บทที่ 3

การศึกษาที่ผ่านมา

Mostkow, M.A. (1957) ได้เสนอแนวทางในการแก้ปัญหาของการไหลผ่านตะแกรงที่อยู่ท้องน้ำ (bottom-racks) โดยในการทดลองของเขาได้กำหนดให้ตะแกรงผันน้ำมีซี่ตะแกรงวางตามยาว ในการวิเคราะห์เขาได้สมมติให้พลังงานจำเพาะ (specific energy) ของการไหลเหนือซี่ของตะแกรงมีค่าคงที่ และถือว่าเป็นศักย์ประสิทธิผล (effective head) ที่ทำให้เกิดการไหลลอดผ่านตะแกรงผันน้ำ อัตราการไหลต่อหน่วยความยาวของตะแกรงสามารถหาได้โดยพิจารณาให้การไหลมีลักษณะคล้ายกับการไหลผ่านช่องเปิดขอบคม (orifice) คือ

$$-\frac{dQ}{dx} = C_1 \varepsilon . b\sqrt{2gE} \tag{3-1}$$

เมื่อ C_1 = สัมประสิทธิ์ของการไหลลอดผ่าน longitudinal bar bottom-racks

b = ความกว้างของทางน้ำหรือของตะแกรง

E = พลังงานจำเพาะเหนือตะแกรงซึ่งมีค่าคงที่

ε = อัตราส่วนพื้นที่ช่องเปิด (opening area ratio) ของตะแกรงผันน้ำ

g = ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

สมการเชิงอนุพันธ์ของการไหลแบบเปลี่ยนแปลงน้อย (Spatially Varied Flow) สำหรับการไหลในทางน้ำที่อยู่ในแนวราบและปราศจากความฝืดคือ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Qy\left(-\frac{dQ}{dx}\right)}{gb^2y^3 - Q^2} \tag{3-2}$$

นอกเหนือจากนั้นอัตราการไหลที่หน้าตัดใดๆคือ

$$Q = by\sqrt{2g(E-y)} \tag{3-3}$$

จากสมการข้างต้นจะได้สมการของ water surface profile คือ

$$x = \frac{E}{C_1\varepsilon}\left(\frac{y_{1e}}{E}\sqrt{1-\frac{y_{1e}}{E}} - \frac{y}{E}\sqrt{1-\frac{y}{E}}\right) \tag{3-4}$$

เมื่อ x = ระยะทางตามแนวตะแกรงผันน้ำ

y_{1e} = ความลึกการไหลที่จุดเริ่มต้นของตะแกรง

y = ความลึกการไหลที่จุดใดๆ เหนือตะแกรง

ค่าสัมประสิทธิ์ C_1 จะถูกสมมติให้มีค่าคงที่สำหรับในแต่ละความลาดของตะแกรง โดยเขาได้แนะนำว่า ค่าของ C_1 แปรผันจาก 0.435 สำหรับความลาด 1 : 5 ไปเป็น 0.497 สำหรับตะแกรงที่อยู่ในแนวราบ

Naseda (1956) ได้ศึกษาเกี่ยวกับ Longitudinal bar bottom-intakes โดยสมมติฐานของเขาจะคล้ายๆกับสมมติฐานของ Mostkow แต่จะมีเพิ่มเติมที่การไหลเข้าสู่ (Approach Flow) ตะแกรงจะมีลักษณะเป็นการไหลแบบวิกฤติและอัตราการไหลต่อหน่วยความยาวคือ

$$-\frac{dQ}{dx} = C_n\varepsilon.b\sqrt{2gy} \tag{3-5}$$

เมื่อ C_n = สัมประสิทธิ์การไหลผ่านตะแกรงผันน้ำ

y = ความลึกการไหลเหนือตะแกรงผันน้ำที่หน้าตัดที่พิจารณา

การไหลเข้าใกล้แบบวิกฤติ (Critical approach flow) คือ

$$Q_s^2 = gb^3y_{1e}^3 \tag{3-6}$$

เมื่อ Q_s = การไหลทั้งหมดในทางน้ำหลักหรืออัตราการไหลเข้าสู่ตะแกรงผันน้ำ

อัตราการไหลของน้ำที่ถูกผันออก (Discharge diversion) , $\frac{Q_D}{Q_s}$ หาได้จากความคงที่ของพลังงานจำเพาะคือ

$$\frac{Q_D}{Q_s} = 1 - \sqrt{2\left(1.5 - \frac{y_{2e}}{y_{1e}}\right)\frac{y_{2e}}{y_{1e}}} \tag{3-7}$$

เมื่อ y_{2e} = ความลึกการไหลที่จุดสิ้นสุดของตะแกรง

Q_D = อัตราการไหลลอดผ่านตะแกรง

ความสัมพันธ์ระหว่างความลึก ณ จุดเริ่มต้นและสุดท้ายของตะแกรง คือ

$$\sqrt{2}C_n\varepsilon\frac{L}{y_{1e}} = \frac{3}{4\sqrt{2}}\left[\sin^{-1}(1/3) - \sin^{-1}\left(\frac{4y_{2e}}{3y_{1e}} - 1\right)\right] + \frac{3}{2}\left[1 - \sqrt{\frac{3y_{2e}}{y_{1e}} - \frac{2y_{2e}^{\ 2}}{y_{1e}^{\ 2}}}\right] \tag{3-8}$$

Naseda ยังได้แนะนำอีกว่าค่า C_n ไม่ขึ้นกับการไหลในทางน้ำหลัก, Q_s และอัตราส่วนของ d/L ของตะแกรงผันน้ำ

เมื่อ d = เส้นผ่าศูนย์กลางของซี่ตะแกรง

L = ความยาวของตะแกรง

White, et al. (1972) ได้ใช้แบบจำลองในการทดลองและเปรียบเทียบประสิทธิภาพ (performance) ของ bottom-intakes แบบต่างๆ ที่มีความแตกต่างกันของ ความยาวซี่ (bars) ,ระยะห่างระหว่างbars ,ความลาดตามแนวยาวของผิวบนสุดของ bars และทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้พื้นฐานจากงานของ Naseda การทดลองได้กระทำกับตะแกรงที่ทำจาก bars ที่วางตามแนวยาว โดยตะแกรงจะถูกกำหนดให้มีความลาดตามยาวที่คงที่คือ 1:5 ในการทดลองครั้งนี้ค่าของ ε จะอยู่ระหว่าง 0.167 ถึง 0.333 และ L/w มีค่าจาก 6 ถึง 10

เมื่อ w คือความกว้างของ bar จากการทดลองนี้แสดงให้เห็นว่าค่า C_n ไม่เป็นอิสระจากการไหลในทางน้ำหลัก

แผนภาพการออกแบบ (Design Chart) อาศัยพื้นฐานจากการทดลองกับแบบจำลอง โดยเป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง

$$\frac{Q_s}{bL\ \varepsilon\sqrt{gw}} \quad \& \quad \frac{Q_D}{bl\ \varepsilon\sqrt{gw}}.$$

ซึ่งใช้ได้สำหรับ 6<1/w<10 ; 0.167<ε<0.333

Subramanya and Sengupta (1971,1986) ได้ศึกษาและทำการทดลองเพิ่มเติมเกี่ยวกับการไหลเหนือ Transverse bar bottom-racks โดยตะแกรงถูกสร้างขึ้นจากซี่ที่มีหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความกว้าง w โดยจากการทดลองได้แสดงให้เห็นว่า ค่าสัมประสิทธิ์อัตราการไหล C_1 ของ Mostkow ขึ้นอยู่กับสถานะการไหลของน้ำที่ไหลอยู่ในทางน้ำหลัก กล่าวคือไม่ว่าจะเป็นการไหลแบบใต้วิกฤติ (subcritical flow) หรือการไหลแบบเหนือวิกฤติ (supercritical flow) รวมทั้งไม่ว่าจะเป็นอัตราส่วนใดๆก็ตามของ w/L

เมื่อการไหลเข้าใกล้ (Approach flow) เป็นการไหลแบบเหนือวิกฤติ ค่า C_1 จะผันแปรอย่างมีนัยสำคัญตามตัวประกอบของพื้นที่ (area factor) โดยค่าสัมประสิทธิ์ C_1 จะลดลงเมื่อ Froude Number ของการไหลเข้าใกล้เพิ่มขึ้นและอิทธิพลหรือผลเนื่องจาก w/L นั้นมีน้อยมาก แนวทางแบบเดิมยังคงเกิดขึ้นเมื่อการไหลเข้ามาเป็นการไหลแบบใต้วิกฤติโดย w/L จะมีผลอย่างมากต่อค่าของ C_1 ยิ่งกว่านั้นยังพบอีกว่าค่าของ C_1 ในกรณีของการไหลแบบใต้วิกฤติจะมีค่าสูงกว่าในกรณีของการไหลแบบเหนือวิกฤติ แต่พวกเขาไม่ได้ศึกษาถึงอิทธิพลของความเอียงของตะแกรงที่มีผลต่อค่า C_1

Rangaraju, et al. (1977) ได้ศึกษาการไหลเหนือ bottom-racks ที่ประกอบด้วย ซี่ของตะแกรงมีลักษณะหน้าตัดเป็นวงกลมและวางขวาง (transverse circular bars) การศึกษาจำกัดอยู่ที่การไหลเข้าใกล้ตะแกรงเป็นแบบใต้วิกฤติเท่านั้น ชุดของสมการที่ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของตะแกรงกับตัวแปรทางชลศาสตร์ และความสัมพันธ์อย่าง

ง่ายๆสำหรับสัมประสิทธิ์การหดหรือบีบตัวกับตัวแปรต่างๆ กล่าวคือสัมประสิทธิ์การหดหรือบีบตัวเป็นฟังก์ชันของ Renolds Number ของการไหลเข้าใกล้, Froude Number ของการไหลเหนือตะแกรงและอัตราส่วนของช่องเปิดของตะแกรง ยิ่งกว่านั้นพวกเขายังแสดงให้เห็นอีกว่ามีพลังงานสูญเสียสำหรับการไหลเหนือตะแกรง ซึ่งมีค่าอยู่ในช่วง 20% - 50% ของพลังงานจำเพาะเริ่มต้น นอกจากนี้ยังได้เสนอวิธีการคำนวณอัตราการไหลผ่านตะแกรงและความลึกที่ทางเข้าและทางออกด้วย

Mostkow (1957) ได้ศึกษาเกี่ยวกับ bottom-racks ที่มีลักษณะเป็นแผ่นที่มีการเจาะให้เป็นรู (Perforated plate bottom-racks) ในการวิเคราะห์ปัญหาเขาได้สมมติให้ effective head ที่ทำให้เกิดการไหลมีค่าเท่ากับความลึกการไหลเหนือตะแกรง อัตราการไหลลอดผ่านต่อหน่วยความยาวของตะแกรงคือ

$$-\frac{dQ}{dx} = C_2 \varepsilon . b\sqrt{2gy} \tag{3-9}$$

เมื่อ C_2 คือ สัมประสิทธิ์การไหลสำหรับ Perforated plate bottom-racks

สมการเชิงอนุพันธ์ของการไหลแบบเปลี่ยนแปลงน้อยโดยสมมติให้ทางน้ำอยู่ในแนวราบและปราศจากความฝืดคือ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{Qy\left(-\frac{dQ}{dx}\right)}{gb^2y^3 - Q^2} \tag{3-10}$$

แทนค่าสมการที่ (3-9) และ (3-3) ลงในสมการที่ (3-10) และทำการอินทิเกรตโดยใช้เงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) $y = y_{1e}$ ที่ $x = 0$ จะได้สมการแสดงระยะทางตามแนวตะแกรงกับระดับความลึกการไหลสำหรับการไหลแบบเปลี่ยนแปลงน้อยสำหรับ perforated plate bottom-racks คือ

$$x = \frac{E}{\varepsilon . C_2}\left[\frac{1}{2}\left(\cos^{-1}\sqrt{\frac{y}{E}} - \cos^{-1}\sqrt{\frac{y_{1e}}{E}}\right) + \frac{3}{2}\left(\sqrt{\frac{y_{1e}}{E}\left(1-\frac{y_{1e}}{E}\right)}\right) - \sqrt{\frac{y}{E}\left(1-\frac{y}{E}\right)}\right] \quad (3\text{-}11)$$

Mostkow พบว่าค่า C_2 จะมีค่าคงที่สำหรับแต่ละความลาดของตะแกรงและจะผันแปรจาก 0.750 สำหรับความลาด 1 : 5 เป็น 0.800 สำหรับตะแกรงที่อยู่ในแนวราบ

Subramanya (1986) ได้แนะนำว่าค่า C_2 ของ Perforated plate bottom-racks สามารถคาดหมายได้จากตัวแปรต่างๆ กล่าวคือ

$$C_2 = f(F_1, \varepsilon, \lambda_1, \lambda_2) \quad (3\text{-}12)$$

เมื่อ λ_1 คือ พารามิเตอร์ของระยะห่างระหว่างรูเจาะ (hole spacing parameter)

λ_2 คือ พารามิเตอร์การจัดเรียงของรูเจาะ (hole arrangement parameter)

แต่ไม่มีการทดลองเพิ่มเติมเกี่ยวกับการวิเคราะห์การผันแปรของค่า C_2

Venkataraman et al. (1977,1980) ได้ศึกษาลักษณะทางชลศาสตร์ของช่องที่เจาะไว้ที่ท้องน้ำ (bottom-slots) โดยได้ทำการวิเคราะห์และทำการทดลองศึกษาการไหลผ่านช่องเปิด (slots) ตลอดความกว้างของทางน้ำ โดยกำหนดให้สัมประสิทธิ์การไหลผ่านช่องเปิด

$$C_{dv} = \frac{Q_D}{bL\sqrt{2gE_1}} \quad (3\text{-}13)$$

เมื่อ E_1 = พลังงานจำเพาะของการไหลที่ทางเข้า

สมการที่แสดงถึงการผันแปรของ C_{dv} คือ

$$C_{dv} = 0.611\sqrt{1-\left(\frac{V_1^2}{2gE_1}\right)} \tag{3-14}$$

สมการที่ (3-14) ได้รับการยืนยันโดยการทดลองทั้งการไหลที่เป็นแบบใต้วิกฤติและการไหลแบบเหนือวิกฤติ สำหรับอัตราส่วน Q_D / Q_s ถูกนิยามว่าเป็น Performance factor ของช่องเปิดและพบว่าเป็นฟังก์ชันของ L / y_c นั่นคือ

$$\frac{Q_D}{Q_s} = 0.59\left(\frac{L}{y_c}\right) + 0.04\left(\frac{L}{y_c}\right)^2 \tag{3-15}$$

Venkataraman ยังได้นิยามสัมประสิทธิ์การไหลอีกตัวหนึ่งคือ

$$C_{dv1} = \frac{Q_D}{bL\sqrt{2gy_{1e}}} \tag{3-16}$$

และยังสังเกตจากการทดลองอีกว่าค่าสัมประสิทธิ์การไหลดังกล่าวไม่เปลี่ยนแปลงตามค่า Froude Number เริ่มต้น, F_1 และ $\frac{y_{1e}}{L}$ แต่จะลดลงเมื่อความยาว L ของช่องเปิดเพิ่มขึ้น

นอกจากนี้ยังได้ศึกษาเกี่ยวกับ bottom-racks และ slots ทุกชนิด โดยแสดงให้เห็นว่าสมมติฐานที่ว่าพลังงานจำเพาะเหนือตะแกรงมีค่าคงที่ยังคงใช้ได้สำหรับการไหลเข้าใกล้แบบใต้วิกฤติสำหรับตะแกรงที่มีช่องเปิดน้อย ในกรณีอื่นๆทั้งหมดพลังงานจะลดลงตามความยาวของตะแกรงแต่ไม่มีรายงานเกี่ยวกับการศึกษาในรายละเอียด

Ramamurthy, et al (1986) ได้ใช้ข้อมูลพื้นฐานจากการทดลองแบบจำลองทางไหลออกของทางน้ำแบบที่มีการไหล 2 มิติ ในการเสนอความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์อัตราการไหล C_{dr} และพารามิเตอร์ของความเร็ว η_1 กับ $\frac{L}{y_{1e}}$ ซึ่งเป็นกลุ่มของพารามิเตอร์สำหรับอัตราการไหลผ่านช่องเปิดที่อยู่ที่พื้นทางน้ำ คือ

$$C_{dr} = 0.611 + C_{1r}\eta_1^{\,2} + C_{2r}\eta_1^{\,4} + C_{3r}\eta_1^{\,6} + \ldots.. \tag{3-17}$$

สำหรับ $0 < \dfrac{L}{y_{1e}} \le 1.0; 0 < \eta_1 \le 1.0$

เมื่อ

$$C_{1r} = -0.538 + 0.254\left(\frac{L}{y_{1e}}\right) \tag{3-18}$$

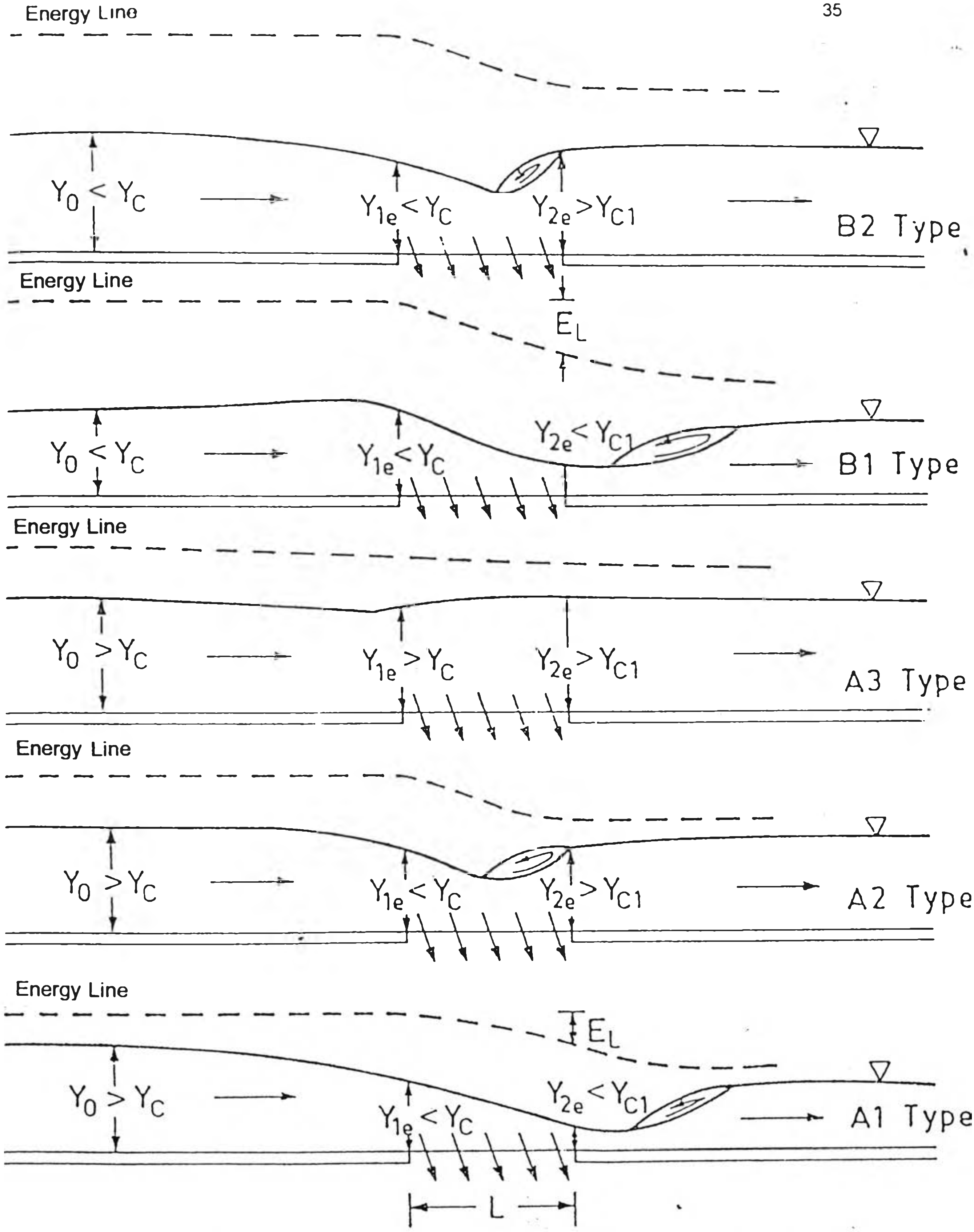
$$C_{2r} = 0.058 + 0.234\left(\frac{L}{y_{1e}}\right) \tag{3-19}$$

$$C_{3r} = -0.129 - 0.489\left(\frac{L}{y_{1e}}\right) \tag{3-20}$$

$$\eta_1 = \frac{1}{1 + \dfrac{2P_c}{F_1^{\,2}}} \tag{3-21}$$

และ $P_c =$ ตัวประกอบการปรับแก้ความดัน (Pressure correction factor) สำหรับการไหลแบบโค้งมีค่า $= f\left(\dfrac{L}{y_c}\right)$

Shree Kant Shukla (1987) ได้ทำการทดลองเพื่อศึกษาพฤติกรรมทางชลศาสตร์ของการไหลผ่านตะแกรงที่อยู่ท้องน้ำโดยซี่ของตะแกรงวางตัวตามยาว (longitudinal bar bottom-racks) สภาพการไหลได้ถูกแบ่งออกเป็น 5 ประเภทได้แก่ A1,A2,A3,B1 และ B2 ซึ่งอธิบายได้ดังรูป 3-1 โดยอาศัยเงื่อนไขการไหลเข้าสู่ตะแกรงและผลกระทบเนื่องจากท้ายน้ำที่ตำแหน่งทางเข้า โดยได้ศึกษารายละเอียดสำหรับการไหลแบบ A1,A3 และ B1 ในการไหลแบบ A1 และ B1 ได้มีการหาการเปลี่ยนแปลงของขอบเขตอัตราส่วนของความลึกที่ทางเข้า (limiting inlet depth ratio) อันเนื่องมาจากค่าอัตราส่วนพื้นที่ช่องเปิดของตะแกรง ซึ่งทำให้สามารถทำนายได้ว่าการไหลเหนือตะแกรงจะเป็นการไหลแบบจมทั้งหมดหรือไม่ พารามิเตอร์ต่างๆของการไหลและของตะแกรงที่สำคัญและมีผลกระทบต่อสัมประสิทธิ์อัตราการไหล,C_D



รูป 3-1 การจำแนกสภาพการไหลเหนือตะแกรงผันน้ำโดย Shree Kant Shukla

I19257326

ได้ถูกนำมาศึกษาและพบว่า พารามิเตอร์ของการไหลสำหรับการไหลแบบ A1 นั้นมีผลต่อค่าสัมประสิทธิ์อัตราการไหล,C_D น้อยมาก ในขณะที่จะมีผลอย่างมากสำหรับการไหลแบบ A3 และ B1 และมีการศึกษาความผันแปรของอัตราการไหลที่ถูกผันออกไป (Discharge Diversion) อันเกี่ยวเนื่องกับพารามิเตอร์ของการไหลและของตะแกรงสำหรับการไหลแบบ A1 และ B1 แยกจากกัน

ในการไหลแบบ A1 และ B1พบว่ามีการสูญเสียพลังงานเกิดขึ้นซึ่งสามารถตัดทิ้งได้ สำหรับการไหลแบบ A3 มีการศึกษาถึงความลาดของเส้นพลังงาน (energy slope) เหนือตะแกรงและทำให้ได้ความสัมพันธ์อย่างคร่าวๆ เพื่อใช้ประเมินหาความลาดของพลังงานในการไหลแบบ A1 และ B1 ซึ่งมีประโยชน์มากสำหรับการหาระดับความลึกการไหลเหนือตะแกรง

นอกจากนี้จากการศึกษายังพบว่าที่ตำแหน่งทางเข้าของช่องเปิดตะแกรงผันน้ำ การกระจายของความดันจะแตกต่างจากแบบ Hydrostatic เนื่องจากสภาพการไหลที่เส้นการไหลมีลักษณะโค้ง และยังพบอีกว่าที่หน้าตัดห่างจากทางเข้าของตะแกรงไปทางเหนือน้ำเป็นระยะทาง 5 เท่า ของความลึกการไหลที่หน้าตัดที่เป็นทางเข้าของตะแกรงผันน้ำ สภาพการไหลจะมีเส้นการไหลขนานกันและการกระจายของความดันจะเป็นแบบ Hydrostatic ดังนั้นจึงได้กำหนดให้หน้าตัดดังกล่าวเป็นหน้าตัดที่ใช้หาลักษณะของสภาพการไหลสู่ตะแกรงผันน้ำ

Ali Uyumaz (1997) ได้ทำการศึกษาการไหลแบบเปลี่ยนแปลงน้อยเทียบตามระยะทางในกรณีที่มีอัตราการไหลลดลง โดยใช้การศึกษาการไหลในทางน้ำรูปตัว U ที่มีฝายด้านข้าง (side weir) เป็นกรณีศึกษา โดยเขาได้ใช้แบบจำลองเชิงตัวเลข (Numerical model) ที่ได้รับจากสมการพลังงานและการแก้ปัญหาโดยวิธี Finite Difference Method ผลของการใช้วิธี Finite Difference Method ในการวิเคราะห์และแก้ปัญหาจะแสดงอยู่ในรูปของกราฟและสมการที่แสดงถึงลักษณะการไหล ซึ่งในการศึกษาของเขาจะศึกษาครอบคลุมการไหลทั้งที่เป็นแบบ subcritical flow และ supercritical flow สำหรับการวิเคราะห์ในเชิงตัวเลขโดยวิธี Finite Difference Method จะถูกเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลองในแบบจำลองทาง

กายภาพที่ได้สร้างขึ้น สำหรับกราฟหรือ chart ที่ได้จากการทดลองในครั้งนี้สามารถนำไปใช้ประโยชน์ในทางปฏิบัติจริงได้

สำหรับสมการที่ได้รับการพัฒนาขึ้นสำหรับการไหลเหนือฝายด้านข้างของทางน้ำเปิดรูปตัว U นี้ได้อาศัยสมมติฐานที่ว่า ไม่มีการสูญเสียพลังงานของการไหลขณะที่เกิดการไหลเหนือฝาย ดังนั้นพลังงานจำเพาะของการไหลถูกสมมติว่ามีค่าคงที่ (Smith 1973 ; El-Khashab and Smith 1976 ; Uyumaz and Musla 1985,1987 ; Hager 1987 ; Uyumaz and Smith 1991 ; Robinson and McGhee 1993) โดยสมมติฐานนี้สามารถใช้ได้กับฝายที่มีความยาวใดๆ โดยที่จะต้องไม่มีความยาวจนเกินไปนักและกำหนดให้อัตราส่วนของอัตราการไหลล้น (Spill flow) ต่ออัตราการไหลในทางน้ำเข้ามาสู่ฝายมีค่าไม่เกิน 0.75 (El-Khashab and Smith 1976-1978) จากรูป 3-2 พลังงานจำเพาะที่จุดใดๆ คือ

$$E = y + \frac{V^2}{2g} \qquad (3\text{-}22)$$

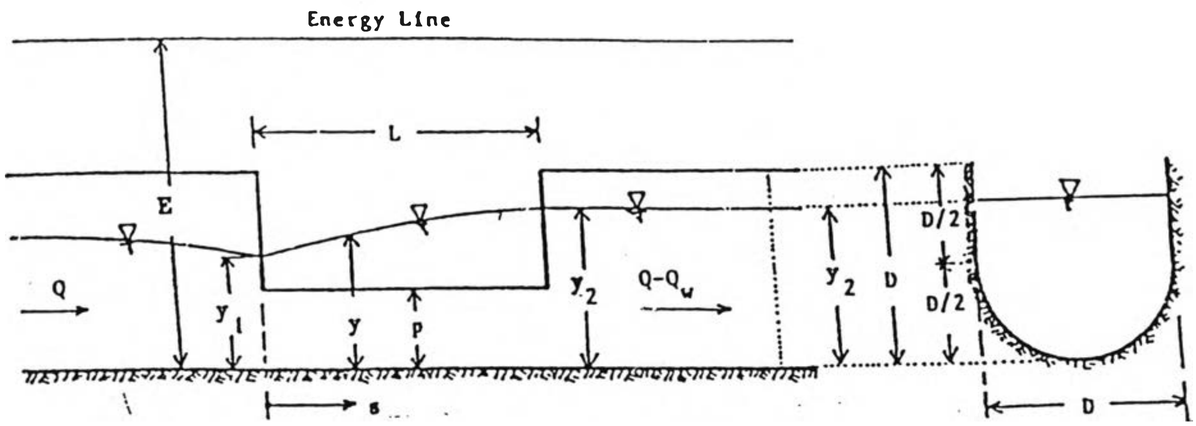
เมื่อ	E	=	พลังงานจำเพาะ
	y	=	ความลึกการไหล
	V	=	ความเร็วเฉลี่ยของการไหลในทางน้ำ
	g	=	ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

ถ้าให้	a	=	พื้นที่หน้าตัดขวางของการไหล
	Q	=	อัตราการไหลในทางน้ำที่หน้าตัดนั้น

จะได้ว่า

$$E = y + \frac{Q^2}{2ga^2} \qquad (3\text{-}23)$$

ซึ่งจะได้ $$Q = a\sqrt{2g(E-y)} \tag{3-24}$$



รูป 3-2 ลักษณะของฝายด้านข้างและการไหลเหนือฝาย

สมมติฐานโดยทั่วไปมีว่าการไหลในทางน้ำที่มีฝายด้านข้างจะประมาณได้ว่าเป็นการไหล 2 มิติและความดันในทางน้ำเป็นแบบ hydrostatic ถึงแม้ว่าจะมีความโค้งและความไม่เรียบของผิวน้ำ ในการศึกษาครั้งนี้ความลึกการไหล y จะแปรเปลี่ยนตามระยะทาง โดยจะไม่คำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงที่มีโอกาสเกิดขึ้นได้ในทิศทางด้านข้างเนื่องจากความยุ่งยากซับซ้อนของปัญหาที่จะทำการศึกษา ถึงแม้ว่าการไหลเหนือฝายด้านข้างจะทำมุม 90 ° กับทิศทางของฝาย สมการของฝายที่ใช้สำหรับอัตราการไหลต่อหน่วยความยาวถูกสมมติว่าเป็น

$$-\frac{dQ}{ds} = q = m\sqrt{2g(y-p)}(y-p) \tag{3-25}$$

เมื่อ m = สัมประสิทธิ์อัตราการไหลของฝายด้านข้าง

p = ความสูงของฝาย

s = ระยะทางวัดตามแนวทางน้ำ

กำหนดให้อัตราส่วนของอัตราการไหลเหนือฝายต่ออัตราการไหลในทางน้ำมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 0.75 ซึ่งเป็นสมมติฐานที่ใช้ได้ (El-Khashab 1975 ; El-Khashab and Smith 1976 ; Smith 1973,1974)

การเปลี่ยนแปลงของอัตราการไหลต่อหนึ่งหน่วยความยาวในทางน้ำรูปตัว U เนื่องจากฝายสามารถหาได้โดยการหาอนุพันธ์ของสมการ (3-24) เทียบกับ s และแทนค่าในสมการ (3-25) จะได้

$$\frac{d}{ds}\left[a\sqrt{2g(E-y)}\right]=-m\sqrt{2g(y-p)}(y-p) \qquad (3\text{-}26)$$

กำหนดให้

$$B=\sqrt{2g(E-y)} \qquad (3\text{-}27)$$

สมการที่ (3-26) สามารถเขียนได้เป็น

$$\frac{da}{ds}\sqrt{2g(E-y)}+a\frac{dB}{ds}=-m\sqrt{2g(y-p)}(y-p) \qquad (3\text{-}28)$$

หาอนุพันธ์ย่อยของสมการที่ (3-27) เทียบกับ s จะได้

$$\frac{dB}{ds}=-\frac{\sqrt{2g}}{2\sqrt{E-y}}\frac{dy}{ds} \qquad (3\text{-}29)$$

แทนค่า (3-29) ลงใน (3-28) จะได้

$$\frac{da}{ds}\sqrt{2g(E-y)}-a\frac{\sqrt{2g}}{2\sqrt{E-y}}\frac{dy}{ds}=-m\sqrt{2g(y-p)}(y-p) \qquad (3\text{-}30)$$

โดยการจัดรูปให้กระชับขึ้นและการจัดเทอมต่างๆใหม่และจากรูป 3-3 จะได้

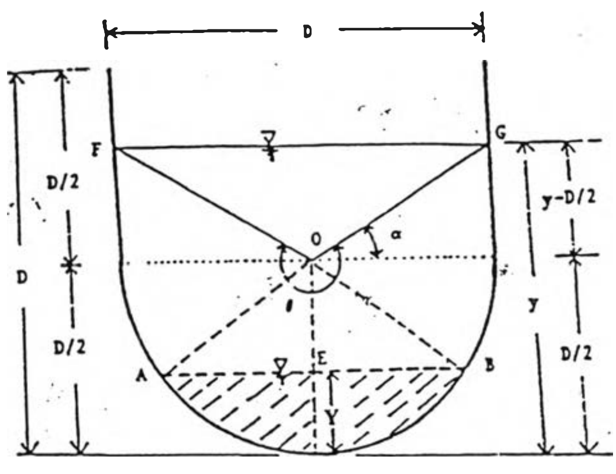
$$dX=-\frac{(\pi+4)}{16m}F(t)dt \qquad (3\text{-}31)$$

เมื่อ X = ระยะทางตามแนวสันฝาย

จากสมการ (3-31) อาจจะทำให้ดูง่ายขึ้นโดยใช้ความสัมพันธ์ dX = ds/D จะได้

$$\frac{ds}{D}=-\frac{(\pi+4)}{16m}F(t)dt \qquad (3\text{-}32)$$

$$ds=-\frac{D(\pi+4)}{16m}F(t)dt \qquad (3\text{-}33)$$



รูป 3-3 หน้าตัดขวางของทางน้ำรูปตัว U

อินทิเกรตทั้ง 2 ข้างของสมการ

$$\int_{s_1}^{s_2} ds = -\frac{D(\pi+4)}{16m} \cdot \int_{t_1}^{t_2} F(t)dt \tag{3-34}$$

$$s_2 - s_1 = \frac{D(\pi+4)}{16m}\Big| -\phi(t)\Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{D(\pi+4)}{16m}\Big|\psi(t)\Big|_{t_1}^{t_2} \tag{3-35}$$

และ

$$L = \frac{D(\pi+4)}{16m}\Big|\psi(t)\Big|_{t_1}^{t_2} \tag{3-36}$$

เมื่อ L = ความยาวของฝาย

$\phi(t), \psi(t) =$ Integral areas

สมการ (3-36) ใช้ในการหาความยาวของฝายด้านข้างในทางน้ำรูปตัว U เมื่อระดับน้ำเปลี่ยนแปลงจาก y_1 ไปเป็น y_2 ตามแนวฝาย สำหรับสมการ (3-33) สามารถหาคำตอบโดยใช้ Finite Difference Method

จากการศึกษาของเขาสามารถสรุปได้ว่า

ก) วิธีการทางทฤษฎีที่นำเสนอมาเพื่อใช้สำหรับคำนวณหาระดับความลึกการไหลและอัตราการไหลตามแนวฝายด้านข้างในทางน้ำรูปตัว U

ข) สำหรับในย่านการไหลแบบใต้วิกฤติความลึกการไหลในทางน้ำหลักจะเพิ่มสูงขึ้นจากด้านเหนือน้ำไปทางท้ายน้ำและจะเกิดตรงกันข้ามสำหรับการไหลแบบเหนือวิกฤติ

ค) เทคนิคการคำนวณโดยอาศัยสมมติฐานของพลังงานจำเพาะที่มีค่าคงที่ จะให้ผลลัพธ์ที่แม่นยำมากกว่ากราฟเชิงตัวเลข (Numerical curves) หรือสมการที่มีพื้นฐานจากการทดลองที่อยู่ในช่วงที่จำกัด