การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบถดถอยพหุนาม

นายสมลักษณ์ ศิริชื่นวิจิตร

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาสถิติศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาสถิติ ภาควิชาสถิติ
คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2548

ISBN 974-53-2729-8

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A COMPARISION ON PARAMETERS - ESTIMATION OF POLYNOMIAL REGRESSION MODEL

Mr. Somlak Sirichuanwijit

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science Program in Statistics

Department of Statistics

Faculty of Commerce and Accountancy

Chulalongkorn University

Academic Year 2005

ISBN 974-53-2729-8

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบถดถอยพหุนาม
โดย	นายสมลักษณ์ ศิริชื่นวิจิตร
สาขาวิชา	สถิติ
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร

คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ดนุชา คุณพนิชกิจ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา)

..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร)

..... กรรมการ
(อาจารย์ ดร.เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์)

สมลักษณ์ ศิริชื่นวิจิตร : การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบถดถอยพหุนาม (A COMPARISION ON PARAMETERS – ESTIMATION OF POLYNOMIAL REGRESSION MODEL) อ. ที่ปรึกษา : รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร , 99 หน้า. ISBN 974-53-2729-8

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ที่จะเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในตัวแบบการวิเคราะห์ความถดถอยพหุนาม โดยจะเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ 3 วิธี ได้แก่ วิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ (Ordinary Least Squares method (OLS)) วิธีริดจ์สามัญ (Ridge Ordinary Least Squares method (ROLS)) วิธีริดจ์ที่มีค่าสัมบูรณ์น้อยสุด (Ridge Least Absolute Value method (RLAV)) เกณฑ์การเปรียบเทียบที่ใช้คือค่าเฉลี่ยรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Average Root Mean Squares Error (AMSE)) และใช้อัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสอง (Ratio of Different Average Root Mean Squares Error (DIFF)) เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพ การแจกแจงของความคลาดเคลื่อนสุ่มในตัวแปรตามที่ศึกษาคือการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย 0 และความแปรปรวนเป็น 4, 6, 8 และ 10 ส่วนการแจกแจงของตัวแปรอิสระที่ศึกษาคือการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย 5 และความแปรปรวนเป็น 4 ขนาดตัวอย่างที่ใช้คือ 15, 30, 60, 120 และ 240 และกำลังสูงสุดของตัวแปรอิสระที่ใช้สำหรับการสร้างตัวแปรตามในตัวแบบถดถอยพหุนาม (MB) คือ 2, 3, 4, 5 และ 6 ข้อมูลที่ใช้ในการวิจัยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์จำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โลกระทำซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ ซึ่งผลการวิจัยสรุปได้ดังนี้

ค่าเฉลี่ยรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสอง (AMSE) แปรผันตามปัจจัยต่อไปนี้เรียงลำดับจากมากไปหาน้อย ได้แก่ กำลังสูงสุดของตัวแปรอิสระที่ใช้สำหรับสร้างตัวแปรตามในตัวแบบถดถอยพหุนาม (MB)และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสุ่มในตัวแปรตาม (σ^2) แต่ AMSE แปรผกผันกับขนาดตัวอย่างซึ่งอิทธิพลของปัจจัยดังกล่าวเป็นดังนี้

1. **กรณีขนาดตัวอย่างมีค่าน้อย** ($n \leq 30$)

ทุกเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรอิสระที่ใช้สำหรับสร้างตัวแปรตามในตัวแบบถดถอยพหุนาม (MB) วิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดคือ RLAV รองมาคือ ROLS และOLS ตามลำดับ ทุกความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ_ε^2)

2. **กรณีขนาดตัวอย่างมีค่าปานกลาง** ($n = 60$)

กรณีเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรอิสระที่ใช้สำหรับสร้างตัวแปรตามในตัวแบบถดถอยพหุนามมีค่าน้อย ($MB \leq 3$) และความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีขนาดน้อย ($\sigma_\varepsilon^2 \leq 6$) พบว่าประสิทธิภาพของตัวประมาณ OLS ต่างจาก RLAV ไม่ถึงหนึ่งเท่า ดังนั้นวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมในกรณีนี้คือ OLS ส่วนกรณีอื่น ๆ วิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดได้แก่ RLAV รองมาคือ ROLS และ OLS ตามลำดับ สำหรับทุกความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ_ε^2)

3. **กรณีขนาดตัวอย่างมีค่าค่อนข้างมาก** ($n = 120$)

กรณีเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรอิสระที่ใช้สำหรับสร้างตัวแปรตามในตัวแบบถดถอยพหุนามมีค่าน้อย ($MB \leq 3$) ทุกความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน(σ_ε^2) และเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรอิสระ ($MB = 4$) ความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนมีขนาดน้อย ($\sigma_\varepsilon^2 \leq 6$) พบว่าประสิทธิภาพของ OLS ต่างจาก RLAV ไม่ถึงหนึ่งเท่า ดังนั้นวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมในกรณีนี้คือ OLS ส่วนกรณีอื่น ๆ วิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดคือ RLAV รองมาคือ ROLS และ OLS ตามลำดับ สำหรับทุกความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน (σ_ε^2)

4. **กรณีขนาดตัวอย่างมีค่ามาก** ($n = 240$)

กรณีเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรอิสระที่ใช้สำหรับสร้างตัวแปรตามในตัวแบบถดถอยพหุนามมีค่าน้อยถึงปานกลาง ($MB \leq 4$) และทุกความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อน(σ_ε^2) พบว่าประสิทธิภาพของวิธี OLS ต่างจาก RLAV ไม่ถึงหนึ่งเท่า ดังนั้นวิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมในกรณีนี้คือ OLS ส่วนกรณีที่เลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรอิสระที่ใช้สำหรับสร้างตัวแปรตามในตัวแบบถดถอยพหุนามมีค่ามาก ($MB \geq 5$)วิธีประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดคือ RLAV รองมาคือ ROLS และ OLS ตามลำดับ สำหรับทุกความแปรปรวนของควาคลาดเคลื่อน (σ_ε^2)

ภาควิชา สถิติ ลายมือชื่อนิสิต.....

สาขาวิชา สถิติ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....

ปีการศึกษา 2548

4682452126 : MAJOR STATISTICS

KEY WORD : POLYNOMIAL REGRESSION/ RIDGE LEAST ABSOLUTE VALUE/ LEAST ABSOLUTE VALUE/ RIDGE REGRESSION

SOMLAK SIRICHUANWIJIT : A COMPARISION ON PARAMETERS – ESTIMATION OF POLYNOMIAL REGRESSION.THESIS ADVISOR : ASSOC.PROF.THEERAPORN VERATHAWORN, Ph.D. 99 pp. ISBN 974-53-2729-8

The purpose of this research is to compare the parameter estimator in polynomial regression models by Ordinary least squares method (OLS) , ridge ordinary least squares method (ROLS) and ridge least absolute value method (RLAV). The criterion of comparison is average mean squares error (AMSE) and use ratio of different average mean squares error (DIFF) to compare the efficience of these methods. The distribution of random errors are normal distribution with mean equal to 0 and variance equal to 4, 6, 8 and 10, respectively. The sample sizes used in this study are 15, 30, 60, 120 and 240, respectively, highest degree of independent variables for dependent variable building in model (MB) are 2, 3, 4, 5 and 6,respectively. The data for this experiment are generated through the Monte Carlo simulation technique and repeating 1,000 times for each case. The results of this research are as follow :

The average mean squares error (AMSE) vary with , most to least , respectively, highest degree of independent variables for dependent variable building in model (MB), variance of random errors (σ_ε^2) but AMSE is converse to sample size (n).

1. In case of sample size is low $(n \leq 30)$.

For all MB and all variance of random errors (σ_ε^2) the RLAV method is the best, the ROLS method and the OLS method are secondary method respectively.

2. In case of sample size is medium $(n = 60)$.

If MB is low $(MB \leq 3)$, variance of random errors is low $(\sigma_\varepsilon^2 \leq 6)$, the lowest AMSE is the RLAV method and the highest AMSE is the OLS method but the DIFF is less than one times. Therefore OLS method is suitable. For the other case, the RLAV method is the best, the ROLS method and the OLS method, respectively.

3. In case of sample size is quite more $(n = 120)$.

If MB is low $(MB \leq 3)$, for all variance of random errors (σ_ε^2), and If MB = 4, variance of random errors is low $(\sigma_\varepsilon^2 \leq 6)$, the lowest AMSE is the RLAV method and the highest AMSE is the OLS method but the DIFF is less than one times. Therefore OLS method is suitable. For the other case, the RLAV method is the best, the ROLS method and the OLS method, respectively.

4. In case of sample size is high $(n = 240)$.

If MB is low to medium , for all variance of random errors, the lowest AMSE is the RLAV method and the highest AMSE is the OLS method but the DIFF is less than one times. Therefore OLS method is suitable. If MB is so high $(MB \geq 5)$, for all variance of random errors (σ_ε^2) the RLAV method is the best, the ROLS method and the OLS method, respectively.

Department Statistics Student's signature.....

Field of study Statistics Advisor's signature.....

Academic year 2005

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งจาก รองศาสตราจารย์ ดร.ธีระพร วีระถาวร อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่กรุณาให้คำปรึกษา แนะนำ และแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ เป็นอย่างดีมาโดยตลอด ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง

ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ซึ่งประกอบด้วย อาจารย์ ดร.เสกสรร เกียรติสุไพบูลย์ ที่กรุณาให้คำปรึกษาด้านการสร้างข้อมูลเป็นอย่างดี อีกทั้งได้กรุณาช่วยตรวจและแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น และ รองศาสตราจารย์ ดร.สุพล ดุรงค์วัฒนา ที่ได้กรุณาช่วยตรวจและแก้ไขวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผู้เขียนขอขอบคุณเจ้าหน้าที่ห้องสมุด คณะพาณิชยศาสตร์และการบัญชี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ที่ได้อำนวยความสะดวกในด้านตำราซึ่งใช้ค้นคว้าประกอบการทำวิทยานิพนธ์ และขอขอบคุณ พี่ ๆ เพื่อน ๆ ทุกคน ที่ให้ความช่วยเหลือ และเป็นกำลังใจให้ผู้เขียน

สุดท้ายนี้ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ คุณพ่อ คุณแม่ พี่สาว พี่ชายของผู้เขียน และเพื่อนที่รักทุกคน ที่ให้กำลังใจและส่งเสริมสนับสนุนด้านการเรียนของผู้เขียนตลอดมา

สารบัญ

หน้า

บทคัดย่อภาษาไทย..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ..... จ

กิตติกรรมประกาศ..... ฉ

สารบัญตาราง..... ฌ

สารบัญรูป..... ญ

บทที่ 1 บทนำ..... 1

ที่มาและความสำคัญของปัญหา..... 1

วัตถุประสงค์ของการวิจัย..... 2

สมมติฐานทางการวิจัย..... 3

ขอบเขตการวิจัย..... 3

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย..... 4

ขั้นตอนในการดำเนินการวิจัย..... 4

เกณฑ์การตัดสินใจ..... 5

ประโยชน์ของการวิจัย..... 6

บทที่ 2 สถิติที่ใช้ในการวิจัย..... 7

การวิเคราะห์ความถดถอยพหุนาม..... 7

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณโดยวิธีกำลังสองน้อยสุดสามัญ.. 8

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณโดยวิธีค่าสัมบูรณ์น้อยสุด..... 11

วิธีการซิมเพล็กซ์..... 13

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณโดยวิธีริดจ์สามัญ..... 18

การประมาณค่าสัมประสิทธิ์การถดถอยพหุคูณโดยวิธีริดจ์ที่มีค่าสัมบูรณ์น้อยสุด. 20

บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย..... 22

การหาข้อสรุปโดยใช้การจำลองของข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โล..... 22

แผนการทดลอง..... 23

ขั้นตอนในการศึกษาวิจัย..... 23

หน้า

บทที่ 4 ผลการวิจัย..... 32

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ..... 74

ปัจจัยที่มีผลต่อค่าเฉลี่ยรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสอง

ของแต่ละวิธี..... 74

ข้อเสนอแนะ..... 75

รายการอ้างอิง..... 80

ภาคผนวก..... 82

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์ 99

สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

4.1 แสดงค่าเฉลี่ยรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสอง ($AMSE$) และค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสอง ($DIFF$) เมื่อ $\sigma^2 = 4$ 34

4.2 แสดงค่าเฉลี่ยรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสอง ($AMSE$) และค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสอง ($DIFF$) เมื่อ $\sigma^2 = 6$ 40

4.3 แสดงค่าเฉลี่ยรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสอง ($AMSE$) และค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสอง ($DIFF$) เมื่อ $\sigma^2 = 4$ 47

4.4 แสดงค่าเฉลี่ยรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสอง ($AMSE$) และค่าอัตราส่วนผลต่างของค่าเฉลี่ยรากของค่าคลาดเคลื่อนกำลังสอง ($DIFF$) เมื่อ $\sigma^2 = 4$ 54

สารบัญรูป

รูปที่ หน้า

4.1.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 4$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 2 36

4.1.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 4$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 3 36

4.1.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 4$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 4 37

4.1.4 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 4$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 5 37

4.1.5 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 4$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 6 38

4.1.6 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 4$ และทุกขนาดตัวอย่าง 39

4.2.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 6$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 2 43

4.2.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 6$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 3 43

4.2.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 6$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 4 44

4.2.4 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 6$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 5 44

4.2.5 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 6$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 6 45

4.2.6 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 6$ และทุกขนาดตัวอย่าง 46

4.3.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 8$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 2 50

รูปที่ หน้า

4.3.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 8$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 3 50
4.3.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 8$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 4 51
4.3.4 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 8$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 5 51
4.3.5 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 8$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 6 52
4.3.6 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 8$ และทุกขนาดตัวอย่าง 53
4.4.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 10$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 2 57
4.4.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 10$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 3 57
4.4.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 10$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 4 58
4.4.4 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 10$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 5 58
4.4.5 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 10$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 6 59
4.4.6 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $\sigma^2 = 10$ และทุกขนาดตัวอย่าง 60
4.5.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 15$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 2 61
4.5.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 15$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 3 61
4.5.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 15$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 4 62

รูปที่ หน้า

4.5.4 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 15$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 5 62

4.5.5 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 15$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 6 63

4.6.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 30$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 2 63

4.6.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 30$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 3 64

4.6.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 30$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 4 64

4.6.4 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 30$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 5 65

4.6.5 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 30$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 6 65

4.7.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 60$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 2 66

4.7.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 60$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 3 66

4.7.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 60$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 4 67

4.7.4 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 60$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 5 67

4.7.5 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 60$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 6 68

4.8.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 120$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 2 68

4.8.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 120$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 3 69

รูปที่ หน้า

4.8.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 120$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 4 69

4.8.4 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 120$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 5 70

4.8.5 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 120$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 6 70

4.9.1 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 240$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 2 71

4.9.2 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 240$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 3 71

4.9.3 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 240$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 4 72

4.9.4 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 240$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 5 72

4.9.5 แสดงการเปรียบเทียบค่า $AMSE$ และแนวโน้มของทั้ง 3 วิธีกรณีที่ $n = 240$ และเลขชี้กำลังสูงสุดเป็น 6 73