การประมาณจาโคเบียนเชิงภาพสำหรับระบบเซอร์โวเชิงภาพโดยการใช้กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการกับการประมาณด้วยพหุนามเทย์เลอร์

นายปริวัตร แก้วสถิตย์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาวิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์
คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2548

ISBN 974-53-2067-6

IMAGE JACOBIAN ESTIMATION FOR VISUAL SERVO SYSTEMS USING EVOLUTIONARY STRATEGY WITH TAYLOR POLYNOMIAL APPROXIMATION

Mr. Pariwat Keosatit

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science in Computer Science

Department of Computer Engineering

Faculty of Engineering

Chulalongkorn University

Academic Year 2005

ISBN 974-53-2067-6

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การประมาณจาโคเบียนเชิงภาพสำหรับระบบเซอร์โวเชิงภาพโดยการใช้กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการกับการประมาณด้วยพหุนามเทย์เลอร์
โดย	นายปริวัตร แก้วสถิตย์
สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.ประภาส จงสถิตย์วัฒนา

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต

.... คณบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์

(ศาสตราจารย์ ดร.ดิเรก ลาวัณย์ศิริ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.... ประธานกรรมการ

(อาจารย์ ดร.อรรถวิทย์ สุดแสง)

ประภาส จงสถิตย์วัฒนา........ อาจารย์ที่ปรึกษา

(รองศาสตราจารย์ ดร.ประภาส จงสถิตย์วัฒนา)

.... กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิทยา วัณณสุโภประสิทธิ์)

..........เศรษฐา ปานงาม.......................... กรรมการ

(อาจารย์ ดร.เศรษฐา ปานงาม)

ปริวัตร แก้วสถิตย์ : การประมาณจาโคเบียนเชิงภาพสำหรับระบบเซอร์โวเชิงภาพโดยการใช้กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการกับการประมาณด้วยพหุนามเทย์เลอร์. (IMAGE JACOBIAN ESTIMATION FOR VISUAL SERVO SYSTEMS USING EVOLUTIONARY STRATEGY WITH TAYLOR POLYNOMIAL APPROXIMATION) อ. ที่ปรึกษา : รศ.ดร.ประภาส จงสถิตย์วัฒนา, 46 หน้า. ISBN 974-53-2067-6.

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เสนอวิธีการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพสำหรับระบบเซอร์โวเชิงภาพโดยการใช้กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการกับการประมาณด้วยพหุนามเทย์เลอร์ วิธีที่นำเสนอเป็นวิธีที่ปรับจาโคเบียนเชิงภาพตลอดการเคลื่อนที่ โดยจะประมาณจาโคเบียนเชิงภาพของตำแหน่งปัจจุบันด้วยพหุนามเทย์เลอร์และใช้กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการหาค่าสัมประสิทธิ์ของพหุนามนั้น งานวิจัยนี้ได้ทำการทดลองโดยจำลองระบบเซอร์โวเชิงภาพที่มีดีกรีของความอิสระเท่ากับ 3 ป้อนกลับด้วยระบบกล้องสเตอริโอ การทดลองได้เปรียบเทียบวิธีนี้กับวิธีที่ใช้จาโคเบียนเชิงภาพค่าเดียวกันทุกจุดตลอดการเคลื่อนที่จำนวน 1 วิธีและวิธีที่ปรับค่าจาโคเบียนเชิงภาพใหม่ทุกจุดตลอดการเคลื่อนที่โดยใช้ข้อมูลการเคลื่อนครั้งที่แล้วซึ่งทำให้ได้จาโคเบียนเชิงภาพที่เหมาะกับจุดที่แล้วจำนวน 2 วิธี ผลการทดลองแสดงว่าวิธีนี้สามารถทำงานได้ดีและให้ค่าความผิดพลาดของวิถีน้อยกว่าวิธีอื่นๆ

ภาควิชา	วิศวกรรมคอมพิวเตอร์	ลายมือชื่อนิสิต ปริวัตร แก้วสถิตย์
สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ประภาส จงสถิตย์วัฒนา
ปีการศึกษา	2548	ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม -

4570413621 : MAJOR COMPUTER SCIENCE

KEY WORD: IMAGE JACOBIAN / VISUAL SERVO SYSTEM / EVOLUTIONARY STRATEGY / TAYLOR POLYNOMIAL APPROXIMATION

PARIWAT KEOSATIT : IMAGE JACOBIAN ESTIMATION FOR VISUAL SERVO SYSTEMS USING EVOLUTIONARY STRATEGY WITH TAYLOR POLYNOMIAL APPROXIMATION. THESIS ADVISOR : ASSOC. PROF. PRABHAS CHONGSTITVATANA, Ph.D., 46 pp. ISBN 974-53-2067-6.

The thesis proposes an image Jacobian estimation method for visual servo systems using evolutionary strategy with Taylor polynomial approximation. The proposed technique adjusts image Jacobian for every movement. Taylor polynomial is used to approximate image Jacobian function. Evolutionary strategy is used to find its coefficients. A task by a three–degree-of-freedom robot manipulator with visual feedback from stereo cameras is exemplified. The experiment is carried out by comparing the proposed method with one offline method and the other two online methods which update the image Jacobian in such a way as to satisfy the most recent observation. The result shows that the proposed method when applied to adapt image Jacobian performs the visual servoing task with smaller trajectory error than the other methods.

Department	Computer Engineering	Student's signature ....Pariwat Keosatit....
Field of study	Computer Science	Advisor's signature ....P. Chongstitvatana....
Academic year	2005	Co-advisor's signature ....-........

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สามารถสำเร็จลุล่วงไปด้วยดีด้วยความช่วยเหลือของ รศ.ดร.ประภาส จงสถิตย์วัฒนา อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งคอยดูแลให้คำปรึกษาในการแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ทั้งปัญหาเชิงแนวคิด ปัญหาเชิงเทคนิค ตลอดจนให้คำปรึกษาเรื่องชีวิตการเรียน คอยถามไถ่ทุกข์สุข และเป็นกำลังใจให้ตลอดมา ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างยิ่ง

ผู้เขียนขอขอบคุณเจ้าหน้าที่ภาควิชาทุกท่านที่ช่วยเหลือในการติดต่อประสานงาน รวมถึงอำนวยความสะดวกในการทำวิทยานิพนธ์ ตลอดจนเป็นกำลังใจให้

สุดท้ายนี้ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณบิดาและมารดาที่ให้การสนับสนุนผู้เขียนในทุก ๆ ด้าน

สารบัญ

หน้า

สารบัญตาราง

สารบัญภาพ

บทที่ 1

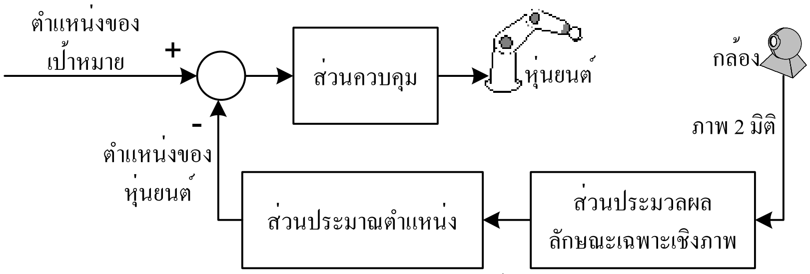
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

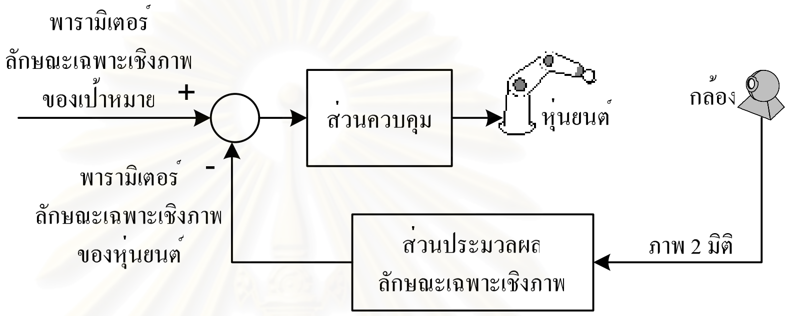
การควบคุมหุ่นยนต์โดยใช้ข้อมูลป้อนกลับจากระบบการมองเห็นถูกนำมาใช้ เพื่อเพิ่มความยืดหยุ่นและความถูกต้องของระบบหุ่นยนต์ ระบบการควบคุมหุ่นยนต์แบบนี้เรียกว่าระบบเซอร์โวเชิงภาพ (visual servo system) [1] ระบบเซอร์โวเชิงภาพสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานด้านต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง เช่น การผลิต (การหยิบวัตถุบนสายพานและการประกอบชิ้นส่วน), การควบคุมพวงมาลัยรถยนต์, การจอดเครื่องบิน, การทำให้สมดุล, การทำงานระยะไกล เป็นต้น แม้ว่าระบบเซอร์โวเชิงภาพได้เกิดขึ้นมาเป็นเวลานานแล้ว การประยุกต์ใช้งานเทคโนโลยีนี้ยังคงถูกจำกัด เนื่องจากความต้องการฮาร์ดแวร์ประสิทธิภาพสูงที่มีราคาแพง อย่างไรก็ตาม อุปกรณ์ เช่น กล้อง, ฮาร์ดแวร์ประมวลผลภาพ, คอมพิวเตอร์ ฯลฯ มีราคาถูกลง และมีแนวโน้มที่จะถูกลงอีกในอนาคต อีกทั้งกล้องในท้องตลาดปัจจุบันเป็นกล้องที่มีประสิทธิภาพสูง เช่น มีความละเอียดภาพ (image resolution) สูงกว่ามาตรฐานของโทรทัศน์ซึ่งเป็นข้อจำกัดของกล้องมาเป็นเวลานาน [2] เนื่องจากประโยชน์ในการประยุกต์ใช้งาน, เทคโนโลยีที่มีความสามารถสูงขึ้นในปัจจุบัน, และแนวโน้มของราคาดังที่ได้กล่าวมา ระบบเซอร์โวเชิงภาพจะมีความสำคัญ และกลายเป็นระบบควบคุมสำหรับหุ่นยนต์ทั่วไปในอนาคต

โดยทั่วไปภายนอกสภาพแวดล้อมที่ถูกจัดการด้วยกระบวนการทางวิศวกรรมอย่างระมัดระวัง เช่น ห้องทดลองหรือโรงงานอุตสาหกรรม เกือบจะเป็นไปไม่ได้เลยที่จะได้ข้อมูลโครงแบบ (configuration) และตัวแบบ (model) ของระบบที่มีความถูกต้องในระดับมิลลิเมตร [3] แม้แต่ในโรงงานอุตสาหกรรม การเทียบมาตรฐาน (calibration) อุปกรณ์ต่าง ๆ ในระบบ เพื่อให้ได้โครงแบบและตัวแบบของระบบที่ถูกต้อง ก็เป็นกระบวนการที่ยากและเต็มไปด้วยความผิดพลาด [4] ด้วยเหตุนี้จึงเป็นแรงบันดาลใจให้การวิจัยนี้ศึกษาระบบเซอร์โวเชิงภาพที่ต้องการความรู้ก่อนประสบการณ์ (prior knowledge) เกี่ยวกับโครงแบบและตัวแบบของระบบน้อยที่สุด

ระบบเซอร์โวเชิงภาพสามารถจำแนกตามลักษณะอินพุตของส่วนควบคุมได้ 2 ประเภท ได้แก่ ระบบบนพื้นฐานตำแหน่ง (position-based system) และระบบบนพื้นฐานภาพ (image-based system) [5] ในระบบบนพื้นฐานตำแหน่ง ลักษณะเฉพาะเชิงภาพ (image feature) เช่น สัญลักษณ์ที่ทำไว้ที่จุดปลายของแขนหุ่นยนต์ จะถูกดึงออกมาจากภาพ 2 มิติ แล้วใช้ข้อมูลทางเรขาคณิตกับตัวแบบของกล้อง เพื่อที่จะประมาณตำแหน่งในโลกจริงดังรูปที่ 1 ส่วนระบบบนพื้นฐานภาพ ค่าที่ป้อนกลับไปจะอยู่ในรูปแบบค่าที่ได้จากลักษณะเฉพาะเชิงภาพที่เรียกว่าพารามิเตอร์ลักษณะเฉพาะเชิงภาพ (image feature parameter) โดยตรง เช่น ค่าพิกัดระนาบภาพ (image plane coordinates) ของลักษณะเฉพาะเชิงภาพ ดังรูปที่ 2 จะเห็นว่า ระบบบนพื้นฐานของภาพจะไม่ต้องแปลความหมายของภาพเป็นตำแหน่งในโลกจริง ทำให้ลดปัญหาความผิดพลาดเนื่องจากการสร้างแบบจำลองของกล้อง ดังนั้นระบบบนพื้นฐานภาพจึงถูกเลือกใช้ในการวิจัยนี้



รูปที่ 1 ระบบเซอร์โวเชิงภาพบนพื้นฐานตำแหน่ง



รูปที่ 2 ระบบเซอร์โวเชิงภาพบนพื้นฐานภาพ

ในระบบบนพื้นฐานภาพ อินพุตของส่วนควบคุมจะอยู่ในรูปแบบพารามิเตอร์ลักษณะเฉพาะเชิงภาพ ในขณะที่อินพุตของหุ่นยนต์มักจะอยู่ในรูปแบบพิกัดข้อต่อของหุ่นยนต์หรือตำแหน่งของหุ่นยนต์ เพราะฉะนั้นจึงจำเป็นจะต้องสัมพันธ์ความเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ลักษณะเฉพาะเชิงภาพกับความเปลี่ยนแปลงของตำแหน่งของหุ่นยนต์ เมทริกซ์ที่ทำหน้าที่นี้เรียกว่าจาโคเบียนเชิงภาพ (image Jacobian) [2] โดยมีความสัมพันธ์คือ

$$\Delta\mathbf{f} = \mathbf{J}(\mathbf{r})\Delta\mathbf{r} \tag{1}$$

เมื่อ $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ คือจาโคเบียนเชิงภาพซึ่งเป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง โดยสมการของฟังก์ชันจะขึ้นอยู่กับโครงแบบและตัวแบบของระบบ, $\Delta\mathbf{f}$ คือเวคเตอร์ของความเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ลักษณะเฉพาะเชิงภาพ, และ $\Delta\mathbf{r}$ คือเวคเตอร์ของความเปลี่ยนแปลงของตำแหน่งของหุ่นยนต์

ในระบบที่ไม่มีความรู้เกี่ยวกับโครงแบบและตัวแบบของระบบที่ถูกต้อง เราไม่สามารถคำนวณหาจาโคเบียนเชิงภาพโดยตรงได้ เพราะฉะนั้นการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพจึงจำเป็นสำหรับระบบแบบนี้

วิทยานิพนธ์นี้จะเสนอการวิจัยหาวิธีประมาณจาโคเบียนเชิงภาพสำหรับระบบเซอร์โวเชิงภาพโดยใช้ความรู้ก่อนประสบการณ์เกี่ยวกับโครงแบบและตัวแบบของระบบให้น้อยที่สุด

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ตั้งแต่งานของ Shirai และ Inoue [6] ซึ่งเป็นยุคบุกเบิกของการนำการป้อนกลับจากระบบการมองเห็นมาใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ในช่วงต้น 1980s งานวิจัยทางด้านนี้มีความก้าวหน้าที่ค่อนข้างช้า แต่ในช่วงไม่กี่ปีที่ผ่านมา งานวิจัยที่ถูกตีพิมพ์มีจำนวนเพิ่มขึ้นอย่างเห็นได้ชัด เนื่องจากราคาที่ถูกลงของอุปกรณ์ในระบบการมองเห็นและพลังการคำนวณของเครื่องคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคล (personal computer) ที่ได้ก้าวข้ามจุดที่ทำให้การประมวลผลภาพไม่เป็นปัญหาอีกต่อไป

ต่อมา ระบบแบบนี้ถูกเรียกว่าระบบเซอร์โวเชิงภาพ โดย Hill และ Park [1] เป็นพวกแรกที่ใช้คำเฉพาะนี้ในปี 1979 เพื่อเน้นให้เห็นความแตกต่างระหว่างงานของพวกเขากับระบบที่ไม่ป้อนกลับ

ในปี 1987 Sanderson, Weiss, และ Neuman [7] ได้สร้างจาโคเบียนเชิงภาพซึ่งพวกเขาอ้างถึงในนามฟีเตอร์เซนซิทิวิทีเมทริกซ์ (feature sensitivity matrix) เพื่อใช้กับระบบเซอร์โวเชิงภาพบนพื้นฐานภาพ นอกจากนี้จาโคเบียนเชิงภาพยังถูกอ้างถึงในนามอินเตอแรกชันเมทริกซ์ (interaction matrix) [8] และบีเมทริกซ์ (B matrix) [9], [10] งานวิจัยอื่น ๆ ที่ใช้จาโคเบียนเชิงภาพ เช่น [11], [12], [13] ฯลฯ

ตั้งแต่ช่วงปลาย 1990s เป็นต้นมา ได้มีความพยายามประมาณจาโคเบียนเชิงภาพสำหรับระบบเซอร์โวเชิงภาพ งานวิจัยเหล่านี้ ได้แก่

ปี 1990 Conkie และ Chongstitvatana [14] ได้ประมาณจาโคเบียนเชิงภาพขนาด 3×3 โดยประมาณค่าจาโคเบียนเชิงภาพเพียงครั้งเดียวที่จุดเริ่มต้น แล้วใช้ค่าจาโคเบียนเชิงภาพนั้นเพียงค่าเดียวตลอดการเคลื่อนที่ การประมาณค่าจาโคเบียนเชิงภาพด้วยวิธีนี้จะใช้การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์ที่จุดเริ่มต้นจำนวน 3 ครั้ง สมมุติให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่ไป $[\Delta r_1, 0, 0]^T$, $[0, \Delta r_2, 0]^T$, และ $[0, 0, \Delta r_3]^T$ ทำให้ได้เวคเตอร์ของความเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ลักษณะเฉพาะเชิงภาพเป็น $[\Delta f_{11}, \Delta f_{21}, \Delta f_{31}]^T$, $[\Delta f_{12}, \Delta f_{22}, \Delta f_{32}]^T$, และ $[\Delta f_{13}, \Delta f_{23}, \Delta f_{33}]^T$ ตามลำดับ ค่าจาโคเบียนเชิงภาพ $\mathbf{J}$ ที่ได้จะเป็น

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta f_{11}}{\Delta r_1} & \frac{\Delta f_{12}}{\Delta r_2} & \frac{\Delta f_{13}}{\Delta r_3} \\ \frac{\Delta f_{21}}{\Delta r_1} & \frac{\Delta f_{22}}{\Delta r_2} & \frac{\Delta f_{23}}{\Delta r_3} \\ \frac{\Delta f_{31}}{\Delta r_1} & \frac{\Delta f_{32}}{\Delta r_2} & \frac{\Delta f_{33}}{\Delta r_3} \end{bmatrix} \tag{2}$$

อย่างไรก็ตามค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่ได้นี้จะใช้ได้ดีเฉพาะบริเวณใกล้จุดที่ประมาณเท่านั้น

ในปี 1996-1997 Jagersand, Fuentes, และ Nelson [3], [15], [16] ได้พยายามประมาณค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่ตำแหน่งปัจจุบัน $\mathbf{J}_c$ ให้มีความสัมพันธ์เป็นไปตามสมการที่ 3

$$\mathbf{\Delta f}_l = \mathbf{J}_c \mathbf{\Delta r}_l \tag{3}$$

เมื่อ $\Delta\mathbf{f}_l$ เป็นเวคเตอร์ของความเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ลักษณะเฉพาะเชิงภาพ และ $\Delta\mathbf{r}_l$ เป็นเวคเตอร์ของความเปลี่ยนแปลงของตำแหน่งของหุ่นยนต์ในการเคลื่อนที่จริงครั้งที่แล้ว โดย Jagersand และคณะใช้การทำให้เหมาะที่สุดไม่เชิงเส้น (nonlinear optimization) ที่เรียกว่าวิธีบรอยเดน (Broyden method) ปรับค่าจาโคเบียนเชิงภาพตลอดการเคลื่อนที่ ถ้าให้ $\mathbf{J}_l$ เป็นค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่ได้จากการประมาณครั้งที่แล้ว จะหาค่าจาโคเบียนเชิงภาพ $\mathbf{J}_c$ ที่ต้องการได้จาก

$$\mathbf{J}_c = \mathbf{J}_l + \frac{(\Delta\mathbf{f}_l - \mathbf{J}_l\Delta\mathbf{r})\Delta\mathbf{r}^T}{\Delta\mathbf{r}^T\Delta\mathbf{r}} \quad (4)$$

นอกจากนี้ยังมีงานวิจัยที่ใช้วิธีประมาณจาโคเบียนเชิงภาพแบบเดียวกันกับงานของ Jagersand และคณะอีก ได้แก่งานวิจัยของ Hosoda, Sakamoto, และ Asada [17], [18]

ในปี 2001 Kata Praditwong และ Prabhas Chongstitvatana [19], [20] ได้ใช้กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการ (evolutionary strategy) ประมาณจาโคเบียนเชิงภาพ โดยนำข้อมูลการเคลื่อนที่จริงของหุ่นยนต์ครั้งที่แล้วมาใช้วัดค่าความเหมาะสม (fitness) ของค่าจาโคเบียนเชิงภาพ ค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่มีค่าความเหมาะสมที่ดีจะให้ความสัมพันธ์ที่ใกล้เคียงกับสมการที่ 3

วัตถุประสงค์

เพื่อหาวิธีประมาณจาโคเบียนเชิงภาพสำหรับระบบเซอร์โวเชิงภาพ เพื่อเพิ่มความถูกต้องของระบบหุ่นยนต์

ขอบเขตการวิจัย

1. วิธีประมาณจาโคเบียนเชิงภาพที่ออกแบบใช้สำหรับระบบเซอร์โวเชิงภาพบนพื้นฐานภาพ
2. การประเมินผลวิธีประมาณจาโคเบียนเชิงภาพที่ได้ออกแบบทำในระบบเซอร์โวเชิงภาพที่ระบบหุ่นยนต์เป็นระบบแขนหุ่นยนต์ 3 มิติที่มีดีกรีของความอิสระ (degree of freedom) เท่ากับ 3 และระบบการมองเห็นเป็นระบบกล้องสเตอริโอ (stereo camera system)

โดยการทดลองจะทำในโปรแกรมจำลอง (simulator) ซึ่งจะเปรียบเทียบวิธีประมาณจาโคเบียนเชิงภาพ 4 วิธี ได้แก่

1. วิธีของงานวิจัยของ Conkie และ Chongstitvatana [14]
2. วิธีของงานวิจัยของ Jagersand, Nelson, และ Fuentes [3], [15], [16]
3. วิธีของงานวิจัยของ Kata Praditwong และ Prabhas Chongstitvatana [19], [20]
4. วิธีของงานวิจัยนี้

ขั้นตอนการวิจัย

1. ศึกษาระบบเซอร์โวเชิงภาพและจาโคเบียนเชิงภาพ
2. ศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
3. ศึกษาการประยุกต์ใช้กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการและการประมาณด้วยพหุนามเทย์เลอร์ในการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพ
4. ออกแบบวิธีประมาณจาโคเบียนเชิงภาพ
5. ออกแบบการทดลอง เพื่อประเมินวิธีประมาณจาโคเบียนเชิงภาพที่ได้ออกแบบไว้
6. เขียนโปรแกรมจำลอง เพื่อใช้ในการทดลอง
7. ทดลอง และบันทึกผลการทดลอง
8. วิเคราะห์ผลการทดลอง และสรุปผลการวิจัย

ประโยชน์

ได้วิธีประมาณจาโคเบียนเชิงภาพสำหรับระบบเซอร์โวเชิงภาพที่ช่วยเพิ่มความถูกต้องของระบบหุ่นยนต์ โดยใช้ความรู้ก่อนประสบการณ์เกี่ยวกับโครงแบบและตัวแบบของระบบให้น้อยที่สุด ทำให้สามารถใช้ระบบเซอร์โวเชิงภาพได้ในสภาพแวดล้อมนอกโรงงานอุตสาหกรรมที่ไม่มีข้อมูลโครงแบบและตัวแบบของระบบที่ถูกต้อง

ผลงานที่ตีพิมพ์จากงานวิจัย

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้รับการตีพิมพ์และนำเสนอในงานประชุมวิชาการ 4th Asian Conference on Industrial Automation and Robotics (ACIAR'05) ณ กรุงเทพมหานคร ประเทศไทย ในวันที่ 11-13 พฤษภาคม พ.ศ. 2548 ในบทความเรื่อง Online Estimation of Image Jacobian by Taylor Polynomial using Evolutionary Strategy for Visual Servo Systems โดย Pariwat Keosatit และ Prabhas Chongstitvatana

บทที่ 2

กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการ

บทนี้จะกล่าวถึงแนวคิดของวิวัฒนาการและวิธีที่จะประยุกต์ในมุมมองของวิทยาการคอมพิวเตอร์ เราจะศึกษาวิวัฒนาการ วิธีการทำงานของวิวัฒนาการ และสิ่งที่เราได้เรียนรู้จากวิวัฒนาการ เพื่อที่จะได้เข้าใจกลไกเบื้องหลังของกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการ

วิวัฒนาการ (Evolution)

จากหนังสือ "Origin of the Species" ของ Charles Darwin [21] Darwin ได้เสนอแนวความคิดของวิวัฒนาการว่า เป็นวิธีที่สิ่งมีชีวิตสามารถที่จะมีชีวิตอยู่บนโลกนี้ได้ แนวความคิดนั้นค่อนข้างเรียบง่าย Darwin เสนอว่า สิ่งมีชีวิตทุก ๆ ชีวิตบนโลกมีบรรพบุรุษอยู่เพียงหนึ่งเดียว บรรพบุรุษนั้น เมื่อเคลื่อนที่ไปในโลก ได้ทำให้สิ่งแวดล้อมของโลกนั้นเปลี่ยนแปลง และได้ปรับตัวและเปลี่ยนแปลงไปตามสิ่งแวดล้อมเหล่านั้น เพื่อพยายามที่จะมีชีวิตรอด ดังนั้นสิ่งมีชีวิตเมื่อเคลื่อนที่ไปทางเหนือซึ่งมีอากาศหนาวเย็นจะทำให้เกิดขนซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของกลไกการปรับตัว เพื่อให้มีชีวิตรอด ความเปลี่ยนแปลงเหล่านั้นทำให้บรรพบุรุษนั้นเปลี่ยนไปเป็นสปีชีส์ (species) ต่าง ๆ แตกต่างกัน ความเปลี่ยนแปลงที่สำคัญทำให้รูปแบบสิ่งมีชีวิตเปลี่ยนโดยฉับพลันไปเป็นสปีชีส์ที่ค่อนข้างแตกต่างกัน (เช่น สัตว์เลื้อยคลานพัฒนาจนสามารถบินได้ และเปลี่ยนไปเป็นสิ่งมีชีวิตอย่างนก) Darwin ยังได้เสนอแนวความคิดของการเลือกโดยธรรมชาติซึ่งกล่าวว่า สิ่งมีชีวิตที่ปรับตัวเข้ากับสิ่งแวดล้อมได้ดีที่สุดจะมีชีวิตรอด ดังนั้นสิ่งมีชีวิตเหล่านั้นจะถูกเลือกโดยธรรมชาติ เพื่อที่จะแพร่พันธุ์และอยู่รอดต่อไป กลไกทางชีววิทยาที่เป็นตัวกำหนดลักษณะของสิ่งมีชีวิตคือพันธุกรรม (genetic) ยีน (gene) เป็นพิมพ์เขียวพื้นฐานที่จะกำหนดลักษณะของสิ่งมีชีวิต ความแตกต่างกันของยีนระหว่างสิ่งมีชีวิตในสปีชีส์เดียวกันจะเป็นตัวกำหนดความซับซ้อนและความหลากหลาย (เช่น สีตาของมนุษย์) ความเปลี่ยนแปลงในยีนของสิ่งมีชีวิตใดอาจจะทำให้สิ่งมีชีวิตนั้นปรับตัวเข้ากับสิ่งแวดล้อมของมันได้ดียิ่งขึ้น ลักษณะอีกประการหนึ่งของวิวัฒนาการคือแนวคิดของการมีชีวิตรอดและความเหมาะสมของ Darwin (Darwinian fitness) การมีชีวิตรอดได้รับการนิยามว่า เป็นความสามารถของสิ่งมีชีวิตใด ๆ ที่จะถ่ายทอดยีนของมันไปยังรุ่นต่อไป ดังนั้นความเหมาะสมของ Darwin คือความสามารถของสิ่งมีชีวิตใด ๆ ที่จะมีชีวิตรอด และถ่ายทอดยีนของมัน ในเชิงปริมาณเราสามารถมองความเหมาะสมของ Darwin ว่า เป็นการวัดว่า ยีนใดถูกถ่ายทอดไปยังรุ่นต่อไป สังเกตว่า สิ่งมีชีวิตใดยังสามารถมีค่าความเหมาะสมสูง เมื่อสิ่งมีชีวิตนั้นถ่ายทอดยีนของมันไปยังรุ่นต่อไป สิ่งมีชีวิตนี้อาจจะไม่ใช่สิ่งมีชีวิตที่ดีที่สุดของประชากรที่เราคิดว่า สามารถที่จะมีชีวิตรอดได้ ในขณะที่ประชากรเปลี่ยนถ่ายไปยังรุ่นต่อไป ความเปลี่ยนแปลงใด ๆ ในประชากรที่ช่วยให้มันมีชีวิตรอดในสิ่งแวดล้อมของมันสามารถตีความว่า เป็นความเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยที่วิวัฒนาการสิ่งมีชีวิตจากรูปแบบหนึ่งไปเป็นอีกรูปแบบหนึ่ง วิวัฒนาการเป็นกระบวนการที่ค่อนข้างช้าในทางชีววิทยา โดยจะต้องใช้เวลาสักระยะหนึ่ง เพื่อให้สิ่งมีชีวิตเปลี่ยนแปลงไปจากเดิมมากๆ เนื่องจากความเปลี่ยนแปลงในยีนเกิดขึ้นไม่บ่อยนักผ่านทางกลไก เช่น การกลายพันธุ์ นอกจากนี้รูปแบบของ

สิ่งแวดล้อมจะค่อนข้างคงที่ ทำให้สิ่งมีชีวิตอาจจะไม่มีความกดดันที่จะผลักดันให้เกิดความเปลี่ยนแปลงได้ ด้วยแนวคิดนี้เราสามารถปรับเอากระบวนการวิวัฒนาการไปแก้ปัญหาที่ยากจะแก้ไขได้

กำเนิดกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการ (Evolutionary Strategy)

ย้อนกลับไปในปี 1964 Rechenberg [22] และ Schwefel [23] ตั้งใจที่จะสร้างหัวฉีดเจ็ต (jet nozzle) ที่สมบูรณ์แบบ หัวฉีดที่สมบูรณ์แบบควรจะสามารถใช้เชื้อเพลิงได้อย่างเต็มประสิทธิภาพ เพื่อที่จะสร้างกำลังขับให้มากที่สุด นี่เป็นปัญหาสำหรับวิศวกรที่ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของพลศาสตร์ของไหลในการพยายามแก้ปัญหามาเป็นเวลานาน Rechenberg และ Schwefel ระบุว่า อาจจะง่ายกว่า ถ้าเริ่มกับหัวฉีดที่ใช้ในเชิงพาณิชย์อยู่แล้ว และวิวัฒนาการหัวฉีดเหล่านั้น พวกเขานำเอาหัวฉีดมาจำนวนหนึ่ง และแยกออกเป็นส่วนประกอบต่าง ๆ พวกเขาสร้างการทดลองขึ้นมาจำนวนหนึ่ง เพื่อพยายามวิวัฒนาการให้ได้หัวฉีดที่สมบูรณ์แบบ พวกเขาเริ่มจากหัวฉีดเริ่มต้นที่ทำมาจากการประกอบกันของส่วนประกอบต่าง ๆ จากหัวฉีดต่าง ๆ หลังจากนั้นจึงวัดประสิทธิภาพของหัวฉีดที่ประกอบขึ้นมาใหม่เหล่านี้ แต่ละหัวฉีดจะถูกกำหนดค่าประสิทธิภาพตัวละค่า จากค่าเหล่านี้พวกเขาเริ่มเปลี่ยนแปลงหัวฉีดที่ดีที่สุดจำนวนหนึ่ง โดยใช้ตัวดำเนินการทางพันธุกรรม (genetic operator) จำนวนหนึ่ง ตัวดำเนินการทางพันธุกรรมเหล่านี้นำมาจากชีววิทยาซึ่งประกอบด้วยตัวดำเนินการมิวเตชัน (mutation) ตัวดำเนินการมิวเตชันเป็นการเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยในสิ่งที่ประกอบกันขึ้นทั้งหมดของหัวฉีด หลังจากมิวเตชันแล้วพวกเขาได้ทำการทดสอบหัวฉีดอันใหม่ หลังจากทดลองแบบนี้ซ้ำๆ อยู่หลายครั้ง พวกเขาประสบความสำเร็จในการสร้างหัวฉีดอันหนึ่งที่ดีกว่าหัวฉีดใด ๆ ที่มีอยู่ในท้องตลาด จะเห็นว่า การทดลองของพวกเขาไม่ได้ใช้คณิตศาสตร์ใด ๆ เกี่ยวกับพลศาสตร์ของไหล พวกเขาเพียงแค่นำหัวฉีดมาจำนวนหนึ่ง แล้ววิวัฒนาการหัวฉีดเหล่านั้น ซึ่งทำให้ได้คำตอบของปัญหาที่ดีกว่า วิธีการแบบนี้เหมือนกับทฤษฎีวิวัฒนาการที่ Darwin เสนอไว้

การประยุกต์กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการกับปัญหาทางคอมพิวเตอร์

ในส่วนนี้เราจะกล่าวถึงวิธีการประยุกต์การวิวัฒนาการกับปัญหาในศาสตร์ของคอมพิวเตอร์ ในกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการเราหาคำตอบซึ่งอาจจะใช้วิธีแตกต่างจากวิธีที่เคยทำกัน ส่วนใหญ่เมื่อได้ปัญหาแล้ว จะแก้ปัญหาโดยปกติไปทีละขั้นเข้าไปหาคำตอบ ๆ หนึ่ง อย่างไรก็ตามในหลายกรณีคำตอบที่ได้นั้นยังไม่เป็นที่พอใจ เพราะในขณะที่มันเป็นคำตอบ ๆ หนึ่งของปัญหา แต่มันอาจจะไม่ใช่คำตอบที่ดีที่สุด วิธีการหนึ่งในการแก้ปัญหาแบบนี้คือการจัดการกับชุดของคำตอบชุดหนึ่ง วิวัฒนาการคำตอบเหล่านั้น เพื่อที่จะให้ได้คำตอบที่ดีที่สุด ดังนั้นเรามักจะเริ่มจากชุดของคำตอบเริ่มต้น แล้วประเมินว่าคำตอบเหล่านี้ดีขนาดไหน โดยใช้เกณฑ์การประเมินค่าความเหมาะสมบางอย่าง ขั้นต่อไปจะเป็นการกำหนดว่าจะใช้ตัวดำเนินการทางพันธุกรรมตัวใด มิวเตชันเป็นตัวที่ใช้กันมากที่สุด เพราะทำให้เกิดการผันแปรและการเปลี่ยนแปลงในคำตอบ เราจะไม่รู้ว่าการเปลี่ยนแปลงหนึ่งใดของหนึ่งในคำตอบปัจจุบันจะนำไปสู่คำตอบที่ดีขึ้นหรือไม่ อย่างไรก็ตามสำหรับประชากรเราสามารถใช้เกณฑ์ความเหมาะสมตัดสินว่า คำตอบที่ดีที่สุดในประชากรของเราคืออะไร เราสามารถใช้ตัวดำเนินการทางพันธุกรรม

กับคำตอบ และสร้างคำตอบใหม่ โดยหวังว่า จะดีกว่ากลุ่มพ่อแม่ ระหว่างที่เราผ่านกระบวนการเหล่านี้เราหวังที่จะให้คำตอบของเราดีขึ้นเรื่อย ๆ ด้วยวิธีนี้เราวิวัฒนาการคำตอบแทนที่จะแก้ปัญหา เพื่อที่จะหาคำตอบแบบตรง ๆ

ในขณะที่กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการมีข้อดี ก็มีข้อเสียเหมือนกับทุก ๆ ขั้นตอนวิธี (algorithm) ความซับซ้อนบางประการที่อาจจะเกิดขึ้น ได้แก่

- ชุดคำตอบเริ่มต้น เราจะหาชุดคำตอบเริ่มต้นที่เหมาะสมได้อย่างไร
- ตัวดำเนินการ จะใช้ตัวไหน การใช้ตัวดำเนินการประกอบกันแบบหนึ่งอาจทำให้ได้คำตอบที่ต้องการการประกอบกันแบบอื่นอาจใช้ไม่ได้ ซึ่งค่อนข้างจะเป็นศิลปะในการหาชุดของตัวดำเนินการที่ใช้
- ฟังก์ชันความเหมาะสม เราจะประเมินความเหมาะสมของคำตอบอย่างไร
- จะหยุดเมื่อไร จะวิวัฒนาการไปเป็นจำนวนกี่รุ่น ถ้าผ่านไป 20 รุ่นแล้วคำตอบไม่ดีขึ้นจะทำอย่างไร จะทำต่อเพื่อหวังว่าจะได้คำตอบที่ดีขึ้นหรือไม่ วิวัฒนาการเป็นเรื่องละเอียดอ่อนเหมือนทางชีววิทยา เราอาจจะไม่เห็นความเปลี่ยนแปลงที่ชัดเจนจากรุ่นหนึ่งไปยังอีกรุ่นหนึ่งจนกว่าจะผ่านไปแล้วหลาย ๆ รุ่น

ดังนั้นกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการเป็นหลักการที่น่าสนใจ แต่ยังคงมีข้อจำกัด กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการเหมาะกับปัญหาที่รู้ว่าไม่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ แต่ต้องการคำตอบที่ดี

กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการประเภทต่าง ๆ

กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการได้รับการพัฒนาสำหรับการทำให้เหมาะที่สุด Rechenberg [22] และ Schwefel [23] ได้สร้างกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการแบบแรกขึ้นในปี 1964 ที่ Technical University of Berlin (TUB) แนวคิดคือการเลียนแบบหลักการการวิวัฒนาการของสิ่งมีชีวิต Rechenberg [24] กล่าวไว้ว่า “วิธีวิวัฒนาการของสิ่งมีชีวิตแสดงถึงกลยุทธ์ที่ดีที่สุดสำหรับการปรับตัวของสิ่งมีชีวิตให้เข้ากับสิ่งแวดล้อม...(และ)…ดังนั้นจึงคุ้มค่าที่จะนำเอาหลักการของการวิวัฒนาการทางชีววิทยามาใช้สำหรับการทำให้เหมาะที่สุดของระบบทางเทคนิค”

ขั้นตอนวิธีแรกที่ถูกใช้ ได้แก่ กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการที่มีสมาชิก 2 ตัวหรือ $(1+1)-ES$ ในวิธีการนี้ลูก 1 ตัว จะถูกสร้างจากผู้ให้กำเนิด จากนั้นสมรรถนะของลูกจะถูกเปรียบเทียบกับผู้ให้กำเนิดของตัวเอง และตัวที่เหมาะสมที่สุดใน 2 ตัว นี้จะรอดชีวิตไปยังรุ่นถัดไป

ต่อมา $(1+1)-ES$ ได้ถูกปรับปรุง โดยใช้แนวคิดของประชากร Rechenberg [25] ได้เสนอกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการที่มีสมาชิกหลายตัวที่ผู้ให้กำเนิดจำนวน $\mu > 1$ ตัว มีส่วนร่วมในการสร้างลูก 1 ตัว กลยุทธ์นี้ถูกเรียกว่า $(\mu+1)-ES$ สำหรับวิธีนี้ผู้ให้กำเนิดทั้งหมดจะมีความน่าจะเป็นในการผสมพันธุ์เท่ากัน และเช่นเดียวกันกับ $(1+1)-ES$ สมาชิกที่เหมาะสมน้อยที่สุดของประชากรทั้งหมดจะถูกกำจัดออกไปในแต่ละรุ่น

$(\mu+1)-ES$ ไม่ได้เป็นกลยุทธ์ที่แพร่หลายนัก แต่ก็ได้นำไปสู่การพัฒนากลยุทธ์อื่น ๆ ในเวลาต่อมา Schwefel [23] ได้พัฒนา $(\mu+\lambda)-ES$ ซึ่งเป็นกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการที่ผู้ให้กำเนิด μ ตัว สร้างลูก λ ตัว ($\mu>\lambda$) ที่จะมาแข่งกับผู้ให้กำเนิด เพื่อที่จะเลือกผู้ให้กำเนิดที่เหมาะสมที่สุดสำหรับรุ่นต่อไป แต่เนื่องจาก $(\mu+\lambda)-ES$ มีปัญหากับค่าเหมาะที่สุดเฉพาะแห่ง (local optimum) จึงได้เกิด $(\mu,\lambda)-ES$ ซึ่งแต่ละตัวจะมีช่วงชีวิตเพียงรุ่นเดียวเท่านั้น

นิยามสัญลักษณ์และสมมุติฐาน

ในบทนี้ เราสมมุติปัญหาการหาค่าดีที่สุดของพารามิเตอร์แบบต่อเนื่อง n มิติ (n-dimentional, continuous parameter optimization problem) ในรูปแบบ

$$f^* = f(\vec{x}^*) = \min\{f(\vec{x}) \mid \vec{x} \in M \subseteq R^n\} \tag{5}$$

เมื่อ $M=\{\vec{x}\in R^n \mid g_i \geq 0 \forall j \in \{1,...,q\}\}$ เป็นเซตของจุดที่เป็นไปได้ (feasible points) และ $g_i : R^n \rightarrow R$ เป็นเงื่อนไขอสมการบังคับ (inequality constraints) $\vec{a}\in I$ เป็นสมาชิกของปริภูมิ (individual space) $I = R^n \times S$, เมื่อเซต S ของพารามิเตอร์กลยุทธ์ (strategy parameter) ขึ้นอยู่กับชนิดของกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการ $P^{(t)} = \{\vec{a},...,\vec{a}_k\} \in I^k$ เป็นประชากร $k \in \{\mu,\lambda\}$ ตัว ณ รุ่นที่ t, เมื่อตีความประชากรเป็นมัลทิเซต (multiset) ของสมาชิกจาก I (การซ้ำกันอาจเกิดขึ้นได้ในกลุ่มประชากร) $\mu,\lambda \in N$ แสดงจำนวนของพ่อแม่และของลูกตามลำดับ ตัวดำเนินการทางพันธุกรรมแสดงโดยการส่ง (mappings)

rec	:	$I^\mu \rightarrow I$	รีคอมบิเนชัน (recombination)
mut	:	$I \rightarrow I$	มิวเตชัน (mutation)
sel_μ^k	:	$I^k \rightarrow I^\mu$	ซีเลคชัน (selection), $k \in \{\lambda, \mu+\lambda\}$

ซึ่งขึ้นกับพารามิเตอร์เฉพาะของตัวดำเนินการด้วย เช่น ตัวแปรความยาวขั้น (step length variabilities) $\tau, \tau_0, \beta \in R_+$ สำหรับชนิดมิวเตชันและรีคอมบิเนชัน $\omega \in \{0,1,2,3\}$

การทำงานหนึ่งรอบของกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการ ได้แก่ ขั้นตอนจากประชากร $P^{(t)}$ ไปยังประชากรรุ่นถัดไป $P^{(t+1)}$ สามารถแสดงโดยการส่ง

$$opt_{ES} : I^\mu \rightarrow I^\mu \tag{6}$$

ดังสมการ

$$opt_{ES}(P^{(t)}) = \mathrm{sel}_\mu^k\left(\bigcup_{i=1}^{\lambda}\{\mathrm{mut}(\mathrm{rec}(P^{(t)}))\} \cup Q\right) \tag{7}$$

โดย $Q \in \{P^{(t)}, \phi\}$ ขึ้นอยู่กับตัวดำเนินการซีเลคชัน ($(\mu,\lambda)-selection : Q=\phi, k=\lambda$; $(\mu+\lambda)-selection : Q = P^{(t)}, k=\mu+\lambda$), $\bigcup$ คือตัวดำเนินการยูเนียน (union operator) บนมัลทิเซต และ $\mu = I$ หมายความว่าไม่มีรีคอมบิเนชัน หรือ $rec = id$

สัญลักษณ์ $z \sim N(\xi, \sigma^2)$ แสดงตัวแปรสุ่มแบบแจกแจงปกติ (normally disrtributed random variable) ที่มีค่าคาดหมาย (expectation) ξ และความแปรปรวน (variance) σ^2 ส่วน $u \sim U(\cdot)$ คือตัวแปรสุ่มแบบแจกแจงเอกรูป (uniformly disrtributed random variable)

กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการแบบ $(1+1)$

ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว $(1+1)-ES$ มีลักษณะคือ $\mu=\lambda=1$, ไม่มีรีคอมบิเนชัน, และมีกฎสำหรับการปรับเปลี่ยนขนาดของก้าว (step size) สำหรับทุกมิวเตชัน $\vec{a}=(\vec{x},\sigma)\in R^n\times R_+$ ประกอบด้วยเวคเตอร์ตัวแปรเป้าหมาย (object variable vector) $\vec{x}$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตราฐาน (standard deviation) σ ตัวดำเนินการมิวเตชันประกอบด้วยการปรับเปลี่ยน mu_σ ของ σ และมิวเตชัน mu_x ของ $\vec{x}$:

$$\mathrm{mut}=\mathrm{mu}_x\circ\mathrm{mu}_\sigma \tag{8}$$

โดยที่

$$\tilde{\sigma}:=\mathrm{mu}_\sigma(\sigma)=\begin{cases}\sigma/\sqrt[n]{c} & , \quad p>1/5\\ \sigma\cdot\sqrt[n]{c} & , \quad p<1/5\\ \sigma & , \quad p=1/5\end{cases} \tag{9}$$

นิยามนี้แสดงถึงกฎความสำเร็จ 1/5 (1/5-success rule) ของ Rechenberg โดยปรับปรุงค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตราฐาน σ ทุก ๆ รุ่นบนพื้นฐานของความถี่สัมพัทธ์ที่วัดได้ (measured relative frequency) p ของมิวเตชันที่ประสบความสำเร็จ ในทางทฤษฎีค่า c=0.817 หามาได้โดย Schwefel สำหรับแบบจำลองทรงกลม [26]

มิวเตชันของตัวแปรเป้าหมายจะทำโดยการบวกการแปรผันแบบแจกแจงปกติ (normally disrtributed variation) ที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตราฐาน $\tilde{\sigma}$ กับองค์ประกอบของ $\vec{x}$:

$$\vec{x}:=\mathrm{mu}_x(\vec{x})=(x_1+z_1,\ldots,x_n+z_n) \tag{10}$$

เมื่อ $z_i\sim N_i(0,\sigma^2)$ ดังนั้นจากสมการที่ 8 จะได้

$$\begin{aligned}\mathrm{mut}((\vec{x},\sigma))&=\mathrm{mu}_x(\mathrm{mu}_\sigma(\vec{x},\sigma))=\mathrm{mu}_x(\vec{x},\mathrm{mu}_\sigma(\sigma))\\&=\mathrm{mu}_x(\vec{x},\tilde{\sigma})=(\mathrm{mu}_x(\vec{x}),\tilde{\sigma})=(\tilde{\vec{x}},\tilde{\sigma})\end{aligned} \tag{11}$$

ลูกแต่ละตัว $\tilde{\vec{a}}=(\tilde{\vec{x}},\tilde{\sigma})$ และพ่อแม่ $\vec{a}=(\vec{x},\sigma)$ จะผ่านตัวดำเนินการซีเลคชัน $\mathrm{sel}_1^2:I^2\to I$ ซึ่งจะให้ตัวที่รอดชีวิตตามการเปรียบเทียบค่าฟังก์ชันเป้าหมายของ $\vec{a}$ กับ $\tilde{\vec{a}}$:

$$\mathrm{sel}_1^2(\{\vec{a},\tilde{\vec{a}}\})=\begin{cases}\{\tilde{\vec{a}}\} & , \quad f(\tilde{\vec{x}})\le f(\vec{x})\\ \{\vec{a}\} & , \quad otherwise\end{cases} \tag{12}$$

ด้วยการส่งแบบนี้วงหลักของ $(1+1)-ES$ จะเป็น

$$opt_{(1+1)-ES}(\{\vec{a}\})=\mathrm{sel}_1^2(\{\mathrm{mut}(\vec{a})\}\cup\{\vec{a}\}) \tag{13}$$

และรหัสเทียมของขั้นตอนวิธีนี้แสดงดังต่อไปนี้

ALGORITHM 1 $(1+1)-ES$

$t:=0;$

initialize $P^{(t)}=\{(\vec{x},\sigma)\};$

evaluate $f(\vec{x});$

while $(T(P^{(t)})) = 0)$ **do** { T denotes a termination criterion }

$(\tilde{\vec{x}}, \tilde{\sigma}) = \text{mut}((\vec{x}, \sigma));$

evaluate $f(\tilde{\vec{x}});$ { determine objective function value }

if $(f(\tilde{\vec{x}}) \leq f(\vec{x}))$ { select }

then $P^{(t+1)} := \{(\tilde{\vec{x}}, \tilde{\sigma})\};$

else $P^{(t+1)} := P^{(t)};$

$t := t + 1;$

od

กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการแบบ $(\mu + 1)$

นอกจาก $(1+1) - ES$ Rechenberg ได้เสนอกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการแบบที่มีสมาชิกหลายตัวแบบแรกด้วย ได้แก่ $(\mu + 1) - ES$ ซึ่งมี $\mu > 1$

ก่อนการมิวเตชันตัวดำเนินการรีคอมบิเนชัน $\text{rec}: I^{\mu} \rightarrow I$ จะถูกใช้เพื่อที่จะสร้างประชากร 1 ตัว จากประชากรพ่อแม่ จากนั้นประชากรที่ได้นั้นจะถูกนำไปมิวเตชันและผลลัพธ์ที่ได้นั้นจะไปแทนที่ตัวที่แย่ที่สุดของประชากรพ่อแม่ถ้าหากไม่ด้อยกว่าพ่อแม่ตัวที่แย่ที่สุด (กำจัดตัวที่แย่ที่สุด) หรืออาจจะกล่าวว่า ตัวที่ดีที่สุด μ ตัวจากพ่อแม่ μ ตัวและลูกอีกหนึ่งตัวจะถูกเลือกเป็นประชากรพ่อแม่รุ่นถัดไป

ตัวดำเนินการรีคอมบิเนชันทำงานด้วยการเลือกเวคเตอร์พ่อแม่ ς $(1 \leq \varsigma \leq \mu)$ ตัว จาก $P^{(t)} \in I^{\mu}$ ด้วยความน่าจะเป็นเอกรูป (uniform probability) และผสมกันระหว่างพ่อแม่ ς ตัว เพื่อที่จะสร้างเวคเตอร์ลูกหนึ่งตัว:

$$\text{rec} = \text{re} \circ \text{co} \tag{14}$$

เมื่อ $\text{co}: I^{\mu} \rightarrow I^{\varsigma}$ เลือกเวคเตอร์พ่อแม่ ς และ $\text{re}: I^{\varsigma} \rightarrow I$ สร้างเวคเตอร์ลูกหนึ่งตัว กรณี $\varsigma = 2$ หรือรีคอมบิเนชันแบบสองเพศ (bisexual recombination) และ $\varsigma = \mu$ หรือรีคอมบิเนชันแบบครอบคลุม (global recombination) มักจะถูกใช้

ชนิดของรีคอมบิเนชันที่ใช้อาจจะแตกต่างกันสำหรับส่วนต่าง ๆ ของ $\vec{a} = (\vec{x}, \vec{\sigma}, \vec{\alpha})$ ของ $(\mu +, \lambda) - ES$ (ความหมายขององค์ประกอบ $\vec{\sigma}$ และ $\vec{\alpha}$ ดูได้จากหัวข้อถัดไป) ดังนั้นเรานิยามชนิดของรีคอมบิเนชันด้วยการอ้างถึงเวคเตอร์ $\vec{b}$ และ $\vec{b}'$ โดยที่ $\vec{b}'$ แสดงส่วนของเวคเตอร์ลูกที่จะถูกสร้าง และ $b_{k,i}$ แสดงองค์ประกอบที่ i ของเลข $k \in \{1, \ldots, \varsigma\}$ ที่ถูกเลือกไว้ก่อนจากเซตที่ถูกเลือกโดย co วิธี $(\mu + 1) - ES$ ดั้งเดิมใช้รีคอมบิเนชันกับเวคเตอร์ตัวแปรเป้าหมาย $\vec{x}$ เท่านั้น

ชนิดของรีคอมบิเนชันที่ใช้กันทั่วไป ได้แก่

- $\omega = 0$: ไม่มีรีคอมบิเนชัน (กรณี $\mu = 1$ จะใช้วิธีนี้) ในกรณีนี้จะเพียงแค่ทำการเลือกสุ่มประชากรเพียงตัวเดียว $\mathrm{co}: I^{\mu} \to I$ และ $\mathrm{re}: I \to I$ เป็นเพียงการส่งเอกลักษณ์ (identity mapping)
- $\omega = 1$: รีคอมบิเนชันกลางแบบครอบคลุม (global intermediary recombination) โดยองค์ประกอบเวคเตอร์ที่ i ของพ่อแม่ทุกตัวจะถูกเฉลี่ยเพื่อที่จะหาค่าองค์ประกอบของลูกที่ตำแหน่งนั้น:

$$b'_i = \frac{1}{\varsigma}\sum_{k=1}^{\varsigma} b_{k,i} \tag{15}$$

- $\omega = 2$: รีคอมบิเนชันกลางแบบท้องถิ่น (local intermediary recombination) เป็นการเลือกมา 2 ตัวจากพ่อแม่ ς ตัว สำหรับแต่ละองค์ประกอบของเวคเตอร์ และคำนวณผลรวมถ่วงน้ำหนัก (weighted sum) ขององค์ประกอบนั้น ๆ ของพ่อแม่ 2 ตัว นั้น:

$$b'_i = u_i b_{k_1,i} + (1-u) b_{k_2,i} \tag{16}$$

เมื่อ $u_i \sim U([0,1])$ หรือ $u_i = 1/2$, และ $k_1, k_2 \sim U(\{1,\ldots,\varsigma\})$ สำหรับลูกแต่ละตัว

- $\omega = 3$: รีคอมบิเนชันกลางแบบไม่ต่อเนื่อง (discrete recombination) เป็นวิธีที่องค์ประกอบเวคเตอร์แต่ละตัวถูกคัดลอกจากองค์ประกอบนั้นของพ่อแม่ที่ถูกสุ่มเลือกจากพ่อแม่ ς ตัว:

$$b'_i = b_{k_i,i} \tag{17}$$

เมื่อ $k_i \sim U(\{1,\ldots,\varsigma\})$ โดยสุ่มสำหรับแต่ละ i

จากสมการที่ 7 วงหลักของ $(\mu+1)-ES$ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$opt_{(\mu+1)-ES}(P^{(t)}) = \mathrm{sel}_{\mu}^{\mu+1}(\{\mathrm{mut}(\mathrm{rec}(P^{(t)}))\} \cup P^{(t)}) \tag{18}$$

ตัวดำเนินการซีเลคชันจะให้เซตของตัวที่ดีที่สุด μ ตัว ของอาร์กิวเมนต์ (argument) ของมัน หรือ $\mathrm{sel}_{\mu}^{k}(P) = \widetilde{P}$ เมื่อ $|\widetilde{P}| = \mu, |P| = k \ge \mu$, และ

$$\forall \widetilde{\vec{a}} \in \widetilde{P} : \exists \vec{a} \in P - \widetilde{P} : \quad f(\vec{x}) \le f(\widetilde{\vec{x}}) \tag{19}$$

ขั้นตอนวิธีที่ 2 แสดงรหัสเทียมของ $(\mu+1)-ES$

ALGORITHM 2 $(\mu+1)-ES$

$t := 0;$

initialize $P^{(0)} = \{\vec{x}_1,\ldots,\vec{x}_{\mu}\} \in I^{\mu};$

evaluate $f(\vec{x}_1),\ldots,f(\vec{x}_{\mu});$

while $(T(P^{(t)})) = 0)$ **do**

$\widetilde{\vec{x}} = \mathrm{mut}(\mathrm{rec}(P^{(t)}));$

evaluate $f(\widetilde{\vec{x}});$

$P^{(t+1)} := sel_{\mu}^{\mu+1}(\{(\widetilde{\vec{x}})\} \cup P^{(t)});$

$t := t+1;$

od

กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการแบบ (μ,λ) และ $(\mu+\lambda)$

ประชากรแต่ละตัวใน $(\mu,\lambda)-ES$ จะมาพร้อมกับเซตของพารามิเตอร์ที่แสดงการแจกแจงปกติ (normal distribution) n มิติ สำหรับมิวเตชันประชากรแต่ละตัว:

$$I = R^n \times R_+^{n_\sigma} \times [-\pi,\pi]^{n_\sigma} \tag{20}$$

กล่าวคือ $S = R^{n_\sigma} \times [-\pi,\pi]^{n_\sigma}$

ประชากรใดๆ $\vec{a} = (\vec{x},\vec{\sigma},\vec{\alpha}) \in I$ ประกอบด้วยส่วนต่างๆ ดังนี้

- $\vec{x} \in R^n$: เวคเตอร์ของตัวแปรเป้าหมาย ส่วนนี้เป็นเพียงส่วนเดียวของ $\vec{a}$ ที่เข้าสู่ฟังก์ชันเป้าหมาย (objective function)
- $\vec{\sigma} \in R_+^{n_\sigma}$: เวคเตอร์ของส่วนเบี่ยงเบนมาตราฐาน $(1 \le n_\sigma \le n)$ ของแจกแจงปกติ
- $\vec{\alpha} \in [-\pi,\pi]^{n_\sigma}$: เวคเตอร์ของมุมเอียง (inclination angles) $(n_\alpha = (n-n_\sigma/2)\cdot(n_\sigma-1)$ ซึ่งกำหนดมิวเตชันแบบเทียบสัมพันธ์เชิงเส้น (linearly correlated mutations) ของตัวแปรเป้าหมาย $\vec{x}$

พารามิเตอร์ $\vec{\sigma}$ และ $\vec{\alpha}$ เป็นตัวกำหนดความแปรปรวนและความแปรปรวนร่วมเกี่ยว (covariance) ของการแจกแจงปกติ n มิติ

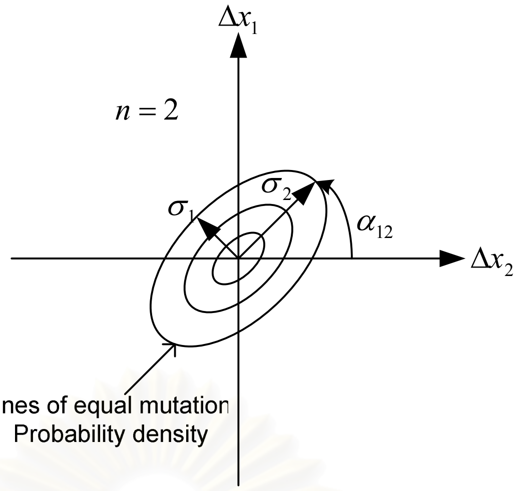
ปริมาณของพารามิเตอร์ที่ติดกับประชากรสามารถเปลี่ยนแปลงได้โดยผู้ใช้ขึ้นอยู่กับองศาเสรี (degree of freedom) ที่ฟังก์ชันเป้าหมายต้องการ ค่าที่ใช้กันทั่วไป ได้แก่

- $n_\sigma = 1, n_\alpha = 0$: มิวเตชันมาตราฐานที่มีส่วนเบี่ยงเบนมาตราฐานหนึ่งค่าที่ควบคุมมิวเตชันของทุกองค์ประกอบของ $\vec{x}$
- $n_\sigma = n, n_\alpha = 0$: มิวเตชันมาตราฐานที่มีขนาดก้าว (step sizes) ของประชากรแต่ละตัว $\sigma_1,\ldots,\sigma_n$ ที่ควบคุมมิวเตชันของตัวแปรเป้าหมายนั้นๆ x_i โดยแยกจากกัน
- $n_\sigma = n, n_\alpha = n\cdot(n-1)/2$: มิวเตชันแบบเทียบสัมพันธ์ที่มีเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมเกี่ยวสำหรับแต่ละตัว
- $n_\sigma = 2, n_\alpha = n-1$: ไปในทิศทางใดทิศทางหนึ่งของปริภูมิของคำตอบด้วยความแปรปรวน σ_1^2 โดย σ_2^2 เป็นความแปรปรวนในทิศทางอื่น ๆ ทั้งหมดที่ตั้งฉากกับทิศทางแรก

แนวคิดพื้นฐานของมิวเตชันแบบเทียบสัมพันธ์สำหรับกรณี $n=2, n_\sigma=2, n_\alpha=1$ แสดงในรูปที่ 3 ในรูปจะแสดงเส้นความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของมิวเตชันที่เท่ากัน (equal mutation probability density) ของการแจกแจงปกติ 2 มิติ จะเห็นว่า ส่วนเบี่ยงเบนมาตราฐาน σ_1 และ σ_2 จะกำหนดความสัมพันธ์ของความยาวของแกนหลักของทรงรีไฮเพอร์ (hyperellipsoid) และ α_{12} แสดงมุมหมุน (rotation angle) ของทรงรีไฮเพอร์นั้น ในกรณีทั่วไปของมิวเตชันแบบเทียบสัมพันธ์ ทรงรีไฮเพอร์อาจจะวางตัวอย่างไรก็ได้ในปริภูมิ n มิติ

ตามโครงสร้างทั่วไปของประชากรแต่ละตัวเราจะนิยามตัวดำเนินการมิวเตชัน $\mathrm{mut} : I \to I$ ดังนี้

$$\mathrm{mut} = \mathrm{mu}_x \circ (\mathrm{mu}_\sigma \times \mathrm{mu}_\alpha) \tag{21}$$



รูปที่ 3 แสดงทรงรีมิวเตชันสำหรับกรณี $n = 2, n_\sigma = 2, n_\alpha = 1$

ตัวดำเนินการนั้นจะถูกใช้หลังจากรีคอมบิเนชันกับประชากรแต่ละตัว

$$\hat{\vec{a}} = (\hat{x}_1, ..., \hat{x}_n, \hat{\sigma}_1, ..., \hat{\sigma}_{n_\sigma}, \hat{\alpha}_1, ..., \hat{\alpha}_{n_\alpha}) \quad (22)$$

และเริ่มด้วยมิวเตชันพารามิเตอร์ $\hat{\vec{\sigma}}$ และ $\hat{\vec{\alpha}}$ จากนั้นจึงปรับ $\vec{x}$ ตามพารามิเตอร์ชุดใหม่ที่ได้จากมิวเตชัน $\hat{\vec{\sigma}}$ และ $\hat{\vec{\alpha}}$:

- $\mathrm{mu}_\sigma : R_+^{n_\sigma} \to R_+^{n_\sigma}$ มิวเตชัน $\hat{\vec{\sigma}}$:

  $$\mathrm{mu}_\sigma(\hat{\vec{\sigma}}) := (\hat{\sigma}_1 \exp(z_1 + z_0), ..., \hat{\sigma}_{n_\sigma} \exp(z_{n_\sigma} + z_0)) =: \tilde{\vec{\sigma}} \quad (23)$$

  เมื่อ $z_0 \sim N(0, \tau_0^2), z_i \sim N(0, \tau^2) \forall i \in \{1, ..., n_\sigma\}$

- $\mathrm{mu}_\alpha : R^{n_\alpha} \to R^{n_\alpha}$ มิวเตชัน $\hat{\vec{\alpha}}$:

  $$\mathrm{mu}_\alpha(\hat{\vec{\alpha}}) := (\hat{\alpha}_1 + z_1, ..., \hat{\alpha}_{n_\alpha} + z_{n_\alpha}) =: \tilde{\vec{\alpha}} \quad (24)$$

  เมื่อ $z_i \sim N(0, \beta^2) \forall i \in \{1, ..., n_\alpha\}$

- $\mathrm{mu}_\alpha : R^{n_\alpha} \to R^{n_\alpha}$ มิวเตชัน $\vec{x}$ โดยใช้ $\hat{\vec{\sigma}}$ และ $\hat{\vec{\alpha}}$ ที่มิวเตชันเรียบร้อยแล้ว:

  $$\mathrm{mu}_x(\vec{x}) := (\hat{x}_1 + cor_1(\tilde{\vec{\sigma}}, \tilde{\vec{\alpha}}), ..., \hat{x}_n + cor_n(\tilde{\vec{\sigma}}, \tilde{\vec{\alpha}})) =: \tilde{\vec{x}} \quad (25)$$

เมื่อ $c\vec{o}r := (cor_1(\tilde{\vec{\sigma}}, \tilde{\vec{\alpha}}), ..., cor_n(\tilde{\vec{\sigma}}, \tilde{\vec{\alpha}}))$ เป็นเวคเตอร์สุ่ม (random vector) ที่มีองค์ประกอบที่เทียบสัมพันธ์แบบแจงแจงปกติ เวคเตอร์ $c\vec{o}r$ สามารถคำนวณจาก $c\vec{o}r = \mathbf{T}\vec{z}$ โดยที่ $\vec{z} = (z_1, ..., z_n)$ เมื่อ $z_i \sim N(0, \tilde{\sigma}_i^2) \forall i \in \{1, ..., n_\sigma\}$ และ

$$\mathbf{T} = \prod_{p=1}^{n_\sigma - 1} \prod_{q=p+1}^{n_\sigma} \mathbf{T}_{pq}(\tilde{\alpha}_j)$$

โดย $j = \frac{1}{2}(2n_\sigma - p)(p+1) - 2n_\sigma + q$ [27] เมทริกซ์หมุน (rotation matrices) $\mathbf{T}_{pq}(\tilde{\alpha}_j)$ เป็นเมทริกซ์หนึ่งหน่วย (unit matrices) ยกเว้น $t_{pp} = t_{qq} = \cos(\alpha_j)$ และ $t_{pq} = -t_{qp} = -\sin(\alpha_j)$

ถ้าใช้ตัวดำเนินการมิวเตชัน, รีคอมบิเนชัน, และซีเลคชันด้วยกัน เราจะได้วงหลักของ $(\mu, \lambda) - ES$ ดังนี้

$$opt_{(\mu,\lambda)-ES}(P^{(t)}) = \mathrm{sel}_{\mu}^{\lambda}(\bigcup_{i=1}^{\lambda}\{\mathrm{mut}(\mathrm{rec}(P^{(t)}))\}) \quad (26)$$

ดังสมการที่ 19 ซีเลคชันจะให้เซตที่ประกอบด้วยประชากรที่ดีที่สุด μ ตัว ของเซตอาร์กิวเมนต์ที่มีขนาด λ

ในกรณีของ $(\mu+\lambda)-ES$ วงหลักจะเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยโดยการพิจารณาประชากรพ่อแม่ด้วยซึ่งจะทำให้เซตอาร์กิวเมนต์ของซีเลคชันมีขนาด $\mu+\lambda$:

$$opt_{(\mu+\lambda)-ES}(P^{(t)}) = \mathrm{sel}_{\mu}^{\lambda}(\bigcup_{i=1}^{\lambda}\{\mathrm{mut}(\mathrm{rec}(P^{(t)}))\}\cup P^{(t)}) \quad (27)$$

ขั้นตอนวิธีที่ 3 $(\mu,\lambda)-ES$ ในรูปแบบของรหัสเทียม :

ALGORITHM 3 $(\mu,\lambda)-ES$

$t := 0;$
initialize $P^{(0)} = \{\vec{a}_1,...,\vec{a}_\mu\} \in I^{\mu};$
evaluate $f(\vec{x}_1),...,f(\vec{x}_\mu);$
while $(T(P^{(t)})) = 0)$ **do**
  $\widetilde{P} = \phi;$
  for $i := 1$ **to** λ **do**
    $(\tilde{\vec{x}}, \tilde{\vec{\sigma}}, \tilde{\vec{\alpha}}) := \mathrm{mut}(\mathrm{rec}(P^{(t)}));$
    evaluate $f(\tilde{\vec{x}});$
    $\widetilde{P} := \widetilde{P} \cup \{(\tilde{\vec{x}}, \tilde{\vec{\sigma}}, \tilde{\vec{\alpha}})\};$
  od
  $P^{(t+1)} := sel_{\mu}^{\lambda}(\widetilde{P});$
  $t := t+1;$
od

สรุปท้ายบท

กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการเป็นวิธีการหาคำตอบที่ประยุกต์มาจากหลักการวิวัฒนาการของธรรมชาติ เริ่มจากการสร้างประชากรที่เป็นคำตอบเริ่มต้นขึ้นมา ใช้ตัวดำเนินการกับประชากร ประเมินและเลือกประชากรที่จะมีชีวิตรอดในรุ่นต่อไป จนกว่าจะได้คำตอบตามเงื่อนไขที่กำหนดไว้ บทนี้ได้กล่าวถึงรายละเอียดและวิธีการต่าง ๆ ของกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการ ข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการสามารถหาได้จาก [28]

บทที่ 3

การประมาณด้วยพหุนามเทย์เลอร์

บางครั้ง เราพบกับฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนที่มีช่วงโดเมน (domain) กว้างในสถานการณ์ที่เราต้องการพหุนามง่าย ๆ แม้ว่าจะเป็นการประมาณที่ดีเฉพาะช่วงที่จำกัดเท่านั้น ตัวอย่าง เช่น แรงที่ยึดเหนี่ยวอะตอมเข้าด้วยกันในโมเลกุลที่มี 2 อะตอม เป็นฟังก์ชันของระยะทางระหว่างอะตอมซึ่งมีความซับซ้อนมากเกินไปฟังก์ชันหนึ่ง ถ้าเราพยายามที่จะใช้ฟังก์ชันนี้โดยตรง เราจะพบว่า เกือบจะเป็นไปไม่ได้เลยที่จะคำนวณการเคลื่อนที่เนื่องจากการสั่นของอะตอม แม้ว่าเราทำสำเร็จ เราจะได้ความเข้าใจเพิ่มขึ้นมาเพียงเล็กน้อยเท่านั้น อย่างไรก็ตามถ้าเราแทนที่ฟังก์ชันที่ซับซ้อนนี้ด้วยพหุนามอย่างง่ายที่ใกล้เคียงกับฟังก์ชันนี้มากที่สุด เราจะสามารถคำนวณการเคลื่อนที่ของอะตอมได้โดยง่าย การประมาณดังกล่าวมีความสำคัญอย่างมากในงานแขนงต่าง ๆ เช่น กลศาสตร์ เคมี ฟิสิกส์ ฯลฯ [29]

สมมุติว่า เรามีฟังก์ชัน f ถ้าเราทราบค่าของ f และอนุพันธ์ย่อยของ f ที่จุด $(a_1, a_2, ..., a_n)$ เราสามารถใช้อนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor's series) ประเมินค่า f ที่จุด $(x_1, x_2, ..., x_n)$ ได้ [30] ดังสมการที่ 28

$$\mathrm{f}(x_1, x_2, ..., x_n) = \sum_{l=0}^{\infty}\left\{\frac{1}{l!}\left[\sum_{k=1}^{n}(x_k - a_k)\frac{\partial}{\partial x_k}\right]^l \mathrm{f}(a_1, a_2, ..., a_n)\right\} \tag{28}$$

อนุกรมเทย์เลอร์เป็นอนุกรมไม่จำกัด แต่ถ้าจุด $(x_1, x_2, ..., x_n)$ อยู่ใกล้กับจุด $(a_1, a_2, ..., a_n)$ เราอาจจะตัดเทอมหลัง ๆ ของอนุกรมออกไปได้ ทำให้กลายเป็นพหุนามอย่างง่ายที่เรียกว่าพหุนามเทย์เลอร์ [31] ถ้าเราตัดเทอมของอนุกรมเทย์เลอร์ออกจนพหุนามเทย์เลอร์ที่ได้มีอนุพันธ์ย่อยอันดับอันดับแรกเป็นอันดับสูงสุด เราจะได้พหุนามเทย์เลอร์อันดับแรกดังสมการที่ 29

$$\mathrm{f}(x_1, x_2, ..., x_n) = \mathrm{f}(a_1, a_2, ..., a_n) + \sum_{k=1}^{n}(x_k - a_k)\frac{\partial}{\partial x_k}\mathrm{f}(a_1, a_2, ..., a_n) \tag{29}$$

เมื่อ $\mathrm{f}(x_1, x_2, ..., x_n)$ คือค่าของฟังก์ชันรอบจุด $(a_1, a_2, ..., a_n)$ และ $\frac{\partial}{\partial x_k}\mathrm{f}(a_1, a_2, ..., a_n)$ คือสัมประสิทธิ์ของพหุนามเทย์เลอร์รอบจุด $(a_1, a_2, ..., a_n)$

สรุปท้ายบท

เราสามารถประมาณฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนที่มีช่วงโดเมนกว้างในสถานการณ์ที่เราต้องการด้วยพหุนามอย่างง่ายที่ได้มาจากอนุกรมเทย์เลอร์เรียกว่าพหุนามเทย์เลอร์ ทำให้เราสามารถทำการคำนวณได้ง่ายขึ้น การประมาณดังกล่าวมีความสำคัญอย่างมากในงานแขนงต่าง ๆ เช่น กลศาสตร์ เคมี ฟิสิกส์ ฯลฯ

บทที่ 4

ระบบเซอร์โวเชิงภาพและจาโคเบียนเชิงภาพ

บทนี้จะกล่าวถึงการควบคุมหุ่นยนต์แบบเซอร์โวเชิงภาพตั้งแต่หัวข้อตัวแบบของกล้อง ระบบเซอร์โวเชิงภาพ (visual servo system) แบบต่าง ๆ และจาโคเบียนเชิงภาพ (image Jacobian)

ระบบเซอร์โวเชิงภาพ (Visual Servo System)

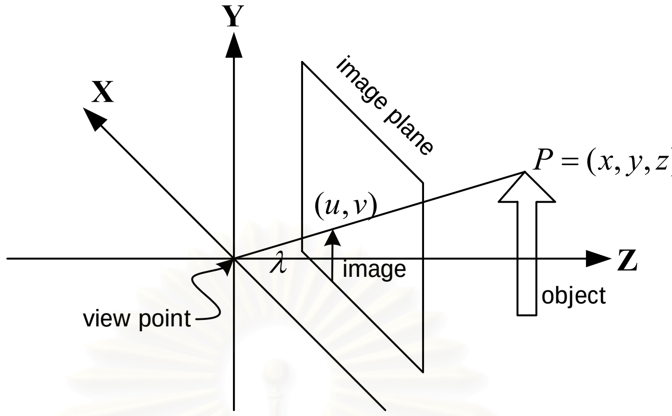
การควบคุมหุ่นยนต์โดยใช้ข้อมูลป้อนกลับจากระบบการมองเห็นถูกนำมาใช้ เพื่อเพิ่มความยืดหยุ่นและความถูกต้องของระบบหุ่นยนต์ ระบบการควบคุมหุ่นยนต์แบบนี้เรียกว่าระบบเซอร์โวเชิงภาพ [1] ระบบเซอร์โวเชิงภาพสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในงานด้านต่าง ๆ ได้อย่างกว้างขวาง เช่น การผลิต (การหยิบวัตถุบนสายพานและการประกอบชิ้นส่วน), การควบคุมพวงมาลัยรถยนต์, การจอดเครื่องบิน, การทำให้สมดุล, การทำงานระยะไกล เป็นต้น แม้ว่าระบบเซอร์โวเชิงภาพได้เกิดขึ้นมาเป็นเวลานานแล้ว การประยุกต์ใช้งานเทคโนโลยีนี้ยังคงถูกจำกัด เนื่องจากความต้องการฮาร์ดแวร์ประสิทธิภาพสูงที่มีราคาแพง อย่างไรก็ตามอุปกรณ์ เช่น กล้อง, ฮาร์ดแวร์ประมวลผลภาพ, คอมพิวเตอร์ ฯลฯ มีราคาถูกลง และมีแนวโน้มที่จะถูกลงอีกในอนาคต อีกทั้งกล้องในท้องตลาดปัจจุบันเป็นกล้องที่มีประสิทธิภาพสูง เช่น มีความละเอียดภาพ (image resolution) สูงกว่ามาตรฐานของโทรทัศน์ซึ่งเป็นข้อจำกัดของกล้องมาเป็นเวลานาน [2] เนื่องจากประโยชน์ในการประยุกต์ใช้งาน, เทคโนโลยีที่มีความสามารถสูงขึ้นในปัจจุบัน, และแนวโน้มของราคาดังที่ได้กล่าวมา ระบบเซอร์โวเชิงภาพจะมีความสำคัญ และกลายเป็นระบบควบคุมสำหรับหุ่นยนต์ทั่วไปในอนาคต

ตัวแบบการฉายของกล้อง (Camera Projection Models)

เพื่อที่จะควบคุมหุ่นยนต์โดยใช้ข้อมูลจากระบบการมองเห็น เราจึงต้องศึกษากระบวนการเกิดภาพที่จำเป็น กล้องแต่ละตัวจะประกอบด้วยเลนส์ (lens) ที่ทำให้เกิดการฉาย 2 มิติ (2D projection) ลงบนระนาบภาพที่มีตัวรับรู้ (sensor) อยู่ การฉายนี้ทำให้ข้อมูลความลึกหายไป ดังนั้นแต่ละจุดบนระนาบภาพจะเป็นรังสี (ray) ในปริภูมิ 3 มิติ (3D space) เพราะฉะนั้นจึงต้องการข้อมูลเพิ่มเติมเพื่อที่จะระบุพิกัด 3 มิติ จากจุดบนระนาบภาพ ข้อมูลนี้อาจมาจากกล้องหลาย ๆ ตัว, หลาย ๆ มุมมองโดยกล้องตัวเดียว, หรือความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ทางเรขาคณิตระหว่างจุดหลาย ๆ จุดบนเป้าหมาย ในส่วนนี้จะอธิบายตัวแบบการฉาย 3 แบบ ที่ใช้กันอย่างกว้างขวางในการจำลองกระบวนการสร้างภาพ ได้แก่ การฉายเชิงทัศนมิติ (perspective projection), การฉายเชิงเส้นตั้งฉากตามมาตรา (scaled orthographic projection), และการฉายเชิงสัมพรรค (affine projrection)

สำหรับตัวแบบการฉายแต่ละแบบเรากำหนดระบบพิกัดกล้องด้วยแกน $\mathbf{X}$ และ $\mathbf{Y}$ เพื่อเป็นพื้นฐานสำหรับระนาบภาพ โดยให้แกน $\mathbf{Z}$ ตั้งฉากกับระนาบภาพ (แนวเดียวกันกับแกนเชิงแสง – optical axis) และมีจุด

กำเนิด (origin) อยู่ที่ระยะ λ หลังระนาบภาพ โดยที่ λ เป็นความยาวโฟกัส (focal length) ของเลนส์ของกล้อง ดังแสดงในรูปที่ 4



รูปที่ 4 กรอบพิกัดสำหรับระบบกล้อง

1. การฉายเชิงทัศนมิติ (perspective projection) : ถ้ากล้องถูกจำลองโดยใช้การฉายเชิงทัศนมิติ (ดู [32]) จุด ${}^{c}\mathbf{P}=[x,y,z]^{T}$ ซึ่งพิกัดอยู่ในรูปกรอบพิกัด (coordinate frame) ของกล้อง c จะฉายลงบนระนาบภาพที่มีพิกัด $\mathbf{p}=[u,v]^{T}$ ได้เป็น

$$\pi(x,y,z)=\begin{bmatrix}u\\v\end{bmatrix}=\frac{\lambda}{z}\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix} \tag{30}$$

ถ้าพิกัดของ $\mathbf{P}$ อยู่ในรูปกรอบพิกัด x เราจะต้องทำการแปลงพิกัด ${}^{c}\mathbf{P}={}^{c}x_{x}({}^{x}\mathbf{P})$ ก่อน

2. การฉายเชิงเส้นตั้งฉากตามมาตรา (scaled orthographic projection) : การฉายเชิงทัศนมิติเป็นการส่งแบบไม่เชิงเส้น (nonlinear) จากคาร์ทีเซียนไปยังพิกัดภาพ ในหลายกรณี เป็นไปได้ที่จะประมาณการส่งนี้โดยการฉายเชิงเส้นตั้งฉากตามมาตราซึ่งเป็นการส่งเชิงเส้นภายใต้ตัวแบบนี้ พิกัดภาพสำหรับจุด ${}^{c}\mathbf{P}$ จะเป็น

$$\begin{bmatrix}u\\v\end{bmatrix}=s\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix} \tag{31}$$

เมื่อ s คือตัวประกอบมาตราคงที่ (fixed scale factor)

ตัวแบบการฉายเชิงเส้นตั้งฉากตามมาตราเหมาะสำหรับกรณีที่ความลึกสัมพัทธ์ของจุดค่อนข้างน้อย เมื่อเทียบกับระยะทางจากกล้องไปยังฉาก เช่น เครื่องบินบินอยู่ในท้องฟ้าหรือกล้องที่มีความยาวโฟกัสค่อนข้างยาววางอยู่หลายเมตรจากปริภูมิงาน (workspace)

3. การฉายเชิงสัมพรรค (affine projrection) : เป็นการประมาณการฉายเชิงทัศนมิติอีกแบบหนึ่งที่เป็นการประมาณเชิงเส้น ในกรณีนี้พิกัดภาพสำหรับการฉายของจุด ${}^{c}\mathbf{P}$ จะเป็น

$$\begin{bmatrix}u\\v\end{bmatrix}=\mathbf{A}\,{}^{c}\mathbf{P}+\mathbf{c} \tag{32}$$

เมื่อ $\mathbf{A}$ คือเมทริกซ์ขนาด 2×3 ใด ๆ และ $\mathbf{c}$ คือเวคเตอร์ขนาด 2 ใด ๆ

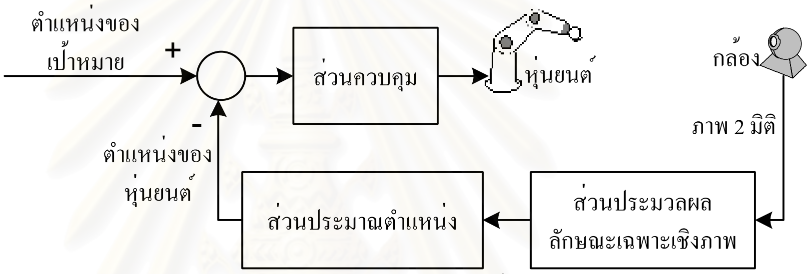
จะเห็นว่า การฉายเชิงเส้นตั้งฉากตามมาตราเป็นกรณีพิเศษของการฉายเชิงสัมพรรค การฉายเชิงสัมพรรคอาจไม่ตรงกับสถานการณ์การเกิดภาพใด ๆ โดยเฉพาะ แต่เป็นการประมาณการฉายเชิงทัศนมิติที่ดีใน

บริเวณแคบเฉพาะบริเวณ เนื่องจากตัวแบบเป็นแบบเชิงเส้น **A** และ **c** จึงสามารถคำนวณได้ง่ายโดยใช้เทคนิคการถดถอยเชิงเส้น [33] ทำให้ลดความซับซ้อนของปัญหาไปได้มาก

สถาปัตยกรรมการเซอร์โว (Servoing Architectures)

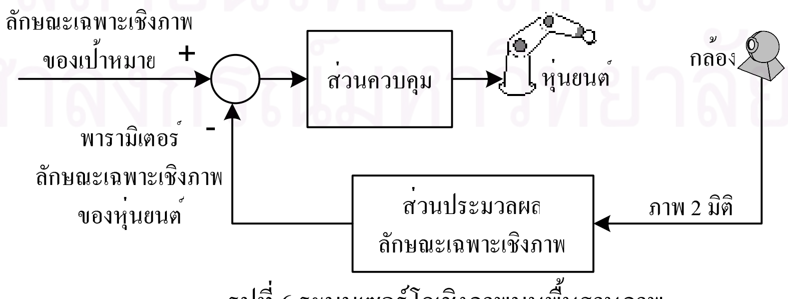
ระบบเซอร์โวเชิงภาพสามารถจำแนกตามลักษณะอินพุตของส่วนควบคุมได้ 2 ประเภท ได้แก่ ระบบบนพื้นฐานตำแหน่ง (position-based system) และระบบบนพื้นฐานภาพ (image-based system) [5]

ในระบบบนพื้นฐานตำแหน่ง ลักษณะเฉพาะเชิงภาพ (image feature) เช่น สัญลักษณ์ที่ทำไว้ที่จุดปลายของแขนหุ่นยนต์ จะถูกดึงออกมาจากภาพ 2 มิติ แล้วใช้ข้อมูลทางเรขาคณิตกับตัวแบบของกล้อง เพื่อที่จะประมาณตำแหน่งในโลกจริงดังรูปที่ 5



รูปที่ 5 ระบบเซอร์โวเชิงภาพบนพื้นฐานตำแหน่ง

ส่วนระบบบนพื้นฐานภาพ ค่าที่ป้อนกลับไปจะอยู่ในรูปแบบค่าที่ได้จากลักษณะเฉพาะเชิงภาพที่เรียกว่า พารามิเตอร์ลักษณะเฉพาะเชิงภาพ (image feature parameter) โดยตรง เช่น ค่าพิกัดระนาบภาพ (image plane coordinates) ของลักษณะเฉพาะเชิงภาพ จะเห็นว่า ระบบบนพื้นฐานของภาพจะไม่ต้องแปลความหมายของภาพเป็นตำแหน่งในโลกจริง ทำให้ลดปัญหาความผิดพลาดเนื่องจากการสร้างแบบจำลองของกล้อง โครงสร้างของระบบบนพื้นฐานภาพแสดงดังรูปที่ 6



รูปที่ 6 ระบบเซอร์โวเชิงภาพบนพื้นฐานภาพ

จาโคเบียนเชิงภาพ (Image Jacobian)

ในระบบบนพื้นฐานภาพ อินพุตของส่วนควบคุมจะอยู่ในรูปแบบพารามิเตอร์ลักษณะเฉพาะเชิงภาพ ในขณะที่อินพุตของหุ่นยนต์มักจะอยู่ในรูปแบบพิกัดข้อต่อของหุ่นยนต์หรือตำแหน่งของหุ่นยนต์ เพราะฉะนั้นจึงจำเป็นจะต้องสัมพันธ์ความเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ลักษณะเฉพาะเชิงภาพกับความเปลี่ยนแปลงของตำแหน่งของหุ่นยนต์ เมทริกซ์ที่ทำหน้าที่นี้เรียกว่า จาโคเบียนเชิงภาพ [2] โดยมีความสัมพันธ์ คือ

$$\mathbf{\Delta f} = \mathbf{J}(\mathbf{r})\mathbf{\Delta r} \tag{33}$$

เมื่อ $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ คือจาโคเบียนเชิงภาพซึ่งเป็นฟังก์ชันของตำแหน่ง โดยสมการของฟังก์ชันจะขึ้นอยู่กับโครงแบบและตัวแบบของระบบ, $\mathbf{\Delta f}$ คือเวคเตอร์ของความเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ลักษณะเฉพาะเชิงภาพ, และ $\mathbf{\Delta r}$ คือเวคเตอร์ของความเปลี่ยนแปลงของตำแหน่งของหุ่นยนต์

จาโคเบียนเชิงภาพเป็นที่รู้จักครั้งแรกโดย Sanderson, Weiss, และ Neuman [7] ในชื่อของฟีเตอร์เซนซิทิวิทีเมทริกซ์ (feature sensitivity matrix) นอกจากนี้จาโคเบียนเชิงภาพยังถูกอ้างถึงในนามอินเตอแรกชันเมทริกซ์ (interaction matrix) [8] และบีเมทริกซ์ (B matrix) [9], [10] ตัวอย่างการประยุกต์ใช้งานจาโคเบียนเชิงภาพสามารถหาได้จาก [11], [12], [13]

สรุปท้ายบท

ระบบเซอร์โวเชิงภาพเป็นการควบคุมหุ่นยนต์โดยใช้ข้อมูลป้อนกลับจากระบบการมองเห็นถูกนำมาใช้เพื่อเพิ่มความยืดหยุ่นและความถูกต้องของระบบหุ่นยนต์ เนื่องจากประโยชน์ในการประยุกต์ใช้งาน, เทคโนโลยีที่มีความสามารถสูงขึ้นในปัจจุบัน, และแนวโน้มของราคาดังที่ได้กล่าวมา ระบบเซอร์โวเชิงภาพจะมีความสำคัญและกลายเป็นระบบควบคุมสำหรับหุ่นยนต์ทั่วไปในอนาคต

บทที่ 5

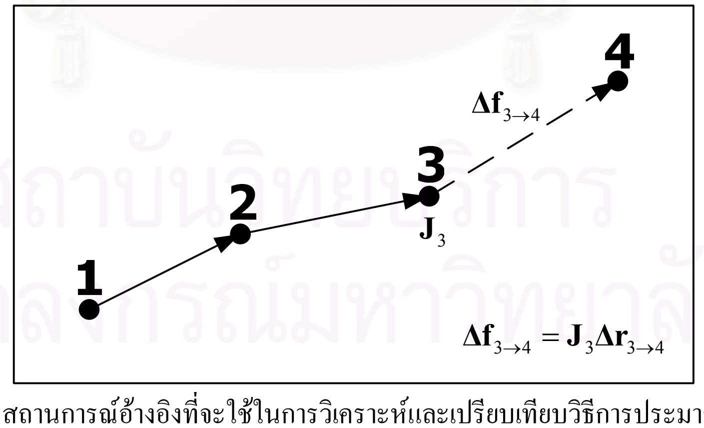
วิธีการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพ

ในระบบเซอร์โวเชิงภาพที่ใช้จาโคเบียนเชิงภาพ การประมาณจาโคเบียนเชิงภาพเป็นสิ่งจำเป็น วิธีการประมาณที่ให้ค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่เหมาะสม จะทำให้ระบบมีความผิดพลาดในการเคลื่อนที่ลดน้อยลง ในบทนี้เราจะวิเคราะห์วิธีการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพที่เราจะใช้เปรียบเทียบในการทดลองอย่างละเอียด 4 วิธี ได้แก่

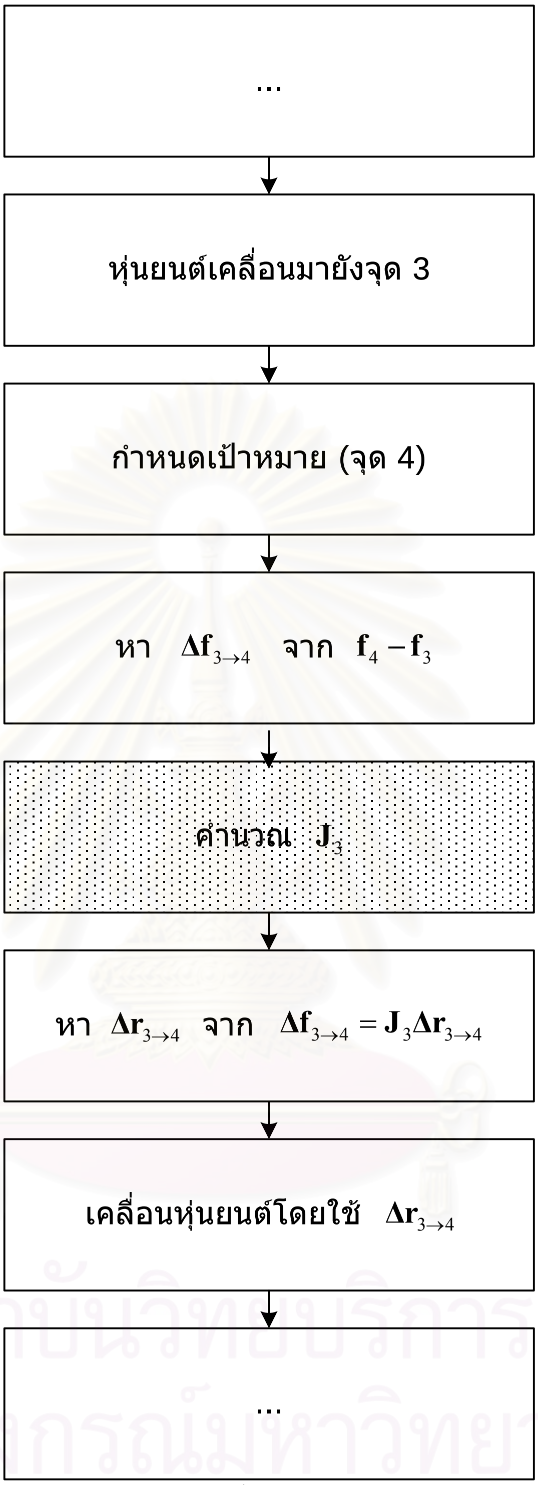
1. วิธีของงานวิจัยของ Conkie และ Chongstitvatana [14]
2. วิธีของงานวิจัยของ Jagersand, Nelson, และ Fuentes [3], [15], [16]
3. วิธีของงานวิจัยของ Kata Praditwong และ Prabhas Chongstitvatana [19], [20]
4. วิธีของงานวิจัยนี้

เพื่อประโยชน์ในการวิเคราะห์และเปรียบเทียบวิธีการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพแบบต่าง ๆ เราจะสมมุติสถานการณ์อ้างอิงสำหรับใช้ร่วมกันในวิธีการแบบต่าง ๆ ดังนี้

สมมุติในอดีตที่ผ่านมาหุ่นยนต์ได้เคลื่อนที่เป็นลำดับจากจุด 1 ไปยังจุด 2 และจุด 2 ไปยังจุด 3 โดยปัจจุบันหุ่นยนต์อยู่ที่จุด 3 แล้วกำลังต้องการที่จะเคลื่อนหุ่นยนต์จากจุด 3 ไปจุด 4 ดังรูปที่ 7 ดังนั้นสิ่งที่ต้องทำคือการหาค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่จุด 3 หรือ $\mathbf{J}_3$ เพื่อที่จะใช้ในการหาค่าเวคเตอร์ของความเปลี่ยนแปลงของตำแหน่งของหุ่นยนต์ $\Delta\mathbf{r}_{3\to4}$ จากสมการ $\Delta\mathbf{f}_{3\to4} = \mathbf{J}_3\Delta\mathbf{r}_{3\to4}$ แล้วจึงนำค่า $\Delta\mathbf{r}_{3\to4}$ ที่ได้ไปใช้ในการเคลื่อนที่หุ่นยนต์จริงดังแผนภาพในรูปที่ 8



รูปที่ 7 ตำแหน่งของสถานการณ์อ้างอิงที่จะใช้ในการวิเคราะห์และเปรียบเทียบวิธีการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพแบบต่าง ๆ



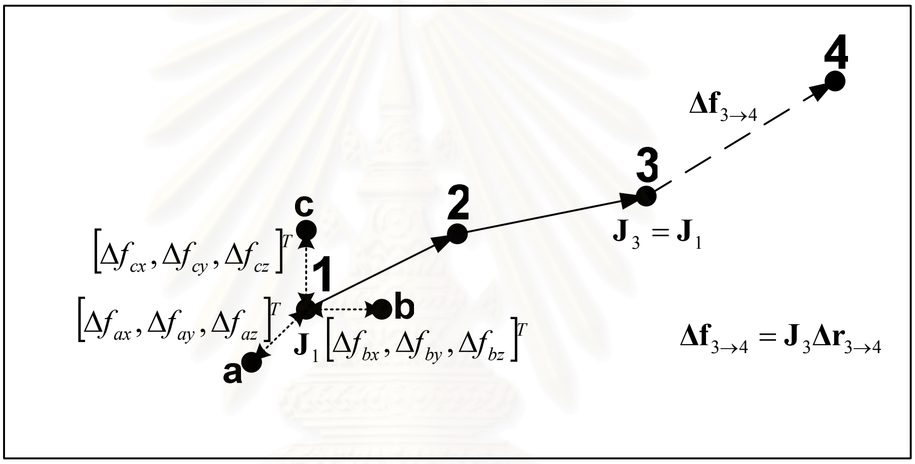
รูปที่ 8 แผนภาพแสดงขั้นตอนของสถานการณ์อ้างอิง

ส่วนต่อไปของบทนี้จะแสดงการวิเคราะห์และเปรียบเทียบวิธีการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพแบบต่าง ๆ ในการหาค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่จุด 3 หรือ $\mathbf{J}_3$

วิธีของงานวิจัยของ Conkie และ Chongstitvatana [14]

ปี 1990 Conkie และ Chongstitvatana ได้ประมาณจาโคเบียนเชิงภาพขนาด 3×3 โดยประมาณค่าจาโคเบียนเชิงภาพเพียงครั้งเดียวที่จุดเริ่มต้น แล้วใช้ค่าจาโคเบียนเชิงภาพนั้นเพียงค่าเดียวตลอดการเคลื่อนที่

การประมาณค่าจาโคเบียนเชิงภาพด้วยวิธีนี้จะใช้การเคลื่อนที่ทดสอบหุ่นยนต์ที่จุดเริ่มต้นคือจุดที่ 1 เมื่อเคลื่อนเสร็จแล้ว จะเคลื่อนหุ่นยนต์กลับมายังจุดเดิมเพื่อทำการเคลื่อนที่ครั้งต่อไป โดยจะทำการเคลื่อนที่ทดสอบจำนวน 3 ครั้ง สมมุติในการทดสอบแต่ละครั้งเราสั่งให้หุ่นยนต์เคลื่อนที่ไป $[\Delta r_a, 0, 0]^T$, $[0, \Delta r_b, 0]^T$, และ $[0, 0, \Delta r_c]^T$ ทำให้ได้เวคเตอร์ของความเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ลักษณะเฉพาะเชิงภาพเป็น $[\Delta f_{ax}, \Delta f_{ay}, \Delta f_{az}]^T$, $[\Delta f_{bx}, \Delta f_{by}, \Delta f_{bz}]^T$, และ $[\Delta f_{cx}, \Delta f_{cy}, \Delta f_{cz}]^T$ ตามลำดับดังรูปที่ 9



รูปที่ 9 ตำแหน่งของสถานการณ์อ้างอิงสำหรับวิธีการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพของ Conkie และ Chongstitvatana

จากนิยามค่าจาโคเบียนเชิงภาพ $\Delta\mathbf{f} = \mathbf{J}\ \Delta\mathbf{r}$ ดังนั้นค่าจาโคเบียนเชิงภาพ $\mathbf{J}_1$ ที่ได้จากการทดสอบจะเป็น

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\Delta f_{ax}}{\Delta r_a} & \frac{\Delta f_{bx}}{\Delta r_b} & \frac{\Delta f_{cx}}{\Delta r_c} \\ \frac{\Delta f_{ay}}{\Delta r_a} & \frac{\Delta f_{by}}{\Delta r_b} & \frac{\Delta f_{cy}}{\Delta r_c} \\ \frac{\Delta f_{az}}{\Delta r_{a1}} & \frac{\Delta f_{bz}}{\Delta r_b} & \frac{\Delta f_{cz}}{\Delta r_c} \end{bmatrix} \tag{34}$$

หลังจากทำการคลื่อนที่ทดสอบเสร็จ หุ่นยนต์จึงเริ่มเคลื่อนที่จริง โดยให้ค่าจาโคเบียนเชิงภาพของทุกจุดเท่ากับ $\mathbf{J}_1$

ในสถานการณ์อ้างอิงค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่ต้องการหาคือค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่จุด 3 หรือ $\mathbf{J}_3$ ซึ่งวิธีการประมาณนี้จะให้ $\mathbf{J}_3$ มีค่าเท่ากับค่า $\mathbf{J}_1$ ที่หาได้จากข้างต้นดังแผนภาพในรูปที่ 10

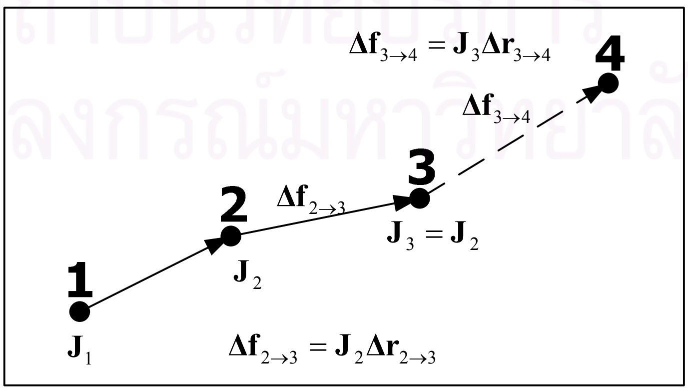
รูปที่ 10 แผนภาพแสดงขั้นตอนของวิธีการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพของ Conkie และ Chongstitvatana

อย่างไรก็ตามค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่ได้นี้จะใช้ได้ดีเฉพาะบริเวณใกล้จุดที่ประมาณคือจุดที่ 1 เท่านั้น

วิธีของงานวิจัยของ Jagersand, Nelson, และ Fuentes [3], [15], [16]

ในปี 1996-1997 Jagersand, Fuentes, และ Nelson พยายามปรับค่าจาโคเบียนเชิงภาพให้สอดคล้องกับข้อมูลการเคลื่อนที่ครั้งที่แล้ว โดย Jagersand และคณะใช้การทำให้เหมาะที่สุดไม่เชิงเส้น (nonlinear optimization) ที่เรียกว่าวิธีบรอยเดน (Broyden method) ปรับค่าจาโคเบียนเชิงภาพตลอดการเคลื่อนที่

ในสถานการณ์อ้างอิงเราต้องการจะประมาณจาโคเบียนเชิงภาพ เพื่อที่จะเคลื่อนหุ่นยนต์จากจุด 3 ไปจุด 4 ดังรูปที่ 11 สังเกตว่าครั้งสุดท้ายเราเคลื่อนที่จากจุดที่ 2 มายังจุดที่ 3 ดังนั้นข้อมูลการเคลื่อนที่ครั้งล่าสุด ได้แก่ เวคเตอร์ของความเปลี่ยนแปลงของตำแหน่งของหุ่นยนต์ $\Delta\mathbf{r}_{2\to3}$ และเวคเตอร์ของความเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ลักษณะเฉพาะเชิงภาพ $\Delta\mathbf{f}_{2\to3}$



รูปที่ 11 ตำแหน่งของสถานการณ์อ้างอิงสำหรับวิธีการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพของ Jagersand, Nelson, และ Fuentes

Jagersand และคณะได้หาค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่สอดคล้องกับข้อมูลการเคลื่อนที่ครั้งที่แล้ว โดยพยายามให้เป็นไปตามสมการ

$$\mathbf{\Delta f}_{2\to3} = \mathbf{J}_2\mathbf{\Delta r}_{2\to3} \tag{35}$$

เนื่องจากสมการที่ 2 เป็นสมการซีแคนต์ (secant equation) จึงมีค่า $\mathbf{J}_2$ ได้หลายคำตอบ

Jagersand และคณะได้แก้สมการที่ 35 โดยการแปลงระบบพิกัดปัจจุบัน O ไปเป็น O' ที่ทำให้ $\mathbf{\Delta r}_{2\to3}$ เป็นฐานหลัก (basis) ของ O' ถ้าใช้เมตริกซ์แปลง $\mathbf{P}$ ในการแปลง เราจะได้คุณสมบัติของระบบพิกัดดังนี้

1. $\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P}^T$ (36) ; คุณสมบัติของการแปลงระบบพิกัดเชิงตั้งฉากปกติ (orthonormal coordinate transformation) ที่มีจุดกำเนิดที่จุดเดียวกัน

2. $\mathbf{\Delta r}_{2\to3} = \mathbf{P\Delta r}'_{2\to3}$ (37) และ $\mathbf{\Delta r}'_{2\to3} = \mathbf{P}^T\mathbf{\Delta r}_{2\to3}$ (38) ; เนื่องจาก $\mathbf{P}$ เป็นเมตริกซ์แปลงจาก O ไปเป็น O' และสมการที่ 36

3. $\mathbf{\Delta f}_{2\to3} = \mathbf{P\Delta f}'_{2\to3}$ (39) และ $\mathbf{\Delta f}'_{2\to3} = \mathbf{P}^T\mathbf{\Delta f}_{2\to3}$ (40) ; เนื่องจาก $\mathbf{P}$ เป็นเมตริกซ์แปลงจาก O ไปเป็น O' และสมการที่ 36

4. $\mathbf{J}'_2 = \mathbf{P}^T\mathbf{J}_2\mathbf{P}$ (41)

<u>พิสูจน์</u>

$\mathbf{\Delta f}_{2\to3} = \mathbf{J}_2\mathbf{\Delta r}_{2\to3}$; จากสมการที่ 35

$\mathbf{P\Delta f}'_{2\to3} = \mathbf{JP}_2\mathbf{\Delta r}'_{2\to3}$; แทน $\mathbf{\Delta f}_{2\to3}$ และ $\mathbf{\Delta r}_{2\to3}$ ด้วยสมการที่ 39 และ 37

$\mathbf{\Delta f}'_{2\to3} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{J}_2\mathbf{P\Delta r}'_{2\to3}$; คูณด้านซ้ายทั้งสองข้างของสมการด้วย $\mathbf{P}^{-1}$

$\mathbf{\Delta f}'_{2\to3} = \mathbf{P}^T\mathbf{J}_2\mathbf{P\Delta r}'_{2\to3}$; จากสมการที่ 36 $\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P}^T$

$\mathbf{J}'_2\mathbf{\Delta r}'_{2\to3} = \mathbf{P}^T\mathbf{J}_2\mathbf{P\Delta r}'_{2\to3}$; จาก $\mathbf{\Delta f}'_{2\to3} = \mathbf{J}'_2\mathbf{\Delta r}'_{2\to3}$

$\mathbf{J}'_2 = \mathbf{P}^T\mathbf{J}_2\mathbf{P}$; คูณด้านขวาทั้งสองข้างของสมการด้วย $\mathbf{\Delta r}'^{-1}_{2\to3}$

พิจารณาระบบพิกัด O' $\mathbf{\Delta r}'_{2\to3}$ เป็นฐานหลักอยู่ในแนวเดียวกับแกนพิกัดแกนแรก ดังนั้น $\mathbf{\Delta r}'_{2\to3}$ จะมีสมาชิกที่ไม่มีค่าเป็นศูนย์เพียงตัวเดียวคือสมาชิกตัวแรก สมมุติให้สมาชิกตัวนั้นคือ $(\mathbf{\Delta r}'_{2\to3})_1$ แทนในสมการ $\mathbf{\Delta f}'_{2\to3} = \mathbf{J}'_2\mathbf{\Delta r}'_{2\to3}$ จะได้

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{\Delta f}'_{2\to3})_1 \\ (\mathbf{\Delta f}'_{2\to3})_2 \\ \dots \\ (\mathbf{\Delta f}'_{2\to3})_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{J}'_2)_{11} & (\mathbf{J}'_2)_{12} & \dots & (\mathbf{J}'_2)_{1n} \\ (\mathbf{J}'_2)_{21} & (\mathbf{J}'_2)_{22} & \dots & (\mathbf{J}'_2)_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ (\mathbf{J}'_2)_{m1} & (\mathbf{J}'_2)_{m21} & \dots & (\mathbf{J}'_2)_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\mathbf{\Delta r}'_{2\to3})_1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{\Delta f}'_{2\to3})_1 \\ (\mathbf{\Delta f}'_{2\to3})_2 \\ \dots \\ (\mathbf{\Delta f}'_{2\to3})_m \end{bmatrix} = (\mathbf{\Delta r}'_{2\to3})_1 \begin{bmatrix} (\mathbf{J}'_2)_{11} \\ (\mathbf{J}'_2)_{21} \\ \dots \\ (\mathbf{J}'_2)_{m1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{J}'_2)_{11} \\ (\mathbf{J}'_2)_{21} \\ \ldots \\ (\mathbf{J}'_2)_{m1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{\Delta f}'_{2\to 3})_1 \\ (\mathbf{\Delta f}'_{2\to 3})_2 \\ \ldots \\ (\mathbf{\Delta f}'_{2\to 3})_m \end{bmatrix} / (\mathbf{\Delta r}'_{2\to 3})_1$$

ดังนั้นคำตอบของสมการ $\mathbf{\Delta f}'_{2\to 3} = \mathbf{J}'_2 \mathbf{\Delta r}'_{2\to 3}$ ได้แก่ $\mathbf{J}'_2$ ที่มีคอลัมน์แรกเป็น $\dfrac{\mathbf{\Delta f}'_{2\to 3}}{(\mathbf{\Delta r}'_{2\to 3})_1}$ ถ้าเราเลือก $\mathbf{J}'_2$ ที่มีคอลัมน์แรกเป็น $\dfrac{\mathbf{\Delta f}'_{2\to 3}}{(\mathbf{\Delta r}'_{2\to 3})_1}$ ส่วนสมาชิกที่เหลือเป็นศูนย์หมด จะได้

$$\mathbf{J}'_2 = \begin{bmatrix} (\mathbf{J}'_2)_{11} & 0 & \ldots & 0 \\ (\mathbf{J}'_2)_{21} & 0 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ (\mathbf{J}'_2)_{m1} & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}'_2 = \begin{bmatrix} (\mathbf{J}'_2)_{11} \\ (\mathbf{J}'_2)_{21} \\ \ldots \\ (\mathbf{J}'_2)_{m1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}'_2 = \begin{bmatrix} (\mathbf{J}'_2)_{11} \\ (\mathbf{J}'_2)_{21} \\ \ldots \\ (\mathbf{J}'_2)_{m1} \end{bmatrix} \frac{\begin{bmatrix} (\mathbf{\Delta r}'_{2\to 3})_1 & 0 & \ldots & 0 \end{bmatrix}}{(\mathbf{\Delta r}'_{2\to 3})_1}$$

$$\mathbf{J}'_2 = \frac{\mathbf{\Delta f}'_{2\to 3}}{(\mathbf{\Delta r}'_{2\to 3})_1} \frac{\mathbf{\Delta r}'^{\,T}_{2\to 3}}{(\mathbf{\Delta r}'_{2\to 3})_1}$$

$$\mathbf{P}^T \mathbf{J}_2 \mathbf{P} = \frac{(\mathbf{P}^T \mathbf{\Delta f}_{2\to 3})(\mathbf{P}^T \mathbf{\Delta r}_{2\to 3})^T}{\left|\mathbf{\Delta r}'_{2\to 3}\right|^2}$$

$$\mathbf{P}^T \mathbf{J}_2 \mathbf{P} = \frac{\mathbf{P}^T (\mathbf{\Delta f}_{2\to 3} \mathbf{\Delta r}_{2\to 3}{}^T)\mathbf{P}}{\mathbf{\Delta r}_{2\to 3}{}^T \mathbf{\Delta r}_{2\to 3}}$$

$$\mathbf{J}_2 = \frac{\mathbf{\Delta f}_{2\to 3} \mathbf{\Delta r}_{2\to 3}{}^T}{\mathbf{\Delta r}_{2\to 3}{}^T \mathbf{\Delta r}_{2\to 3}}$$

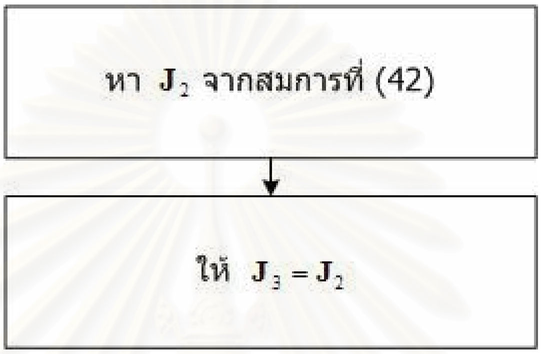
แต่เราต้องการปรับ $\mathbf{J}_2$ ให้ใกล้เคียงกับ $\mathbf{J}_1$

$$\mathbf{J}_2 = \mathbf{J}_1 + \frac{(real\,\mathbf{\Delta f}_{2\to 3} - \mathbf{\Delta f}_{2\to 3}\, from\, \mathbf{J}_1)\mathbf{\Delta r}_{2\to 3}{}^T}{\mathbf{\Delta r}_{2\to 3}{}^T \mathbf{\Delta r}_{2\to 3}}$$

เพราะฉะนั้นเราจะได้สมการที่จะใช้ปรับค่าจาโคเบียนเชิงภาพตามข้อมูลการเคลื่อนที่ครั้งล่าสุดเป็น

$$\mathbf{J}_2 = \mathbf{J}_1 + \frac{(\Delta\mathbf{f}_{2\to3} - \mathbf{J}_1\Delta\mathbf{r}_{2\to3})\Delta\mathbf{r}_{2\to3}{}^T}{\Delta\mathbf{r}_{2\to3}{}^T\Delta\mathbf{r}_{2\to3}} \tag{42}$$

จะเห็นว่า ค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่ปรับตามข้อมูลการเคลื่อนที่ครั้งล่าสุดโดยวิธีนี้จะเป็นจาโคเบียนเชิงภาพของจุด 2 หลังจากปรับค่าจาโคเบียนเชิงภาพแล้ว จะให้ $\mathbf{J}_3$ ที่ต้องการหาค่าในสถานการณ์อ้างอิงมีค่าเท่ากับค่า $\mathbf{J}_2$ ที่หาได้จากสมการที่ 42 ดังแผนภาพในรูปที่ 12

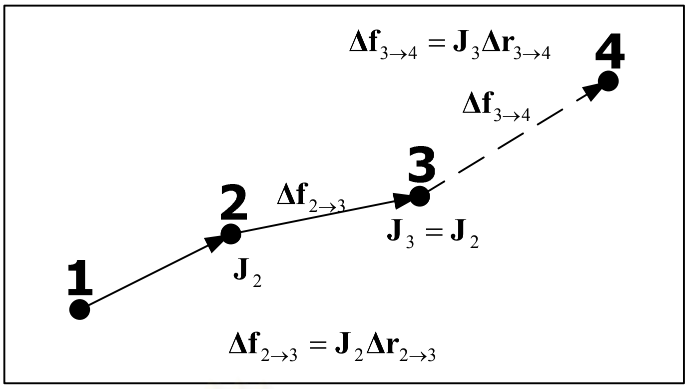


รูปที่ 12 แผนภาพแสดงขั้นตอนของวิธีการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพของ Jagersand, Nelson, และ Fuentes

วิธีของงานวิจัยของ Kata Praditwong และ Prabhas Chongstitvatana [19], [20]

ในปี 2001 Kata Praditwong และ Prabhas Chongstitvatana ได้ใช้กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพ โดยนำข้อมูลการเคลื่อนที่จริงของหุ่นยนต์ครั้งที่แล้วมาใช้วัดค่าความเหมาะสมของค่าจาโคเบียนเชิงภาพ

ในสถานการณ์อ้างอิงเราต้องการจะประมาณจาโคเบียนเชิงภาพ เพื่อที่จะเคลื่อนหุ่นยนต์จากจุด 3 ไปจุด 4 ดังรูปที่ 13 สังเกตว่าครั้งสุดท้ายเราเคลื่อนที่จากจุดที่ 2 มายังจุดที่ 3 ดังนั้นข้อมูลการเคลื่อนที่ครั้งล่าสุด ได้แก่ เวคเตอร์ของความเปลี่ยนแปลงของตำแหน่งของหุ่นยนต์ $\Delta\mathbf{r}_{2\to3}$ และเวคเตอร์ของความเปลี่ยนแปลงของพารามิเตอร์ลักษณะเฉพาะเชิงภาพ $\Delta\mathbf{f}_{2\to3}$



รูปที่ 13 ตำแหน่งของสถานการณ์อ้างอิงสำหรับวิธีการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพของ Kata Praditwong และ Prabhas Chongstitvatana

ค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่มีค่าความเหมาะสมที่ดีที่จุด 2 จะให้ความสัมพันธ์ที่ใกล้เคียงกับสมการ $\Delta\mathbf{f}_{2\to3} = \mathbf{J}_2\Delta\mathbf{r}_{2\to3}$ หรือ $\Delta\mathbf{r}_{2\to3} = \mathbf{J}_2^{-1}\Delta\mathbf{f}_{2\to3}$ ดังนั้น $\mathbf{J}_2$ ที่มีค่าความเหมาะสมที่ดีเมื่อนำ $\mathbf{J}_2^{-1}$ คูณกับ $\Delta\mathbf{f}_{2\to3}$ แล้ว จะต้องมีค่าใกล้เคียงกับ $\Delta\mathbf{r}_{2\to3}$ ที่เคลื่อนที่จริง โดยในงานวิจัยของ Kata Praditwong และ Prabhas Chongstitvatana (2001) ได้เลือกฟังก์ชันความเหมาะสม (fitness function) เป็น

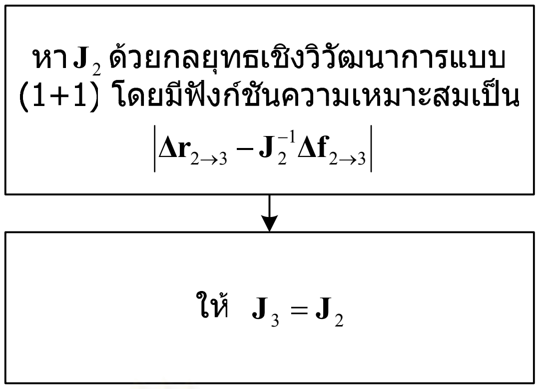
$$f(\mathbf{J}_2) = \left|\Delta\mathbf{r}_{2\to3} - \mathbf{J}_2^{-1}\Delta\mathbf{f}_{2\to3}\right| \tag{43}$$

ซึ่งจะเห็นว่ายิ่ง $f(\mathbf{J}_2)$ มีค่าเข้าใกล้ 0 มากขึ้น $\Delta\mathbf{r}_{2\to3}$ ก็จะมีค่าใกล้เคียงกับ $\Delta\mathbf{f}_{2\to3}$ มากขึ้น ทำให้ได้ค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่เหมาะสมกับจุด 2 มากขึ้น

ขั้นตอนการประมาณค่าจาโคเบียนเชิงภาพด้วยวิธีนี้มีดังนี้

1. ให้ค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่ได้จากการประมาณครั้งที่แล้วเป็นประชากร $\mathbf{J}_2$
2. ประเมินค่าความเหมาะสมของประชากร $\mathbf{J}_2$ จากฟังก์ชันความเหมาะสมในสมการที่ 43
3. ขณะที่ยังไม่ได้ได้ค่าความเหมาะสมที่น่าพอใจ และยังไม่หมดเวลาในการคำนวณที่ตั้งไว้ ให้ทำข้อ 4-7 ถ้าไม่ให้ข้ามไปข้อ 8
4. สร้างประชากรลูก โดยใช้ตัวดำเนินการเชิงวิวัฒนาการ (evolutionary operator) เช่น ตัวดำเนินการมิวเตชันกับประชากรเดิม
5. ประเมินค่าความเหมาะสมของประชากรลูก โดยใช้ฟังก์ความเหมาะสมฟังก์ชันดียวกับข้อ 2
6. ถ้าค่าความเหมาะสมของประชากรลูกน้อยกว่าประชากร $\mathbf{J}_2$ ให้แทนประชากร $\mathbf{J}_2$ ด้วยประชากรลูก
7. กลับไปทำข้อ 3
8. ประชากร $\mathbf{J}_2$ ที่ได้จากขั้นตอนข้างต้นจะเป็นคำตอบของกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการ
9. ให้ $\mathbf{J}_3$ ที่ต้องการหาค่าในสถานการณ์อ้างอิงมีค่าเท่ากับค่า $\mathbf{J}_2$ ที่หาได้จากกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการ

กล่าวโดยสรุป คือ วิธีนี้จะปรับค่า $\mathbf{J}_2$ ด้วยกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการแบบ $(1+1)$ โดยมีฟังก์ความเหมาะสมเป็น $\left|\Delta\mathbf{r}_{2\to3} - \mathbf{J}_2^{-1}\Delta\mathbf{f}_{2\to3}\right|$ หลังจากกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการสิ้นสุดลง จะให้ $\mathbf{J}_3$ ที่ต้องการหาค่าในสถานการณ์อ้างอิงมีค่าเท่ากับค่า $\mathbf{J}_2$ ที่หาได้จากกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการ ดังแผนภาพในรูปที่ 14



รูปที่ 14 แผนภาพแสดงขั้นตอนของวิธีการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพของ Kata Praditwong และ Prabhas Chongstitvatana

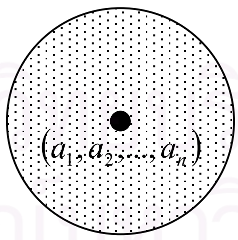
วิธีของงานวิจัยนี้

แนวคิดที่นำเสนอนี้จะประมาณจาโคเบียนเชิงภาพซึ่งเป็นฟังก์ชันของตำแหน่งด้วยพหุนามเทย์เลอร์อันดับแรก (first-order Taylor polynomial) ดังสมการที่ 44

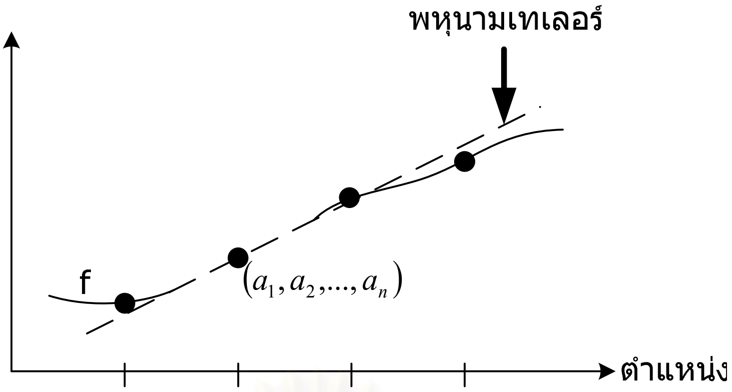
$$\mathrm{f}(x_1,x_2,\ldots,x_n) = \mathrm{f}(a_1,a_2,\ldots,a_n) + \sum_{k=1}^{n}(x_k - a_k)\frac{\partial}{\partial x_k}\mathrm{f}(a_1,a_2,\ldots,a_n) \tag{44}$$

เมื่อ $\mathrm{f}(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ คือค่าของฟังก์ชันรอบจุด $(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ และ $\frac{\partial}{\partial x_k}\mathrm{f}(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ คือสัมประสิทธิ์ของพหุนามเทย์เลอร์รอบจุด $(a_1,a_2,\ldots,a_n)$

เมื่อเราหาพหุนามเทย์เลอร์รอบจุด $(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ ได้ เราสามารถประมาณค่าจาโคเบียนเชิงภาพ ณ บริเวณรอบจุด $(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ ได้ตามแนวคิดในรูปที่ 15 และ 16

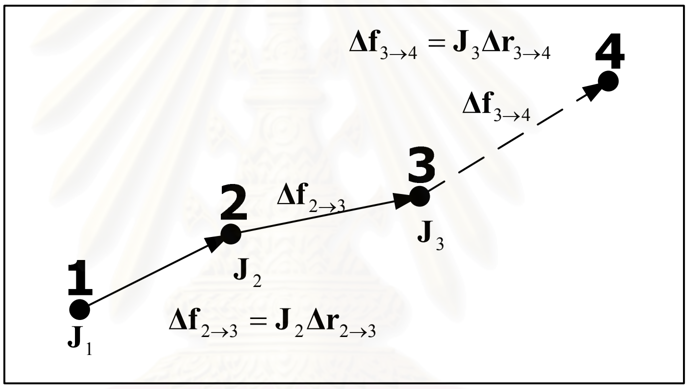


รูปที่ 15 บริเวณรอบๆจุด $(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ ในการประมาณด้วยพหุนามเทย์เลอร์



รูปที่ 16 กราฟแสดงแนวคิดการประมาณด้วยพหุนามเทย์เลอร์รอบจุด $(a_1, a_2, ..., a_n)$

ในสถานการณ์อ้างอิงเราต้องการจะประมาณจาโคเบียนเชิงภาพที่จุดที่ 3 เพื่อที่จะเคลื่อนหุ่นยนต์จากจุด 3 ไปจุด 4 ดังรูปที่ 17



รูปที่ 17 ตำแหน่งของสถานการณ์อ้างอิงสำหรับวิธีการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพของงานวิจัยนี้

ดังนั้นเราจะสร้างพหุนามเทย์เลอร์รอบจุด 2 โดยใช้กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการ แล้วใช้พหุนามเทย์เลอร์ที่ได้หาค่าจาโคเบียนเชิงภาพ ณ จุด 3 $\mathbf{J}_3$

ในการสร้างพหุนามเทย์เลอร์รอบจุด 2 เราจะต้องหาค่าของสัมประสิทธิ์ของพหุนามเทย์เลอร์รอบจุด 2 $\frac{\partial}{\partial x_k}\mathrm{j}_2$ พิจารณาสมการที่ 45

$$\mathrm{j} = \mathrm{j}_2 + \sum_{k=1}^{n}(1_k - 2_k)\frac{\partial}{\partial x_k}\mathrm{j}_2 \tag{45}$$

ถ้าเราใช้พหุนามเทย์เลอร์รอบจุด 2 ประมาณค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่จุด 1 j_1 จะได้

$$\mathrm{j}_1 = \mathrm{j}_2 + \sum_{k=1}^{n}(1_k - 2_k)\frac{\partial}{\partial x_k}\mathrm{j}_2 \tag{46}$$

หรือเขียนให้อยู่ในรูป j_2 ได้ดังสมการที่ 47

$$\mathrm{j}_2 = \mathrm{j}_1 - \sum_{k=1}^{n}(1_k - 2_k)\frac{\partial}{\partial x_k}\mathrm{j}_2 \tag{47}$$

ถ้าเราได้สัมประสิทธิ์ของพหุนามเทย์เลอร์รอบจุด 2 $\frac{\partial}{\partial x_k}\mathrm{j}_2$ ในสมการที่ 47 ที่ทำให้ได้ j_2 ที่เหมาะสมสอดคล้องกับข้อมูลการเคลื่อนที่ครั้งล่าสุดจากจุด 2 ไป 3 เราจะได้ค่าสัมประสิทธิ์ของพหุนามเทย์เลอร์รอบจุด 2 $\frac{\partial}{\partial x_k}\mathrm{j}_2$ ที่ต้องการ เราสามารถหาสัมประสิทธิ์ของพหุนามเทย์เลอร์รอบจุด 2 $\frac{\partial}{\partial x_k}\mathrm{j}_2$ ในสมการที่ 47 ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังกล่าวได้โดยใช้กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการ

ค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่สอดคล้องกับข้อมูลการเคลื่อนที่คั้งล่าสุดจากจุด 2 ไป 3 จะให้ความสัมพันธ์ที่ใกล้เคียงกับสมการ $\mathbf{\Delta f}_{2\to 3} = \mathbf{J}_2\mathbf{\Delta r}_{2\to 3}$ หรือ $\mathbf{\Delta r}_{2\to 3} = \mathbf{J}_2^{-1}\mathbf{\Delta f}_{2\to 3}$ ดังนั้น $\mathbf{J}_2$ ที่มีค่าความเหมาะสมที่ดีเมื่อนำ $\mathbf{J}_2^{-1}$ คูณกับ $\mathbf{\Delta f}_{2\to 3}$ แล้วจะต้องมีค่าใกล้เคียงกับ $\mathbf{\Delta r}_{2\to 3}$ ที่เคลื่อนที่จริง โดยในงานวิจัยนี้ได้เลือกฟังก์ชันความเหมาะสม เป็น $\left|\mathbf{\Delta r}_{2\to 3} - \mathbf{J}_2^{-1}\mathbf{\Delta f}_{2\to 3}\right|$ ซึ่งจะเห็นว่ายิ่งมีค่าเข้าใกล้ 0 มากขึ้น $\mathbf{\Delta r}_{2\to 3}$ ก็จะมีค่าใกล้เคียงกับ $\mathbf{\Delta f}_{2\to 3}$ มากขึ้น ทำให้ได้ค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่เหมาะสมกับจุด 2 มากขึ้น

แนวคิดดังกล่าวข้างต้นมีขั้นตอนโดยละเอียดดังนี้

1. ให้ค่าสัมประสิทธิ์ของพหุนามเทย์เลอร์ที่ได้จากการประมาณครั้งที่แล้ว (การประมาณที่จุด 2) เป็นประชากรกลุ่มผู้ให้กำเนิด

2. สร้างประชากรกลุ่มลูก โดยใช้ตัวดำเนินการเชิงวิวัฒนาการ เช่น ตัวดำเนินการมิวเตชันกับประชากรกลุ่มผู้ให้กำเนิด

3. ประเมินค่าความเหมาะสมของประชากรแต่ละตัว โดยหาค่าความเหมาะสมของค่าสัมประสิทธิ์ของพหุนามเทย์เลอร์ที่จุด 2 ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

3.1 หาค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่จุด 2 $\mathbf{J}_2$ จากค่าสัมประสิทธิ์ของพหุนามเทย์เลอร์ที่กำลังถูกประเมิน ให้จุด 1 มีพิกัดเป็น $(1_1, 1_2, \ldots, 1_n)$ และจุด 2 มีพิกัดเป็น $(2_1, 2_2, \ldots, 2_n)$ เราสามารถหาค่าสมาชิกแถวที่ o แนวตั้งที่ p ของจาโคเบียนเชิงภาพ $(\mathrm{j}_2)_{op}$ ได้จากพหุนามเทเลอร์รอบจุด 2 ที่ใช้หาจาโคเบียนเชิงภาพ $(\mathrm{j}_1)_{op}$ ที่จุด 1 ดังสมการที่ 48

$$(\mathrm{j}_1)_{op} = (\mathrm{j}_2)_{op} + \sum_{k=1}^{n}(1_k - 2_k)\frac{\partial}{\partial x_k}(\mathrm{j}_2)_{op} \tag{48}$$

หรือเขียนให้อยู่ในรูป $(\mathrm{j}_2)_{op}$ ได้ดังสมการที่ 49

$$(\mathrm{j}_2)_{op} = (\mathrm{j}_1)_{op} - \sum_{k=1}^{n}(1_k - 2_k)\frac{\partial}{\partial x_k}(\mathrm{j}_2)_{op} \tag{49}$$

โดยค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่จุด 1 เป็นค่าที่ได้มาจากการประมาณครั้งที่แล้ว

3.2 หาจาโคเบียนเชิงภาพผกผัน (inverse image Jacobian) $\mathbf{J}_2^{-1}$ ของจาโคเบียนเชิงภาพที่ได้จากข้อ 3.1 เพื่อใช้หาค่าความเหมาะสมของประชากร

3.3 หาค่าความเหมาะสมของประชากรจาก $\left|\mathbf{\Delta r}_{2\to 3} - \mathbf{J}_2^{-1}\mathbf{\Delta f}_{2\to 3}\right|$

4. เลือกประชากรที่มีค่าความเหมาะสมดีที่สุด (มีค่าน้อยที่สุด) เพื่อเป็นประชากรกลุ่มผู้ให้กำเนิดในรุ่นถัดไป

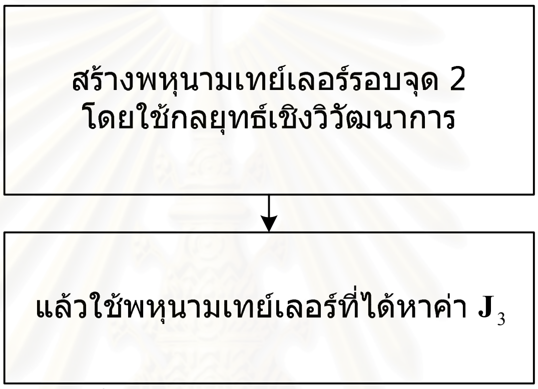
5. กลับไปทำขั้นตอนที่ 2 ถึง 4 จนกว่าจะได้ค่าความเหมาะสมที่พอใจ หรือหมดเวลาในการคำนวณ

6. หาค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่จุด 3 $\mathbf{J}_3$ ให้จุด 2 มีพิกัดเป็น $(2_1, 2_2, ..., 2_n)$ และจุด 3 มีพิกัดเป็น $(3_1, 3_2, ..., 3_n)$ เราสามารถหาค่าสมาชิกแถวที่ o แนวตั้งที่ p ของจาโคเบียนเชิงภาพ $(\mathrm{j}_3)_{op}$ ได้ โดยใช้พหุนามเทเลอร์รอบจุด 2 ที่ได้จากค่าสัมประสิทธิ์ที่เป็นคำตอบที่ดีที่สุดของกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการข้างต้นดังสมการที่ 50

$$(\mathrm{j}_3)_{op} = (\mathrm{j}_2)_{op} - \sum_{k=1}^{n} (3_k - 2_k) \frac{\partial}{\partial x_k} (\mathrm{j}_2)_{op} \tag{50}$$

โดยค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่จุด 2 เป็นค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่ได้จากค่าสัมประสิทธิ์ที่เป็นคำตอบที่ดีที่สุดในขั้นตอนที่ 3.1

แนวคิดนี้สามารถสรุปได้ดังรูปที่ 18



รูปที่ 18 แผนภาพแสดงขั้นตอนของวิธีการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพของงานวิจัยนี้

สรุปท้ายบท

การวิเคราะห์และเปรียบเทียบวิธีการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพแบบต่าง ๆ ในสถานการณ์อ้างอิงเดียวกันสามารถสรุปได้ดังตารางที่ 1

วิธีการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพแบบต่างๆ	ในสถานการณ์อ้างอิง ค่าจาโคเบียนเชิงภาพได้มาจากการประมาณที่จุด
Conkie และ Chongstitvatana [14]	จุด 1
Jagersand, Nelson, และ Fuentes [3], [15], [16]	จุด 2
Kata Praditwong และ Prabhas Chongstitvatana [19], [20]	จุด 2
งานวิจัยนี้	จุด 3

ตารางที่ 1 วิเคราะห์และเปรียบเทียบวิธีการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพแบบต่าง ๆ

จากตารางที่ 1 จะเห็นว่า วิธี Conkie และ Chongstitvatana [14] ทำการประมาณเพียงครั้งเดียวที่จุดเริ่มต้น ทำให้ได้ค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่ประมาณได้หยาบที่สุด ส่วนวิธีของ Jagersand, Nelson, และ Fuentes [3], [15], [16] กับวิธีของ Kata Praditwong และ Prabhas Chongstitvatana [19], [20] มีการปรับค่าจาโคเบียนเชิงภาพทุก ๆ ครั้งที่เคลื่อนที่ และค่าจาโคเบียนเชิงภาพได้มาจากการประมาณที่จุด 2 ส่วนวิธีของงานวิจัยนี้ค่าจาโคเบียนเชิงภาพจะได้มาจากการประมาณที่จุดที่ต้องการหาคือจุด 3 ในสถานการณ์อ้างอิงโดยตรง ซึ่งจะทำให้มีความถูกต้องของระบบเพิ่มขึ้น

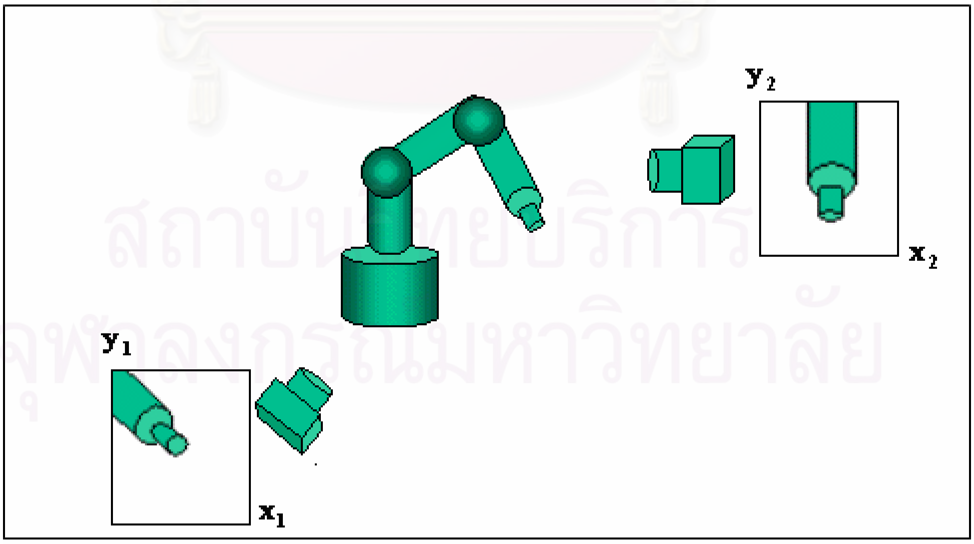
บทที่ 6

การทดลอง

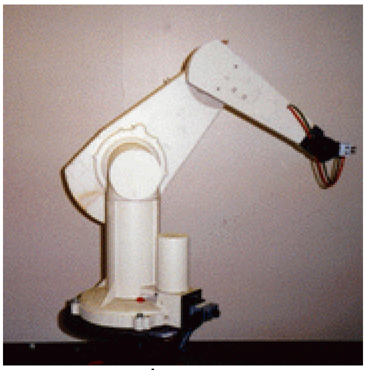
ในบทนี้จะกล่าวถึงสภาพแวดล้อมในการทดลองต่าง ๆ วิธีการประเมินผล ผลการทดลองของการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพวิธีต่าง ๆ และการวิเคราะห์ผลการทดลอง

สภาพแวดล้อมในการทดลอง

การทดลองทำในแบบจำลองทางคอมพิวเตอร์บนเครื่อง Pentium MMX 233 MHz ภายใต้ระบบปฏิบัติการ Windows XP โดยใช้ MATLAB รุ่น 6.5 เป็นเครื่องมือในการจำลอง ระบบเซอร์โวเชิงภาพที่ใช้เป็นระบบกล้องสเตอริโอซึ่งมีกล้องจำนวน 2 ตัว ดังรูปที่ 19 ระบบแขนหุ่นยนต์เป็นระบบ 3 มิติ ที่มีดีกรีของความอิสระ (degree of freedom) เท่ากับ 3 โดยได้จำลองแขนหุ่นยนต์รุ่น PUMA 560 เป็นแขนหุ่นยนต์ที่ใช้ในการทดลองดังรูปที่ 20 การทำงานของระบบคือพยายามเคลื่อนปลายแขนให้เข้าสู่เป้าหมาย โดยปลายแขนและเป้าหมายมองเห็นได้จากกล้องทั้งสองตลอดเวลาที่ทดลอง สมมุติระบบแกนพิกัดของกล้องตัวที่ 1 เป็นแกน $\mathbf{x_1, y_1, z_1}$ ตามลำดับ และระบบแกนพิกัดของกล้องตัวที่ 2 เป็นแกน $\mathbf{x_2, y_2, z_2}$ ตามลำดับ โดยให้แกน $\mathbf{z}$ เป็นแกนเชิงแสงของกล้องทั้งสอง กล้องจะวางตัวในลักษณะที่แกน $\mathbf{y_1}$ กับ $\mathbf{y_2}$ ขนานกัน และแกน $\mathbf{z_1}$ และ $\mathbf{z_2}$ ทำมุมกัน 80 องศา ดังนั้นเราสามารถเลือกพารามิเตอร์ลักษณะเฉพาะเชิงภาพจากแกน $\mathbf{x_1, y_1, x_2}$ เพียง 3 ตัว เนื่องจากแกน $\mathbf{y_1}$ ขนานกับ $\mathbf{y_2}$



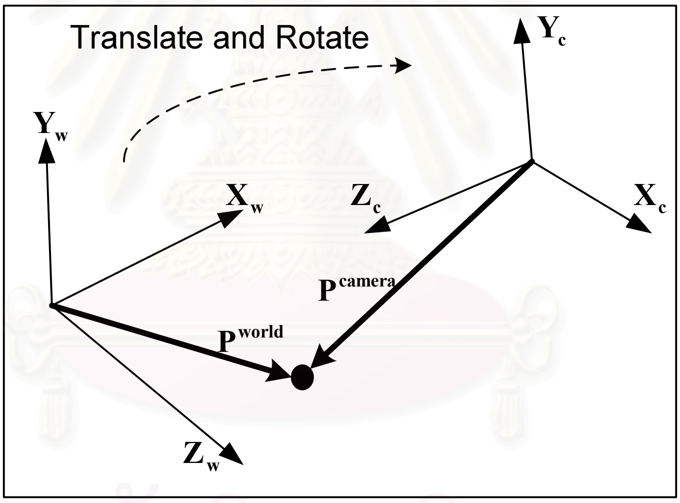
รูปที่ 19 ระบบเซอร์โวเชิงภาพที่ใช้ในการทดลอง



รูปที่ 20 แขนหุ่นยนต์ที่ใช้ในการจำลอง PUMA 560

ตัวแบบการฉายของกล้องในการทดลองนี้จะใช้การฉายเชิงทัศนมิติ โดยขั้นตอนการคำนวณค่าพิกัดระนาบภาพที่จะใช้เป็นพารามิเตอร์ลักษณะเฉพาะเชิงภาพจากค่าพิกัดในโลกจริงมีรายละเอียดดังนี้

1. แปลงค่าพิกัดในโลกจริงไปเป็นค่าพิกัดในระบบพิกัดของกล้อง โดยเลื่อนและและหมุนแกน (translate and rotate) ของพิกัดในโลกจริงให้มีตำแหน่งและทิศทางเป็นไปตามแกนของกล้อง จะได้ค่าพิกัดในระบบพิกัดของกล้อง $\mathbf{P}^{\mathbf{camera}}$ ดังรูปที่ 21



รูปที่ 21 การแปลงค่าพิกัดในโลกจริงไปเป็นค่าพิกัดในระบบพิกัดของกล้อง

2. แปลงค่าพิกัดในระบบพิกัด 3 มิติ ของกล้องไปเป็นค่าพิกัดบนระนาบภาพ 2 มิติ โดยใช้พารามิเตอร์ของกล้องดังต่อไปนี้

- ความยาวโฟกัส (focal length) : ความยาวโฟกัสในเวคเตอร์ $\mathbf{f_c}$ ขนาด 2×1
- จุดหลัก (principle point) : พิกัดจุดหลักในเวคเตอร์ $\mathbf{c_c}$ ขนาด 2×1
- สัมประสิทธิ์เบ้ (skew coefficient) : สัมประสิทธิ์เบ้เป็นตัวกำหนดมุมระหว่างแกน $\mathbf{x}$ กับแกน $\mathbf{y}$ ใช้สัญลักษณ์ α_c
- ความเพี้ยน (distortions) : สัมประสิทธิ์ความเพี้ยนของภาพประกอบด้วยความเพี้ยนตามรัศมี (radial distortion) และความเพี้ยนตามแนวสัมผัส (tangential distortion) ในเวคเตอร์ $\mathbf{k_c}$ ขนาด 5×1

ให้ $\mathbf{x_n}$ เป็นการฉายที่ถูกทำให้เป็นบรรทัดฐานแล้ว (normalized image projection) จะได้

$$\mathbf{x_n} = \begin{bmatrix} X_c / Z_c \\ Y_c / Z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \tag{51}$$

ให้ $r^2 = x^2 + y^2$ เมื่อคิดความเพี้ยนของเลนส์ จะได้พิกัดใหม่ $\mathbf{x_d}$ ดังนี้

$$\mathbf{x_d} = \begin{bmatrix} \mathbf{x_d}(1) \\ \mathbf{x_d}(2) \end{bmatrix} = (1 + \mathbf{k_c}(1) r^2 + \mathbf{k_c}(2) r^4 + \mathbf{k_c}(5) r^6)\mathbf{x_n} + \mathbf{d_x} \tag{52}$$

เมื่อ $\mathbf{d_x}$ เป็นเวคเตอร์ความเพี้ยนตามแนวสัมผัสดังสมการต่อไปนี้

$$\mathbf{d_x} = \begin{bmatrix} 2\mathbf{k_c}(3)xy + \mathbf{k_c}(4)(r^2 + 2x^2) \\ \mathbf{k_c}(3)(r^2 + 2y^2) + 2\mathbf{k_c}(4)xy \end{bmatrix} \tag{53}$$

พิกัดสุดท้ายดบนระนาบภาพ 2 มิติ จะเป็น

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{x_d}(1) \\ \mathbf{x_d}(2) \\ 1 \end{bmatrix} \tag{53}$$

เมื่อ $\mathbf{K}$ เป็นเมตริกซ์กล้องดังสมการต่อไปนี้

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{f_c}(1) & \alpha_c \mathbf{f_c}(1) & \mathbf{c_c}(1) \\ 0 & \mathbf{f_c}(2) & \mathbf{c_c}(2) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{53}$$

สำหรับในการทดลองนี้กล้องมีพารามิเตอร์ดังกล่าวดังต่อไปนี้

1. ความยาวโฟกัส: $\mathbf{f_c} = [657.30254 \quad 657.74391]$
2. จุดหลัก: $\mathbf{c_c} = [302.71656 \quad 242.33386]$
3. สัมประสิทธิ์เบ้: $\alpha_c = 0.00042$
4. ความเพี้ยน: $\mathbf{k_c} = [-0.52349 \quad 0.11868 \quad -0.00028 \quad 0.00005 \quad 0.00000]$

ในการทดลองนี้เราจะเปรียบเทียบวิธีประมาณจาโคเบียนเชิงภาพ 4 วิธี ได้แก่

1. วิธีที่ใช้จาโคเบียนเชิงภาพค่าเดียวกันทุกจุดตลอดการเคลื่อนที่จำนวน 1 วิธี ได้แก่ Conkie และ Chongstitvatana [14] (วิธีที่ 1)

2. วิธีที่ปรับค่าจาโคเบียนเชิงภาพใหม่ทุกจุดตลอดการเคลื่อนที่โดยใช้ข้อมูลการเคลื่อนครั้งที่แล้วซึ่งทำให้ได้จาโคเบียนเชิงภาพที่เหมาะกับจุดที่แล้วจำนวน 2 วิธี ได้แก่ Kata Praditwong และ Prabhas Chongstitvatana [19], [20] กับ Jagersand, Nelson, และ Fuentes [3], [15], [16] (วิธีที่ 2 และวิธีที่ 3 ตามลำดับ)

3. วิธีของงานวิจัยนี้ซึ่งปรับค่าจาโคเบียนเชิงภาพใหม่ทุกจุดตลอดการเคลื่อนที่โดยประมาณ ณ จุดปัจจุบัน (วิธีที่ 4)

การทดลองนี้จะใช้การสุ่มจุดเริ่มต้นและเป้าหมาย แล้วค่อยนำเส้นทางนั้นมาทดลองกับวิธีการทั้ง 4 แบบ โดยมีเส้นทาง 90 เส้นทาง เส้นทางที่สุ่มขึ้นมานั้นจะแบ่งเป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ เส้นทางกลุ่มที่ 1 มีระยะทาง 10 เซนติเมตร จำนวน 30 เส้นทาง เส้นทางกลุ่มที่ 2 มีระยะทาง 20 เซนติเมตร จำนวน 30 เส้นทาง และเส้นทางกลุ่มที่ 3 มีระยะทาง 30 เซนติเมตร จำนวน 30 เส้นทาง ซึ่งจะทำให้เกิดความหลากหลายในการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ ในการทดลองจะเปรียบเทียบขนาดของก้าว 2 ขนาด คือ 1/4 กับ 1/8 ว่า มีผลกระทบต่อประสิทธิภาพการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์อย่างไร ขนาดของก้าวจะกำหนดเป็นสัดส่วนกับระยะทางที่เหลืออยู่ เพราะเมื่อหุ่นยนต์อยู่ห่างจากเป้าหมายมาก จะได้เคลื่อนที่ขยับได้ระยะทางมาก เมื่อหุ่นยนต์อยู่ใกล้กับเป้าหมายมากขึ้น ระยะทางของการเคลื่อนที่ก็จะน้อยลง เช่น ถ้าขนาดของก้าวเป็น 1/4 หมายความว่า จะเคลื่อนหุ่นยนต์เข้าสู่เป้าหมายเพียง 1 ใน 4 ของระยะทางที่เหลืออยู่ระหว่างหุ่นยนต์กับเป้าหมายที่เห็นจากกล้อง

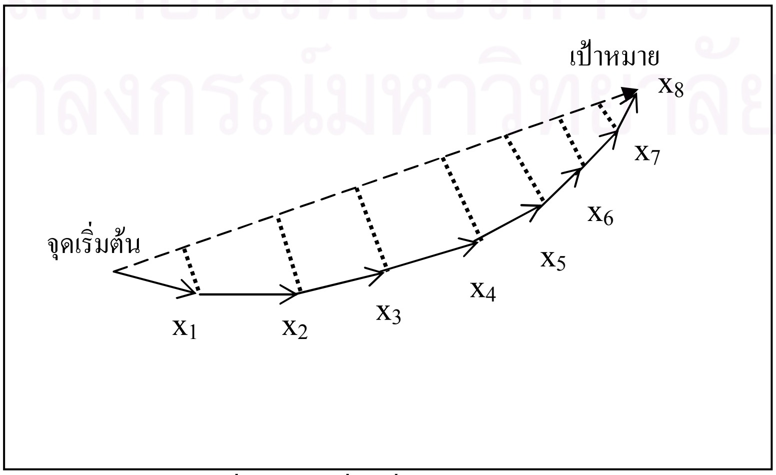
สำหรับวิธีประมาณจาโคเบียนเชิงภาพที่ใช้กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการ กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการที่ใช้เป็นแบบ $(1+1)$ โดยกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการนั้นจะสิ้นสุดที่รุ่นที่ 500 ตัวดำเนินการมิวเตชันจะเป็นการบวกด้วยค่าที่สุ่มมา โดยมีการกระจายแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ และมีการปรับค่าความเบี่ยงเบนมาตราฐานทุก ๆ 20 รุ่น โดยค่าเริ่มต้นของค่าความเบี่ยงเบนมาตราฐานนั้นจะใช้ระยะทางจากจุดปัจจุบันถึงเป้าหมายหารด้วยระยะทางจากจุดเริ่มต้นถึงเป้าหมายที่เห็นได้จากกล้อง ดังนั้นค่าความเบี่ยงเบนมาตราฐานจะมีค่ามากที่สุดเป็นหนึ่ง หลังจากนั้นจะลดลงเรื่อย ๆ เมื่อเคลื่อนที่เข้าใกล้เป้าหมายมากขึ้น

วิธีการประเมินผล

สำหรับการประเมินผลวิธีต่าง ๆ เราจะประเมินผลจากประสิทธิภาพในการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ โดยใช้ตัววัด (metric) 2 ตัว ได้แก่

1. จำนวนครั้งที่ใช้ในการเคลื่อนปลายแขนเข้าสู่เป้าหมาย

2. ความผิดพลาดของวิถี (trajectory error) เป็นการวัดความผิดพลาดของวิถี โดยวัดระยะห่างระหว่างทางเดินของปลายแขนกับเส้นทางอุดมคติ (ideal path) ที่เป็นเส้นตรงระหว่างจุดเริ่มต้นจนถึงเป้าหมาย วิธีที่ทำให้แขนเดินทางได้ใกล้เคียงกับแนวเส้นตรงของจุดเริ่มต้นไปสู่เป้าหมายจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพในการเคลื่อนที่ที่ดีกว่า สำหรับการหาค่าความผิดพลาดของวิถีมีรายละเอียดดังต่อไปนี้



รูปที่ 23 การเคลื่อนที่ของปลายแขนเข้าสู่เป้าหมาย

เส้นทางที่เป็นอุดมคตินั้นคือเส้นทางที่เป็นเส้นตรงจากจุดเริ่มต้นถึงจุดเป้าหมาย แต่การเดินทางจริงของปลายแขนนั้นจะเดินทางไปในแนวค่อนข้างโค้ง จะไม่เดินทางเป็นแนวเส้นตรงจากจุดเริ่มต้นไปยังเป้าหมาย ในการทดลองปลายแขนหุ่นยนต์นั้นจะเดินทางไปทีละน้อยจนถึงเป้าหมาย ความผิดพลาดของวิถีได้จากค่าเฉลี่ยของระยะทางระหว่างจุดที่ใช้ตลอดการเคลื่อนแขนและเส้นทางในอุดมคติ ตัวอย่างจากรูปที่ 23 มีการเคลื่อนแขน 8 ครั้ง เพื่อทำให้ปลายแขนเข้าสู่เป้าหมาย โดยการเคลื่อนแขนครั้งแรกปลายแขนจะหยุดที่จุด x_1 เราจะหาระยะทางระหว่างจุด x_1 กับเส้นทางอุดมคติ จากนั้นเคลื่อนแขนต่อไปซึ่งจะหยุดอีกทีที่จุด x_2 แล้วหาระยะทางแบบเดิม เมื่อเคลื่อนแขนเข้าสู่เป้าหมายแล้ว ให้นำค่าระยะทางทั้งหมดนั้นมาหาค่าเฉลี่ย ก็จะได้ค่าความผิดพลาดของวิถี

ผลการทดลอง

ในการทดลองวิธีของ Conkie และ Chongstitvatana [14] (วิธีที่ 1) กับวิธีของ Jagersand, Nelson, และ Fuentes [3], [15], [16] (วิธีที่ 3) เป็นขั้นตอนวิธีเชิงกำหนด (deterministic algorithm) ทุก ๆ ครั้งที่ทดลองเคลื่อนที่ปลายแขนเข้าสู่เป้าหมาย การเคลื่อนที่ทุกครั้งจะเหมือนกัน ถ้าจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดเป็นคู่เดียวกัน แต่สำหรับวิธีที่ใช้กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการ ได้แก่ วิธีของ Kata Praditwong และ Prabhas Chongstitvatana [19], [20] (วิธีที่ 2) กับวิธีของงานวิจัยนี้ (วิธีที่ 4) จะเป็นขั้นตอนวิธีเชิงสุ่ม (randomized algorithm) การทดลองแต่ละครั้งจะมีการเคลื่อนที่ที่แตกต่างกัน แม้ว่าจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดเป็นคู่เดียวกัน ดังนั้นจึงต้องมีการทดลองซ้ำ ๆ กัน และใช้ค่าเฉลี่ยมาเปรียบเทียบกับวิธีที่เป็นขั้นตอนวิธีเชิงกำหนด ในการทดลองนี้จะทำซ้ำ 100 ครั้งสำหรับแต่ละเส้นทาง

ผลการเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ของแต่ละวิธีจะแสดงเป็นจำนวนครั้งเฉลี่ยในการเคลื่อนแขนเข้าสู่เป้าหมายในตารางที่ 2 และ 5 ค่าความผิดพลาดของวิถีเฉลี่ยในตารางที่ 3 และ 6 สำหรับขนาดของก้าว 1/4 และ 1/8 และเวลาเฉลี่ยต่อการเคลื่อนที่ 1 ครั้งของแต่ละวิธีในตารางที่ 4 และ 7

กลุ่มที่	1 (10 cm 30 เส้นทาง)	2 (20 cm 30 เส้นทาง)	3 (30 cm 30 เส้นทาง)
วิธีที่ 1	21.1	22.7	27.5
วิธีที่ 2	18.5	19.6	22.3
วิธีที่ 3	18.4	19.7	22.8
วิธีที่ 4	18.4	19.9	21.6

ตารางที่ 2 แสดงจำนวนครั้งเฉลี่ยในการเคลื่อนแขนเข้าสู่เป้าหมาย (ครั้ง) เมื่อขนาดของก้าวเป็น 1/4

กลุ่มที่	1 (10 cm 30 เส้นทาง)	2 (20 cm 30 เส้นทาง)	3 (30 cm 30 เส้นทาง)
วิธีที่ 1	6.94	10.41	23.93
วิธีที่ 2	3.36	4.72	8.97
วิธีที่ 3	3.15	3.60	7.43
วิธีที่ 4	1.42	1.84	3.99

ตารางที่ 3 แสดงค่าความผิดพลาดของวิถีเฉลี่ย (มิลลิเมตร) เมื่อขนาดของก้าวเป็น 1/4

กลุ่มที่	1 (10 cm 30 เส้นทาง)	2 (20 cm 30 เส้นทาง)	3 (30 cm 30 เส้นทาง)
วิธีที่ 1	0.057	0.053	0.051
วิธีที่ 2	0.091	0.089	0.088
วิธีที่ 3	0.063	0.057	0.052
วิธีที่ 4	0.164	0.162	0.159

ตารางที่ 4 แสดงเวลาเฉลี่ยต่อการเคลื่อนที่ 1 ครั้ง (วินาที) เมื่อขนาดของก้าวเป็น 1/4

กลุ่มที่	1 (10 cm 30 เส้นทาง)	2 (20 cm 30 เส้นทาง)	3 (30 cm 30 เส้นทาง)
วิธีที่ 1	43.2	48.5	58.1
วิธีที่ 2	37.8	41.2	47.7
วิธีที่ 3	37.3	41.4	47.3
วิธีที่ 4	37.1	41.6	46.9

ตารางที่ 5 แสดงจำนวนครั้งเฉลี่ยในการเคลื่อนแขนเข้าสู่เป้าหมาย (ครั้ง) เมื่อขนาดของก้าวเป็น 1/8

กลุ่มที่	1 (10 cm 30 เส้นทาง)	2 (20 cm 30 เส้นทาง)	3 (30 cm 30 เส้นทาง)
วิธีที่ 1	5.97	9.23	20.62
วิธีที่ 2	1.82	2.61	4.82
วิธีที่ 3	1.71	2.25	4.42
วิธีที่ 4	0.72	0.94	2.11

ตารางที่ 6 แสดงค่าความผิดพลาดของวิถีเฉลี่ย (มิลลิเมตร) เมื่อขนาดของก้าวเป็น 1/8

กลุ่มที่	1 (10 cm 30 เส้นทาง)	2 (20 cm 30 เส้นทาง)	3 (30 cm 30 เส้นทาง)
วิธีที่ 1	0.035	0.034	0.029
วิธีที่ 2	0.069	0.067	0.058
วิธีที่ 3	0.038	0.036	0.032
วิธีที่ 4	0.139	0.130	0.125

ตารางที่ 7 แสดงเวลาเฉลี่ยต่อการเคลื่อนที่ 1 ครั้ง (วินาที) เมื่อขนาดของก้าวเป็น 1/8

จากตารางที่ 2 และ 5 จำนวนครั้งในการเคลื่อนแขนเข้าสู่เป้าหมายของวิธีที่ 1 จะค่อนข้างสูง ส่วนวิธีอื่น ๆ มีจำนวนครั้งที่ใกล้เคียงกัน จากข้อมูลความผิดพลาดของวิถีในตารางที่ 3 และ 6 จะเห็นว่า วิธีที่ 1 มีความผิดพลาดของวิถีสูงที่สุด เนื่องจากใช้ค่าจาโคเบียนเชิงภาพค่าเดียวทุกจุดตลอดการเคลื่อนที่ ซึ่งจะมีความถูกต้องเฉพาะบริเวณแคบๆ เท่านั้น ส่วนวิธีที่ 2 และวิธีที่ 3 มีค่าความผิดพลาดของวิถีที่ใกล้เคียงกัน เพราะประมาณค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่จุดที่แล้ว แล้วนำมาใช้เป็นจาโคเบียนเชิงภาพที่จุดปัจจุบันเหมือนกัน ส่วนวิธีของงานวิจัยนี้ (วิธีที่ 4) ให้ค่าความผิดพลาดของวิถีที่ต่ำที่สุด เนื่องจากเป็นการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพที่จุดปัจจุบัน แทนที่จะนำจาโคเบียนเชิงภาพที่ประมาณที่จุดที่แล้วมาใช้

เมื่อเปรียบเทียบขนาดของก้าวว่า มีผลกระทบต่อประสิทธิภาพการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์อย่างไร โดยเปรียบเทียบขนาดของก้าว 2 ขนาด คือ 1/4 กับ 1/8 จะเห็นว่า เมื่อขนาดของก้าวมีขนาดเล็ก จะทำให้ค่าความผิดพลาดของวิถีมีค่าลดลง เนื่องจากเมื่อขนาดของก้าวเล็ก จำนวนก้าวจะมากขึ้น จะทำให้มีการปรับค่าจาโคเบียนเชิงภาพบ่อยขึ้น จาโคเบียนเชิงภาพที่ใช้ในการเคลื่อนที่จึงถูกต้องมากยิ่งขึ้น

ผลการเปรียบเทียบเวลาในการเคลื่อนที่จากตารางที่ 4 และ 7 พบว่า วิธีที่มีความซับซ้อนมากกว่าจะใช้เวลานานกว่าวิธีที่มีความซับซ้อนน้อยกว่า วิธีที่ 1 มีการคำนวณค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่จุดเริ่มต้นเพียงครั้งเดียว จึงเป็นวิธีที่ใช้เวลาน้อยที่สุด วิธีที่ 3 มีการคำนวณค่าจาโคเบียนเชิงภาพใหม่ทุกจุดตลอดการเคลื่อนที่ จึงใช้เวลานานขึ้น วิธีที่ 2 มีการคำนวณค่าจาโคเบียนเชิงภาพใหม่ทุกจุดตลอดการเคลื่อนที่เหมือนวิธีที่ 3 แต่ใช้กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการซึ่งมีการวนซ้ำ (loop) หลายรอบในการคำนวณ ทำให้ใช้เวลามากขึ้น ส่วนวิธีของงานวิจัยนี้ใช้เวลามากที่สุด เนื่องจากมีการคำนวณที่มากที่สุดโดยใช้กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการกับพหุนามเทย์เลอร์ อย่างไรก็ตามเวลาที่แสดงในตารางที่ 4 และ 7 ไม่ใช่เวลาจริง เนื่องจากมีรูทีน (routine) ต่าง ๆ แฝงตัวอยู่ เช่น รูทีนย่อยในการอ่านและเขียนจานบันทึก (disk) เป็นต้น นอกจากนี้ MATLAB ซึ่งเป็นสภาพแวดล้อมในการทดลองเป็นสภาพแวดล้อมที่ค่อนข้างช้า แต่ในปัจจุบันความเร็วในการประมวลผลของหน่วยประมวลผลบนชิปดิจิทัล (digital chip) จริงมีความเร็วสูงมาก ดังนั้นเวลาในการทำงานของโปรแกรมในการใช้งานจริงจึงไม่น่าจะเป็นปัญหามากนัก

สรุปท้ายบท

ในบทนี้ได้อธิบายรายละเอียดสภาพแวดล้อมในการทดลองต่าง ๆ ข้อจำกัดในการทดลอง วิธีการประเมินผล ผลการทดลองของการประมาณจาโคเบียนเชิงภาพวิธีต่าง ๆ และการวิเคราะห์ผลการทดลอง

บทที่ 7

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

ในบทนี้จะสรุปงานวิจัยและการทดลองที่ได้ทำมา รวมทั้งข้อเสนอแนะที่ได้จากการทดลองเกี่ยวกับการวิจัยในขั้นต่อไป ตลอดจนผลการวิจัยที่ได้

สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้มีจุดประสงค์ เพื่อหาวิธีประมาณจาโคเบียนเชิงภาพสำหรับระบบเซอร์โวเชิงภาพที่มีความถูกต้องมากยิ่งขึ้น วิธีที่นำเสนอเป็นวิธีที่ปรับจาโคเบียนเชิงภาพตลอดการเคลื่อนที่ โดยจะประมาณจาโคเบียนเชิงภาพของตำแหน่งปัจจุบันด้วยพหุนามเทย์เลอร์ และใช้กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการหาค่าสัมประสิทธิ์ของพหุนามนั้น งานวิจัยนี้ได้ทำการทดลองโดยจำลองระบบเซอร์โวเชิงภาพที่มีดีกรีของความอิสระเท่ากับ 3 ป้อนกลับด้วยระบบกล้องสเตอริโอ การทดลองได้เปรียบเทียบวิธีนี้กับวิธีที่ใช้จาโคเบียนเชิงภาพค่าเดียวกันทุกจุดตลอดการเคลื่อนที่จำนวน 1 วิธี และวิธีที่ปรับค่าจาโคเบียนเชิงภาพใหม่ทุกจุดตลอดการเคลื่อนที่ โดยใช้ข้อมูลการเคลื่อนครั้งที่แล้ว ซึ่งทำให้ได้จาโคเบียนเชิงภาพที่เหมาะกับจุดที่แล้วจำนวน 2 วิธี

จะเห็นว่า วิธี Conkie และ Chongstitvatana [14] ทำการประมาณเพียงครั้งเดียวที่จุดเริ่มต้น ทำให้ได้ค่าจาโคเบียนเชิงภาพที่ประมาณได้หยาบที่สุด ส่วนวิธีของ Jagersand, Nelson, และ Fuentes [3], [15], [16] กับวิธีของ Kata Praditwong และ Prabhas Chongstitvatana [19], [20] มีการปรับค่าจาโคเบียนเชิงภาพทุก ๆ ครั้งที่เคลื่อนที่ และค่าจาโคเบียนเชิงภาพได้มาจากการประมาณที่จุดที่แล้ว ส่วนวิธีของงานวิจัยนี้ค่าจาโคเบียนเชิงภาพจะได้มาจากการประมาณที่จุดที่ต้องการหาโดยตรง ซึ่งจะทำให้มีความถูกต้องของระบบเพิ่มขึ้น

จากผลการทดลองพบว่า วิธีที่มีความซับซ้อนมากกว่าจะใช้เวลานานกว่าวิธีที่มีความซับซ้อนน้อยกว่า แต่ในปัจจุบันความเร็วในการประมวลผลของหน่วยประมวลผลบนชิปดิจิทัลจริงมีความเร็วสูงมาก ซึ่งต่างจากสภาพแวดล้อม MATLAB ที่ใช้ในการทดลอง ดังนั้นเวลาในการทำงานของโปรแกรมในการใช้งานจริงจึงไม่น่าจะเป็นปัญหามากนัก นอกจากนี้ขนาดของก้าวยังมีผลกับค่าความผิดพลาดของวิถีด้วย โดยขนาดของก้าวที่เล็กกว่ามีค่าความผิดพลาดของวิถีที่น้อยกว่าขนาดของก้าวที่ใหญ่กว่า ผลการทดลองแสดงว่า วิธีนี้สามารถทำงานได้ดีและให้ค่าความผิดพลาดของวิถีน้อยกว่าวิธีอื่น ๆ

ข้อเสนอแนะ

- อาจพัฒนาวิธีการโดยทดลองใช้พหุนามเทย์เลอร์ดีกรีสูงขึ้น เพื่อทำให้การประมาณมีความละเอียดยิ่งขึ้น แต่จะทำให้ใช้เวลานานขึ้น อีกทั้งต้องใช้ข้อมูลการเคลื่อนที่ย้อนตำแหน่งกลับไปมากขึ้น และเนื่องจากตำแหน่งแต่ละตำแหน่งในการเคลื่อนที่อาจไม่ได้อยู่ติดกันเหมือนในอุดมคติ จึงอาจทำให้ปัญหาความคลาดเคลื่อนในการประมาณขึ้นได้

- อาจลองใช้กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการแบบอื่น ๆ หรือปรับปรุงพารามิเตอร์ของกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการ เพื่อให้เหมาะกับระดับของปัญหามากยิ่งขึ้น แต่ต้องคำนึงถึงความเร็วในการคำนวณด้วย ในอนาคต เมื่ออุปกรณ์การคำนวณมีความเร็วสูงขึ้น การใช้กลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการที่มีความซับซ้อนมาก ๆ อาจกลายเป็นประเด็นที่น่าสนใจ
- อาจทดลองวิธีการกับปัญหาที่มีมิติสูงขึ้น เช่น ทดลองกับแขนหุ่นยนต์ที่มีดีกรีของความอิสระสูงขึ้น เพื่อทดสอบดูว่าวิธีประมาณนี้สามารถใช้กับปัญหาที่มีความซับซ้อนมากขึ้นได้ดีหรือไม่ อีกทั้งยังอาจปรับปรุงรายละเอียดในการประมาณและพารามิเตอร์ของกลยุทธ์เชิงวิวัฒนาการ เพื่อให้เหมาะสมกับปัญหาที่มีมิติสูง ๆ มากยิ่งขึ้น
- อาจมีการสร้างสภาพแวดล้อมในการทดลองให้ยากขึ้น โดยอาจจะมีการกำหนดให้เป้าหมายมีการเคลื่อนที่ออกจากตำแหน่งเดิมไปเรื่อย ๆ หรืออาจจะให้มีอุปสรรคมาขวางทาง แล้วนำวิธีประมาณนี้ไปปรับใช้กับสภาพแวดล้อมดังกล่าว ซึ่งอาจจะต้องปรับเปลี่ยนวิธีประมาณบางส่วน เพื่อให้เข้ากับสภาพแวดล้อมนั้น ๆ
- อาจนำวิธีการนี้ไปทดสอบกับระบบหุ่นยนต์ของจริง เพื่อศึกษาว่าประสิทธิภาพของวิธีการในการทำงานจริงเป็นอย่างไร อีกทั้งดูว่ายังมีปัจจัยใดในสภาพแวดล้อมจริงที่ควรนำเข้ามาพิจารณาในการปรับปรุงวิธีประมาณด้วยหรือไม่

รายการอ้างอิง

1. Hill, J., and Park, W. T. Real time control of a robot with a mobile camera, Proceedings of the 9th International Symposium on Industrial Robots, pp. 233-246. Washington, DC, 1979.
2. Hutchinson, S.; Hager, G. D.; and Corke, P. I. A tutorial on visual servo control. IEEE Transactions on Robotics and Automation 12, 5 (October 1996): 651-670.
3. Jagersand, M. On-line Estimation of Visual-Motor Models for Robot Control and Visual Simulation. Doctoral dissertation, Department of Computer Science, University of Rochester, 1997.
4. Yoshimi, B. H., and Allen, P. K. Active uncalibrated visual servoing, Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 156-161. San Diego, CA, 1994.
5. Sanderson, A. C., and Weiss, L. E. Image-based visual servo control using relational graph error signals, Proceedings of IEEE International Conference on Cybernetics and Society, pp. 1074-1077. Cambridge, MA, 1980.
6. Shirai, Y., and Inoue, H. Guiding a robot by visual feedback in assembling tasks. IEEE Transactions on Pattern Recognition 5, 2 (March 1973): 99-108.
7. Sanderson, A. C.; Weiss, L. E.; and Neuman, C. P. Dynamic sensor-based control of robots with visual feedback. IEEE Transactions on Robotics and Automation 3, 5 (October 1987): 404-417.
8. Espiau, B.; Chaumette, F.; and Rives, P. A new approach to visual servoing in robotics. IEEE Transactions on Robotics and Automation 8, 3 (June 1992): 313-326.
9. Papanikolopoulos, N. P., and Khosla, P. K. Adaptive robotic visual tracking: theory and experiments. IEEE Transactions on Automatic Control 38, 3 (March 1993): 429-445.
10. Papanikolopoulos, N. P.; Khosla, P. K.; and Kanade, T. Visual tracking of a moving target by a camera mounted on a robot: a combination of control and vision. IEEE Transactions on Robotics and Automation 9, 1 (February 1993): 14-35.
11. Feddema, J., and Mitchell, O. Vision-guided servoing with feature-based trajectory generation. IEEE Transactions on Robotics and Automation 5, 5 (October 1989): 691-700.
12. Castano, A., and Hutchinson, S. A. Visual compliance: task-directed visual servo control. IEEE Transactions on Robotics and Automation 10, 3 (June 1994): 334-342.
13. Hashimoto, K.; Kimoto, T.; Ebine, T.; and Kimura, H. Manipulator control with image-based visual servo, Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 2267-2272. Sacremento, CA, 1991.
14. Conkie, A., and Chongstitvatana, P. An Uncalibrated Stereo Visual Servo System, Proceedings of British Machine Vision Conference, pp. 277-280. Oxford, United Kingdom, 1990.

15. Jagersand, M. Visual servoing using trust region methods and estimation of the full coupled visual-motor Jacobian, Proceedings of IASTED Applications of Control and Robotics, pp. 105-108. Orlando, FL, 1996.

16. Jagersand, M.; Fuentes, O; and. Nelson, R. Experimental evalution of uncalibrated visual servoing for precision manipulation, Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 2874-2880. Albuquerque, NM, 1997.

17. Hosada, K., and Asada, M. Versatile visual servoing without knowledge of true Jacobian, Proceedings of IEEE/RSJ/GI International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 186-193. Munich, Germany, 1994.

18. Hosada, K.; Sakamoto, K.; and Asada, M. Trajectory generation for obstacle avoidance of uncalibrated stereo visual servoing without 3D reconstruction, Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 29-34. Pittsburgh, Pennsylvania, 1995.

19. คฑา ประดิษฐวงศ์. อิมเมจจาโคเบียนแบบปรับตัวโดยวิวัฒนาการสำหรับแขนหุ่นยนต์ในสามมิติ. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2544.

20. Praditwong, K., and Chongstitvatana, P. An uncalibrated visual servoing using evolution strategies to estimate image Jacobian, Proceedings of the 2nd Asian Symposium on Industrial Automation and Robotics, pp. 60-63. Bangkok, Thailand, 2001.

21. Darwin, C. Origin of the Species. London, United Kingdom: John Murray, 1859.

22. Rechenberg, I. Cybernetic Solution Path of an Experimental Problem. Translated by B. F. Toms, Royal Aircraft Establishment Library Translation No. 1122. Harts, United Kingdom: Ministery of Aviation, Royal Aircraft Establishment, 1965.

23. Schwefel, H.-P. Kybernetische Evolution als Strategie der experimentellen Forschung in der Stromungstechnik. Diploma thesis, Hermann-Fottinger Institute for Hydrodynamics, Technical University of Berlin, 1965.

24. Schwefel, H.-P. Numerical optimization of computer models. Chichester, United Kingdom: John Wiley & Sons, 1981.

25. Rechenberg, I. Evolutionsstrategie : Optimierung Technischer Systeme nach Prinzipien der Biologischen Evolution. Stuttgart, Germany: Frommann-Holzboog Verlag, 1973.

26. Schwefel, H.-P. Evolution and Optimum Seeking. New York: Wiley, 1995.

27. Rudolhp, G. On correlated mutations in evolution strategies. In R. Manner; and B. Manderick (eds.), Parallel Problem Solving from Nature -- PPSN II, pp. 105-114. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier, 1992.

28. Rudolhp, G. Evolution strategies. In T. Baeck; D. B. Fogel; and Z. Michaelewicz (eds.), Handbook of Evolutionary Computation, pp. B1.3:1-6. London, United Kingdom: The Institute of Physics, 1997.

29. Signell, P. Taylor's Polynomial Approximation for Functions. East Lansing, MI: Project PHYSNET, Michigan State University, 2002.

30. Weisstein, E. W. CRC Concise Encyclopedia of Mathematics (2 nd ed.). Boca Raton, FL: CRC Press, 2002.

31. Croft, T., Davison, R., and Hargreaves, M. Engineering Mathematics: A Foundation for Electronic, Electrical, Communications, and Systems Engineers (3 rd ed.). Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2000.

32. Horn, B. K. P. Robot Vision. Cambridge, MA: MIT Press, 1986.

33. Hollinghurst, N., and Cipolla, R. Uncalibrated stereo hand eye coordination. Image and Vision Computing 12, 3 (April 1994): 187-192.

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายปริวัตร แก้วสถิตย์ เกิดวันที่ 24 ตุลาคม พ.ศ. 2522 จังหวัดกรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ในปีการศึกษา 2545 เข้าศึกษาต่อที่จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยในหลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาวิทยาศาสตร์คอมพิวเตอร์ ภาควิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์