



บทที่ 2

ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

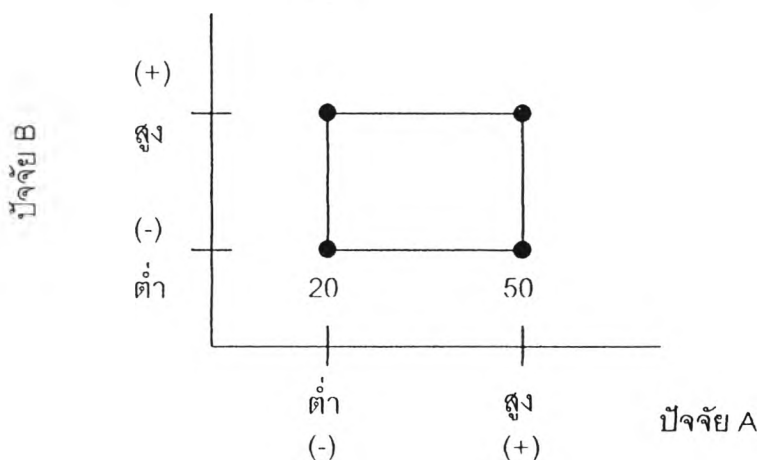
ในการวิเคราะห์พารามิเตอร์เพื่อปรับค่าความโค้งของกระจกรถยนต์จะต้องดำเนินการทดลองและวิเคราะห์เชิงสถิติ ซึ่งจะต้องอาศัยแนวทฤษฎีทางการออกแบบการทดลอง การวิเคราะห์การถดถอย เพื่อประมาณค่าต่าง ๆ ของการทดลองให้มีความน่าเชื่อถือ นอกจากนี้ยังจำเป็นต้องหาแนวทางด้านต้นทุนเพื่อประกอบการดำเนินการในการลดต้นทุนการผลิตกระจกรถยนต์

2.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

ในการศึกษาครั้งนี้จะประกอบด้วย แนวคิดเกี่ยวกับการออกแบบการทดลอง การวิเคราะห์การถดถอยและต้นทุนการผลิต ซึ่งจะใช้เป็นพื้นฐานและทฤษฎีอ้างอิงสำหรับการศึกษา

2.1.1 การออกแบบการทดลองโดยใช้ 2^k แฟคตอเรียล

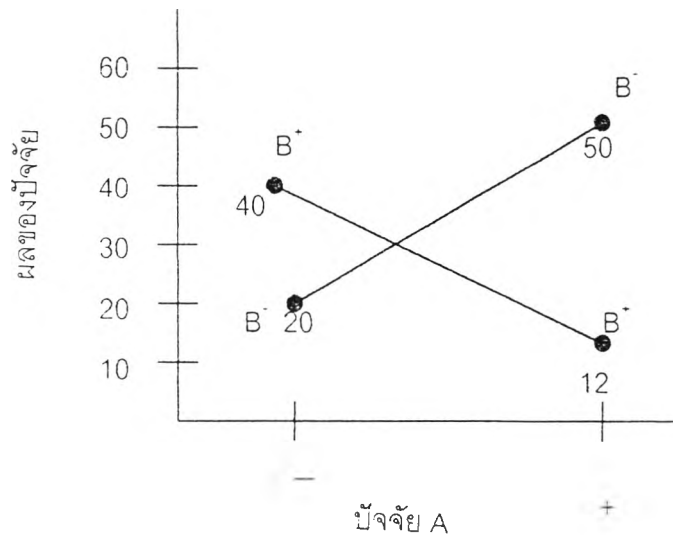
การทดลองที่ใช้ในการศึกษาเกี่ยวกับปัจจัยของการทดลองนั้น วิธีการแฟคตอเรียลนั้นเป็นวิธีการที่มีประสิทธิภาพ วิธีการแฟคตอเรียลนั้นจะหาปัจจัยที่มีผลต่อการทดลองได้อย่างสมบูรณ์ ตัวอย่างของการทดลองแบบง่าย รูป 2.1 ซึ่งจะแสดงถึงการทดลองที่มี 2 ปัจจัย โดยที่แต่ละปัจจัยมี 2 ระดับ ซึ่ง 2 ระดับนี้เราเรียกว่า ระดับสูงใช้เครื่องหมาย + และระดับต่ำใช้หมาย -



รูปที่ 2.1 การทดลองแบบ 2 ปัจจัย

$$A = \frac{50+12}{2} - \frac{20+40}{2} = 1$$

$$B = \frac{40+12}{2} - \frac{20+50}{2} = -9$$



รูปที่ 2.2 ผลจากปัจจัยร่วมของ A และ B

การวิเคราะห์โดยวิธี 2^k แฟคตอเรียลนั้นถูกออกแบบให้มี k ปัจจัยมี 2 ระดับ ซึ่งผลกระทบของแบบ 2^k นั้นจะมีจำนวนผลกระทบ $2^k - 1$ ยกตัวอย่าง เช่น รูปแบบมาตรฐานของ 2^3 คือ (1), a, b, ab, c, ac, bc, abc, d, ad, bd, abd, cd, acd, bcd และ abcd

สูตรในการคำนวณค่าต่างที่จำเป็นในการวิเคราะห์มีดังต่อไปนี้

- $\text{Contrast}_{AB \dots K} = (a \pm 1)(b \pm 1) \dots (k \pm 1)$

โดยที่ปัจจัยที่ถูกเลือกจะให้เครื่องหมายลบ ปัจจัยที่ไม่ได้เลือกจะให้เครื่องหมายบวก ยกตัวอย่างเช่น แบบ 2^3

$$\text{Contrast}_{AB} = (a - 1)(b - 1)(c + 1)$$

$$\begin{aligned} \text{Contrast}_{AB} &= (a - 1)(b - 1)(c + 1) \\ &= abc + ab + c + 1 - ac - bc - a - b \quad \dots (2.1) \end{aligned}$$

- Sum of Squares (SS)

$$SS = \frac{(\text{Contrast})^2}{2^k n} \quad \dots (2.2)$$

- Mean Square (MS)

$$MS = \frac{\text{Sum of Square}}{\text{Degree of freedom}} \quad \dots (2.3)$$

- ค่า F_0

$$F_0 = \frac{\text{Mean Square}}{\text{Sum of Square Error}} \quad \dots (2.4)$$

หลังจากได้ทำการคำนวณตามสูตรให้นำค่ามาทำการเขียนตาราง ANOVA ตัวอย่าง 2^k ในตาราง ANOVA Table แสดงในตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 ตาราง ANOVA 2^k

แหล่งของปัจจัย	Sum of Square	Degree of Freedom	Mean Square	F_0
A	SS_A	1	SS_A	$\frac{SS_A}{SS_E}$
B	SS_B	1	SS_B	$\frac{SS_B}{SS_E}$
C	SS_C	1	SS_C	$\frac{SS_C}{SS_E}$
AB	SS_{AB}	1	SS_{AB}	$\frac{SS_{AB}}{SS_E}$
AC	SS_{AC}	1	SS_{AC}	$\frac{SS_{AC}}{SS_E}$
BC	SS_{BC}	1	SS_{BC}	$\frac{SS_{BC}}{SS_E}$
ABC	SS_{ABC}	1	SS_{ABC}	$\frac{SS_{ABC}}{SS_E}$
Error	SS_E	$abc(n-1)$	$\frac{SS_E}{abc(n-1)}$	
Total	SS_T	$abc n-1$		

นำค่า F_0 มาเปรียบเทียบกับค่า $F_{\alpha, a-1, b-1}$ ซึ่งถ้าค่า F_0 มากกว่า $F_{\alpha, a-1, b-1}$ แสดงว่า ปัจจัยนั้นมีผลต่อการทดลอง แต่ถ้าค่า F_0 น้อยกว่าจะหมายความว่า ปัจจัยนั้นไม่มีผลต่อการทดลอง ทำให้เราทราบว่า มีปัจจัยใดบ้างที่มีผลต่อการทดลอง

2.1.2 การวิเคราะห์การถดถอย

ในการตัดสินใจปัญหาทางวิศวกรรมนั้น มักต้องทำการตัดสินใจภายใต้ตัวแปรจำนวนอย่างน้อยสองตัวหรือมากกว่าที่มีความสัมพันธ์กัน ซึ่งมีความจำเป็นต้องทำการพิจารณาถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเหล่านี้เพื่อการตัดสินใจที่ดี โดยจะได้กล่าวถึงความสัมพันธ์ของตัวแปรจำนวนสองตัวในรูปของการวิเคราะห์การถดถอย (Regression Analysis) ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปรจำนวนสองตัวนี้ จะดำเนินการได้ง่ายที่สุดด้วยการวิเคราะห์ในรูปของกราฟแสดงความสัมพันธ์ที่เรียกว่า "แผนภาพการกระจาย"

2.1.2.1 ความหมายและหลักการวิเคราะห์การถดถอย

การวิเคราะห์การถดถอย หมายถึง กลวิธีทางสถิติหนึ่งที่ใช้ในการวินิจฉัยและสร้างตัวแบบสำหรับความสัมพันธ์ของตัวแปรที่ให้ความสนใจ

ตัวแบบโดยทั่วไปสำหรับการวิเคราะห์การถดถอยนี้จะได้มาจากการกำหนดตัวแปรอิสระจำนวน k ตัว ซึ่งจะต้องเป็นตัวแปรที่สามารถควบคุมได้ อาทิ มุมมิดดัด ความเร็วรอบ ส่วนผสม อุณหภูมิ ฯลฯ โดยจะเรียกตัวแปรนี้ว่า ตัวแปรถดถอย (Regressor) หรือ ตัวนำ (Carrier) หรือ ตัวทำนาย (Predictor) และเมื่อทำการกำหนดค่าของตัวแปรถดถอยค่าหนึ่ง ๆ แล้ว จะทำการศึกษาถึงค่าของตัวแปรตามที่มีลักษณะเป็นตัวแปรสุ่ม และจะเรียกตัวแปรประเภทนี้ว่าตัวแปรตอบสนอง (Response Variable)

จากข้อสมมติที่กำหนดให้ X เป็นตัวแปรทางคณิตศาสตร์ และ Y เป็นตัวแปรสุ่ม ซึ่งมีความหมายว่า ที่แต่ละค่าควบคุมของ $X = X_i$ จะทำให้ได้ค่า Y มีหลายค่าเนื่องจากสาเหตุด้านรีพีทะบิลิตี้ (Repeatability) จึงมีความจำเป็นต้องทำการ "เฉลี่ยออก" เป็น $E(Y/X_i)$ เพื่อให้ได้ค่าที่คาดหมายหรือค่าที่แสดงถึงผลจากสาเหตุที่ควบคุมได้ของ Y ดังนั้น อาจแสดงองค์ประกอบของสารสนเทศในข้อมูลแต่ละตัวว่า

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon \quad \dots (2.5)$$

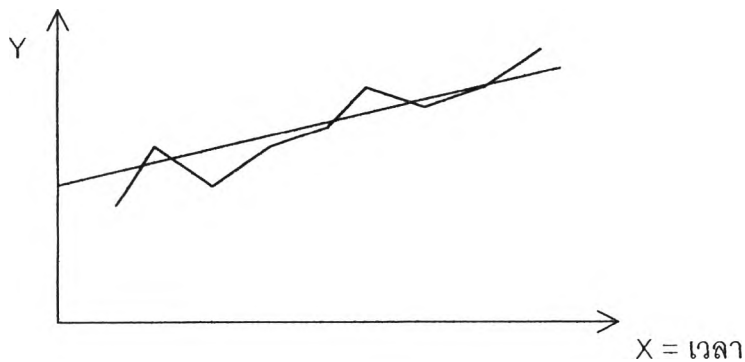
โดยที่ β_0 เป็นค่าชดเชย (Compensation Value) ของ y เมื่อ $x = x_i$ β_1 คือ ค่าที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของ x_i และ y_i และ ε หมายถึง ผลจากสาเหตุที่ไม่สามารถควบคุมได้ใน y เมื่อ $x = x_i$ ที่มีความเบี่ยงเบนมาตรฐาน σ และถ้าทำการ "เฉลี่ยออก" สาเหตุที่ไม่สามารถควบคุมได้แบบรีพีททีบิลิตี้ใน y ของสมการที่ (2.5) แล้ว จะได้ผลว่า

$$\begin{aligned} E(Y/x) &= E(\beta_0 + \beta_1 x_i) + E(\varepsilon) \\ E(Y/x) &= \beta_0 + \beta_1 x \end{aligned} \quad \dots (2.6)$$

โดยจะเรียกสมการที่ (2.6) นี้ว่า "สมการถดถอยเชิงเส้นตรงอย่างง่าย" ซึ่งมีโครงสร้างดังกล่าวคือ β_0 เป็นระยะตัวแกน Y (Y - Intercept) สำหรับเป็นค่าชดเชยของ $E(Y/x)$ และ β_1 คือค่าความชัน (Slope) ของเส้นถดถอยที่แสดงถึงการเปลี่ยนแปลงของ $E(Y)$ เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่า x ไป 1 หน่วย

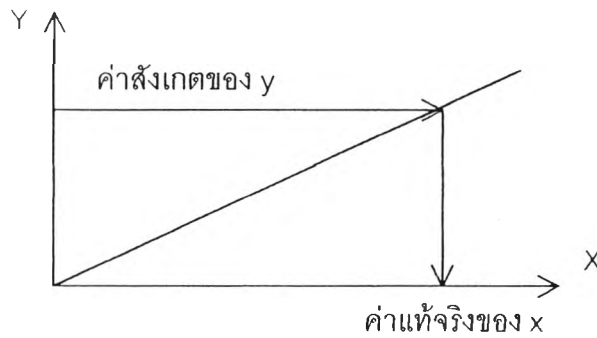
Crocker (1990) ได้แสดงถึงตัวอย่างของความสัมพันธ์ของตัวแบบเส้นถดถอยดังรูปที่ 2.3 ซึ่งประกอบด้วย

ก. ตัวแบบแนวโน้มตามเวลา (Time Trend) ดังแสดงในรูป โดยที่ตัวแบบถดถอยดังกล่าวจะกำหนดให้ $x =$ เวลา โดยที่มีการกำหนดพิกัดด้านบนของข้อกำหนดเฉพาะไว้ที่แกน Y เพื่อใช้เป็นเกณฑ์ตัดสินใจถึงช่วงเวลาในการทำการซ่อมบำรุงหรือยกเครื่องทางวิศวกรรม



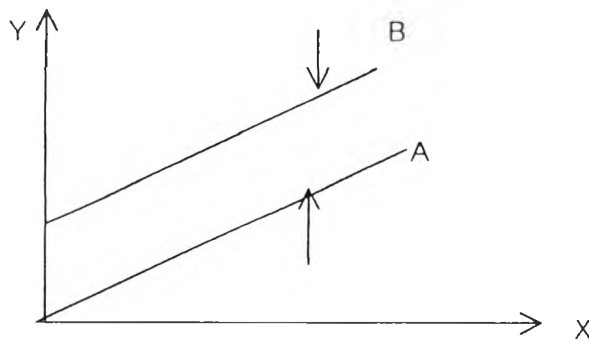
รูปที่ 2.3 ตัวแบบแนวโน้มตามเวลา

ข. ตัวแบบสอบเทียบ (Calibration Curve) หรือตัวแบบถดถอยผกผัน (Inverse Regression) เป็นตัวแบบที่สร้างจากการทดลองด้วยข้อมูล (x,y) ที่อาจจะได้จากห้องปฏิบัติการ แล้วจะหาค่าของ x (ซึ่งปกติจะหาได้ยาก) จากค่าสังเกตของ Y โดยตัวแบบดังกล่าวนี้จะมีประโยชน์อย่างมากในงานสอบเทียบของเครื่องมือวัด



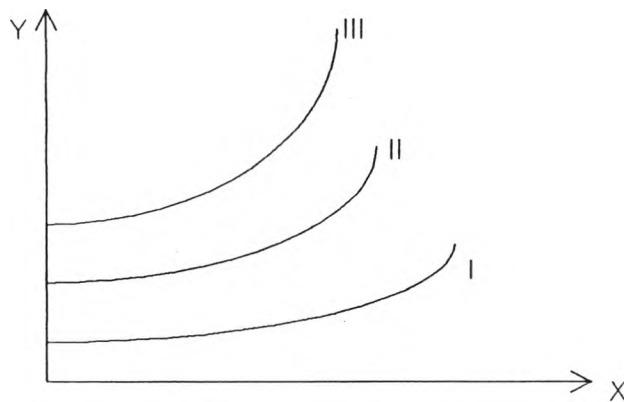
รูปที่ 2.4 ตัวแบบสอบเทียบ

ค. ตัวแบบภายใต้เงื่อนไขเพิ่มเติม (Additional Condition Model) ดังแสดงในรูป ซึ่งเป็นการสร้างเส้นถดถอยขึ้นมาอีกหนึ่งเส้นที่ขนานกับเส้นเดิมแต่ระยะตัดแกน y ต่างกันเพื่อแสดงถึงค่าชดเชยที่แตกต่างออกไปเมื่อมีการใช้งานที่ต่างเงื่อนไขกัน และจะเรียกระยะความแตกต่างนี้ว่า "พารามิเตอร์ที่แสดงการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไข (Shift Parameter)" ซึ่งจะแสดงถึงผลจากการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขไป



รูปที่ 2.5 ตัวแบบภายใต้เงื่อนไขเพิ่มเติม

ง. สถานการณ์ที่ซับซ้อน (More Complex Situations) ดังแสดงในรูป ซึ่งแสดงถึงแนวคิดของการใช้พารามิเตอร์ที่แสดงการเปลี่ยนแปลงขึ้นไปหลาย ๆ ค่า โดยกลุ่มของเส้นเหล่านี้ อาจจะไม่ขนานกัน และอาจจะมีไม่เส้นตรง โดยกรณีนี้มีความจำเป็นต้องวิเคราะห์ด้วยการถดถอยเชิงซ้อน แต่มีหลักการเช่นเดียวกับรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.6 สถานการณ์ที่ซับซ้อน

2.1.2.2 การประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบถดถอยเชิงเส้นตรงอย่างง่าย

จากสมการที่ (2.6) ซึ่งเป็นสมการถดถอยเชิงเส้นตรงอย่างง่ายนั้น จะสามารถหาค่าพารามิเตอร์ β_0 และ β_1 ได้ด้วยการประมาณค่า โดยวิธีการที่นิยมที่สุด คือการประมาณค่าด้วยวิธีการกำลังสองของความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุด (Least Square Method) ทั้งนี้เพราะเป็นวิธีการที่ทำให้ได้ค่าประมาณแบบไม่เอนเอียงที่มีความแปรปรวนน้อยที่สุด ซึ่งหมายความถึงมีคุณสมบัติด้านความถูกต้องและความแม่นยำ โดยแนวความคิดสำคัญของวิธีการประมาณค่าแบบนี้ คือความพยายามในการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับเส้นถดถอยที่ทำให้มีความคลาดเคลื่อนอันเนื่องมาจากสาเหตุที่ไม่สามารถควบคุมได้ด้านรีฟิเทอริบิลิตีมีค่าต่ำที่สุด โดยที่ทราบว่

$$e_i = y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i) \quad \dots (2.7)$$

แต่เนื่องจากความคลาดเคลื่อนดังกล่าว เป็นได้ทั้งค่าบวกและค่าลบ จึงต้องทำให้อยู่ในรูปของผลรวมกำลังสอง (L) โดย

$$L = \sum \epsilon_i^2 = \sum [y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i)]^2 \quad \dots (2.8)$$

จากสมการที่ (2.4) จะสามารถหาค่าวิกฤตได้ด้วยการใช้กฎอนุพันธ์ กล่าวคือ

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \beta_0} &= -2 \sum (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) = 0 \\ \text{และ } \frac{\partial L}{\partial \beta_1} &= -2 \sum (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i) x_i = 0 \end{aligned}$$

สมการข้างต้นทั้งสองสามารถจัดรูปให้ง่ายว่า

$$\left. \begin{aligned} n\beta_0 + \beta_1 \sum x_i &= \sum y_i \\ \beta_0 \sum x_i + \beta_1 \sum x_i^2 &= \sum x_i y_i \end{aligned} \right\} \quad \dots (2.9)$$

จะเรียกสมการที่ (2.9) ว่า สมการปกติสำหรับการประมาณค่าด้วยวิธีกำลังสองของความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุด และจะแก้สมการดังกล่าวได้ผลว่า

$$\beta_0 = y - \beta_1 x \quad \dots (2.10)$$

$$\text{และ } \beta_1 = \frac{\sum x_i y_i - (\sum y_i)(\sum x_i)}{\sum x_i^2 - [(\sum x_i)^2/n]} \quad \dots (2.11)$$

จากสมการที่ (2.6) จะได้สมการถดถอยเชิงเส้นตรงอย่างง่ายว่า

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x \quad \dots (2.12)$$

จากสมการที่ (2.11) ถ้ากำหนดให้

$$\begin{aligned} S_{xx} &= \text{ผลรวมกำลังสองของ } x \\ &= \sum x_i^2 - [(\sum x_i)^2/n] \end{aligned} \quad \dots (2.13)$$

และ $S_{xy} = \text{ผลรวมของผลคูณระหว่าง } x \text{ กับ } y$

$$= \sum x_i y_i - (\sum y_i)(\sum x_i) \quad \dots (2.14)$$

จึงสามารถเขียนสมการที่ (2.11) ได้ใหม่ว่า

$$\beta_1 = S_{xy}/S_{xx} \quad \dots (2.15)$$

ตัวประมาณค่า β_0 และ β_1 นี้จะมีคุณสมบัติทางสถิติที่สำคัญหลายประการด้วยกัน โดยในประการแรกคือ ผลจากสมการที่ (2.10) และ (2.11) พบว่าค่าประมาณทั้งสองจะเป็นองค์ประกอบเชิงเส้นตรงของค่าสังเกต Y_i เช่น

$$\beta_1 = S_{xy}/S_{xx} = \sum c_i y_i$$

โดยกำหนดให้ $c_i = x_i - \bar{x} / S_{xx}$ สำหรับทุกค่าของ $i = 1, 2, \dots, n$ ดังนั้นจะสามารถหาค่าที่ควรจะเป็นของ β_1 ได้เท่ากับ $E(\beta_1)$ โดย

$$\begin{aligned} E(\beta_1) &= E(\sum c_i y_i) \\ &= \beta_0 \sum c_i + \beta_1 \sum c_i x_i \end{aligned}$$

และโดยที่ $E(\epsilon_i) = 0$ ตามข้อสมมติดังนั้น $\sum c_i = 0$ และ $\sum c_i x_i = 1$

$$\text{ดังนั้น } E(\beta_1) = \beta_1 \quad \dots (2.16)$$

จากคุณสมบัติของตัวประมาณค่าและผลจากสมการที่ (2.16) แสดงว่า β_1 คือ ตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียง (มีความถูกต้อง) สำหรับการประมาณค่า β_1 และด้วยหลักการและวิธีการในทำนองเดียวกัน จะได้ผลว่า

$$E(\beta_0) = \beta_0 \quad \dots (2.17)$$

ซึ่งแสดงว่า β_0 คือ ตัวประมาณค่าที่ไม่เอนเอียงสำหรับการประมาณค่า β_0

สำหรับการพิจารณาค่าความแปรปรวนของตัวประมาณค่า (ซึ่งหมายถึงค่าความคลาดเคลื่อนในการประมาณค่า ที่ระบุถึงความแม่นยำ) จะได้ผลว่า

$$\begin{aligned} V(\beta_1) &= V(\sum c_i y_i) \\ &= \sum c_i^2 V(y_i) \end{aligned} \quad \dots (2.18)$$

ภายใต้ข้อสมมติที่ให้ ε_i มีการแจกแจงแบบปกติรอบเส้นถดถอยที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวน σ^2 จึงหมายความว่าค่าความผันแปรของข้อมูล คือ $V(y_i)$ เท่ากับ σ^2 ดังนั้น

$$\begin{aligned} V(\beta_1) &= \sum c_i^2 \sigma^2 \\ &= \sigma^2 \sum c_i^2 \\ &= \sigma^2 / S_{xx} \end{aligned} \quad \dots (2.19)$$

จากสมการที่ (2.12) จะพิจารณาค่าความผันแปรของ β_0 ได้คือ

$$\begin{aligned} V(\beta_0) &= V(Y - \beta_1 x) \\ &= V(Y) + x^2 V(\beta_1) - 2x \text{Cov}(Y, \beta_1) \end{aligned}$$

โดยที่ $V(Y) = \sigma^2 / n$ ดังนั้น

$$\begin{aligned} V(\beta_0) &= (\sigma^2 / n) + x^2 V(\beta_1) \\ &= (\sigma^2 / n) + x^2 \cdot \sigma^2 / S_{xx} \\ &= \sigma^2 [1/n + x^2 / S_{xx}] \end{aligned} \quad \dots (2.20)$$

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์สำหรับตัวแบบถดถอยเชิงเส้นตรงอย่างง่ายตามที่กล่าวมานี้ จะทำให้ได้ตัวประมาณค่าที่มีคุณสมบัติไม่เอนเอียงและมีความแปรปรวนต่ำที่สุด อันเป็นคุณสมบัติที่ดีในการประมาณค่า แต่อย่างไรก็ตาม นอกจากการประมาณค่าด้วยวิธีการกำลังสองของความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุดแล้ว ยังสามารถประมาณค่าได้ด้วยวิธีการอื่น ๆ เช่น วิธีการฟังก์ชัน

ความเป็นไปได้มีค่ามากที่สุด (MLE) ซึ่งเป็นตัวประมาณค่าที่มีคุณสมบัติด้านความไม่เอนเอียง และคุณสมบัติด้านความสอดคล้องกัน

ในการประมาณตัวแบบเส้นถดถอยเชิงเส้นตรงอย่างง่ายด้วยวิธีของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุดนี้มีคุณสมบัติทางสถิติที่สำคัญหลายประการ ได้แก่

(1) ผลรวมของความคลาดเคลื่อนที่ข้อมูลเบี่ยงเบนไปจากตัวแบบถดถอยจะมีค่าเท่ากับ ศูนย์เสมอ

(2) ผลรวมของข้อมูลแต่ละตัวที่ศึกษา จะเท่ากับผลรวมของค่าประมาณที่ได้จากตัวแบบถดถอยเชิงเส้นตรงอย่างง่ายเสมอ กล่าวคือ

$$\sum y_i = \sum \hat{y}_i \quad \dots (2.21)$$

(3) ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นตรงอย่างง่ายที่ได้จากวิธีของกำลังสองของความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุดจะผ่านจุดกลาง (Centroid) ของข้อมูล คือจุด (\bar{x}, \bar{y}) เสมอ

(4) ผลรวมของความคลาดเคลื่อนที่ข้อมูลเบี่ยงเบนไปจากตัวแบบถดถอยซึ่งได้รับการปรับด้วยตัวแปรถดถอย จะเท่ากับศูนย์เสมอ กล่าวคือ

$$\sum e_i = 0 \quad \dots (2.22)$$

(5) ผลรวมของความคลาดเคลื่อนที่ข้อมูลเบี่ยงเบนไปจากตัวแบบถดถอย ซึ่งได้รับการปรับด้วยค่าประมาณที่ได้จากตัวแบบถดถอยเชิงเส้นตรงอย่างง่าย จะเท่ากับศูนย์เสมอ กล่าวคือ

$$\sum y_i e_i = 0 \quad \dots (2.23)$$

การประมาณค่า σ^2 นอกเหนือจากการประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบถดถอยเชิงเส้นตรงอย่างง่าย คือ β_0 และ β_1 แล้ว ยังมีความจำเป็นต้องประมาณค่าของความคลาดเคลื่อนที่ข้อมูลเบี่ยงเบนไปจากตัวแบบถดถอย คือ $y_i - \hat{y}_i$ โดยอาจจะเรียกค่านี้ว่า "เศษเหลือ (Residual)" ทั้งนี้เนื่องจากค่าดังกล่าวจะใช้อธิบายถึงความผันแปรของ β_0 และ β_1 สำหรับการอนุมานทางสถิติต่อไป และเนื่องจากโดยปกติแล้ว ค่าเศษเหลือนี้จะมีค่าเป็นไปได้อย่างทั่วทุก และ

ค่าลบ จึงมีความจำเป็นต้องกำหนดค่าในรูปของผลรวมกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Error Sum of Square ; SS_E) กล่าวคือ

$$\begin{aligned} SS_E &= \sum e_i^2 \\ &= \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 \end{aligned} \quad \dots (2.24)$$

แต่โดยที่ทราบว่า $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$ ดังนั้นจะได้ผลว่า

$$\begin{aligned} SS_E &= \sum (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \\ &= \sum y_i^2 - n\bar{y}^2 - \beta_1 S_{xy} \end{aligned} \quad \dots (2.25)$$

และถ้ากำหนดให้ $S_{yy} =$ ผลรวมกำลังสองของ $Y = \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n\bar{y}^2$
จึงสามารถจัดรูปใหม่สำหรับ SS_E ได้ว่า

$$SS_E = S_{yy} - \beta_1 S_{xy} \quad \dots (2.26)$$

ในการประมาณค่า SS_E นี้จะต้องทราบว่า y_i ซึ่งเท่ากับต้องสูญเสียองศาความอิสระไป 2 ค่าเพื่อการประมาณพารามิเตอร์ β_0 และ β_1 สำหรับการประมาณค่า y_i ดังนั้น องศาความอิสระของ SS_E คือ $n-2$ นอกจากนี้ จะสามารถหาค่าคาดหมายของ SS_E ได้เท่ากับ $(n-2)\sigma^2$ กล่าวคือ

$$\begin{aligned} E(S_{yy}) &= (n-2)\sigma^2 \\ \text{หรือ} \quad E(SS_E / (n-2)) &= E(MS_E) = \sigma^2 \end{aligned} \quad \dots (2.27)$$

ดังนั้น MS_E ซึ่งหมายถึง ค่ามิชฌิมกำลังสองของค่าเศษเหลือ (Residual Mean Square) จะเป็นค่าประมาณแบบไม่เอนเอียงของ σ^2 และรากที่สองของ σ^2 คือ σ (ซึ่งเรียกว่า ความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของตัวแบบถดถอย) จะหมายถึง ค่าความแตกต่างเนื่องจากสาเหตุที่ควบคุมไม่ได้ด้านรีพีทเทเบิลของการทดลองเพื่อประมาณเส้นถดถอย ซึ่งจะมีบทบาทอย่างมากในการอนุมานทางสถิติสำหรับตัวแบบถดถอย

2.1.3 ต้นทุนการผลิต

การวิเคราะห์ต้นทุนอุตสาหกรรม เป็นส่วนงานที่มีความสำคัญต่อการบริหารการผลิตซึ่งต้องดูแลด้านประสิทธิภาพการผลิต โดยเฉพาะด้านการลดต้นทุนการผลิตภายใต้ภาวะการแข่งขันทางการตลาดที่มีความรุนแรงมากขึ้น การนำเอาเทคโนโลยีเข้ามาช่วยในการเพิ่มผลผลิตและลดต้นทุนการผลิตจะเป็นการลงทุนซึ่งมีการค่าใช้จ่ายด้านดอกเบี้ย และเกิดเป็นส่วนของต้นทุนทางการเงินในต้นทุนการผลิต การวิเคราะห์ต้นทุนเพื่อให้ทราบถึงโครงสร้างของต้นทุนการผลิตจะช่วยให้สามารถกำหนดนโยบายทางการผลิตและทางการเงิน ทำให้กำหนดและควบคุมต้นทุนการผลิตได้ โรงงานอุตสาหกรรมที่มีการผลิตหลายขั้นตอนและมีความซับซ้อนด้านกระบวนการ มักจะมีปัญหาด้านการกำหนดต้นทุนการผลิต และมีการแก้ปัญหาด้านการประมาณการต้นทุนการผลิตตลอดมา มีผลทำให้เกิดความสูญเสียทางการผลิตและเสียหายต่อธุรกิจอย่างมากในส่วนของต้นทุนเสียโอกาสโดยไม่รู้ตัว ธุรกิจอุตสาหกรรมที่ขาดความเข้าใจเรื่องการบริหารต้นทุนและการเงิน อาจจะมีส่วนทำให้เกิดภาวะขาดสภาพคล่องทางการเงินและไม่อาจดำเนินธุรกิจต่อไปได้ ปัญหาการดำเนินงานจำไม่เพียงปัญหาทางการผลิตเท่านั้น แต่จะต้องพิจารณาปัญหาด้านต้นทุนการผลิตและปัญหาทางการเงินด้วย ต้นทุนการผลิตจะมีส่วนที่เป็นต้นทุนสินค้าขายและส่วนที่เป็นคงคลังของสินค้าสำเร็จรูปและงานระหว่างทำ ซึ่งเมื่อมีการขายสินค้าในราคาที่สูงกว่าต้นทุนสินค้าขายก็จะเกิดผลกำไรขึ้นต้นจากการขาย และเมื่อหักค่าใช้จ่ายในการขายในการบริหาร ค่าดอกเบี้ยและค่าภาษีแล้วก็เป็นกำไรสุทธิของกิจการ เพื่อให้ได้ผลกำไรที่สูงขึ้น นอกเหนือจากการตั้งราคาสินค้าให้สูงขึ้น ซึ่งบ่อยครั้งทำไม่ได้เนื่องจากมีปัจจัยการแข่งขันทางการตลาด การควบคุมต้นทุนการผลิตเป็นอีกทางหนึ่งที่จะทำให้มีผลกำไรสูงขึ้น การวิเคราะห์ต้นทุนมีบทบาทสำคัญในการควบคุมและลดต้นทุนการผลิต ทำให้ผลผลิตของกิจการมีความสามารถในการแข่งขันมากขึ้นและมีส่วนทำให้ผลกำไรของธุรกิจสูงมากขึ้น

องค์ประกอบของต้นทุนการผลิตประกอบด้วยค่าใช้จ่าย 3 ส่วน คือ

- ก. ค่าวัสดุ (Material Cost)
- ข. ค่าแรงงาน (Labor Cost)
- ค. ค่าใสน้อย (Overhead)

ต้นทุนวัสดุ วัสดุเป็นองค์ประกอบสำคัญในกระบวนการผลิต ดังนั้น ต้นทุนวัสดุจึงเป็นส่วน
 ของโครงสร้างต้นทุนการผลิตของผลิตภัณฑ์ที่ต้องพิจารณา โดยเฉพาะกรณีอุตสาหกรรมที่มี
 สัดส่วนของต้นทุนวัสดุสูง จะต้องให้ความสนใจต่อวัสดุมากขึ้น เนื่องจากความสูญเสียที่เกิดจาก
 ปัญหาด้านวัสดุจะมีมูลค่าสูงขึ้นถ้าขาดการดูแลอย่างมีประสิทธิภาพ โดยทั่วไปวัสดุที่ใช้ใน
 การผลิตจะประกอบด้วยวัสดุที่สามารถคำนวณได้ทันทีซึ่งถือเป็นต้นทุนวิศวกรรม (Engineering
 Cost) เรียกว่า วัสดุทางตรง และวัสดุที่ไม่สามารถคำนวณได้ทันทีแต่ต้องอาศัยข้อมูลในอดีตที่ผ่านมา
 มาซึ่งถือเป็นต้นทุนทางสถิติ (Statistical Cost) จะถูกจัดเป็น วัสดุทางอ้อม

วัสดุอาจแบ่งออกเป็น 4 ประเภท คือ

- (1) วัตถุดิบ หรือ วัสดุการผลิต
- (2) วัสดุสนับสนุนหรือประกอบการผลิต
- (3) วัสดุส่งเสริมการผลิต
- (4) วัสดุสิ้นเปลืองหรือวัสดุใช้สอย

วัตถุดิบเป็นส่วนของวัสดุที่สำคัญที่สุดทางการผลิต โดยมีการใช้งานในลักษณะต่อเนื่อง
 และสอดคล้องกับการผลิต การขาดแคลนวัตถุดิบในช่วงเวลาใดก็ตาม จะมีผลต่อการผลิตในช่วง
 เวลานั้น วัสดุสนับสนุนหรือประกอบการผลิต คือ วัสดุส่วนที่จำเป็นต้องใช้ประกอบการผลิต เช่น
 ลวดเชื่อม มีดกลึง กระจาดขั้วทราย ฯลฯ วัสดุส่งเสริมการผลิต คือ วัสดุด้านอุปกรณ์ จิ๊กฟิกเจอร์
 เครื่องมือต่างๆ ซึ่งมีความจำเป็นในการเพิ่มประสิทธิภาพการผลิต เป็นวัสดุที่ทำให้การผลิตเป็นไป
 โดยราบรื่นขึ้น หรือใช้แก้ไขความบกพร่องของผลิตภัณฑ์จากการผลิต จึงเป็นวัสดุส่งเสริมคุณภาพ
 ของผลิตภัณฑ์ ส่วนวัสดุสิ้นเปลืองหรือวัสดุใช้สอย คือวัสดุประเภทใช้แล้วเสียไปเปล่าๆ โดยไม่เกิด
 ผลผลิต เช่น ถุงมือ ผ้าเช็ดมือ กระจาดชำระ ผลชักฟอก ฯลฯ กระบวนการควบคุมต้นทุนวัสดุ
 ประกอบด้วย การลดค่าวัสดุสิ้นเปลือง การประหยัดการใช้วัสดุส่งเสริมการผลิต การระวังรักษา
 วัสดุประกอบการผลิต และการลดความสูญเสียของวัตถุดิบจากการผลิต

วัสดุใช้สอยแบ่งได้เป็น วัสดุใช้สอยในโรงงาน ในสำนักงาน และในงานขาย ค่าวัสดุใช้สอย
 ในโรงงานจะคิดเป็นส่วนหนึ่งของค่าโชห่วยการผลิต ซึ่งสามารถนับเป็นต้นทุนคงคลังได้ ขณะที่ค่าใช้จ่าย
 วัสดุใช้สอยในสำนักงานและงานขายจะถูกจัดไว้เป็นค่าใช้จ่ายทั่วไปหรือบริหาร ซึ่งจะถูกตัดเป็น
 ค่าใช้จ่ายของงวดบัญชี

คงคลังของวัสดุแบ่งได้เป็น 3 ระดับ คือ

- (1) วัตถุดิบและวัสดุใช้สอย (Raw Material and Supplies)
- (2) งานระหว่างทำ (Work in Process)
- (3) ชิ้นส่วนประกอบ และสินค้าสำเร็จรูป (Parts and Finish Product)

ในส่วนของวัตถุดิบและวัสดุที่เกี่ยวข้องกับการผลิตซึ่งเป็นวัสดุทางตรง เมื่อมีการเบิกจ่ายไปจะถูกตัดโอนย้ายต้นทุนไปเป็นคงคลังของงานระหว่างทำ เมื่องานระหว่างทำผลิตสำเร็จเป็นผลิตภัณฑ์หรือชิ้นส่วนประกอบแล้ว ต้นทุนวัสดุจะถูกโอนต่อไปเป็นคงคลังของสินค้าสำเร็จรูปคงคลังของวัสดุจะถือเป็นสินทรัพย์ ส่วนวัสดุใช้สอยที่ไม่ได้ใช้ในการผลิตจะถูกตัดเป็นค่าใช้จ่ายประจำงวด ส่วนที่เป็นคงคลังจะยังเป็นสินทรัพย์ในบัญชีวัสดุใช้สอย

ต้นทุนแรงงาน แรงงานเป็นองค์ประกอบในการผลิตที่สำคัญนอกเหนือจากวัสดุ ดังนั้น ต้นทุนแรงงานจึงเป็นส่วนต้นทุนที่มีผลต่อต้นทุนของผลิตภัณฑ์ โดยเฉพาะการผลิตที่มีสัดส่วนของแรงงานในการผลิตสูงกว่าองค์ประกอบอื่น อุตสาหกรรมที่มีสัดส่วนของต้นทุนแรงงานสูง ได้แก่ โรงงานทอผ้า โรงงานแหวน โรงงานปลาทูน่ากระป๋อง ฯลฯ โรงงานเหล่านี้จะต้องให้ความสนใจด้านการควบคุมต้นทุนแรงงาน เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงที่เกี่ยวข้องกับค่าแรงงานจะมีผลต่อต้นทุนการผลิต และปัญหาแรงงานจะต้องได้รับการดูแลจัดการให้มีประสิทธิภาพการทำงานที่สูงขึ้น

โดยทั่วไป ต้นทุนแรงงานก็เป็นเช่นเดียวกับต้นทุนวัสดุที่ใช้ในทางการผลิตคือ ประกอบด้วย ต้นทุนแรงงานทางตรงหรือแรงงานทางอ้อม ต้นทุนแรงงานทางตรงจะเป็นต้นทุนที่แปรผันตามปริมาณการผลิต และต้นทุนแรงงานส่วนที่ไม่ได้แปรผันไปตามปริมาณการผลิตจะถูกจัดเป็นค่าแรงงานทางอ้อม ซึ่งถือเป็นค่าใสน้อยการผลิต

เพื่อการควบคุมต้นทุนแรงงานให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น จะมีการจำแนกประเภทของแรงงานตามลักษณะกิจกรรมและชนิดของงานที่ทำดังนี้

- (1) จำแนกตามหน้าที่ในองค์กร เช่น งานโรงงาน งานขาย งานบริหาร ฯลฯ
- (2) จำแนกตามกิจกรรมของแผนก เช่น แผนกผสม แผนกกึ่ง แผนกเชื่อม ฯลฯ
- (3) จำแนกตามชนิดของงาน เช่น หัวหน้างาน ช่างเชื่อม พนักงานขนย้าย ฯลฯ
- (4) จำแนกตามความสัมพันธ์กับการผลิต เช่น แรงงานทางตรง แรงงานทางอ้อม ฯลฯ

การจำแนกต้นทุนแรงงานให้เบ็ดเสร็จเป็นต้นทุนโรงงาน เพื่อแสดงว่าเป็นต้นทุนที่เกี่ยวข้องกับการผลิต เป็นการทำให้รู้ว่า ต้นทุนนั้นๆเป็นส่วนหนึ่งของต้นทุนการต่อหน่วยผลผลิต เป็นส่วนของมูลค่าวัสดุคงคลังซึ่งถือเป็นทรัพย์สินหมุนเวียน และต้นทุนแรงงานที่ไม่เกี่ยวกับโรงงานจะถือเป็นค่าใช้จ่ายที่ตัดไปในงวดการเงินหนึ่งๆ

การจำแนกต้นทุนแรงงานตามแผนกหรือหน่วยงาน จะช่วยให้สามารถควบคุมผลการดำเนินงานของแต่ละแผนกโดยพิจารณาจากต้นทุนแรงงานที่เกิดขึ้น ซึ่งจะต้องเป็นภาระของหัวหน้างานในการควบคุมการทำงานของคนงานและควบคุมต้นทุนแรงงานภายในหน่วยงาน

การจำแนกประเภทแรงงานตามลักษณะงาน จะช่วยให้สามารถกำหนดอัตราค่าแรงงานให้ เป็นไปตามความสำคัญและความจำเป็นของงาน นอกจากนี้ยังสามารถจัดทำมาตรฐานของงานตามประเภทของงานได้

การจำแนกประเภทแรงงานตามความสัมพันธ์กับการผลิต จะเป็นการจำแนกต้นทุนแรงงานทางตรงและแรงงานทางอ้อม การจำแนกประเภทต้นทุนจะขึ้นกับนโยบายของผู้บริหารในการจัดประเภทค่าแรงงาน เช่น ค่าแรงงานตรวจสอบและการขนย้ายวัสดุอาจจะถูกจัดว่ามีความสัมพันธ์โดยตรงกับการผลิตและเป็นต้นทุนแรงงานทางตรง ทั้งๆที่โดยทั่วไปจะถือเป็นค่าแรงงานทางอ้อม

ค่าใช้จ่ายโรงงานหรือค่าเสียหายการผลิต เป็นต้นทุนการผลิตที่สำคัญอีกส่วนหนึ่งนอกเหนือจากค่าวัสดุทางตรงและค่าแรงงานทางตรง ซึ่งใช้ในการแปลงสภาพวัตถุดิบให้เป็นผลิตภัณฑ์สำเร็จรูป ถึงแม้ว่าค่าใช้จ่ายบริหารและการขายจะเป็นส่วนของค่าเสียหาย แต่ก็ไม่ได้เกี่ยวข้องกับการผลิตและไม่ถือเป็นต้นทุนเสียหายการผลิตด้วย ธรรมชาติของต้นทุนเสียหายการผลิต ส่วนมากจะมีต้นทุนต่อหน่วย เพิ่มขึ้นเมื่อผลผลิตลดลงและลดลงเมื่อผลผลิตสูงขึ้น ค่าเสียหายมีลักษณะเป็นต้น

ทุนทางอ้อมที่ต้องมีการจัดสรรค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นเข้าผลิตภัณฑ์ เข้าแผนกผลิต เข้าแผนกบริการ ใดๆ หรือเข้าสู่ศูนย์ต้นทุนต่างๆ การควบคุมต้นทุนจะใช้วิธีการควบคุมโดยงบประมาณ

ต้นทุนค่าเสียหายการผลิตสามารถจำแนกได้ดังต่อไปนี้

- จำแนกตามวัตถุประสงค์ของต้นทุน
- จำแนกเป็นค่าเสียหายการผลิตทางตรงและทางอ้อม
- จำแนกตามค่าใช้จ่ายของโรงงานหรือของแผนกผลิต
- จำแนกเป็นค่าเสียหายการผลิตคงที่และแปรผัน

วัตถุประสงค์ของต้นทุนค่าเสียหายการผลิตจะแบ่งได้เป็น 3 ประเภทคือ ค่าวัสดุทางอ้อม ค่าแรงงานทางอ้อม และค่าใช้จ่ายทั่วไปของโรงงาน ค่าวัสดุทางอ้อม คือ วัสดุส่งเสริมการผลิตทั้งหลาย เช่น น้ำมันเครื่อง วัสดุทำความสะอาด และวัสดุใช้สอยที่จำเป็นต่อการผลิต ค่าแรงงานทางอ้อม เป็นต้นทุนของการบริหารต่างๆ ซึ่งไม่ได้ใช้โดยตรงกับการผลิต แต่เป็นงานที่จำเป็นจะต้องมีไว้เพื่อช่วยในการผลิต เช่น ค่าแรงงานของหัวหน้าคนงาน คนงานแผนกคลังสินค้าและคนงานแผนกซ่อมบำรุงอาคารสถานที่ ค่าใช้จ่ายทั่วไปของโรงงานประกอบด้วยต้นทุนค่าซ่อมบำรุง ค่าพลังงาน ค่าภาษีอากร ค่าสาธารณูปโภค ค่าประกันภัย ค่าเดินทาง ฯลฯ

ต้นทุนทางตรง (Direct Cost) คือ ต้นทุนที่สามารถจัดสรรเข้ากับผลิตภัณฑ์ แผนกผลิต แผนกบริการ หรือโรงงานได้โดยตรง ส่วนต้นทุนทางอ้อม (Indirect Cost) เป็นต้นทุนที่ไม่สามารถจัดเข้ากับหน่วยงานหรือผลิตภัณฑ์ได้โดยตรง โดยทั่วไป ต้นทุนค่าเสียหายการผลิตจะเป็นต้นทุนทางอ้อม แต่จะมีต้นทุนค่าเสียหายการผลิตที่สามารถจัดสรรเข้าแผนกผลิตได้โดยตรงเช่นกัน ค่าเงินเดือนหัวหน้าคนงานจะเป็นต้นทุนที่จัดสรรเข้าแผนกผลิตได้โดยตรง แต่จะเป็นต้นทุนทางอ้อมในการจัดสรรเข้าสู่ต้นทุนของผลิตภัณฑ์ ต้นทุนค่าเสียหายการผลิต เช่น ค่าเสื่อมราคาและเงินเดือนของผู้จัดการโรงงานเป็นต้นทุนทางตรงต่อโรงงาน แต่เป็นต้นทุนทางอ้อมของแผนกผลิต

ต้นทุนค่าเสียหายการผลิต อาจจะสัมพันธ์โดยตรงกับโรงงาน แผนกบริการ หรือแผนกผลิต ต้นทุนที่สัมพันธ์กับโรงงาน คือ ค่าใช้จ่ายการดูแลรักษาสภาพแวดล้อมของโรงงาน รวมทั้งการบำรุงรักษาอุปกรณ์ต่างๆ ในโรงงาน ต้นทุนที่สัมพันธ์กับแผนกบริการ คือ ต้นทุนการดำเนินงานของแผนกบริการ เช่น สำนักงานโรงงาน แผนกซ่อมบำรุง และแผนกจัดซื้อ ต้นทุนเหล่านี้จะประกอบ

ด้วย เงินเดือนวิศวกร พนักงานบัญชี และพนักงานจัดซื้อ ต้นทุนค่าใสนุ้ยการผลิตสามารถจัดสรรให้กับแผนกผลิตและแผนกบริการ ขณะที่ต้นทุนค่าใสนุ้ยของแผนกบริการจะจัดสรรเข้าให้กับแผนกผลิตได้ด้วย ดังนั้น ต้นทุนค่าใสนุ้ยทางตรงของแผนกผลิตจึงประกอบด้วยค่าวัสดุทางอ้อม ค่าแรงงานทางอ้อม และค่าใสนุ้ยการผลิตที่สัมพันธ์โดยตรงกับแผนกผลิต ส่วนต้นทุนทางอ้อมของแผนกผลิตจะประกอบด้วยต้นทุนค่าใสนุ้ยการผลิตจัดสรรให้แผนกผลิต และต้นทุนค่าใสนุ้ยจากแผนกบริการ โดยทั่วไป ต้นทุนที่สัมพันธ์โดยตรงกับแผนกหรือกระบวนการผลิต จะเป็นต้นทุนที่ควบคุมได้ภายใต้การดูแลของหัวหน้าแผนกผลิต แต่ต้นทุนค่าใสนุ้ยทางอ้อมของแผนกผลิตจะไม่สามารถควบคุมได้โดยหัวหน้าแผนกผลิต เนื่องจากเป็นต้นทุนที่เกิดจากการกำกับดูแลของผู้บริหารระดับสูงกว่า หรืออาจจะอยู่ภายใต้การดูแลของหัวหน้าแผนกผลิตอื่น เช่น แผนกซ่อมบำรุง แผนกบริการ แผนกอาคารสถานที่ ฯลฯ

ต้นทุนค่าใสนุ้ยการผลิตที่จำแนกตามพฤติกรรมของต้นทุนที่แปรผันตามกิจกรรมการผลิตหรือบริการในแต่ละช่วงเวลา จะประกอบด้วย ต้นทุนแปรผัน (Variable Cost) ซึ่งจะแปรเปลี่ยนไปตามกิจกรรมที่เปลี่ยนแปลงไป และต้นทุนคงที่ (Fixed Cost) จะไม่เปลี่ยนแปลงตามการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของกิจกรรม

ต้นทุนค่าใสนุ้ยการผลิตคงที่อาจจะจำแนกออกเป็น

- ต้นทุนคงที่ของกำลังการผลิต (Capacity Fixed Cost)
- ต้นทุนคงที่ของการดำเนินงาน (Operating Fixed Cost)
- ต้นทุนคงที่ของโครงการ (Project Fixed Cost)

ต้นทุนค่าใสนุ้ยการผลิตคงที่ของกำลังการผลิต คือ ต้นทุนส่วนที่เป็นค่าเสื่อมราคาของเครื่องจักร ซึ่งมักจะมีการกำหนดอายุการใช้งานและคำนวณค่าเสื่อมราคาของเครื่องจักรตามระยะเวลาอายุการใช้งาน

ต้นทุนค่าใสนุ้ยการผลิตคงที่ของการดำเนินงาน เป็นค่าใช้จ่ายที่ต้องใช้สำหรับการดำรงและรักษาสินทรัพย์ถาวร เช่น ค่าไฟฟ้า ค่าประกันภัย ค่าภาษี ฯลฯ

ต้นทุนค่าเสียการผลิตคงที่ของโครงการ เป็นค่าใช้จ่ายที่จัดสรรให้สำหรับโครงการพิเศษ เช่น โครงการส่งเสริมการผลิต โครงการส่งเสริมการตลาด หรือโครงการพัฒนาระบบงานตัวอย่าง ค่าใช้จ่ายที่เป็นต้นทุนคงที่ของโครงการ คือ ค่าโฆษณา ค่าใช้จ่ายงานวิจัยและพัฒนา ค่าใช้จ่ายเลี้ยงรับรอง ฯลฯ

พฤติกรรมของต้นทุนค่าเสียการผลิต อาจอยู่ในลักษณะกึ่งแปรผันหรือกึ่งคงที่ก็ได้ ค่าใช้จ่ายที่เพิ่มขึ้นหรือลดลง แต่ไม่ได้แปรผันไปตามสัดส่วนของการเปลี่ยนแปลงของกิจกรรมจึงไม่สามารถจำแนกให้เป็นต้นทุนแปรผันหรือต้นทุนคงที่ได้ เช่น ค่าสาธารณูปโภคทั้งหลายมักจะเพิ่มขึ้นเมื่อมีการผลิตมากขึ้น แต่ไม่ได้เพิ่มขึ้นไปตามสัดส่วน และจะกำหนดเป็นต้นทุนแปรผันได้ยาก

2.2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

มีการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องสรุปได้ดังต่อไปนี้

Melissa L. Bowles และ Douglas C. Montgomery (1997) ในวารสาร Quality Engineering เรื่อง How to Formulate the Ultimate Margarita : A Tutorial on Experiments with Mixtures ได้ทำการออกแบบเพื่อหาสูตรที่เหมาะสมของ margarita ซึ่งมีส่วนผสมอยู่ 4 อย่าง ประกอบด้วย tequila , lime juice , margarita mix และ triple sec. โดยเป้าหมายเพื่อสร้างความพึงพอใจสูงสุดให้กับผู้ดื่ม ซึ่งการหาสูตรที่เหมาะสมของผลิตภัณฑ์นี้เป็นรูปแบบหนึ่งของการออกแบบการทดลองที่เรียกว่า การออกแบบส่วนผสม (mixture experiment) การออกแบบแบบนี้จะใช้มากในผลิตภัณฑ์ที่เป็นสูตรผสม เช่น สูตรผสมในผลิตภัณฑ์เครื่องบริโภคต่าง ๆ ได้แก่ แชมพูสระผม สบู่ หรือผลิตภัณฑ์ประเภทยา อาหารและเครื่องดื่ม หรือสีย้อมผ้า ในการออกแบบการทดลองโดยทั่วไป ระดับของปัจจัยที่เลือกไว้ในการออกแบบการทดลองจะเป็นอิสระต่อกันกับปัจจัยอื่น ๆ ที่เลือกไว้ ในขณะที่การออกแบบส่วนผสม ปัจจัยการทดลองจะหมายถึงองค์ประกอบของส่วนผสมนั้น ๆ โดยคำตอบจะเป็นสมการของสัดส่วนขององค์ประกอบแต่ละตัว ซึ่งสัดส่วนของแต่ละตัวจะวัดในรูปของโดยน้ำหนัก โดยปริมาตร หรือโดยอัตราส่วนโมล ทั้งนี้ในการผสม margarita จึงต้องการสัดส่วนที่เหมาะสมของส่วนผสมทั้ง 4 อย่างภายในปริมาตรของภาชนะที่คงที่ ซึ่งจากการศึกษาครั้งนี้ โดยการใช้ซอฟต์แวร์ชื่อ Design-Expert จะได้ค่าที่เหมาะสมประกอบด้วย

margarita mix เท่ากับ 55 % tequila เท่ากับ 25.67 % triple sec. เท่ากับ 9.33 % และ lime juice เท่ากับ 10.00 % โดยวัดค่าความพึงพอใจที่คาดหมายเท่ากับ 5.9 และระดับความคาดหมายเท่ากับ 4.7

ในบทความของ K.N. Anand (1997) ในวารสาร Quality Engineering เรื่อง Improving The Yield of Silica Gel in a Chemical Plant โดยได้ทดลองปรับปรุงระดับคุณภาพของ Silica Gel ในโรงงานเคมี โดยคุณสมบัติที่สำคัญของ Silica Gel คือความสามารถในการดูดซึมความชื้น ซึ่งการดูดซึมจะลดลงเมื่อขนาดของ crystal เล็กกว่า 2 มม. และความหนาแน่นต่ำกว่า 6 ถ้าขนาดที่ต่ำกว่า 2 มม. จะถูกขายเป็นสินค้าชั้นสอง และถ้ามีลักษณะเป็นฝุ่นผงจะตัดเป็นของเสีย (scrap) จากการสำรวจสภาพเดิม พบว่าสัดส่วนของสินค้าชั้นสองมี 20 % และส่วนที่ตัดเป็นของเสียมี 5 % ภายหลังจากการออกแบบการทดลองพบว่าปัจจัยที่จะทำให้จำนวนสินค้าชั้นสองและของเสียน้อยที่สุด ต้องกำหนดให้ค่าความหนาแน่นของ Sodium Silicate อยู่ที่ 1.123 และค่า pH ของ Sodium Silicate อยู่ที่ 4.0 เมื่อนำไปทำการผลิตภายใต้สภาพที่กำหนดใหม่แล้วพบว่าสินค้าชั้นหนึ่งเพิ่มขึ้นเป็น 87.7 % (จากเดิม 74.5 %) ส่วนสินค้าชั้นสองลดลงเหลือ 10.22 % และของเสียลดลงเหลือ 2.11 %

Dan Fairchild (1997) จากวารสาร Quality Engineering ในบทความเรื่อง Experimental Designs ได้อธิบายถึงการออกแบบการทดลอง หรือ Design of Experiment สามารถแบ่งได้หลายรูปแบบ ประกอบด้วย Full Factorial , Fractional Factorial , Tagushi , Plackett-Burman Screening Designs , Latin Square Designs หรือในรูปแบบอื่น ๆ ซึ่งแต่ละรูปแบบก็จะมีข้อดีและข้อเสียที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับลักษณะของปัญหาหรือกรณีที่ศึกษา เช่น การทดลองแบบ Full Factorial จะต้องใช้ปริมาณข้อมูลมากที่สุดจากทุก ๆ ปัจจัยที่กำลังพิจารณาอยู่ ในขณะที่การทดลองแบบ Fractional Factorial จะไม่ต้องการข้อมูลมาก จะใช้ข้อมูลเพียงบางส่วน ทำให้ต้นทุนในการดำเนินการทดลองต่ำลง หรือการทดลองแบบ Plackett-Burman Screening Designs จะพิจารณาข้อมูลเฉพาะ main factor (ไม่พิจารณา interaction) ดังนั้นจำนวนการทดลองจึงน้อยครั้งกว่า

ในงานศึกษาของ Teresa Lopez-Alvarez และ Victor Aguirre-Torres (1997) เรื่อง Improving Field Performance by Sequential Experimentation : A Successful Case Study

in The Chemical Industry ในวารสาร Quality Engineering ว่าในการปรับปรุงคุณภาพ การเคลือบสีรถยนต์ โดยการพ่นสีเคลือบรถยนต์ จะมีอยู่ 3 ชั้น ประกอบด้วย ชั้น primer ซึ่งจะให้ คุณสมบัติป้องกันการสึกกร่อน ชั้น Base Coat จะแสดงสีของรถยนต์ และชั้น Clear Coat จะให้ความมันวาวต่อสี ในการศึกษานี้ได้ใช้เทคนิค DOE ในการปรับปรุงระดับของค่าสีเหลือง ซึ่งวัดค่าสีด้วยเครื่อง colorimeter จากสภาพเดิมระดับของค่าสีเหลืองจะอยู่ที่ประมาณ 150 % ได้กำหนดเป้าหมายในการปรับปรุงลดให้เหลือไม่เกิน 20 % ในการปรับปรุงจะประกอบด้วย 4 ขั้นตอน โดยขั้นตอนแรก จะเป็นการทดลองเพื่อ screening จากปัจจัยที่พิจารณาทั้งหมด 10 ปัจจัย ซึ่งจากขั้นตอนนี้สามารถลดระดับค่าของสีเหลืองเหลือประมาณ 60 % ในขั้นตอนที่สองจะเป็นการพิจารณาปัจจัยเพียง 4 ถึง 5 ปัจจัยที่ได้จากการ screening ในขั้นตอนแรกมาทำการทดลอง โดยใช้ระดับของปัจจัยใหม่ที่ได้จากแนวโน้มของการทดลองในขั้นตอนแรก ซึ่งจากขั้นตอนนี้จะชี้ให้เห็นการเปลี่ยนแปลงระดับของปัจจัย ซึ่งเป็นองค์ประกอบของชั้น clear coat ซึ่งทำให้ระดับของค่าสีลดลงเหลือ 38 % ในขั้นตอนที่สาม ได้ทำการพิจารณาองค์ประกอบของชั้น clear coat และ base coat ส่งผลให้ระดับของค่าสีเหลืองลดลงเหลือ 30 % และในขั้นตอนที่สี่ ซึ่งเป็นขั้นตอนสุดท้าย จะเป็นการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด โดยใช้เทคนิค response surface design ซึ่งจะได้ระดับของค่าสีเหลืองที่ระดับปัจจัยที่เหมาะสมที่เลือกไว้แล้วประมาณ 2 % ซึ่งต่ำกว่าเป้าหมายที่ต้องการอย่างมาก

กิตติศักดิ์ พลอยพานิชเจริญ (2533) ได้เสนอบทความเรื่องการออกแบบและการพัฒนาผลิตภัณฑ์และกระบวนการ โดยอาศัยการออกแบบการทดลองทางสถิติ ในวารสารวิศวกรรมสาร โดยได้เสนอการนำเอาหลักการการออกแบบการทดลองทางสถิติมาประยุกต์ใช้กับการออกแบบและการพัฒนาผลิตภัณฑ์และกระบวนการ โดยได้กล่าวถึงแนวความคิดและเทคนิคที่สำคัญสำหรับงานวิจัยเพื่อการออกแบบและพัฒนาดังกล่าว นอกจากนี้ ยังได้กล่าวเปรียบเทียบกับวิธีการออกแบบและพัฒนาที่อาศัยหลักการทางวิศวกรรมเพียงอย่างเดียว มีข้อบกพร่องที่สามารถแก้ไขด้วยหลักการการออกแบบการทดลองทางสถิติได้อย่างไร ซึ่งผลจากการศึกษาพบว่า การออกแบบและพัฒนาผลิตภัณฑ์และกระบวนการ โดยอาศัยหลักการการออกแบบการทดลองทางสถิตินี้ จะทำให้ได้พารามิเตอร์ที่มีความเหมาะสมมากที่สุดของผลิตภัณฑ์และกระบวนการ และค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวนี้ จะมีความไวต่อการเปลี่ยนแปลงของสภาพแวดล้อมในการใช้งานของผลิตภัณฑ์ และการผลิตของกระบวนการที่น้อยที่สุด ซึ่งหมายความว่า เป็นการกำจัด

ความผันแปร เนื่องจากสาเหตุที่กำหนดไว้ ตลอดจนการลดความผันแปรเนื่องจากสาเหตุแบบสุ่มได้ในเวลาเดียวกัน

กิตติศักดิ์ พลอยพานิชเจริญ (2534) ได้กล่าวถึงการประยุกต์ใช้เทคนิคการควบคุมคุณภาพนอกสายการผลิต (Off-Line Quality Control) ในวารสาร สสท. ฉบับ คิวซี เรื่องการศึกษา TAGUSHI TECHNIQUE ด้วยตัวอย่างจริง : การประยุกต์ OFF-LINE QC กับงานขึ้นรูปตัว IC ซึ่งเป็นเทคนิคที่สำคัญที่สุดของ Taguchi ในการหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมของการขึ้นรูป Contract Windows ใน CMOS โดยขั้นตอนหลัก ๆ ของเทคนิค off-line QC นี้จะประกอบไปด้วย

1. การนิยามปัจจัยที่สำคัญของกระบวนการ ตลอดจนระดับของปัจจัยต่าง ๆ เหล่านั้น
2. ทำการทดลองโดยอาศัย Orthogonal Array ที่เหมาะสม
3. ทำการวิเคราะห์ข้อมูลทางเทคนิคที่เหมาะสม เพื่อให้ได้มาซึ่งระดับที่เหมาะสมที่สุดของปัจจัย

ซึ่งในการทดลองครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อลดความแปรปรวนของกระบวนการผลิตให้ต่ำที่สุด ภายหลังจากการทดลองใช้พารามิเตอร์ใหม่ด้วยระยะเวลาพอสมควร พบว่าขนาดของ Window มีความสม่ำเสมอมากขึ้น จนวิศวกรมีความมั่นใจได้ว่ากระบวนการผลิตดังกล่าวมีเสถียรภาพและมีความแข็งแรงต่อสภาวะแวดล้อมในการผลิตดี จึงได้ยกเลิกระบบการตรวจภายในกระบวนการ (In-Process Checking) ทั้งหมด

ในงานวิทยานิพนธ์ของกรกฎ วิจิตรพงศ์ (2530) เรื่องการใช้ซีเมนต์ล้อยู่ในการปรับปรุงความสามารถทำงานได้ในคอนกรีตสด พบว่าความสามารถในการทำงานได้ในปูนซีเมนต์ผสมซีเมนต์ล้อยู่ในการยู่ตัว การไหล และการทำให้แน่น จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับปริมาณซีเมนต์ล้อยู่ในส่วนผสม และซีเมนต์ล้อยู่ยังมีคุณสมบัติลดน้ำ โดยการเติมซีเมนต์ล้อยู่ทุก ๆ 10% โดยน้ำหนักของปูนซีเมนต์ปอร์ตแลนด์ จะสามารถลดสัดส่วนน้ำต่อซีเมนต์ลงได้ 0.03 เปอร์เซ็นต์ และระยะเวลาในการก่อตัวที่เพิ่มขึ้น จะขึ้นอยู่กับปริมาณของซีเมนต์ล้อยู่ที่เติมเข้าไป

จากงานวิทยานิพนธ์ของณัฐเศรษฐ์ สมแสน (2539) ได้ศึกษาถึงการนำของเสียที่เกิดจากการผลิตกระเบื้องโยหิน (sludge waste) ซึ่งเป็นของเสียที่มีแอสเบสตอสปะปนอยู่มาใช้ในการผลิต

หมอนคอนกรีตรองกระเบื้อง โดยในการทดสอบจะทำกับชิ้นงานตัวอย่างทดสอบจากส่วนผสมคอนกรีต โดยการใช้ sludge waste ทดแทนซีเมนต์ ทราย หินเกล็ด และเพิ่มในส่วนผสมคอนกรีตปกติ ส่วนวิธีการทดสอบจะใช้การทดสอบคุณสมบัติเชิงกลของชิ้นงานตัวอย่างทดสอบ ได้แก่ กำลังอัด กำลังดัด ความหนาแน่น และการดูดซึมน้ำ การคัดเลือกส่วนผสมและกำหนดเงื่อนไขที่เหมาะสมในการผลิตที่สามารถใช้ sludge waste และลดต้นทุนวัตถุดิบและค่าใช้จ่ายในการกำจัดของเสียได้สูงสุด จากนั้นจึงได้นำส่วนผสมที่ได้ไปทดลองผลิตเป็นหมอนคอนกรีตรองกระเบื้อง และทดลองใช้งานจริงเทียบกับหมอนคอนกรีตปกติที่ไม่ใช้ sludge waste ซึ่งจากผลการศึกษาพบว่าส่วนผสมที่เหมาะสมต่อการผลิตหมอนคอนกรีตรองกระเบื้องคือสัดส่วนซีเมนต์ : ทราย : หินเกล็ด : sludge waste เท่ากับ 0.8 : 1 : 2 : 0.2 ใช้อัตราส่วนน้ำต่อซีเมนต์ 0.4 โดยน้ำหนัก และระยะเวลาในการบ่ม 7 วัน โดยสามารถลดต้นทุนวัตถุดิบหมอนคอนกรีตรองกระเบื้องที่ใช้อยู่ในปัจจุบันลงจาก 2.12 บาทต่อก้อน เหลือ 1.80 บาทต่อก้อน หรือลดลง 0.32 บาทต่อก้อน

กาญจนา กาญจนสุนทร (2539) ได้เสนองานวิทยานิพนธ์ ในการศึกษาถึงส่วนผสมที่เหมาะสมของวัตถุดิบ เพื่อทำการลดต้นทุนการผลิตพีวีซีชนิดยืดหยุ่น โดยเป็นการศึกษาทางกายภาพ และเชิงกลของพลาสติกพีวีซีชนิดยืดหยุ่นที่มีส่วนประกอบหลักของ Dioctyl Phthalate (DOP) แคลเซียมคาร์บอเนต และซีริคโลม โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อกำหนดสัดส่วนการผสมที่เหมาะสมกับคุณสมบัติที่ต้องการ ภายใต้ต้นทุนวัตถุดิบต่อหน่วยต่ำสุด ซึ่งผลที่ได้พบว่าสัดส่วนการผสมที่เหมาะสมของการศึกษาระหว่าง DOP และแคลเซียมคาร์บอเนต มีค่าเท่ากับ 72.07 และ 70.45 phr. ตามลำดับ ซึ่งจุดผสมดังกล่าว จะทำให้ต้นทุนวัตถุดิบต่อหน่วยเท่ากับ 19.66 บาท/กิโลกรัม และเมื่อนำซีริคโลมมาทดแทน DOP จะสามารถทดแทน DOP ได้ในปริมาณ 35 phr. หรือคิดเป็น 15 % ของปริมาณ DOP ที่ใช้ ซึ่งจุดการผสมนี้ จะทำให้ต้นทุนของวัตถุดิบต่อหน่วยลดลงจาก 19.66 บาท/กิโลกรัม เหลือ 18.66 บาท/กิโลกรัม

ปณต อัคราเอกปัญญา พงศ์เทพ แซ่เฮ้ง และดร. บุญไชย สถิตมั่นในธรรม (2539) ในรวมบทความโครงการงานทางวิศวกรรมโยธา ได้ศึกษาเรื่องคุณสมบัติของมอร์ต้าที่ใช้ผงแก้วแทนทราย ซึ่งเป็นการศึกษาผลของผงแก้ว ซึ่งนำมาผสมร่วมกับทรายในมอร์ต้า และหาสัดส่วนที่เหมาะสมที่จะนำไปใช้งานปูนฉาบ จากการศึกษพบว่า อัตราส่วนผงแก้วต่อมวลรวม (G/A) ที่ให้กำลังของมอร์ต้าสูงสุดอยู่ในช่วง 0.2-0.3 และอัตราส่วนน้ำต่อซีเมนต์ (W/C) ที่ให้กำลังสูงสุดอยู่ในช่วง 0.45-0.5 ส่วนในด้านการหดตัว จะมีน้อยที่สุดเมื่ออัตราส่วนผงแก้วต่อมวลรวมอยู่ในช่วง 0.4-0.6

โดยผงแแก้วที่นำมาผสมในมอร์ต้า จะเป็นเศษแแก้วที่แตกหักในระหว่างกระบวนการล้างทำความสะอาดเศษแแก้วก่อนนำไปหลอมใหม่ และมีการดักเก็บไว้ จะมีรูปร่างเรียวยาวแบน ผิวเรียบเป็นมัน ในขณะที่ทราย(ทรายแม่น้ำ) จะมีรูปร่างค่อนข้างกลม ผิวขรุขระ ซึ่งรูปร่างดังกล่าวมีผลต่อปริมาณช่องว่างภายใน ช่วยทำให้ความสามารถในการเทของมอร์ต้าดีขึ้น