เป็นบวกทั้งคู่

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

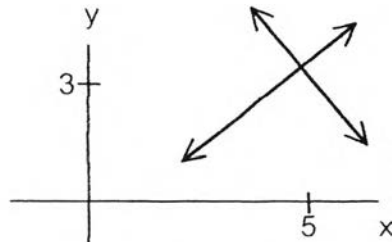
2.1) บอกไม่ได้ว่าสมการใดเป็นสมการเชิงเส้น เช่น ตอบว่า สมการ  $xy = 10$  ,  $y - x^2 = 0$  เป็นสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

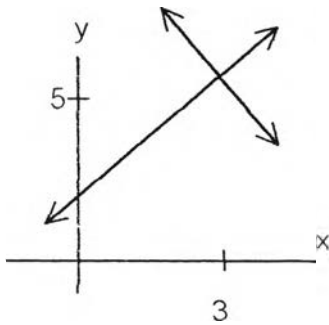
3.1) นักเรียนไม่สามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีกราฟ

จากโจทย์ จงเขียนกราฟแสดงคำตอบของระบบสมการ  $x + y = 8$  และ  $x - y = 2$

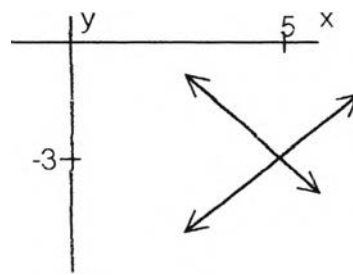
คำตอบที่ถูกต้อง คือ



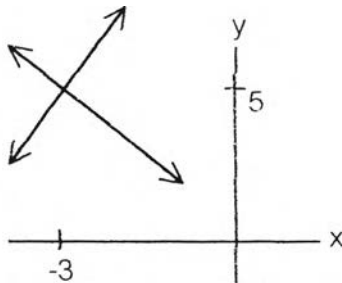
คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้



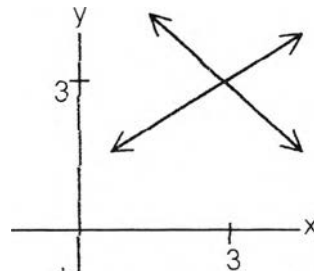
เนื่องจากเขียนค่า  $x$  และค่า  $y$  สลับกัน



เนื่องจาก เขียนค่า  $y$  ผิด



เนื่องจาก แทนค่าในสมการไม่ถูกต้อง



เนื่องจาก เขียนค่า  $x$  ผิด

3.2) นักเรียนบอกลักษณะของมุมที่กราฟของสมการเชิงเส้นที่กำกับแกน  $x$  และจุดที่กราฟตัดแกน  $y$  ไม่ถูกต้อง เช่น

จากโจทย์ กำหนดสมการ  $y = 4x + 1$  ดังนั้น ข้อใดกล่าวถึงมุมที่กราฟของสมการกำกับแกน  $x$  และจุดที่กราฟตัดแกน  $y$  ถูกต้อง

คำตอบที่ถูกต้อง คือ มุมแหลม  $\therefore a > 0$  และตัดแกน  $y$  ที่จุด  $(0, 1)$

แต่นักเรียนตอบว่า - มุมแหลม เพราะกางไม่ถึง  $90^\circ$  และตัดแกน  $y$  ที่จุด  $(0, 1)$   
 เนื่องจากไม่เข้าใจรูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

- มุมแหลม  $\therefore b > 0$  และตัดแกน  $y$  ที่จุด  $(0, 1)$  เนื่องจาก  
 ใช้ค่า  $b$  เป็นเหตุผลในการตอบ

- มุมแหลม  $\therefore$  ตัดกันที่จุด  $0$  และตัดแกน  $y$  ที่จุด  $(0, 1)$  เนื่องจาก  
 จากไม่ใช้ค่า  $a$  เป็นเหตุผลในการตอบ

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1)  $-1 - 1 = 0$

1.2)  $-10 - (-3) = 7$

1.3)  $0.4 - 1 = -0.3$

2. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

2.1) จาก  $x + y = -1$  .....(1)

$3x - 2y = 7$  .....(2)

$2x(1) \quad 2x + 2y = -2$  .....(3)

$(2) - (3) \quad x = 9$

แทน  $x = 9$  ใน (1) ได้  $y = -1 - 9 = -10$

$\therefore$  คำตอบของระบบสมการ คือ  $(9, -10)$

3. ขาดความระมัดระวัง เช่น

3.1) จาก  $0.3x - 0.2y = 1$  .....(1)

$0.2x - 0.4y = 1.2$  .....(2)

$10 \times (1) \quad 3x - 2y = 1$  .....(3)

$10 \times (2) \quad 2x - 4y = 1.2$  .....(4)

$2 \times (3) \quad 6x - 4y = 2$  .....(5)

$(5) - (4) \quad 4x = 0.8$

$$\therefore x = 0.2$$

แทนค่า  $x = 0.2$  ใน (1) ได้  $y = -0.2$

$\therefore$  คำตอบของระบบสมการ คือ  $(0.2, -0.2)$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. สรุปผลไม่ถูกต้อง หรือ สรุปผลไม่ครบทุกกรณี เช่น

1.1) จากระบบสมการ  $x + y = -1$  ,  $3x - 2y = 7$

นักเรียนหาค่า  $x$  และ  $y$  ได้ คือ  $x = 1$  ,  $y = -2$  แต่ตอบว่า  $(-2, 1)$

สาระการเรียนรู้เรื่อง ระบบสมการ

ด้านตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีความยาวรอบรูป 48 เซนติเมตร และมีพื้นที่

เท่ากับ 135 ตารางเมตร จงเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์

คำตอบที่ถูกต้องคือ  $2(x + y) = 48$

$$xy = 135$$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

1)  $xy = 24$

$$xy = 135$$

2)  $x + y = 24$

$$x + y = 135$$

3)  $2xy = 24$

$$x + y = 135$$

4)  $x^2y^2 = 48$

$$(x + y)^2 = 135$$

$$5) \quad xy = 48$$

$$x^2 = 135$$

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มีโนทัศน์ ดังนี้

1. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) ไม่สามารถนำความรู้เรื่องทฤษฎีพีทาโกรัส มาใช้เขียนสมการที่เกี่ยวข้องเส้นทแยงมุมได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 13 เซนติเมตร ถ้าให้  $x$  และ  $y$  แทนความยาวของด้านกว้างและด้านยาวตามลำดับ นักเรียนเขียนสมการได้เป็น  $xy = 13$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มีโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

$$1.1) \quad 15 + (-6) = 11$$

$$1.2) \quad 2(-3)^2 = -18$$

2. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

$$2.1) \quad \text{จาก } x - y = 3 \quad \text{ได้ } y = 3 - x$$

$$2.2) \quad \text{จาก } 3x - y = 9 \quad \text{ได้ } x = 9 + y - 3$$

$$2.3) \quad 5 + 2x = 7x$$

3. ขาดความระมัดระวัง เช่น

3.1) ขาดความรอบคอบในการเขียนเครื่องหมาย บวก ลบ เช่น แทน  $y = 1 - x$  ในสมการ  $y - 2x^2 = 0$  ได้  $1 - x + 2x^2 = 0$  หรือได้  $-2x^2 - x - 1 = 0$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มีโนทัศน์ ดังนี้

1. สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี เช่น

1.1) นักเรียนสรุปว่า  $y$  ผิด เช่น จาก  $(y - 5)(y + 3) = 0$

สรุปว่า  $y = -5$  หรือ  $y = 3$

1.2) จากโจทย์ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 13 เซนติเมตร และมีความยาวรอบรูปเท่ากับ 34 เซนติเมตร จงหาขนาดของสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

นักเรียนไม่เขียนหน่วยในคำตอบ โดยตอบว่า รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 5 ยาว 12

### สาระการเรียนรู้เรื่อง การแยกตัวประกอบพหุนาม

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฏ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฏ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) จำสูตรที่ใช้ในการแยกตัวประกอบพหุนามในรูปผลบวกและผลต่างกำลังสามผิด โดยจำเป็น

$$a^3 + b^3 = (a^2 + b)(a + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a + b)(a + b)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b^2)(a^2 + ab + b)$$

$$a^3 + b^3 = (a - b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - 2ab + b^3)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + ab + 2b)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a + b)(a^2 - 2ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 - 2ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a - b)(a - b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + 2ab + b^2)$$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

1.1) นักเรียนแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสองในรูป  $ax^2+bx+c$  เมื่อ  $a \neq 0$  โดยทำเป็นกำลังสองสมบูรณ์ไม่ถูกต้อง ดังนี้

$$\begin{aligned} x^2-6x+3 &= x^2-2 \cdot x \cdot 3 + 3^2-3^2+3 \\ &= (x-3)^2-9+3 \\ &= (x-3)^2- (9+3) \\ &= (x-3)^2- 12 \\ &= (x-3)^2-(2\sqrt{3})^2 \\ &= (x-3-2\sqrt{3})(x-3+2\sqrt{3}) \end{aligned}$$

1.2) นักเรียนแยกตัวประกอบพหุนามในรูปผลต่างและผลบวกกำลังสามไม่ถูกต้องดังนี้

$$\begin{aligned} 8a^3 + 27 &= (2a + 3)(2a + 3)(2a + 3) \\ x^3Y^3 - 512Z^3 &= (XY)^3 - (8Z)^3 \\ &= (XY - 8Z)(x^2Y^2 - 8XYZ + 16Z^2) \end{aligned}$$

1.3) นักเรียนแยกตัวประกอบพหุนามที่มีกรีสูงกว่าสองไม่ถูกต้อง ดังนี้

$$\begin{aligned} y^4 + 3y^2 + 4 &= y^4 + 4y^2 + 4 - y^2 \\ &= (y^2 - 2)^2 - y^2 \\ &= (y^2 + y - 2)(y^2 - y - 2) \\ 9x^4 - 10x^2 + 1 &= (3x + 1)(3x - 1)(x + 1)^2 \end{aligned}$$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญห พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ไม่สรุปคำตอบให้เป็นผลสำเร็จทางคณิตศาสตร์ เช่น

$$1.1) \text{ นักเรียนตอบว่า } 81x^4 - 256y^4 = (9x^2 - 16y^2)(9x^2 + 16y^2)$$

โดยนักเรียนไม่สามารถแยกตัวประกอบของ  $9x^2 - 16y^2$  ได้

ทั้ง ๆ ที่  $9x^2 - 16y^2$  สามารถแยกตัวประกอบได้เป็น  $(3x - 4y)(3x + 4y)$

### สาระการเรียนรู้เรื่อง อสมการ

ด้านตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

นักเรียนเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง

- 1.1) จากโจทย์ มีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง ซื้อของไป 20 บาท ที่เหลือแบ่งให้น้องสามคน ๆ

ละเท่า ๆ กัน ปรากฏว่าจำนวนเงินที่แต่ละคนได้รับไม่ถึง 15 บาท

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $\frac{x-20}{3} < 15$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$\frac{x}{3} - 20 < 15$$

$$\frac{x}{3} - 20 \leq 15$$

$$\frac{x-20}{3} \leq 15$$

นักเรียนเปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษาไม่ถูกต้อง

- 1.2) จากโจทย์  $x - 5 \geq 30$  นักเรียนเขียนเป็นประโยคภาษาได้ ดังนี้

จำนวนหนึ่งถูกหักไปห้าแล้วยังเหลือมากกว่าสามสิบ

จำนวนหนึ่งถูกหักไปห้าแล้วยังเหลือไม่มากกว่าสามสิบ

จำนวนหนึ่งถูกหักไปห้าแล้วยังเหลือน้อยกว่าสามสิบ

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่

คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

- 1.1) นักเรียนจำนิยามการสมมูลของอสมการไม่ได้ โดยตอบว่า

$$\frac{x}{2} > 5 \text{ กับ } \frac{x}{2} > 3 \text{ เป็นอสมการที่สมมูลกัน}$$

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

- 2.1) ถ้า  $a > b$  แล้ว  $a^2 > b^2$

- 2.2) ถ้า  $a > b$  แล้ว  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

- 2.3) ถ้า  $a > b$  และ  $c < 0$  แล้ว  $ac > bc$

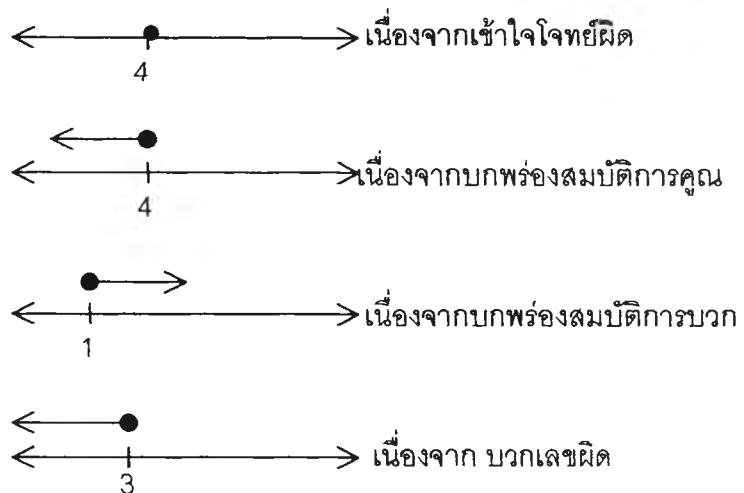


3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

3.1) นักเรียนไม่สามารถเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการ

จากโจทย์จึงเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการ  $4x - 9 \geq x + 3$

นักเรียนตอบว่า



ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

1.1) จาก  $-11 < x + 5$

$$x < -11 + 5$$

$$x < -6$$

1.2) จาก  $2x + 4 < x - 1$

$$4 + 1 < x - 2x$$

$$5 < -x$$

$$\therefore x > -5$$

2. ขาดความระมัดระวัง เช่น

2.1) จาก  $13 - 5x \geq 35 + 6x$

$$5x - 6x \geq 35 - 13$$

$$-x \geq 22$$

$$x \leq -22$$

## ช่วงชั้นที่ 4

### ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จากการสังเคราะห์งานวิจัย พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 2 การวัด สาระที่ 3 เรขาคณิต และ สาระที่ 4 พีชคณิต ดังนี้

### สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

**สาระการเรียนรู้เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ**

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น
  - 1.1) นักเรียนประยุกต์ใช้สมบัติของรากที่  $n$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนคู่ไม่ได้ เช่น
 
$$\sqrt[4]{-8} \sqrt[4]{-2} = \sqrt[4]{16} = 2$$
2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น
  - 2.1) นักเรียนเขียนสัญลักษณ์แทนรากที่  $n$  ไม่ถูกต้อง ดังนี้
 

รากที่ 3 ของ 125 นักเรียนเขียนสัญลักษณ์แทนว่า  $125\sqrt[3]{}$ ,  $3\sqrt[3]{125}$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี เช่น
  - 1.1) นักเรียนเขียนค่ารากที่  $n$  ไม่ครบ โดยตอบว่า รากที่ 4 ของ 16 เท่ากับ 2

**สาระการเรียนรู้เรื่อง ระบบจำนวนจริง**

ด้านตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ เศษสองส่วนสามเท่าของผลบวกของจำนวน  $x$  หนึ่ง กับ 18 มีค่าไม่มากกว่า 20 จงหาจำนวน  $x$  นั้น

$$\text{คำตอบที่ถูกต้อง คือ } \frac{2}{3}(x+18) \leq 20$$

คำตอบที่ผิดของนักเรียนมีหลากหลาย ดังนี้

$$\frac{2}{3}x + 18 \leq 20$$

$$\frac{2}{3}(x+18) < 20$$

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) นักเรียนจำสมบัติของอินเวอร์สของการบวกไม่ได้ เช่น อินเวอร์สการบวกของ  $3a$  คือ  $(-3)(-a)$  หรือ อินเวอร์สการบวกของ  $3a$  คือ  $\frac{1}{3a}$  หรือ อินเวอร์สการบวกของ  $5a^2$  คือ 0

1.2) นักเรียนจำนิยามของช่วงครึ่งเปิด  $(a, b]$  ไม่ได้ โดยจำเป็น

ช่วงครึ่งเปิด  $(a, b]$  หมายถึง  $\{x \mid a < x \leq b\}$

ช่วงครึ่งเปิด  $(a, b]$  หมายถึง  $\{x \mid a \leq x \leq b\}$

1.3) นักเรียนจำนิยามของช่วง  $(-\infty, \infty)$  ไม่ได้ โดยจำเป็น

ช่วง  $(-\infty, \infty)$  หมายถึง  $\{x \mid x \neq 0\}$

ช่วง  $(-\infty, \infty)$  หมายถึง  $\emptyset$

1.4) นักเรียนจำทฤษฎีบท เรื่องค่าสัมบูรณ์ผิด โดยจำเป็น

$|x| < a$  ความหมายตรงกับ  $x < -a$  หรือ  $x > a$

$|x| > a$  ความหมายตรงกับ  $-a < x < a$

$|x| \leq a$  ความหมายตรงกับ  $x \leq a$

1.5) จำกฎ  $ab = 0$  แล้ว  $a = 0$  หรือ  $b = 0$  ผิด โดยจำว่า ถ้า  $ab = 0$  แล้ว  $a = 0$ , ถ้า  $ab = 0$  แล้ว  $b = 0$ , ถ้า  $ab = 0$  แล้ว  $a = 0$  และ  $b = 0$

1.6) นักเรียนจำสัญลักษณ์ของช่วงเปิดและช่วงปิดบนเส้นจำนวน ไม่ถูกต้อง ดังนี้

ช่วงเปิดใช้  $\bullet$  และช่วงปิดใช้  $\circ$

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

2.1) ระบบจำนวนจริงมีสมบัติการสลับที่ภายใต้การหาร

2.2) ระบบจำนวนจริงมีสมบัติการสลับที่ภายใต้การลบ

2.3) ถ้า  $ab = ba$  แล้ว  $a = b$

2.4) ถ้า  $a = b$  แล้ว  $a^n \neq b^n$

2.5) ถ้า  $a^2 = a^2$  แล้ว  $a = b$

2.6) ถ้า  $|a| = |b|$  แล้ว  $a = b$  เท่านั้น

2.7) ถ้า  $a + b > 0$  แล้ว  $a > 0$  และ  $b > 0$

2.8) ถ้า  $a < 0$  และ  $b < 0$  แล้ว  $a + b \geq 0$

2.9) ถ้า  $a > 0, b > 0$  และ  $a > b$  แล้ว  $a^n > b^n$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มใด ๆ โดยลืมนึกถึง

กรณี  $n = 0$

2.10) ถ้า  $ac > 0$  แล้ว  $a > 0$  และ  $c > 0$  เท่านั้น

2.11) ถ้า  $a > 0$  แล้ว  $a^n > a$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มใด ๆ

2.12) ถ้า  $a > b$  แล้ว  $a^2 > b^2$

2.13) ถ้า  $a < b$  แล้ว  $|a| < |b|$

2.14) ถ้า  $a < 0$  และ  $b > 0$  แล้ว  $|ab| = -ab$

2.15)  $\infty, -\infty$  เป็นช่วงจำกัด หรือมีจุดสิ้นสุด

2.16) ถ้า  $a > b$  และ  $c < 0$  แล้ว  $ac > bc$

2.17) ถ้า  $|x| < |y|$  แล้ว  $x < y$

3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

3.1) นักเรียนไม่สามารถประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทเศษเหลือในการหาเศษที่เหลือจากการหาร

$x^4 + 2^3 + 3x^2 - 4x + 6$  ด้วย  $x + 1$  เพราะนักเรียนเข้าใจว่า ต้องแทน  $x = 1$  ลงในพหุนาม

$x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 4x + 6$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

$$1.1) \quad -|3| = |-3|$$

$$1.2) \quad |12-9| \neq |12| - |9|$$

$$1.3) \quad |40-(-8)| = |40| - |-8|$$

2. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

$$2.1) \text{ จาก } |2x-1| > 5$$

$$|2x| > 6$$

$$|x| > 3$$

เซตคำตอบ คือ  $\{x \mid x < -3 \text{ หรือ } x > 3\}$

$$2.2) \text{ จาก } |2x-1| > 5$$

$$\text{จะได้ } -5 < 2x-1 < 5$$

$$-5+1 < 2x < 5+1$$

$$-4 < 2x < 6$$

$$-2 < x < 3$$

$\therefore$  เซตคำตอบ คือ  $\{x \mid -2 < x < 3\}$

$$2.3) \text{ จาก } x^3 - 19x + 30 \geq 0$$

$$\text{ให้ } P(x) = x^3 - 19x + 30$$

$$\therefore P(2) = 2^3 - 19(2) + 30 = 0$$

$$x = 2$$

$$\therefore x \geq 2$$

$$2.4) \text{ จาก } 2x^2 + 16x + 33 < 0$$

$$(2x+11)(x+3) < 0$$

$$\therefore x < \frac{11}{2}, -3$$

$$2.5) \text{ จาก } 3x+1 > 5x-13$$

$$3x+1-5x+13 > 0$$

$$-2x > -14$$

$$x > \frac{-14}{-2}$$

$$x > 7$$

3. ขาดความระมัดระวัง เช่น

$$3.1) \frac{-4x}{2} \leq 9$$

$$-4x \leq 18$$

$$x \geq \frac{18}{4}$$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการหรือไม่เสร็จ เช่น

1.1) จงหาคำตอบของสมการ  $|x + 5| = x + 5$  นักเรียนมีวิธีทำดังนี้

กรณีที่ 1

$$x + 5 = x + 5$$

กรณีที่ 2

$$x + 5 = -x - 5$$

$$\therefore x \in \mathbb{R}$$

$$2x = -10$$

$$\therefore x = -5$$

แล้วนักเรียนก็ตอบโดยไม่นำคำตอบจากการแยกกรณีมาอินเตอร์เซกชันกัน

2. สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี เช่น

2.1) จงหาคำตอบของสมการ  $|-x| = 9$

นักเรียนตอบว่า  $x = -9$  เพียงคำตอบเดียว

หรือตอบว่า  $x = 9$  เพียงคำตอบเดียว

## สาระที่ 2 การวัด

สาระการเรียนรู้เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้

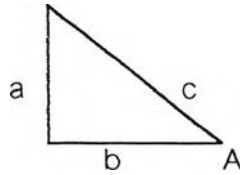
ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) นักเรียนจำบทนิยามของอัตราส่วนของตรีโกณมิติผิด ดังนี้

จากภาพ



$\cos A$  เท่ากับเท่าใด

คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $\frac{b}{c}$

แต่นักเรียนตอบว่า

$\frac{b}{a}$  เนื่องจาก จำตัวส่วนผิด

$\frac{a}{b}$  เนื่องจาก จำทั้งตัวเศษและตัวส่วนผิด

$\frac{c}{b}$  เนื่องจาก นำส่วนกลับของอัตราส่วนตรีโกณมิติมาตอบ

$\frac{a}{c}$  เนื่องจาก จำตัวเศษผิด

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดความระมัดระวัง เช่น

1.1) นักเรียนขาดความระมัดระวังในการเปิดตารางเพื่อหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ เช่น

จากการเปิดตาราง จงหาค่า  $\tan 64^\circ$

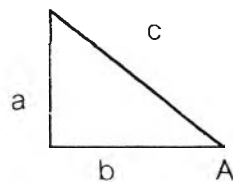
คำตอบที่ถูกต้อง คือ 2.050

แต่นักเรียนตอบว่า 2.005 เนื่องจากผิดพลาดในเรื่องตำแหน่งตัวเลขหลังจุดทศนิยม

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ หรือทำไม่เสร็จ เช่น

1.1)



จากรูป  $\cos A$  เท่ากับเท่าใด

นักเรียนตอบว่า  $\frac{a}{c}$  เนื่องจากนำค่า  $\sin A$  มาเป็นคำตอบ

### สาระที่ 3 เรขาคณิต

#### สาระการเรียนรู้เรื่อง เรขาคณิต วิเคราะห์

ด้านตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. นำข้อมูลที่ผิดหรือโจทย์ไม่กำหนดมาใช้ในการคำนวณ เช่น

1.1) จากโจทย์ จงหาสมการของพาราโบลาที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดโฟกัสของวงรี

$16x^2 + 25y^2 - 32x - 100y - 284 = 0$  และแกนโทของวงรี หับไดเรกทริกซ์ของพาราโบลา

1.1.1 ใช้แกนเอกของวงรีเป็นไดเรกทริกซ์ของพาราโบลา

1.1.2 ใช้แกนโทของวงรีเป็นแกนของพาราโบลา

1.1.3 ใช้ความยาวของแกนโทเป็นสมการไดเรกทริกซ์ของพาราโบลา แล้วใช้เป็นค่า  $c$

1.2) จากโจทย์ จงหาโคออร์ดิเนตของจุดศูนย์กลาง จุดยอด และสมการวงรีที่ผ่านจุดเริ่มต้น และมีจุด  $(\pm 1, 1)$  เป็นจุดโฟกัส

1.2.1 ให้  $b$  เท่ากับระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางถึงจุดโฟกัส

1.2.2 นำจุดศูนย์กลางและจุดใด ๆ บนส่วนโค้งไปหาค่า  $c$

1.2.3 แทนค่าจุดที่วงรีผ่าน จุด  $(x, y)$  ใด ๆ ในสมการที่แสดงความสัมพันธ์ของ  $a, b, c$  เพื่อหาค่า  $b$  โดยให้  $x = a$  และ  $y = c$

1.2.4 ให้ระยะห่างจากจุด  $(0, 0)$  ถึงจุดโฟกัสเป็นค่า  $c$  (โดยที่โจทย์ไม่ได้กำหนดค่าจุดศูนย์กลางของวงกลมอยู่ที่จุด  $(0, 0)$ )

1.2.5 ให้ระยะระหว่างจุดโฟกัสทั้งสองเป็นความยาวของแกนโท

1.2.6 ใช้จุดใด ๆ บนวงรีที่โจทย์กำหนดให้เป็นจุดศูนย์กลางของวงรี

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้



1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) จำรูปสมการของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่  $(h, k)$  รัศมียาว  $r$  หน่วยไม่ได้ โดยจำเป็น

$$(x - |h|)^2 + (y - |k|)^2 = r^2$$

$$(x + h)^2 + (y + k)^2 = r^2$$

$$r(x - h)^2 + r(y - k)^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

1.2) จำสูตรระยะห่างระหว่างจุดสองจุดผิด โดยจำเป็น  $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$

หรือ  $(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$

1.3) จำพิกัดของจุดโฟกัสของพาราโบลาที่มีสมการเป็น  $x^2 = 4cy$  ไม่ได้ โดยจำว่า จุดโฟกัส

คือ

จุด  $(c, 0)$

จุด  $(4c, 0)$

จุด  $(0, -4c)$

จุด  $(0, 4c)$

1.4) จำเส้นไดเรกทริกซ์ของสมการพาราโบลา  $y^2 = 4cx$  ไม่ได้ โดยจำว่า เส้นไดเรกทริกซ์

คือ

เส้นตรง  $x = c$

เส้นตรง  $x = -c$

เส้นตรง  $x = -4c$

1.5) จำพิกัดของจุดยอดของพาราโบลาที่มีสมการเป็น  $(x - h)^2 = 4c(y - k)$  ไม่ได้ โดยจำ

ว่า พิกัดของจุดยอด คือ

จุด  $(-h, -k)$

จุด  $(|h|, |k|)$

1.6) จำพิกัดของจุดยอดของวงรีที่มีสมการเป็น  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$  เมื่อ  $a > b$  ไม่ได้ โดยจำว่า

พิกัดของจุดยอด คือ

จุด  $(0, -b)$  และ  $(0, b)$

จุด  $(-b, 0)$  และ  $(b, 0)$

จุด  $(-a, 0)$  และ  $(a, 0)$

จุด  $(-b^2, 0)$  และ  $(b^2, 0)$

1.7) จำความยาวแกนเอกและแกนโทของสมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่  $(0, 0)$  หรือ  $(h, k)$  และแกนเอกอยู่บนแกน  $x$  หรือแกน  $y$  ไม่ได้ โดยเข้าใจว่า

$a$  แทน ความยาวแกนเอก

$b$  แทน ความยาวแกนโท

$a^2$  แทน ความยาวแกนเอก

$b^2$  แทน ความยาวแกนโท

1.8) จำสมการวงรีที่มีจุดศูนย์กลางที่  $(0, 0)$  และแกนเอกอยู่บนแกน  $x$  ไม่ได้ โดยจำว่าสมการคือ

$$\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

1.9) จำพิกัดของจุดโฟกัสของวงรีที่มีสมการ  $\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$  ไม่ได้ โดยจำว่าพิกัดของจุดโฟกัส คือ จุด  $(h - c, k)$  และ  $(h + c, k)$

1.10) จำพิกัดของจุดโฟกัสของไฮเพอร์โบลาที่มีจุดศูนย์กลางที่  $(0, 0)$  และแกนตามขวางอยู่บนแกน  $x$  ไม่ได้ โดยจำว่า พิกัดของจุดโฟกัส คือ จุด  $(0, -c)$  และ  $(0, c)$

1.11) จำความยาวแกนตามขวางและความยาวแกนตั้งของไฮเพอร์โบลาไม่ได้ โดยเข้าใจว่า

$a$  แทน ความยาวแกนตามขวาง

$b$  แทน ความยาวแกนตั้ง

$a^2$  แทน ความยาวแกนตามขวาง

$b^2$  แทน ความยาวแกนตั้ง

1.12) จำพิกัดจุดยอดไฮเพอร์โบล่าที่มีจุดศูนย์กลางที่  $(h, k)$  และแกนตามขวางขนานแกน  $y$  ไม่ได้ โดยจำว่า พิกัดของจุดยอด คือ จุด  $(0, -a)$  และ  $(0, a)$

1.13) จำพิกัดของจุดโฟกัสของไฮเพอร์โบล่าที่มีจุดศูนย์กลางที่  $(h, k)$  และแกนตามขวางขนานแกน  $x$  ไม่ได้ โดยจำว่าพิกัดของจุดโฟกัส คือ จุด  $(h, k - c)$  และ  $(h, k + c)$

1.14) จำสูตรแสดงความสัมพันธ์ของ  $a^2, b^2, c^2$  ของไฮเพอร์โบล่าไม่ได้ โดยจำว่า

$$c^2 + b^2 = a^2$$

$$c^2 + a^2 = b^2$$

1.15) จำระยะทางจากจุด  $P$  ถึง  $F$  ของวงรีผิด โดยจำเป็น  $PF + PF' = 2a$  แต่ที่ถูกต้องคือ  $|PF| + |PF'| = 2a$

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

2.1) ใช้  $r^2$  แทนความยาวรัศมีของวงกลม

2.2) ใช้  $(r^2)^2$  แทนความยาวรัศมีของวงกลม

2.3) ใช้  $\sqrt{r}$  แทนความยาวรัศมีของวงกลม

2.4)  $(\text{ความยาวของรัศมีวงกลม})^2 = (\text{เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม})^2/2$

2.5) เข้าใจว่า ค่า  $c$  ที่ใช้ในสมการพาราโบล่าเป็นจุดโฟกัสของพาราโบล่า

2.6) เข้าใจว่า จุดที่วงรีผ่านเป็นจุดศูนย์กลางของวงรี

2.7) เขียนคู่ลำดับแทนจุดใด ๆ ผิด เช่น จุด  $(h, k)$  นักเรียนเขียนเป็น  $h, k$

2.8) เขียนสัญลักษณ์แทนคู่ลำดับใด ๆ ไม่ถูกต้อง เช่น จุดโฟกัส คือ  $(\pm 1, 1)$  เขียนเป็น

$(1, 1)(-1, 1)$

3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

3.1) จากโจทย์ จงหาสมการวงกลม ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรง  $x + y = 1$  และผ่านจุด  $(-2, -3), (-1, 2)$

นักเรียนหาระยะตั้งฉากของจุดปลายคอร์ดจุดหนึ่งไปยังสมการของเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม แล้วกำหนดให้เป็นรัศมีวงกลม เช่น หาระยะตั้งฉากระหว่างจุด  $(-2, -3)$  กับเส้นตรง  $x + y - 1 = 0$

$$\text{รัศมีของวงกลม} = \frac{1(-2) + 1(-3) - 1}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{-6}{\sqrt{2}}$$

3.2) ไม่เข้าใจนิยามของคอร์ดกับเส้นผ่านศูนย์กลาง โดยใช้คอร์ดที่โจทย์กำหนดเป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง และจุดกึ่งกลางของคอร์ดเป็นจุดศูนย์กลาง โดยไม่ได้ตรวจสอบว่าคอร์ดที่กำหนดให้มันเป็นเส้นผ่านศูนย์กลางหรือไม่

3.3) นักเรียนไม่สามารถหาพิกัดของจุดที่กำหนดให้บนแกนใหม่ได้ ดังนี้

จากโจทย์ ถ้าเลื่อนแกนทางขนานไปโดยใช้จุด  $(-1, 2)$  เป็นจุดกำเนิดใหม่ แล้วพิกัดของจุด  $(4, 5)$  บนแกนใหม่ คือ จุดใด

นักเรียนตอบว่า จุด  $(-5, -3)$  เนื่องจากใช้  $(h - x, k - y)$  แทนพิกัดของจุด

จุด  $(3, 7)$  เนื่องจากใช้  $(x + h, y + k)$  แทนพิกัดของจุด

3.4) นักเรียนไม่สามารถหาพิกัดของจุดกำเนิดใหม่

จากโจทย์ ถ้าเลื่อนแกนทางขนานไปที่จุดกำเนิดใหม่ ซึ่งทำให้สมการ  $(x - 5)(y + 2) = 1$  เทียบกับแกนใหม่เป็น  $x'y' = 1$  แล้วพิกัดของจุดกำเนิดใหม่ คือจุดใด

นักเรียนตอบว่า จุด  $(-2, 5)$  เนื่องจากใช้  $(k, h)$  เป็นพิกัดของจุดกำเนิดใหม่

จุด  $(5, 2)$  เนื่องจากใช้  $(|h|, |k|)$  เป็นพิกัดของจุดกำเนิดใหม่

จุด  $(-5, 2)$  เนื่องจากใช้  $(-h, -k)$  เป็นพิกัดของจุดกำเนิดใหม่

จุด  $(-5, -2)$  เนื่องจากใช้  $(-h, k)$  เป็นพิกัดของจุดกำเนิดใหม่

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1)  $\sqrt{1} + \sqrt{1} = \sqrt{2}$

2. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

2.1) จาก  $3(x - 3)^2 = y - 30$

ได้  $(x - 3)^2 = y - 10$

3. ขาดความระมัดระวัง เช่น

$$3.1) \text{ จุดกึ่งกลางของ } (-2, -3) \text{ กับ } (-1, 2) \text{ คือ } \left(\frac{-3}{2}, \frac{5}{2}\right) \text{ มาจาก } \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{-2 - 1}{2} = \frac{-3}{2}$$

$$\text{และ } \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{-3 + 2}{2} = \frac{-1}{2}$$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการหรือทำไม่เสร็จ เช่น

1.1) จากโจทย์ จงหาสมการวงกลม ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นตรง  $x + y = 1$  และผ่านจุด  $(-2, -3), (-1, 2)$

นักเรียนหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการ คือ

1.1.1 หาความยาวคอรีด

1.1.2 หาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(-2, -3)$  กับ  $(-1, 2)$  แล้วนำไปหาจุดตัดกับสมการเส้นผ่านศูนย์กลาง  $x + y = 1$  แล้วกำหนดให้เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

1.1.3 หาสมการวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0, 0)$

1.1.4 หาสมการเส้นตรงจากจุดใด ๆ บนวงกลมกับจุดศูนย์กลางของวงกลม

1.1.5 หาสมการเส้นตั้งฉากจากจุดใด ๆ บนวงกลมกับเส้นตรง  $x + y = 1$

1.1.6 หาระยะตั้งฉากระหว่างจุดปลายคอรีดที่กำหนดให้กับจุดศูนย์กลางของวงกลม

1.2) จากโจทย์ จงหาโคออร์ดิเนตของจุดศูนย์กลาง จุดยอดและสมการวงรีที่ผ่านจุดเริ่มต้นและมีจุด  $(\pm 1, 1)$  เป็นจุดโฟกัส

นักเรียนหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการ คือ

1.2.1 หาระยะระหว่างจุดศูนย์กลางถึงจุดโฟกัส

1.2.2 หาระยะระหว่างจุดศูนย์กลาง

1.2.3 หาสมการวงรีทั้งในกรณีที่จุดโฟกัสอยู่บนแกนที่ขนานกับแกน  $x$  และแกน  $y$

(หาสมการวงรีมา 2 สมการ)

2. ไม่สรุปคำตอบให้เป็นผลสำเร็จตามหลักคณิตศาสตร์ เช่น

2.1) ไม่กระจายให้เป็นผลสำเร็จก่อนตอบ เช่น ตอบว่า

สมการวงกลม คือ  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 3^2$

สมการพาราโบลา คือ  $(y - 2)^2 = 12(x + 2)$

#### สาระที่ 4 พืชคณิต

##### สาระการเรียนรู้เรื่อง เซต

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น
  - 1.1) นักเรียนจำบทนิยามของเพาเวอร์เซตผิด โดยจำว่า เพาเวอร์เซต คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกของเซตทั้งเซตนั้น
  - 1.2) นักเรียนจำบทนิยามของเซตที่เท่ากันผิด โดยจำว่า เซตที่เท่ากัน คือ เซตที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากัน
2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น
  - 2.1) สับเซตทั้งหมดของเซตใด ๆ เท่ากับเซตนั้น
  - 2.2) สับเซต คือ เซตย่อย ดังนั้น ควรมีสมาชิกละเอียดกว่าเซตเดิม
3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น
  - 3.1) นักเรียนพิจารณาเซตที่เท่ากันจากการนับจำนวนสมาชิกว่ามีจำนวนเท่ากันหรือไม่ โดยไม่ได้พิจารณาว่าสมาชิกละเอียดเป็นตัวเดียวกันหรือไม่

##### สาระการเรียนรู้เรื่อง เมตริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น
  - 1.1) เมตริกซ์มีสมบัติการสลับที่ของการคูณ

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

$$2.1) \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$2.2) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ เป็นเมตริกซ์เอกลักษณ์}$$

$$2.3) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 6 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 18 \\ 18 & 6 & 9 \\ 3 & 3 & 12 \end{bmatrix}$$

2.4) อินเวอร์สการคูณของเมตริกซ์ เป็นจำนวนจริง

2.5)  $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$  เมื่อ A และ B เป็นเมตริกซ์

2.6) ถ้า  $A \neq 0$  และ  $AB = AC$  แล้วได้  $B = C$  เมื่อ A, B และ C เป็นเมตริกซ์ใด ๆ

2.7)  $(AB)^t = A^t B^t$

2.8) มีเมตริกซ์  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  ที่ทำให้  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$   
ซึ่งเป็นไปไม่ได้ เพราะ  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = 0$

2.9) ถ้า  $A \neq B$  แล้ว  $\det A \neq \det B$

2.10)  $\det(A + B) = \det A + \det B$

2.11) ถ้า  $AB = 0$  แล้ว ต้องมีอย่างน้อยหนึ่งเมตริกซ์ เป็นเมตริกซ์ศูนย์

2.12) ถ้า A และ B เป็น singular matrix แล้ว  $A + B$  เป็น singular matrix ด้วย

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

$$1.1) \begin{bmatrix} Z & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z & 1 \\ 3 & \sqrt{4} \end{bmatrix}$$

ไม่มี Z ในจำนวนจริงที่สอดคล้องสมการ

2. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

$$2.1) \text{ จาก } x^2 \neq -1$$

สรุปว่า ไม่มี  $x$  ในจำนวนจริงที่สอดคล้องกับสมการ

### สาระการเรียนรู้เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ด้านตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ นายแดงต้องการจะกันรั้วรอบที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าไปปลูกส้ม โดยใช้รั้วบ้านเป็นรั้วด้านหนึ่งของที่ดินแปลงนี้ ถ้าเขามีลวดหนามยาว 400 เมตร จงสร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่  $f(x)$  และความยาวของด้าน  $(x)$  คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $f(x) = 400x - 2x^2$  แต่นักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการตีความด้านภาษา คือ นักเรียนสร้างแบบจำลองฟังก์ชันไม่ถูกต้อง โดยนักเรียนตอบว่า  $f(x) = 400x - x^3$

2. ไม่ใช้ข้อมูลที่โจทย์กำหนด เช่น

2.1) ถ้าราคาค่าโทรศัพท์จากกรุงเทพไปเชียงใหม่แรก 16 บาท นาทีต่อไปนาทีละ 5 บาท จงสร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างราคาค่าโทรศัพท์  $(c)$  กับจำนวนนาที  $(m)$  ที่ใช้ในการโทรศัพท์แต่ละครั้ง คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $c(m) = 11 + 5m$  แต่นักเรียนตอบว่า  $f(c) = 11 + 5m$  เนื่องจากไม่คำนึงถึงตัวแปรที่โจทย์กำหนดให้

3. นำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ผิด เช่น

3.1) รูปสี่เหลี่ยมคางหมูรูปหนึ่งมีผลบวกด้านคู่ขนานเป็น  $4x$  หน่วย สูง  $\frac{1}{8x+4}$  หน่วย และรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านกว้างยาว  $\frac{1}{14x+7}$  หน่วย ด้านยาวยาว 3 หน่วย จงหาฟังก์ชัน  $h(x)$  ที่แสดงอัตราส่วนพื้นที่ □ คางหมู กับพื้นที่ □ ผืนผ้า คำตอบที่ถูกต้องคือ  $h(x) = \frac{7x}{6}$  แต่นักเรียนใช้ค่าของความยาวของ □ ผืนผ้า แทนค่าผลบวกด้านคู่ขนานของ □ คางหมู และจากโจทย์กำหนด  $\frac{1}{14x+7}$  แต่นักเรียนนำไปใช้เป็น  $14x+7$

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด เช่น



1.1) นักเรียนจำนิยามของฟังก์ชัน 1 - 1 โดยจำเป็นว่า

$f$  เป็นฟังก์ชัน 1 - 1 ก็ต่อเมื่อ ถ้า  $x_1 = x_2$  แล้ว  $f(x_1) = f(x_2)$  หรือ  $f$  เป็นฟังก์ชัน

1 - 1 ก็ต่อเมื่อ ถ้า  $f(x_1) = f(x_2)$  แล้ว  $x_1 = x_2$

1.2) นักเรียนจำบทนิยามของฟังก์ชันจาก  $A$  ไปทั่วถึง  $B$  มิด เช่น จากโจทย์ ให้

$f: A \rightarrow B$  จงหา  $D_f$  และ  $R_f$  นักเรียนตอบว่า  $D_f \subset A, R_f \subset B$

1.3) นักเรียนจำนิยามของฟังก์ชันลด มิด โดยจำเป็น  $f$  เป็นฟังก์ชันลด ก็ต่อเมื่อ ถ้า  $x_1 < x_2$  แล้ว  $f(x_1) < f(x_2)$  หรือ  $f$  เป็นฟังก์ชันลด ก็ต่อเมื่อ ถ้า  $x_1 > x_2$  แล้ว  $f(x_1) > f(x_2)$

1.4) นักเรียนจำบทนิยามของ  $f$  เป็นฟังก์ชันจาก  $A$  ไป  $B$  ไม่ได้ โดยจำเป็นว่า

$f$  เป็นฟังก์ชันจาก  $A$  ไป  $B$  มี  $D_f = A$  และ  $R_f = B$  หรือ  $f$  เป็นฟังก์ชันจาก  $A$  ไป  $B$  มี

$D_f \subset A$

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

2.1) อัตราค่าบริการในการยืมหนังสือของห้องสมุดแห่งหนึ่งเป็นดังนี้

ถ้ายืมไม่เกิน 2 เล่ม คิดราคา 10 บาท ถ้ายืมเกิน 2 เล่ม แต่ไม่เกิน 5 เล่ม คิดราคา 15 บาท

ถ้ายืมเกิน 5 เล่ม แต่ไม่เกิน 7 เล่ม คิดราคา 20 บาท และถ้ายืมเกิน 7 เล่ม แต่ไม่เกิน 10 เล่ม

คิดราคา 30 บาท จงสร้างฟังก์ชัน  $R$  เมื่อ  $R(n)$  เป็นค่าบริการในการยืมหนังสือจำนวน  $n$  เล่ม

คำตอบที่ถูกต้อง คือ

$$R(n) = \begin{cases} 10, & 1 \leq n \leq 2 \\ 15, & 2 < n \leq 5 \\ 20, & 5 < n \leq 7 \\ 30, & 7 < n \leq 10 \end{cases}$$

แต่นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานในการสร้างฟังก์ชันขั้นบันได จึงตอบว่า

$n$	$R(n)$
$n \leq 2$	10
$2 < n \leq 5$	15
$5 < n \leq 7$	20
$7 < n \leq 10$	30

2.2) เรือลำหนึ่งทำน้ำมันรั่วไหลลงทะเล ทำให้น้ำมันขยายออกไปเป็นวงกลมหลังรั่วไปได้  $t$  นาที สามารถวัดรัศมีวงน้ำมันได้เป็น  $r(t) = t^2 + 1$  พื้นที่ของวงกลมที่เกิดจากการรั่วของน้ำมันครั้งนี้มีขนาดเท่าใด เมื่อเวลาผ่านไป 10 นาที เนื่องจากนักเรียนขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการใช้ตัวแปรของฟังก์ชัน ทำให้หาค่ารัศมีออกมาเป็น 10  $r(t) = 10(t^2 + 1)$  ซึ่งควรจะเป็น  $r(10) = 10^2 + 1 = 101$

2.3) เข้าใจว่า  $r(10) = r \cdot 10$  จากคำตอบที่ถูกต้อง คือ  $r(10) = 10^2 + 1$  ทำให้ได้คำตอบที่ผิด ดังนี้  $r \cdot 10 = 10^2 + 1 \therefore r = \frac{10^2 + 1}{10} = \frac{101}{10}$

2.4) นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานในการสร้างแบบจำลองของฟังก์ชันและสร้างออกมาในรูปแบบเซตของคู่อันดับ เช่น

จากโจทย์ถ้าราคาค่าโทรศัพท์จากกรุงเทพไปเชียงใหม่นาทีแรก 16 บาท นาทีต่อไปนาทีละ 5 บาท จงสร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างราคาค่าโทรศัพท์ ( $c$ ) กับจำนวนนาที ( $m$ ) ที่ใช้ในการโทรศัพท์แต่ละครั้ง คำตอบที่ถูกต้องคือ  $c(m) = 11 + 5m$  แต่นักเรียนตอบว่า  $f^i = \{(1, 16), (2, 21), (3, 26)\}$

3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

3.1) นักเรียนหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันที่กำหนดในรูปแบบเซตแบบบอกเงื่อนไขไม่ได้ เช่น

จาก  $f(x) = \sqrt{9-x^2}$  นักเรียนตอบว่า  $D_f$  คือ  $x = 3$  หรือ  $x = -3$

จากโจทย์ จงหาโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$

นักเรียนตอบว่า

-  $D_f = \sqrt{9-x^2}$  หรือ  $D_f = 9-x^2$  เนื่องจากคิดว่าโดเมนคือ กลุ่มของตัว  $x$

-  $D_f = 3, -3$  เนื่องจากหาโดยทดลองแทนค่าแล้วเอาตัวที่ทำให้ได้เครื่องหมายลบ

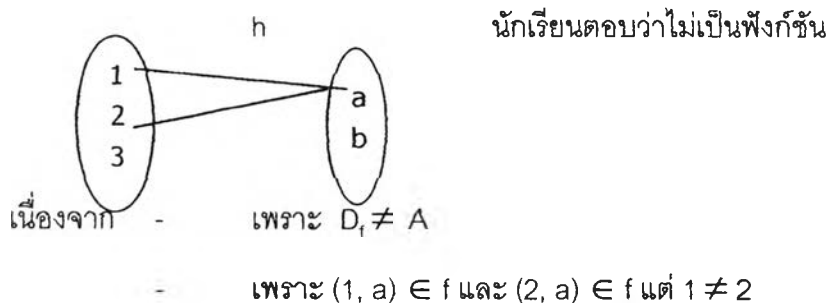
เป็นศูนย์มาเป็นคำตอบ

-  $R_f = \sqrt{9-x^2}$  เนื่องจาก ไม่เข้าใจวิธีหาเรนจ์

-  $R_f = R^+$  เนื่องจาก เห็นว่าค่าของ  $y = \frac{1}{\sqrt{9-x^2}}$  มีเศษและส่วนเป็นค่าบวก

-  $R_f = \frac{1}{\sqrt{9-y^2}}$  เนื่องจาก เข้าใจว่าเป็นแบบนี้

3.2) จากแผนภาพของ  $h$  ที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เพราะอะไร



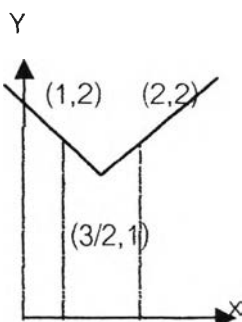
3.3) จากโจทย์  $f(x) = \sqrt{5-x^2}$  เป็นฟังก์ชันชนิดหนึ่งต่อหนึ่งหรือไม่ เพราะอะไร

นักเรียนตอบว่า เป็น เพราะค่า  $y$  เป็นบวกค่าเดียว

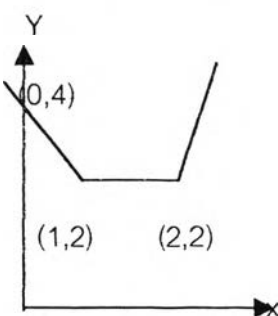
3.4) เขียนกราฟของฟังก์ชันผัด

กำหนดให้  $f(x) = |3-2x| + 1$  จงวาดกราฟของฟังก์ชันนี้

คำตอบที่ถูกต้อง คือ



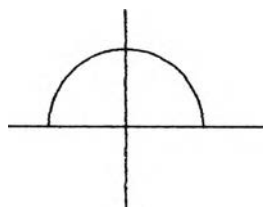
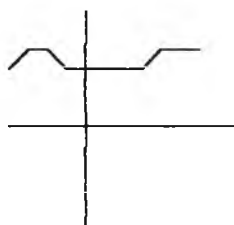
แต่นักเรียนตอบว่า



เนื่องจากค่า  $y$  ที่ได้จากการแทนค่า  $x$  ด้วย 1 และ 2 มีค่าเท่ากัน จึงคิดว่าควรที่จะลากเส้นต่อกัน

3.5) นักเรียนตรวจสอบว่ากราฟที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยให้การลากเส้นตรงขนานแกน  $x$  แต่ในความเป็นจริงต้องลากเส้นตรงขนานแกน  $y$

3.6) นักเรียนไม่สามารถอ่านกราฟของฟังก์ชัน  $1 - 1$  ได้ โดยตอบว่า

เป็นกราฟของฟังก์ชัน  $1 - 1$ 

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

$$1.1) f(x) \cdot 1 = 1$$

2. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

$$2.1) xy = 180 \quad \therefore x = \frac{y}{180}$$

$$2.2) \text{ จาก } f(x) = 3x + 1$$

$$\begin{aligned} \text{แล้วได้ว่า } f(x+2) &= 3(x+2+1) \\ &= 3x+9 \end{aligned}$$

$$2.3) \text{ จาก } f(x) = x^2 - 2x$$

$$\begin{aligned} \text{แล้วได้ว่า } f(x+h) &= (x+h)^2 - 2x \\ &= x^2 + 2xh + h^2 - 2x \end{aligned}$$

3. ขาดความระมัดระวัง เช่น

- 3.1) ลืมใส่เครื่องหมายลบ

°C	-10	-5	0	5	10	15
°F	14	23	32	41	50	59

จากตารางแสดงความสัมพันธ์ของอุณหภูมิองศาเซลเซียส (°C) กับอุณหภูมิองศาฟาเรนไฮต์ (°F) ของห้องห้องหนึ่ง ถ้าห้องนี้มีอุณหภูมิต่ำกว่า  $-45^{\circ}\text{F}$  ห้องนี้จะมีอุณหภูมิเท่ากับกี่ °C คำตอบที่ถูกต้องคือ  $-42.78^{\circ}\text{C}$  แต่นักเรียนตอบว่า  $42.78^{\circ}\text{C}$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

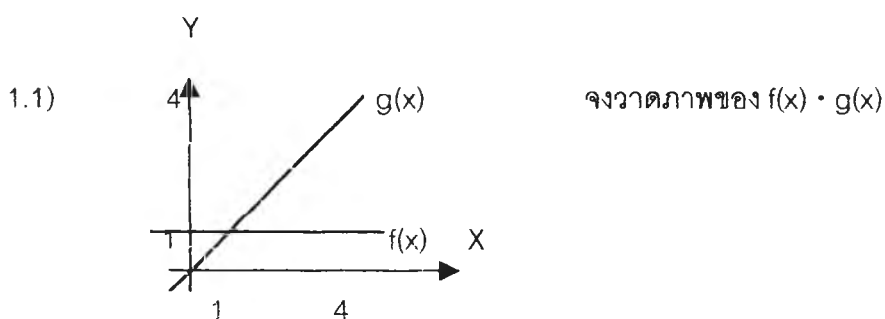
1. ไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการหรือไม่เสร็จ เช่น

1.1) จากโจทย์ กล่องลูกบาศก์ใบหนึ่งมีความสูง 30 เมตร มีปริมาตร 5400 ลูกบาศก์เมตร  
จงสร้างฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความกว้าง ( $w$ ) กับความยาว ( $l$ ) ของกล่องใบนี้ คำ  
ตอบที่ถูกต้อง คือ  $w(l) = \frac{180}{l}$  แต่นักเรียนไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ โดยตอบว่า  $l(w) =$   
 $\frac{180}{w}$  ซึ่งเป็นฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาว ( $l$ ) กับความกว้าง ( $w$ ) ของกล่อง

### สาระการเรียนรู้เรื่อง ฟังก์ชัน

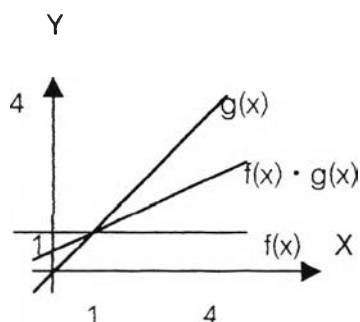
ด้านตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ไม่ใช้ข้อมูลที่โจทย์กำหนด เช่น



นักเรียนเขียนกราฟ  $f(x) \cdot g(x)$  ด้วยการลากเส้นแบ่ง  $f(x)$  กับ  $g(x)$  โดยไม่ใช้ค่าฟังก์ชัน

จากกราฟที่กำหนดให้ ดังรูป



ด้านการใช้ทฤษฎีบท ทฎ นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

- 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) นักเรียนจำบทนิยามของฟังก์ชันคอมโพสิทไม่ได้ โดยเข้าใจว่า

$$\text{จะหาฟังก์ชัน } g \circ f \text{ ได้ ก็ต่อเมื่อ } R_f \cap D_g = \emptyset$$

$$\text{จะหาฟังก์ชัน } g \circ f \text{ ได้ ก็ต่อเมื่อ } R_f \cap R_g \neq \emptyset$$

1.2) นักเรียนเข้าใจผิดว่าการหาอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไข คือ การเปลี่ยนเครื่องหมายในเงื่อนไขเดิม

1.3) นักเรียนจำไม่ได้ว่าการจะหา  $\frac{f}{g}$  ได้ นั้น ต้องมีเงื่อนไขว่า  $g(x) \neq 0$

1.4) นักเรียนจำความหมายของอินเวอร์สของฟังก์ชัน ( $f^{-1}(x)$ ) ไม่ได้ โดยจำว่า

$$f^{-1}(x) \text{ คือ อินเวอร์สการคูณของ } f(x)$$

$$f^{-1}(x) \text{ เป็นส่วนกลับกับ } f \text{ และเขียนแบบนี้เรียกว่าส่วนกลับ}$$

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

2.1) เข้าใจผิดว่าโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชัน เป็นโดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันอินเวอร์ส

2.2) นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานในบทนิยามของฟังก์ชันคอมโพสิท เช่น เข้าใจว่า

$$(f \circ g)(x) = g(f(x))$$

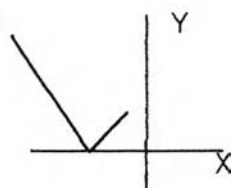
2.3) นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานในการเขียนสัญลักษณ์ของฟังก์ชันที่เกิดจากพีชคณิตของฟังก์ชันไม่ถูกต้อง ดังนี้

$$\text{จาก } f(x) = \sqrt{2-x^2} \text{ และ } g(x) = x+1$$

$$\text{ได้ } (f \cdot g) = (\sqrt{2-x^2})(x+1)$$

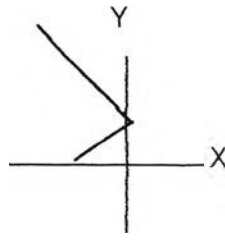
2.4) นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานเรื่องหลักการสมมาตรของกราฟ ดังตัวอย่าง

จากรูปกราฟของฟังก์ชัน  $g$  คือ



จงหากราฟของ  $g^{-1}$

เนื่องจากนักเรียนไม่เข้าใจการเขียนกราฟของ  $g^{-1}$  โดยใช้หลักสมมาตร จึงตอบว่า



3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

3.1) นักเรียนไม่สามารถพิจารณาได้ว่าอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ เนื่องจากไม่สามารถนำความรู้เกี่ยวกับการตรวจสอบฟังก์ชัน 1-1 มาใช้ในการตรวจสอบอินเวอร์สของฟังก์ชันที่กำหนดในรูปเซตแบบบอกเงื่อนไขว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่

3.2) นักเรียนหาค่า  $g(x)$  เมื่อทราบว่า  $g(2x + 1)$  ไม่ได้ เช่น

$$\text{คิดว่า ถ้า } g(2x + 1) = x - 3$$

$$\text{แล้วจะได้ } g(x) = 2x + 1 - 3$$

3.3)

อังกฤษ	$6\frac{1}{2}$	$6\frac{5}{8}$	$6\frac{3}{4}$	$6\frac{7}{8}$	7	$7\frac{1}{8}$	$7\frac{1}{4}$	$7\frac{3}{8}$
ฝรั่งเศส	53	54	55	56	57	58	59	60
อเมริกา	$6\frac{5}{8}$	$6\frac{3}{4}$	$6\frac{7}{8}$	7	$7\frac{1}{8}$	$7\frac{1}{4}$	$7\frac{3}{8}$	$7\frac{1}{2}$

จากตารางแสดงการปรับเปลี่ยนขนาดรองเท้าของผู้ชาย 3 ประเทศ และกำหนดให้

$g(x) = 8x + 1$  เป็นฟังก์ชันการปรับเปลี่ยนขนาดรองเท้าของอังกฤษไปฝรั่งเศส และ  $f(x) = \frac{1}{8}x$

เป็นฟังก์ชันการปรับเปลี่ยนขนาดรองเท้าของอังกฤษไปอเมริกา จงหาฟังก์ชันการปรับเปลี่ยน

ขนาดรองเท้าของ อังกฤษไปอเมริกา คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $f \circ g = x + \frac{1}{8}$  แต่นักเรียนไม่สามารถประยุกต์ใช้สมบัติของฟังก์ชันคอมโพสิทได้ โดยนักเรียนตอบว่า

$$1) \text{ } g \circ f = x + 1$$

$$2) \text{ } g(x) - f(x) = \frac{63x}{8} + 1$$

3.4) นักเรียนประยุกต์ใช้บทนิยามของอินเวอร์สของฟังก์ชันไม่ได้ เช่น

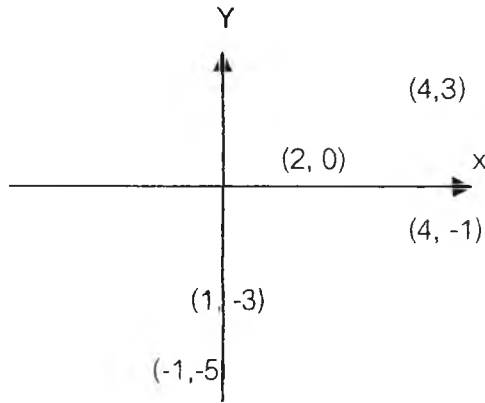
จากโจทย์ ให้  $f = \{(1,3), (2,4)\}$  จงหาอินเวอร์สของ  $f$  คำตอบที่ถูกต้อง คือ  $\{(3,1), (4,2)\}$

แต่นักเรียนตอบว่า  $\{(1,-3), (2,-4)\}$  หรือ  $\{(-1,3), (-2,4)\}$  หรือ  $\{(-1,-3), (-2,-4)\}$

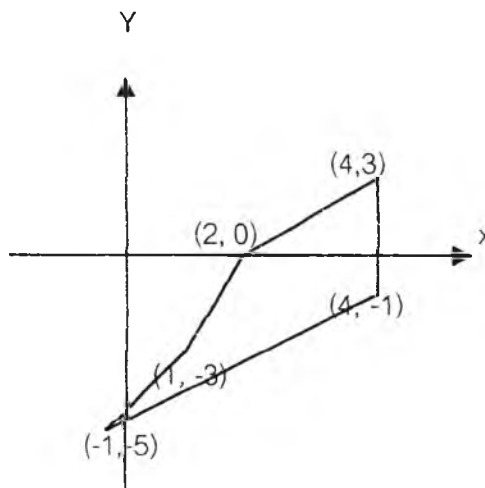


3.5) นักเรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันผัด

กำหนดให้  $h = \{(-5, -1), (-3, 1), (-1, 4), (0, 2), (3, 4)\}$  จงเขียนกราฟของ  $h^{-1}$  คำตอบ  
ที่ถูกต้องคือ



แต่นักเรียนลากเส้นเชื่อมต่อดจุด หรือลากเส้นเชื่อมต่อดจุดเป็นรูปปิด ทำให้นักเรียนได้รูป  
กราฟ ดังนี้





ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

1.1) จาก  $y = -\sqrt{x}$

ได้  $y^2 = -x$

1.2)  $\frac{x-16}{\sqrt{f(x)}} = \frac{x-16}{f(x)}$   
 $= \frac{-16}{f}$

2. ขาดความระมัดระวัง เช่น

2.1) จาก  $x = -\frac{y-2}{y}$

ได้  $xy = -y - 2$

เนื่องจากไม่ได้ระวังเครื่องหมายลบที่อยู่หน้าเศษส่วน

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ไม่สรุปคำตอบให้เป็นผลสำเร็จตามหลักคณิตศาสตร์ เช่น

1.1) จาก  $(\sqrt{2-1^2})(1+1) = (\sqrt{2-1})(2)$   
 $= \sqrt{1}(2)$   
 $= 2\sqrt{1}$

แล้วนักเรียนไม่ทำต่อจาก  $\sqrt{1}$  ให้เป็น 1

## ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

จากการสังเคราะห์งานวิจัย พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ สาระที่ 3 เรขาคณิต สาระที่ 4 พีชคณิต และสาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น ดังนี้

### สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

#### สาระการเรียนรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อน

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ถูกต้อง เช่น

1.1) จากโจทย์ค่ารากที่สามของ 8 ตรงกับข้อใด

$$\text{คำตอบที่ถูกต้อง คือ } x^3 - 8 = 0$$

$$\text{คำตอบที่ผิดของนักเรียน คือ } x^3 + 8 = 0$$

2. ไม่ใช้ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ เช่น

2.1) จากโจทย์ ถ้า  $z = \frac{(3 + 2\sqrt{5}i)(3 - \sqrt{5}i)}{-5i}$  แล้วจงหาสังยุค  $Z$

แต่นักเรียนใช้ข้อมูลอื่นแทน ได้แก่

$$\text{ใช้ข้อมูล } Z = \frac{(3 - 2\sqrt{5}i)(3 - \sqrt{5}i)}{-5i} \text{ แทน}$$

$$\text{ใช้ข้อมูล } Z = (3 - 2\sqrt{5}i)(3 - \sqrt{5}i) \text{ แทน}$$

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ ผิด เช่น

1.1) จำนิยามของจำนวนเชิงซ้อนผิด โดยเข้าใจว่า  $a+bi = (a+b)i$

1.2) จำนิยามสังยุคของจำนวนเชิงซ้อนผิด โดยจำว่าสังยุคของ  $(a, b) = (a, b)$  หรือ

$(a, b) = (-a, -b)$  หรือจำสับสนกับอินเวอร์สการบวก

1.3) จำนิยามค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนผิดโดยจำว่าค่าสัมบูรณ์ของ  $(a, b)$

$$\text{คือ } \sqrt{a^2 - b^2} \text{ หรือ } a^2 + b^2 \text{ หรือ } \frac{a - bi}{a + bi}$$

1.4) จำนิยามการคูณของจำนวนเชิงซ้อนผิด โดยจำว่า

$$(a, b) (c, b) = (ac - bd, bc - ad)$$

$$(a, b) (c, d) = (ac + bd, bc - ad)$$

$$(a, b) (c, d) = (ac + bd, bc + ad)$$

$$(a+bi) (x+yi) = ax + byi^2$$

1.5) จำนิยามการหารของจำนวนเชิงซ้อนผิด โดยจำว่า

$$(a, b) \div (c, d) = (a, b) \left( \frac{c}{c^2 + d^2}, \frac{d}{c^2 + d^2} \right)$$

$$(a, b) \div (c, d) = (a, b) \left( \frac{-c}{c^2 + d^2}, \frac{d}{c^2 + d^2} \right)$$

1.6) จำนิยามอินเวอร์สการบวกของจำนวนเชิงซ้อนผิด โดยจำว่าอินเวอร์สการบวกของ  $(a, b)$  เท่ากับ  $(-a, b)$  หรือ  $(a, -b)$  หรือ  $(0, 0)$  หรือ  $(-a, 0)$

1.7) จำนิยามอินเวอร์สการคูณของจำนวนเชิงซ้อนผิด โดยจำว่าอินเวอร์สการคูณของ  $(a, b)$  เท่ากับ  $\left( \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \frac{-b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$  หรือ  $\left( \frac{a}{a^2 + b^2}, \frac{b}{a^2 + b^2} \right)$

1.8) จำสัญลักษณ์แทนสังยุคของ  $Z$  ผิด โดยจำว่าสังยุคของ  $Z$  เขียนแทนด้วยด้วย  $Z^{-1}$

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

2.1) ค่าของ  $(a+bi)^n$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนคู่ต้องเป็นบวกเสมอ ซึ่งไม่จริง เช่น  $(1+i)^6 = -8i$

2.2) กำหนด  $a+bi = 2 - 3i$  ส่วนจริงคือ 2 และส่วนจินตภาพคือ  $-3i$

2.3) เนื่องจาก  $i^{10} = i^2 = -1$  ดังนั้น  $\sum_{i=1}^{10} i = -1$

2.4) จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว 2 จำนวน จะเท่ากันก็ต่อเมื่อค่า  $r$  และ  $\theta$  เท่ากัน ซึ่งที่ถูกต้องแล้ว  $\theta$  ไม่จำเป็นต้องเท่ากัน ถ้าต่างกันครั้งละ  $2\pi$  จำนวนเชิงซ้อนทั้งสองก็เท่ากันได้

2.5) การคอนจูเกต คือ การหาขนาดของจำนวนเชิงซ้อน

$$2.6) i^{53} = i^{52} + i$$

3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

$$3.1) \text{ จาก } Z = 3 - 3i$$

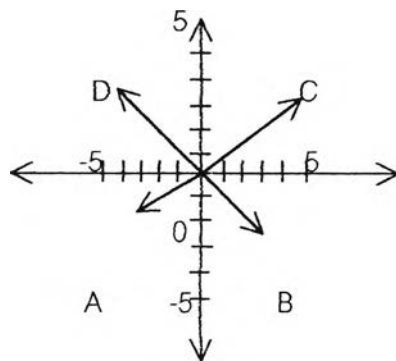
$$r = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\tan \theta = \frac{-3}{3} = -1 \quad \therefore \theta = 135^\circ$$

$$\text{ดังนั้น } 3-3i = 3\sqrt{2} (\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$$

$$\text{ซึ่งไม่ถูกต้อง ที่ถูกต้อง คือ } 3\sqrt{2} (\cos 315^\circ + i \sin 315^\circ)$$

3.2) นักเรียนไม่สามารถอ่านกราฟที่กำหนดให้ได้ ดังเช่น



จากกราฟ เวกเตอร์ที่แทนจำนวนเชิงซ้อน

$2i - 3$  ตรงกับข้อใด

คำตอบที่ถูกต้องคือ  $\vec{OD}$

แต่นักเรียนตอบว่า  $\vec{OB}, \vec{OC}$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

$$1.1) \text{ ขาดทักษะในการหาค่า } \sqrt{a^2 + b^2} \text{ เช่น } \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = \pm 13$$

$$1.2) (2\sqrt{5}i)(-\sqrt{5}i) = 10i$$

$$1.3) (19i)(-5i) = -95$$

2. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

$$2.1) x^3 + x^2 + x - 3 = x(x^2 + x + 1 - 3)$$

$$2.2) \text{ จาก } x(x^2 - x + 1) = 3$$

$$x^2 - x + 1 = \frac{3}{x}$$

$$\sqrt{|x^2 - x + 1|} = \sqrt{\left|\frac{3}{x}\right|}$$

3. ขาดความระมัดระวัง เช่น

3.1) ขาดความระมัดระวังในการเขียนตัวเลข เช่น คำนวณค่า  $x, y$  ได้ถูกต้อง โดยที่  $x = 4, y = -2$  แต่บรรทัดต่อมาเขียนผิดเป็น  $x = -4, y = 2$

$$3.2) \quad \text{จาก} \quad 4x - 5y = 7 \quad \dots(1)$$

$$5x + 4y = 19 \quad \dots(2)$$

$$(1) \times 4 \text{ ได้} \quad 16x - 20y = 28 \quad \dots(3)$$

$$(2) \times 5 \text{ ได้} \quad 25x + 20y = 45 \quad \dots(4)$$

$$(4) - (3) \text{ ได้} \quad 9x = 17$$

$$3.3) \quad \text{จาก} \quad (x + yi)(4 + 5i) = 7 + 19i$$

$$(4x - 5y) + (5x + 4y)i = 7 + 19i$$

$$\therefore \text{ได้} \quad 4x - 5y = 7 \quad \dots(1)$$

$$5x - 4y = 19 \quad \dots(2)$$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมีในทัศนคติที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการหรือไม่เสร็จ

1.1) จากโจทย์กำหนด  $Z_1 = (10, x-2y)$   $Z_2 = (3x+y, 8)$  จงหาค่า  $x$  ค่า  $y$  ที่ทำให้  $Z_1 = Z_2$  พร้อมทั้งหาค่าอินเวอร์สการบวกของ  $Z_1$  และ อินเวอร์สการคูณของ  $Z_2$  นักเรียนหาค่า  $x, y$  โดยไม่หาค่าอินเวอร์สการบวกของ  $Z_1$  และอินเวอร์สการคูณของ  $Z_2$

2. สรุปผลไม่ถูกต้อง หรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี เช่น

2.1) กำหนด  $a+bi$  คือ  $(\sqrt{2} - i)^2$  นักเรียนตอบว่าส่วนจริงคือ  $\sqrt{2}$  และส่วนจินตภาพคือ  $-1$  โดยนักเรียนไม่ทำ  $(\sqrt{2} - i)^2$  ให้อยู่ในรูปผลสำเร็จก่อน

3. ไม่สรุปคำตอบให้เป็นผลสำเร็จตามหลักคณิตศาสตร์ เช่น

3.1) นักเรียนหาคำตอบถูกคือ  $Z = \left( \frac{10}{164}, \frac{-8}{164} \right)$  แต่ตอบไม่เป็นผลสำเร็จตามหลัก

คณิตศาสตร์ เพราะไม่ทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

### สาระที่ 3 เรขาคณิต

#### สาระการเรียนรู้เรื่อง เวกเตอร์ในสามมิติ

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมีโน้ตคนที่คลาดเคลื่อน 1 มีโน้ตคน ดังนี้

1. ไม่ใช่ข้อมูลที่โจทย์กำหนด เช่น

1.1) จากโจทย์ ให้  $\vec{u} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$  และ  $\vec{v} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$  และ  $\vec{w}$  เป็นเวกเตอร์ที่ทำให้  $\vec{u} \cdot \vec{w} = -5$  และ  $\vec{v} \cdot \vec{w} = 2$  ค่าของ  $|\vec{w}|$  เป็นเท่าใด นักเรียนไม่ใช่ข้อมูลที่กำหนด แต่ใช้ข้อมูลอื่นแทน ดังนี้

- 1) ให้  $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$
- 2) ให้  $\vec{u} + \vec{w} = -5$  และ  $\vec{v} + \vec{w} = 2$
- 3) ให้  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -5$  และ  $\vec{v} \cdot \vec{u} = 2$
- 4) ให้  $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{w}$
- 5) ให้  $\vec{u} - \vec{w} = -5$
- 6) ให้  $\vec{u} = -5$

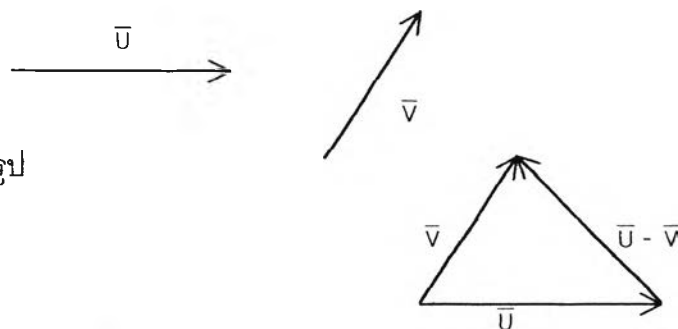
ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมีโน้ตคนที่คลาดเคลื่อน 3 มีโน้ตคน ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) เส้นมัธยฐาน คือ เส้นที่ลากจากจุดยอดมาตั้งฉากกับด้านตรงข้าม

1.2) กำหนด  $\vec{u}$  และ  $\vec{v}$  ดังรูป

จะได้  $\vec{u} - \vec{v}$  ดังรูป



1.3)  $|\vec{u}||\vec{v}| = \vec{u} \cdot \vec{v} \cos \theta$

$$1.4) |\vec{u} \cdot \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}| \cos \theta$$

$$1.5) \text{เวกเตอร์ 1 หน่วยของ } \vec{u} \text{ คือ } \frac{|\vec{u}|}{|\vec{u}|} \cdot \vec{u}$$

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

$$2.1) \text{ผลคูณสเกลาร์ของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยเป็น 1 เสมอ ซึ่งไม่จริง เช่น } \vec{i} \cdot \vec{j} = 0$$

$$2.2) \text{เวกเตอร์ทุกเวกเตอร์หาความชันได้เสมอ ซึ่งไม่จริงสำหรับ } \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \text{ เมื่อ } a = 0$$

$$2.3) \text{เวกเตอร์ 3 หน่วยที่มีทิศเดียวกับ } \vec{U} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \text{ คือ } 3\vec{U}$$

2.4) เวกเตอร์ที่มีความชันเท่ากัน ต้องอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน

$$2.5) (\vec{u} - \vec{v}) + \vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} + \vec{u} \cdot \vec{v} - \vec{v} \text{ ซึ่งไม่จริงเพราะ } \vec{u} - \vec{v} \text{ เป็น}$$

เวกเตอร์,  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  เป็นสเกลาร์ ดังนั้น  $(\vec{u} - \vec{v}) + \vec{u} \cdot \vec{v}$  จึงไม่มีความหมาย

2.6)  $\vec{u} = \vec{v}$  ก็ต่อเมื่อ  $|\vec{u}| = |\vec{v}|$  ซึ่งไม่ใช่เพียงขนาดเท่ากันเท่านั้น ต้องมีทิศทางเดียวกันด้วย

$$2.7) \text{เวกเตอร์ขนาด 1 หน่วย บวกกันได้เวกเตอร์ขนาด } \sqrt{2} \text{ หน่วยเสมอ}$$

$$2.8) \text{เขียนสัญลักษณ์แทนเวกเตอร์ไม่ถูกต้อง เช่น เขียน } \vec{U} = 4, -3$$

3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

3.1) ถ้า  $|\vec{u} + \vec{v}| < |\vec{u} - \vec{v}|$  แล้วจะได้ว่ามุมระหว่าง  $\vec{u}$  กับ  $\vec{v}$  เป็นมุมแหลม ซึ่งไม่จริงดังนี้

$$|\vec{u} + \vec{v}| < |\vec{u} - \vec{v}|$$

$$|\vec{u}|^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2 < |\vec{u}|^2 - 2\vec{u} \cdot \vec{v} + |\vec{v}|^2$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} < -\vec{u} \cdot \vec{v}$$

$$\text{แสดงว่า } \vec{u} \cdot \vec{v} < 0$$

และเนื่องจาก  $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}| \cos \theta$  เมื่อ  $\theta$  เป็นมุมระหว่าง  $\vec{u}$  กับ  $\vec{v}$  จะได้

$\cos \theta < 0$  นั่นคือ  $\theta$  เป็นมุมป้าน

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมีโน้ตคนที่คลาดเคลื่อน 2 มโน้ตคน ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

$$1.1) (\vec{i} + 4\vec{j}) + (-5\vec{i} - \vec{j}) = -4\vec{i} - 3\vec{j}$$

2. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

$$2.1) \quad \text{จาก} \quad -24 = 25 \cos \theta$$

$$\quad \text{ได้} \quad \cos \theta = \frac{-25}{24}$$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. สรุปผลไม่ถูกต้อง หรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี เช่น

1.1) ถ้า  $a\bar{u} + b\bar{v} = \bar{o}$  และ  $\bar{u}$  ไม่ขนานกับ  $\bar{v}$  แล้วจะได้ว่า  $A = B = 0$  ซึ่งข้อสรุปนี้ไม่ถูกต้องเนื่องจาก  $\bar{u}$  และ  $\bar{v}$  อาจเป็น 0

2. ไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการหรือทำไม่เสร็จ เช่น

2.1) จากโจทย์ ให้  $\bar{u} = \bar{i} + 4\bar{j}$  และ  $\bar{v} = -5\bar{i} - \bar{j}$  จงหาค่าเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศตรงข้ามกับ  $\frac{1}{|\bar{u}|}(\bar{u} + \bar{v})$

แต่นักเรียนหาคำตอบที่โจทย์ไม่ต้องการ ได้แก่

หาค่าของ  $\bar{u} \cdot \bar{v}$

หาเวกเตอร์ที่มีทิศทางตรงข้ามกับ  $\frac{1}{|\bar{u}|}(\bar{u} + \bar{v})$

หาค่าของ  $\frac{1}{|\bar{u}|}(\bar{u} + \bar{v})$

#### สาระที่ 4 พีชคณิต

สาระการเรียนรู้เรื่อง ฟังก์ชันเอกโปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ไม่ใช้ข้อมูลที่โจทย์กำหนด เช่น

$$1.1) \quad \text{จากโจทย์ ถ้ากำหนดให้} \quad 3 \log_2 a - 2 \log_2 b = -1$$

$$\quad \text{และ} \quad 2 \log_2 a - \log_2 b = 1$$

จงหาค่า  $a$  และ  $b$



นักเรียนไม่ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ใช้ข้อมูลอื่น ดังนี้

- 1) ใช้ข้อมูล  $3 \log_2 a - 2 \log_2 6 = -1$   
และ  $2 \log_2 a - \log_2 6 = 1$  แทน
- 2) ใช้ข้อมูล  $3 \log 2^a - 2 \log 2^b = -1$   
และ  $2 \log 2^a - \log 2^b = 1$  แทน
- 3) ใช้ข้อมูล  $2 \log_2 a = 1$   
และ  $-\log_2 b = 1$  แทน
- 4) ใช้ข้อมูล  $\log_2 a = 1$   
และ  $\log_2 b = 1$  แทน

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

$$1.1) \log_5 2x = \frac{1}{5} \log 2x$$

$$1.2) \log_5 2x = \log_{10} x$$

$$1.3) 2 \log_2 a = 2a \log_2$$

$$1.4) 2^{2x} = 2^2 \cdot 2^x$$

$$1.5) \log x^2 + y^2 = 2 \log x + 2 \log y$$

$$1.6) \log a \pm b = \log a \pm \log b$$

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

$$2.1) 3(2^{2x+1}) = 6^{2x+1}$$

2.2) เขียน  $\log$  โดยไม่มีจำนวนจริงกำกับ

$$2.3) \text{ ถ้า } (0.1)^{3x-1} > (0.1)^{5x-3} \text{ แล้ว } 3x-1 > 5x-3$$

$$2.4) \text{ ถ้า } \log x_1 = \log x_2 \text{ แล้ว } x_1 = x_2$$

$$2.5) (x^m + x^n)^{-1} = x^{-m} + x^{-n}$$

$$2.6) \log x^2 = (\log x)^2$$

$$2.7) 2^x + 2^x = 2^{2x}$$

$$2.8) \log_b a^{-1} = \frac{1}{\log_b a}$$

2.9) เขียนสมการไม่เป็น โดยเขียนในรูป  $= A = B$

$$\text{เช่น } = 3(2^{2x+1}) - 2^x - 2 = 5(2^{2x}) + 4$$

3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

$$3.1) \text{ จาก } \log x = \frac{\log 2}{\log 5 - 1}$$

$$x = \frac{2}{\log 5 - 1}$$

$$3.2) \quad \log \log 4 \quad = \quad \log \log 2^2$$

$$= \log 2 \log 2$$

$$= (\log 2)^2$$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

$$1.1) \quad 10^{10} = 100$$

$$1.2) \quad \log N = -2.5229$$

$$= -2 + 0.5229$$

$$1.3) \quad \sqrt{-4} \cdot \sqrt{-9} = \sqrt{36}$$

2. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

$$2.1) \sqrt{x^2 - y^2} = x - y$$

$$2.2) \quad \text{จาก } \log x = \log_5 2x$$

$$\frac{\log x \cdot \log 5}{\log 2x} = 0$$

$$2.3) \quad \text{จาก } \log x \cdot \log 5 = \log 2x$$

$$\frac{\log 2x}{\log x} = 1$$

$$\log 5$$

3. ขาดความระมัดระวัง เช่น

$$3.1) (2ab)^{-2} = \frac{1}{2a^2 b^2}$$

$$3.2) \text{ จาก } -\log_2 b = -5$$

$$b = 2^5$$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการหรือทำไม่เสร็จ เช่น

$$1.1) \text{ จากโจทย์ จงแก้สมการ } \log x = \log_5 2x$$

นักเรียนหาคำตอบไม่สำเร็จ หาเพียงค่า  $\log x$  เท่านั้น

2. สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี เช่น

$$2.1) 3^{2x} = 3^{2x} \therefore x = 1$$

$$2.2) \left(\frac{5}{8}\right)^{\log x} + \left(\frac{8}{5}\right)^{\log x} = \frac{89}{40}$$

$$= \frac{(5 \times 5) + (8 \times 8)}{8 \times 5}$$

$$= \frac{5}{8} + \frac{8}{5}$$

$$\therefore \log x = 1$$

$$x = 10$$

$$2.3) \log x = 1 - \log(x - 9)$$

$$\log x + \log(x - 9) = 1$$

$$\log x(x - 9) = 1$$

$$x^2 - 9x = 10$$

$$x^2 - 9x - 10 = 0$$

$$(x - 10)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 10, -1$$

โดยนักเรียนไม่ได้คำนึงว่า  $x = -1$  ไม่ได้ เนื่องจาก  $y = \log_a x$  เมื่อ  $a > 0$  และ  $a \neq 1$

เป็นฟังก์ชันจากจำนวนจริงบวกไปจำนวนจริง

### สาระการเรียนรู้เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติและการประยุกต์

ด้านการตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมีโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 โมโนทัศน์ ดังนี้

1. ไม่ใช้ข้อมูลที่โจทย์กำหนด เช่น

1.1) จากโจทย์ ถ้า  $\frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos 2\theta} = 1$  จงหาเซตคำตอบของมุม  $0 < \theta \leq 2\pi$

แต่นักเรียนใช้ข้อมูล  $\cos \theta - \sin \theta = 1$  แทน

หรือละเลยเงื่อนไขของข้อมูลที่กำหนดให้หาค่าของ  $0 < \theta \leq 2\pi$

2. กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้หรือสิ่งที่โจทย์ให้หาผิด เช่น

2.1) ในการแก้สมการ  $\arcsin x = \arccos x$  นักเรียนสมมติตัวแปรตัวเดียวกัน คือให้  $\arcsin x = A$  และ  $\arccos x = A$  ทำให้แก้สมการไม่ได้

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมีโมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 โมโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) จำ  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$  เป็น  $\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C}$

1.2)  $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \sin^2 \theta + \sin 2\theta + \cos^2 \theta$

1.3)  $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

1.4)  $\cos 2\theta = \sin \theta \cos \theta - \sin \theta \cos \theta$

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

2.1) ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับช่องที่เพิ่มและลดของฟังก์ชัน  $\tan$  คือ นักเรียนตอบว่า กราฟของฟังก์ชัน  $\tan$  จะเพิ่มในช่วงควอดรันต์ที่ 1 กับ 2 และจะลดในช่วงควอดรันต์ที่ 3 กับ 4

2.2) ถ้า  $\sin x_1 = \sin x_2$  แล้ว  $x_1 = x_2$

2.3) อินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติเป็นฟังก์ชัน ซึ่งไม่เป็นจริงเสมอไป แต่ถ้ากำหนดโดเมนให้เหมาะสมอินเวอร์สจะเป็นฟังก์ชัน

$$2.4) \cos \frac{A}{2} = \frac{\cos A}{2}$$

$$2.5) \cos A^2 = \cos^2 A$$

$$2.6) \text{ จาก } -1 \leq \sin \theta \leq 1$$

$$\text{ดังนั้น } -3 \leq \sin 3\theta \leq 3$$

2.7) อินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติจะใช้ arc นำหน้าได้เสมอ แต่ในความเป็นจริง อินเวอร์สของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ไม่เป็นฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ไม่เป็นฟังก์ชันจะไม่ใช้ arc นำหน้า

2.8) เขียนแทน  $\cos \theta$  ด้วย  $\cos$  และเขียนแทน  $\sin \theta$  ด้วย  $\sin$

3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ ไม่ถูกต้อง เช่น

$$3.1) \text{ จากโจทย์ จงหาค่าของ } \frac{\cos^2 \frac{5\pi}{12} + \sin^2 \frac{5\pi}{6} + \sin^2 \frac{5\pi}{12} + \cos^2 \frac{7\pi}{6}}{3 \sin \frac{25\pi}{6} - 3 \tan \frac{13\pi}{4} + 2 \cos \frac{19\pi}{3}}$$

นักเรียนไม่สามารถนำนิยาม  $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$  มาประยุกต์ใช้กับ

$$\sin^2 \frac{5\pi}{12} + \cos^2 \frac{5\pi}{12} \text{ ได้อย่างถูกต้อง}$$

3.2) นักเรียนไม่สามารถนำค่าของ  $\sin^3 \theta$  มาประยุกต์ใช้ในการแก้สมการ

$$4 \sin^3 x = \sin x$$

$$4 \sin^2 x = 1$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \sin x = \pm \frac{1}{2}$$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

$$1.1) \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

2. ขาดความระมัดระวัง เช่น

$$2.1) \text{ เขียนตก จาก } \frac{2 \sin \theta \cos^2 \theta}{\sin \theta - \sin \theta \cos \theta}$$

$$\text{เป็น } \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{\sin \theta - \sin \theta \cos \theta}$$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการหรือทำไม่เสร็จ เช่น

1.1) จากโจทย์ จงหาเซตคำตอบของสมการต่อไปนี้

$$1) \quad \cos x + 1 = \sin^2 x \quad \text{เมื่อ } 0 \leq x \leq 2\pi$$

$$2) \quad 3 \sec^2 x = 2 \tan x + 4 \quad \text{เมื่อ } 0^\circ \leq x \leq 360^\circ$$

นักเรียนหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการ ดังนี้

1.1.1 โจทย์สั่งให้แก้สมการ แต่นักเรียนพิสูจน์เอกลักษณ์แทน

1.1.2 โจทย์ต้องการคำตอบในหน่วยเรเดียน นักเรียนตอบในหน่วยองศา

1.1.3 โจทย์ต้องการคำตอบในหน่วยองศา นักเรียนตอบในหน่วยเรเดียน

1.2) จากโจทย์ ถ้า  $\frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos 2\theta} = 1$  จงหาเซตคำตอบของมุม  $0 < \theta \leq 2\pi$

แต่นักเรียนหาคำตอบที่โจทย์ไม่ต้องการ ได้แก่

หาค่าของ  $\cos 2\theta$  เมื่อ  $0 < \theta \leq 2\pi$

2. สรุปผลไม่ถูกต้อง หรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี

$$2.1) \quad \tan x \sin x + \tan x = 0$$

$$\tan x (\sin x + 1) = 0$$

$$\text{ได้ } \sin x = -1 \quad \text{หรือ} \quad \tan x = 0$$

$$x = \frac{3\pi}{2} \quad \text{หรือ} \quad x = 0, \pi$$

คำตอบคือ  $\{0, \frac{3\pi}{2}, \pi\}$  แต่นักเรียนไม่ได้คำนึงว่า เมื่อ  $x = \frac{3\pi}{2}$  จะหาค่า  $\tan x$

ไม่ได้

3. ไม่สรุปคำตอบให้เป็นผลสำเร็จทางคณิตศาสตร์

นักเรียน เขียนคำตอบไม่ถูกต้องตามหลักของเรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ดังนี้

$$3.1) \quad \left\{ x \mid x = \frac{\pi}{2}, \dots, \frac{3\pi}{2} \right\}$$

### สาระการเรียนรู้เรื่อง ลำดับและอนุกรม

ด้านดีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

1.1) นักเรียนดีความคำว่าระหว่าง 200 และ 1704 เป็นตั้งแต่ 200 ถึง 1704 คือ รวม 200 กับ 1704 เข้าไปด้วย

1.2) โจทย์กำหนดพจน์ที่ 24 ของลำดับเลขคณิตเท่ากับ 55 นักเรียนเปลี่ยนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ว่า  $24 = a_1 + (24-1)d$

1.3) จากโจทย์ เมื่อนำจำนวนหนึ่งไปบวกกันแต่ละจำนวนต่อไปนี้ คือ 1, 16 และ 106 ตามลำดับแล้ว ผลที่ได้จะเป็น 3 พจน์เรียงกันในลำดับเรขาคณิต จงหาผลบวกของทั้ง 3 พจน์เรียงกันในลำดับเรขาคณิต จงหาผลบวกของทั้ง 3 พจน์นี้

นักเรียนดีความผิด ดังนี้

1. ดีความหมายเป็น เมื่อนำจำนวนหนึ่งไปบวกกับแต่ละจำนวนต่อไปนี้ คือ 1, 16, 106 ตามลำดับแล้ว จะได้ผลบวกเป็น 3

$$\begin{aligned} 2. \text{ ดีความหมายความ} \quad a_1 &= 1 + x \\ a_2 &= 16 + x \\ a_3 &= 106 + x \end{aligned}$$

เมื่อ  $x$  แทนจำนวนนั้น ๆ

3. ดีความหมายว่า จำนวนนั้น ๆ คือ ค่าของ  $r$  ในลำดับเรขาคณิต

2. นำข้อมูลที่ผิดหรือโจทย์ไม่กำหนดมาใช้ในการคำนวณ เช่น

2.1) ลมทำให้วัตถุชนิดหนึ่งเคลื่อนที่ไปในทางตรง โดยที่แต่ละวินาทีวัตถุจะเคลื่อนที่ได้ครึ่งหนึ่งของระยะทางที่วัตถุนั้นเคลื่อนที่ได้ในวินาทีก่อนหน้านั้น ถ้าในวินาทีแรกวัตถุเคลื่อนที่ได้ 10 เมตร วัตถุจะเคลื่อนที่ได้ทางทั้งสิ้นเท่าใด จนกระทั่งวัตถุหยุดนิ่ง

นักเรียนใช้ข้อมูลที่ผิดในการคำนวณ คือ แทนค่าอัตราส่วนร่วมด้วย  $\frac{5}{2}$

3. ไม่ใช้ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ เช่น

3.1) จากโจทย์ เมื่อนำจำนวนหนึ่งไปบวกกับแต่ละจำนวนต่อไปนี้ คือ 1, 16 และ 106 ตามลำดับแล้ว ผลที่ได้จะเป็น 3 พจน์เรียงกัน ในลำดับเรขาคณิต จงหาผลบวกของทั้ง 3 พจน์นี้

นักเรียนไม่ใช้ข้อมูลที่โจทย์กำหนด แต่ใช้ข้อมูลว่า 1, 16 และ 106 เป็น 3 พจน์ เรียงกันในลำดับเรขาคณิต แทน

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) จำนิยามของอัตราส่วนร่วมผิด ดังนี้

ให้ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่ง เช่น 54, -18, 6 ... นักเรียนตอบว่าอัตราส่วนร่วม คือ

$$-3 = \frac{54}{-18} \text{ เพราะหาอัตราส่วนร่วมจากอัตราส่วนของพจน์ที่ } n \text{ ต่อพจน์ที่ } n+1$$

1.2) จำสูตรพจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตผิดโดยจำเป็น  $a_n = a_1 r^{n+1}$ ,  $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$, a_n = a_1 r^n, a_n = \frac{a_1 + (r^n - 1)}{r - 1}$$

1.3) จำสูตรพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิตผิด โดยจำเป็น

$$a_n = a_1 + r^{n+1} \qquad a_n = a_1 + (n+1)d$$

$$a_n = a_1 r^{n+1} \qquad a_n = a_1 + nd$$

$$d = \frac{b - a}{n + 1} \qquad a_n = a_1 + (n-1)r$$

1.4) จำสูตรผลบวกอนุกรมถึงพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิตผิดโดยจำเป็น

$$S_n = \frac{a_1 (1 - r^n)}{1 - r}$$

$$S_n = \frac{n}{2} (n+1)(2n+1)$$

$$S_n = a_1 + (n-1)d$$

$$S_n = n (a_1 + a_n)$$



$$S_n = a_1 + (n-1)d_1 + \frac{(n-1)(n-2)d}{2!}$$

1.5) จำพหุคูณของลิมิตผิด โดยจำเป็น  $\lim_{n \rightarrow \infty} n = 0$

1.6) จำสูตรผลบวกอนุกรมถึงพจน์ที่  $n$  ของลำดับเรขาคณิตผิด โดยจำเป็น

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

$$S_n = \frac{a_1}{1-r}$$

$$S_n = \frac{a_1}{1-r}$$

$$S_n = \frac{a_1}{r-1}$$

1.7) จำสูตรของ  $\Sigma$  ผิด โดยจำเป็น

$$\sum_{i=1}^n c = c \quad \text{เมื่อ } c \text{ เป็นค่าคงตัวใดๆ}$$

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

2.1) แทนผลบวก 20 พจน์ของอนุกรมด้วยสัญลักษณ์  $\Sigma a_n$

2.2) เขียนสัญลักษณ์  $\Sigma$  โดยไม่มีจำนวนหรือพจน์ทั่วไปกำกับ

$$\text{เช่น } \sum_{n=1}^{20} = 4n^2 - 4n + 1$$

3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

3.1) ประยุกต์ใช้ข้อมูลกับสูตรพจน์ที่  $n$  ของลำดับเลขคณิตผิด ดังนี้

จากโจทย์ จงหาพจน์แรกและผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต เมื่อ  $a_5 = 17$  และ

$a_{24} = 55$  นักเรียนทำได้ดังนี้

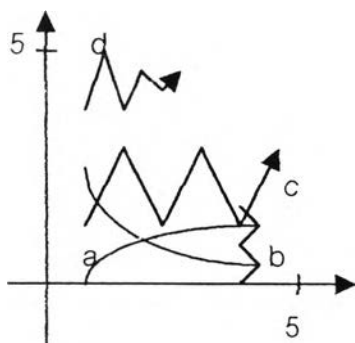
$$17 = a_4 + d \quad \therefore d = a_4 - 17$$

$$\text{จาก } a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$55 = a_1 + (n-1)(a_4 - 17)$$

$$\therefore a_1 = 55 + (n-1)(a_4 - 17)$$

3.2) ไม่สามารถประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องลำดับโดเวอร์เจนต์ในการอ่านกราฟที่กำหนดให้ได้ ดังนี้



กราฟเส้นใด เป็นกราฟของลำดับ  
ที่เป็นลำดับไดเวอร์เจนต์  
คำตอบที่ถูกคือ c  
แต่นักเรียนตอบว่า a, b, d

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 โมทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

$$1.1) \left(\frac{1}{2^{-2}}\right)^2 = \frac{1}{8}$$

2. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

$$2.1) \quad 2 = a_1 r^2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{1}{2^{25}} = a_1 r^{15} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$(1)-(2) \quad 2-2^{-25} = r^2 - r^{15}$$

$$2^{26} = r^{13}$$

$$\frac{1}{4} = r$$

3. ขาดความระมัดระวัง เช่น

3.1) ขาดความระมัดระวังในการเขียนค่าของ  $\Sigma$  ดังนี้

แทนค่า  $\sum_{i=1}^n i^3$ ,  $\sum_{i=1}^n i$ ,  $\sum_{i=1}^n c$  ได้ถูกต้อง แต่บรรทัด ต่อมา

ลืมเขียนตัวส่วน ดังนี้

$$\sum_{i=1}^n (i^3 - 5i + 2) = \sum_{i=1}^n i^3 - 5 \sum_{i=1}^n i + \sum_{i=1}^n 2$$

$$= \left[\frac{n}{2}(n+1)\right]^2 - 5\left[\frac{n(n+1)}{2}\right] + 2n$$

$$= n^2(n^2+2n+1) - 5(n^2+n) + 2n$$

$$= n^4 + 2n^3 + n^2 - 5n^2 - 5n + 2n$$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการหรือไม่เสร็จ เช่น
  - 1.1) จากโจทย์ ถ้า  $P + 5, 19, 8-2P, \dots$  เป็นลำดับเลขคณิต จงหาพจน์แรกของลำดับเลขคณิตนี้ แต่นักเรียนหาค่า  $P$  แทนที่จะหาพจน์แรกของลำดับเลขคณิต
  - 1.2) จงหาพจน์แรกและผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิต เมื่อ  $a_5 = 17$  และ  $a_{24} = 55$  นักเรียนเขียนเพียงแต่สมการ

$$17 = a_1 + 4d \quad \dots(1)$$

$$192 = a_1 + 23d \quad \dots(2)$$

โดยไม่คำนวณหาค่า  $a_1$  หรือ  $d$

2. ไม่สรุปคำตอบให้เป็นผลสำเร็จตามหลักคณิตศาสตร์ เช่น

$$2.1) \text{ นักเรียนคำนวณคำตอบได้ } \frac{n}{2} (n + 1) \left[ \frac{n}{2} (n + 1) - 5 + 2n \right]$$

แล้วตอบเพียงแค่นี้ โดยไม่ยอมตอบคำตอบที่เป็นผลสำเร็จ

- 2.2) นักเรียนตอบเมื่อยังไม่เป็นผลสำเร็จ เช่น ตอบ  $120 + 480$  เซนติเมตร โดยไม่ทำการบวกกันให้เรียบร้อยก่อน

### สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

#### สาระการเรียนรู้เรื่อง ความน่าจะเป็น

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

1.1) นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานในนิยามของแฟคทอเรียล  $n$  ทำให้หาคำตอบของสมการแฟคทอเรียลผิด ดังนี้

$$\text{จากโจทย์ จงหาค่าของ } a \text{ ของสมการ } \frac{a!}{(a-10)!10!} = \frac{a!}{(a-8)!8!}$$

นักเรียนแสดงวิธีทำ ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{(a-8)!8!}{(a-10)!10!} &= \frac{a!}{a!} \\ (a-8)(a-9) &= 90 \\ a^2-17a+72 &= 90 \\ a^2-17a-18 &= 0 \\ (a-18)(a+1) &= 0 \\ \therefore a &= 18, -1 \end{aligned}$$

ฉะนั้นคำตอบคือ  $a = 18$  เนื่องจากตามนิยามของแฟคทอเรียล  $a$  ต้องเป็นจำนวนเต็มบวกเท่านั้น แต่นักเรียนตอบว่า  $a = 18, -1$  เนื่องจากขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับนิยาม

1.2) นักเรียนเข้าใจว่า  $C_{n,r}$  กับ  $\binom{n}{r}$  แตกต่างกัน

2. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

2.1) ในการกระทำใด ๆ ของเรื่องวิธีจัดหมู่ ถ้าสามารถเลือกกระทำได้มากกว่า 1 ทาง นักเรียนวิเคราะห์ไม่ได้ว่า เมื่อใดจะนำจำนวนวิธีในการกระทำมาบวกกันหรือเมื่อใดจะนำจำนวนวิธีการในการกระทำมาคูณกัน ดังนี้

จากโจทย์ จะมีวิธีสุ่มหยิบลูกบอล 3 ลูกจากกล่องหีบ ซึ่งมีลูกบอลสีแดง 5 ลูก สีขาว 4 ลูก และสีดำ 3 ลูก ได้กี่วิธี ถ้าให้มีสีแดง 2 ลูก และอีก 1 ลูกเป็นสีอื่น วิธีที่ถูกต้องมีประโยคสัญลักษณ์ คือ  $[5C_2 \times 4C_1] + [5C_2 \times 3C_1]$  แต่นักเรียนไม่สามารถพิจารณาได้ว่าเมื่อไรใช้บวก เมื่อไรใช้คูณ

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

1.1) นักเรียนตอบว่า  $n-3$  มากกว่า  $n-1$  เนื่องจาก ตัวเลข 3 มากกว่าตัวเลข 1

**สาระการเรียนรู้เรื่อง สถิติเบื้องต้น**

ด้านการใช้ทฤษฎี บท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

1.1) เมื่อนำค่าคงตัว  $k$  ไปคูณข้อมูลแต่ละตัวในข้อมูลชุดหนึ่ง ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดใหม่ มีค่า  $k$  เท่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดเดิม

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

2.1) ถ้าข้อมูลชุดใดชุดหนึ่งมีพิสัยเป็น 0 แสดงว่าข้อมูลทุกตัวเป็น 0 ซึ่งไม่จริง เพราะถ้าพิสัยเป็น 0 อาจเป็นไปได้ว่าข้อมูลทุกตัวมีค่าเท่ากันโดยไม่เท่ากับ 0

2.2) ความแปรปรวนของข้อมูลชุดใด, มีค่ามากกว่า ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดนั้น ๆ เสมอ ( $S^2 > S$ ) ซึ่งไม่จริง เพราะถ้า  $S = 0.1$  จะได้  $S^2 = 0.01$

2.3) ข้อความ "นักเรียน 5 คนแต่ละคนใส่รองเท้าเบอร์ 3" เป็นข้อมูลเชิงปริมาณ

3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

3.1) กำหนดอันตรภาคชั้น แบบช่วงเปิดให้ ไม่สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ )

มัธยฐาน และฐานนิยมได้ ซึ่งจริง ๆ แล้ว เฉพาะค่าเฉลี่ยเลขคณิต ( $\bar{x}$ ) เท่านั้นที่หาไม่ได้

## ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

จากการสังเคราะห์งานวิจัย พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในสาระที่ 4 พีชคณิต สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และสาระเพิ่มเติม (แคลคูลัส วิทยาศาสตร์) ดังนี้

### สาระที่ 4 พีชคณิต

#### สาระการเรียนรู้เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น

ด้านดีความจากใจทย์ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น

$$1.1) \quad 2x + 5y \geq 1200$$

เมื่อ  $x$  แทน จำนวนกระป๋องของอาหารชนิดที่ 1 ซึ่งมี 2 ระดับ

เมื่อ  $y$  แทน จำนวนกระป๋องของอาหารชนิดที่ 2 ซึ่งมี 5 ระดับ

และ 1,200 คือ จำนวนเงิน

ซึ่งสมการที่นักเรียนเขียนนั้นไม่ถูกต้อง เพราะเป็นการเปรียบเทียบจำนวนกระป๋องกับจำนวนเงิน

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

1.1) ค่ามากที่สุด หรือ น้อยสุดของสมการจุดประสงค์ต้องมาจากค่าของตัวแปรจากจุดมุมของกราฟที่ได้จากสมการข้อจำกัดเท่านั้น

1.2) ค่ามากที่สุดและค่าน้อยสุดของสมการจุดประสงค์จะเกิดขึ้นพร้อมกันไม่ได้

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักพีชคณิต เช่น

1.1) จาก  $|x + 1| \leq 3$  ได้  $-3 \leq x \leq 3$

### สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

#### สาระการเรียนรู้เรื่อง การแจกแจงปกติ

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

1.1) ข้อมูลชุดหนึ่งมี 20 จำนวน ผลรวมของค่ามาตรฐานของข้อมูล 19 จำนวน คือ 1.5 หากค่ามาตรฐานของข้อมูลอีกหนึ่งจำนวนที่เหลือไม่ได้ เพราะขาดความเข้าใจพื้นฐานว่า ผลรวมของค่ามาตรฐานของข้อมูลใด ๆ มีค่าเป็นศูนย์

2. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

2.1) เมื่อกำหนดจำนวนข้อมูลทั้งหมดมาให้ เพื่อให้หาจำนวนข้อมูลที่มีคะแนนอยู่ในช่วงคะแนนที่ต้องการจากโค้งปกติมาตรฐาน นักเรียนจะนำพื้นที่ใต้ช่วงคะแนนดังกล่าวคูณ 100 เสมอ ซึ่งจริง ๆ แล้วต้องคูณด้วยจำนวนข้อมูลทั้งหมด

#### สาระการเรียนรู้เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

1.1) ค่าควอไทล์ที่ 3 มีค่าเท่ากับ 3 เท่าของค่าควอไทล์ที่ 1 ( $Q_3 = 3Q_1$ )

1.2) กำหนดข้อมูล 2, 2, 3, 5, 7

$$\text{ได้ } Q_3 = \frac{3(5+1)}{4} = 4.5$$

ซึ่งที่ถูกต้องแล้ว การใช้สูตร  $Q_k = \frac{k(N+1)}{4}$  เป็นการหาตำแหน่งของ  $Q_k$  เท่านั้น ต้องนำ

ตำแหน่งที่ได้เปรียบเทียบหาค่าต่อไป

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 โมทัศน์ดังนี้

1. สรุปผลไม่ถูกต้องหรือสรุปผลไม่ครบทุกกรณี เช่น
  - 1.1) สัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ของข้อมูลชุดที่ 1 และชุดที่ 2 มีค่า 0.75 และ 0.35 ตามลำดับ แสดงว่า ข้อมูลชุดที่ 1 มีการกระจายดีกว่าข้อมูลชุดที่ 2

### สาระเพิ่มเติม (แคลคูลัส วิทยุคณิศ)

#### สาระการเรียนรู้เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น

ด้านตีความจากโจทย์ พบว่านักเรียนมีมีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 โมทัศน์ ดังนี้

1. เปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง เช่น
  - 1.1) จากโจทย์ สวนส้มสี่ทงสวนหนึ่งปลูกส้มไร่ละ 50 ต้น ซึ่งจะให้ผลโดยเฉลี่ยต้นละ 600 ผล ถ้าเจ้าของสวนปลูกส้มเพิ่มขึ้นอีกจะทำให้ต้นที่ปลูกอยู่เดิมให้ผลเฉลี่ยลดลงต้นละ 10 ผลต่อส้มทุก ๆ ต้นที่ปลูกเพิ่มขึ้น

ถ้าให้  $x$  แทนจำนวนต้นส้มที่ปลูกเพิ่มขึ้นในพื้นที่หนึ่งไร่

และให้  $y$  แทนจำนวนผลส้มที่เก็บได้ทั้งหมดในพื้นที่หนึ่งไร่

แล้วจะเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง  $x$  และ  $y$  เป็นอย่างไร

นักเรียนตอบว่า  $x = \frac{600}{50}y$

2. ไม่ใช่ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ เช่น

2.1) จากโจทย์ ให้อนุพันธ์ของ  $f$  คือ  $4x^3 + 1$  และเส้นตรง  $y = x + 1$  สัมผัสกับเส้นโค้ง

$y = f(x)$  ที่จุด  $x = 0$  จงหาสมการของ  $f(x)$

นักเรียนไม่ใช่ข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ใช้ข้อมูล  $f(x) = 4x^3 + 1$  แทน

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมีโมทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

2 โมทัศน์ ดังนี้



1. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

1.1) เข้าใจว่า  $y' = \frac{1}{y}$

1.2) นักเรียนใช้สัญลักษณ์ไม่สัมพันธ์กัน เช่น

$$\text{จาก } f(x) = x^4$$

$$\text{ได้ } \frac{dy}{dx} = 4x^3 + c$$

2. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง

2.1) จาก  $f(x) = 100x - 4x$

$$\text{ได้ } f'(x) = 200 - 2x$$

2.2) จาก  $f'(x) = 4x^3 + 1$

$$\text{ได้ } f(x) = 12x^2$$

ด้านการคิดคำนวณ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 1 มโนทัศน์ ดังนี้

1. ขาดทักษะในหลักเลขคณิตเบื้องต้น เช่น

1.1)  $600 \times 5 = 30000$

ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 2 มโนทัศน์ดังนี้

1. ไม่หาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการหรือไม่เสร็จ เช่น

1.1) จากโจทย์ ถ้า  $y = x^3 - 2x^2 + 3$  เป็นสมการของเส้นโค้ง จงหาสมการของเส้นตรงที่

ตั้งฉากกับเส้นสัมผัสเส้นโค้งนี้ ณ จุด (2, 3)

แต่นักเรียนหาคำตอบที่โจทย์ไม่ต้องการ ดังนี้

หาสมการของเส้นตรงที่สัมผัสเส้นโค้ง ณ จุด (2, 3)

หาค่าอนุพันธ์ของ  $x$

หาความชันของเส้นโค้ง ณ จุด (2, 3)

2. สรุปลงไม่ถูกต้องหรือสรุปลงไม่ครบทุกกรณี เช่น

2.1) จากโจทย์ สวนส้มสีทองสวนหนึ่งปลูกส้มไร่ละ 50 ต้น ซึ่งจะให้ผลโดยเฉลี่ยต้นละ 600 ผล ถ้าเจ้าของสวนปลูกส้มเพิ่มขึ้นอีกจะทำให้ต้นที่ปลูกอยู่เดิมให้ผลเฉลี่ยลดลงต้นละ 10 ผล ต่อส้มทุก ๆ ต้นที่ปลูกเพิ่มขึ้น

จงหาว่าเขาควรที่จะปลูกส้มกี่ต้นต่อไร่เพื่อให้ได้ผลมากที่สุดและผลมากที่สุดเป็นเท่าไร

ให้  $x$  แทนจำนวนต้นส้มที่ปลูกเพิ่มขึ้นในพื้นที่หนึ่งไร่

และ  $y$  แทนจำนวนผลส้มที่เก็บได้ทั้งหมดในพื้นที่หนึ่งไร่

นักเรียนหาค่า  $x$  ได้เท่ากับ 5 แล้วตอบว่า ควรปลูกส้ม 5 ต้นต่อไร่ โดยไม่ได้ดูว่าค่า  $x$  เป็นตัวแปรแทนจำนวนต้นส้มที่ปลูกเพิ่มขึ้นในพื้นที่หนึ่งไร่

### สาระการเรียนรู้เรื่อง ลำดับและอนุกรมอนันต์

ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ พบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 3 มโนทัศน์ ดังนี้

1. จำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติผิด เช่น

$$1.1) \quad S_{\infty} = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

2. ขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ เช่น

2.1) ไม่เขียน + .... ต่อท้ายอนุกรมอนันต์

2.2) เขียนสัญลักษณ์แทนผลบวกของอนุกรมอนันต์ผิด ดังนี้

เขียนแทนด้วย  $S_1$  หรือ  $S_n$  หรือ  $S_x$

3. ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติไม่ถูกต้อง เช่น

$$3.1) \quad \text{จาก } \frac{3}{10} + \frac{54}{100} + \frac{54}{1000} + \dots$$

$$= \frac{30}{100}$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{1}{10}}$$

จากการสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชา  
คณิตศาสตร์ตั้งแต่ พ.ศ.2521 ถึง พ.ศ. 2546 จำนวน 58 เล่มโดยใช้แบบสรุปราย  
ละเอียดของงานวิจัย สามารถสรุปมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละช่วงชั้นจำแนกตาม  
สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และด้านของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังรายละเอียดใน  
ตารางที่ 5 - 8

ตารางที่ 5 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในช่วงชั้นที่ 1 จำแนกตามสาระการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์และด้านของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ด้าน / สาระการเรียนรู้	ด้านการตี ความจาก โจทย์	ด้านการใช้ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และ สมบัติ	ด้านการคิด คำนวณ	ด้านการ ตรวจสอบ การแก้ ปัญหา
ป.1 - การบวกและการลบจำนวน ที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 100	/		/	
ป.2 - จำนวนนับไม่เกิน 1000 - การบวกและการลบจำนวน ที่มีผลลัพธ์และตัวตั้งไม่เกิน 1000	/		/	
- การคูณจำนวนนับ	/	/	/	/
- การหารจำนวนนับ			/	
ป.3 - เวลา	/	/		

หมายเหตุ / หมายถึง ด้านที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละสาระ  
การเรียนรู้คณิตศาสตร์

จากตารางที่ 5 พบว่าในช่วงชั้นที่ 1 นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 4 ด้าน  
ที่ทำการศึกษา คือ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และ  
สมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา

ตารางที่ 6 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในช่วงชั้นที่ 2 จำแนกตามสาระการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์และด้านของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ด้าน / สาระการเรียนรู้	ด้านการตีความจาก โจทย์	ด้านการใช้ทฤษฎี บท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ	ด้านการ คิด คำนวณ	ด้านการ ตรวจสอบ การแก้ ปัญหา
ป.4				
- การบวกและการลบจำนวนนับ	/			
- การคูณจำนวนนับ	/	/	/	
- การหารจำนวนนับ	/			
- การบวก ลบ คูณ หารระคน	/			
- เศษส่วน	/	/	/	
- เวลา	/			
- เงิน	/			
- การวัด	/			
ป. 5				
- การบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนนับ	/	/	/	/
- การบวก การลบ การคูณ การหารเศษส่วน	/	/	/	/
- การบวก การลบ การคูณทศนิยม	/		/	/
- บทประยุกต์	/			
ป. 6				
- จำนวนนับและการบวก การลบ การคูณ การหารจำนวนนับ		/	/	
- เศษส่วนและการบวก การลบ การคูณ การหารเศษส่วน			/	
- การหารทศนิยม	/		/	
- บทประยุกต์	/	/	/	/
- ตัวประกอบของจำนวนนับ		/		
- สมการและการแก้สมการ		/	/	

หมายเหตุ / หมายถึง ด้านที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละสาระ  
การเรียนรู้คณิตศาสตร์

จากตารางที่ 6 พบว่าในช่วงชั้นที่ 2 นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 4 ด้าน  
ที่ทำการศึกษา คือ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และ  
สมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา

ตารางที่ 7 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในช่วงชั้นที่ 3 จำแนกตามสาระการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์และด้านของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ด้าน / สาระการเรียนรู้	ด้านการตีความจาก โจทย์	ด้านการใช้ทฤษฎี บท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ	ด้านการ คิด คำนวณ	ด้านการ ตรวจสอบ การแก้ ปัญหา
ม. 1				
- จำนวนเต็ม		/	/	
- เลขยกกำลัง		/	/	
- เศษส่วนและทศนิยม	/	/	/	/
- ห.ร.ม. และ ค.ร.น.		/		
- สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	/	/	/	/
- พหุนาม		/	/	
ม.2				
- อัตราส่วนและร้อยละ	/	/	/	/
- ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง		/	/	
- การวัด	/	/	/	/
- เส้นขนาน		/		
- ทฤษฎีบทพีทาโกรัส		/	/	
- สมการกำลังสองตัวแปรเดียว	/	/	/	/
- การแยกตัวประกอบพหุนามดีกรีสอง		/	/	
- การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	/	/	/	/
ม. 3				
- กรณฑ์ที่สอง		/	/	
- ปริมาตรและพื้นที่ผิว		/	/	
- ความคล้าย		/		
- อสมการ	/	/	/	
- ระบบสมการเชิงเส้น	/	/	/	/
- ระบบสมการ	/	/	/	/
- สมการกำลังสอง	/	/	/	
- การแยกตัวประกอบพหุนาม		/	/	/

หมายเหตุ / หมายถึง ด้านที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละสาระ  
การเรียนรู้คณิตศาสตร์

จากตารางที่ 7 พบว่าในช่วงชั้นที่ 3 นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 4 ด้าน  
ที่ทำการศึกษา คือ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และ  
สมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา

ตารางที่ 8 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในช่วงชั้นที่ 4 จำแนกตามสาระการเรียนรู้  
คณิตศาสตร์และด้านของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ด้าน / สาระการเรียนรู้	ด้านการตีความจาก โจทย์	ด้านการใช้ทฤษฎี บท กฏ สูตร นิยาม และสมบัติ	ด้านการ คิด คำนวณ	ด้านการ ตรวจสอบ การแก้ ปัญหา
ม. 4				
- ระบบจำนวนจริง	/	/	/	/
- เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวน ตรรกยะ		/	/	/
- อัตราส่วนตรีโกณมิติและการนำไปใช้		/	/	/
- เรขาคณิตวิเคราะห์	/	/	/	/
- เซต		/		
- ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน	/	/	/	/
- ฟังก์ชัน	/	/	/	/
- เมทริกซ์และดีเทอร์มิแนนต์		/	/	
ม. 5				
- จำนวนเชิงซ้อน	/	/	/	/
- เวกเตอร์ในสามมิติ	/	/	/	/
- ฟังก์ชันเอกโปเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม	/	/	/	/
- ฟังก์ชันตรีโกณมิติและการประยุกต์	/	/	/	/
- ลำดับและอนุกรม	/	/	/	/
- สถิติเบื้องต้น		/		
- ความน่าจะเป็น		/	/	
ม. 6				
- กำหนดการเชิงเส้น	/	/	/	
- การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น		/		/
- การแจกแจงปกติ		/		
- ลำดับและอนุกรมอนันต์		/		
- แคลคูลัสเบื้องต้น	/	/	/	/

หมายเหตุ / หมายถึง ด้านที่นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในแต่ละสาระ  
การเรียนรู้คณิตศาสตร์

จากตารางที่ 8 พบว่าในช่วงชั้นที่ 4 นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 4 ด้าน  
ที่ทำการศึกษา คือ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฏ สูตร นิยาม และ  
สมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา