บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ต้องการศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการปรับแก้ค่าประมาณความน่าจะเป็นที่คนอายุ x จะเสียชีวิตภายใน 1 ปี (q'_x) สำหรับข้อมูลประกันชีวิตที่ไม่สมบูรณ์ ซึ่งการประมาณจะใช้วิธีการประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด และวิธีการปรับแก้ค่าประมาณที่เสนอในที่นี้มี 3 วิธีด้วยกันคือ

1 วิธีการปรับแก้แบบวิทแทคเกอร์

2 วิธีการปรับแก้แบบเบส์เซียน

3 วิธีการปรับแก้แบบอินครีสซิ่งเบส์เซียน

วิธีการปรับแก้แบบวิทแทคเกอร์ เป็นวิธีการปรับค่า q'_x ที่ใช้ข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างที่ศึกษาเพียงอย่างเดียว โดยอาศัยหลักการถ่วงน้ำหนัก และการหาค่าต่ำสุดของผลต่างของค่าที่ปรับแล้ว (q''_x) กับค่าประมาณเริ่มต้น (q'_x) วิธีการปรับแก้แบบเบส์เซียนเป็นวิธีการปรับค่า q'_x ที่นอกจากจะใช้ข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างแล้ว ยังนำข้อมูลหรือประสบการณ์ในอดีตมาใช้ด้วย จากข้อมูลเหล่านี้ทำให้ได้การแจกแจงหลังการทดลองซึ่งใช้ในการหาค่าปรับ q''_x ได้ ส่วนวิธีการปรับแก้แบบอินครีสซิ่งเบส์เซียนจะทำภายใต้สมมติฐานพลังของมรณะมีค่าคงที่ในหนึ่งช่วงอายุใด ๆ และทำการปรับค่าพลังของมรณะแทนการปรับค่า q'_x โดยตรง จากพลังของมรณะที่ปรับแล้วจะนำมาหาค่าปรับ q''_x ได้

การวิจัยครั้งนี้ใช้เทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technigue) สร้างสถานการณ์ต่าง ๆ ในการหาค่าประมาณความน่าจะเป็นที่คนอายุ x จะเสียชีวิตภายใน 1 ปี (q'_x) สำหรับแต่ละอายุ เมื่อขนาดตัวอย่างมี 6 ระดับ คือ 50 100 300 500 700 และ 1000 สัดส่วนการถอนตัวมี 4 ระดับ คือ 10% 20% 30% และ 40% โดยทำซ้ำ 200 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ จากนั้นใช้วิธีการปรับทั้ง 3 วิธีในการปรับแก้ค่าประมาณที่ได้

แผนการทดลอง

การวิจัยครั้งนี้ต้องการปรับแก้ค่าประมาณความน่าจะเป็นที่คนอายุ x จะเสียชีวิตภายใน 1 ปีข้างหน้า สำหรับข้อมูลประกันชีวิตที่ไม่สมบูรณ์ โดยใช้วิธีการทางสถิติ 3 วิธี ในการคำนวณหาค่าที่ปรับแก้ ภายใต้ข้อมูลเกี่ยวกับระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต มีการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล และการแจกแจงของระยะเวลาการถอนตัว 2 รูปแบบ ช่วงอายุที่ศึกษาตั้งแต่ 16-95 ปี หรือ 80 ช่วงอายุ ขนาดตัวอย่างที่นำมาศึกษามี 6 ระดับ สัดส่วนการถอนตัวมี 4 ระดับ ระดับผลต่างของค่าประมาณที่ต้องการปรับ (z) 4 ระดับ ในวิธีการปรับแก้แบบวิทแทคเกอร์ ระดับของความสัมพันธ์ (r) อีก 4 ระดับ ในการปรับแก้แบบเบส์เซียน และค่า m อีก 3 ระดับ ในการปรับแก้แบบอินครีสซิ่งเบส์เซียน รวมทั้งสิ้น 528 สถานการณ์ ผู้วิจัยจะเปรียบเทียบค่าที่ปรับแล้ว (q_x'') ที่ได้จาก 3 วิธี โดยพิจารณาค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (Mean Absolute Percentage Error , MAPE) เพื่อหาวิธีที่ดีที่สุดในแต่ละสถานการณ์ต่อไป รายละเอียดของแผนการทดลองมีดังต่อไปนี้

1. ข้อมูลเกี่ยวกับระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต (T) มีการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล

2. ข้อมูลเกี่ยวกับระยะเวลาการถอนตัว (W) มีการแจกแจง 2 แบบ คือ

   2.1 การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ

   2.2 การแจกแจงแบบแกมมา

3. ผู้วิจัยสนใจศึกษาค่าปรับ q_x'' สำหรับอายุ x ในช่วง 16-95 ปี

4 ขนาดตัวอย่างที่นำมาศึกษา มี 6 ระดับ คือ 50 100 300 500 700 และ 1000

5 สัดส่วนการถอนตัวออกจากการศึกษามี 4 ระดับ คือ 10% 20% 30% และ 40%

ขั้นตอนในการวิจัย

แบ่งเป็น 6 ขั้นตอนหลักดังนี้

1. จำลองระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคตจากการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล

2. กำหนดระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต ให้มีลักษณะของข้อมูลเป็นแบบถูกตัดปลายทางขวา

3. จำลองระยะเวลาการถอนตัวจากการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ และการแจกแจงแบบแกมมา

4. หาค่าประมาณ q'_x ด้วยวิธีการประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด โดยอาศัยระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต และระยะเวลาการถอนตัวจากการศึกษา

5. หาค่าที่ปรับ q''_x ด้วยวิธีการทางสถิติ 3 วิธี จากค่าประมาณ q'_x ที่ได้ในข้อ 4

6. หาค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์จากการปรับแก้ค่าประมาณ q'_x และทำการเปรียบเทียบเพื่อหาวิธีที่ดีที่สุด

รายละเอียดของแต่ละขั้นตอนมีดังนี้

1. จำลองระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต (T) จากการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล

เมื่อ T มีการแจกแจงแบบเอกซ์โพเนนเชียล

$$t_i = -(1/\beta)\ln U \qquad ,i = 1,.....,m$$

โดยที่ t_i เป็นระยะเวลาของคนที่ i จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต

U เป็นตัวเลขสุ่มซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1

β เป็นค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นสำหรับการจำลองข้อมูล โดยรายละเอียดของค่าพารามิเตอร์นี้ แสดงอยู่ในภาคผนวก ก

2. การจำลองระยะเวลาการถอนตัว (W) จากการแจกแจง 2 รูปแบบ คือ การแจกแจงแบบสม่ำเสมอ และการแจกแจงแบบแกมมา

2.1 เมื่อ W มีการแจกแจงแบบสม่ำเสมอ

$$w_i = U$$

โดยที่ w_i เป็นระยะเวลาของคนที่ i จะถอนตัวออกจากช่วง (x,x+1)

U เป็นตัวเลขสุ่มซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1

2.2 เมื่อ W มีการแจกแจงแบบแกมมา

$$w_i = \alpha_1 \exp\left(\frac{1}{\sqrt{2\alpha_1 - 1}} \ln\left(\frac{U}{1-U}\right)\right)$$

โดยที่ w_i เป็นระยะเวลาของคนที่ i จะถอนตัวออกจากช่วง (x,x+1]

U เป็นตัวเลขสุ่มซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 0 และ 1

α_1, α_2 เป็นค่าพารามิเตอร์เริ่มต้นสำหรับการจำลองข้อมูล โดยในการวิจัยครั้งนี้ กำหนดให้ $\alpha_1 = 1.5$ และ $\alpha_2 = 0.25$

3. สำหรับคนที่ i กำหนดระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต (t_i) ซึ่งจำลองได้จากข้อ 1 ให้มีลักษณะของข้อมูลเป็นแบบถูกตัดปลายทางขวา โดยกำหนดให้ $t_i = 1$ เมื่อ $t_i > 1$ และกำหนดระยะเวลาการถอนตัวจากการศึกษา (w_i) ซึ่งจำลองได้จากข้อ 2 จากนั้นนำมาเปรียบเทียบกัน ถ้า $t_i < w_i$ จะถือว่าผู้นั้นเสียชีวิตระหว่างการศึกษา แต่ถ้า $w_i < t_i$ จะถือว่าผู้นั้นถอนตัวจากการศึกษา และในการวิจัยครั้งนี้ได้กำหนดช่วงเวลาที่สนใจศึกษา (Observation Period) มีระยะเวลาเป็น 1 ปี ดังนั้นถ้าผู้ใดมีระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคตเกิน 1 ปี ให้ถือว่าผู้นั้นเป็นผู้อยู่รอดเมื่อสิ้นสุดการศึกษา

4. หาค่าประมาณ q'_x ด้วยวิธีการประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด ที่กล่าวไว้ในบทที่ 2 หัวข้อที่ 1 โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

4.1 หาจำนวนผู้ที่เสียชีวิตในช่วงเวลาที่สนใจศึกษา จากจำนวนผู้เสี่ยงภัยทั้งหมดโดยพิจารณาจากระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคต และระยะเวลาการถอนตัวจากการศึกษา ตามที่กล่าวไว้ในข้อ 3

4.2 หาจำนวนความเสี่ยงภัยสำหรับคนที่ i ในกรณีที่เสียชีวิต จำนวนความเสี่ยงภัยเท่ากับ t_i กรณีที่ถอนตัวออกจากการศึกษาจำนวนความเสี่ยงภัยเท่ากับ w_i และกรณีที่มีชีวิตอยู่เมื่อสิ้นสุดการศึกษาจำนวนความเสี่ยงภัยเท่ากับ 1

4.3 หาค่าประมาณ μ'_x จากสมการ (2.4) และหาค่าประมาณ q'_x จากสมการ (2.5)

5. ในการทดลองได้จำลองข้อมูลระยะเวลาที่จะมีชีวิตอยู่ต่อไปในอนาคตและระยะเวลาที่จะถอนตัวจากการศึกษา ซ้ำกันจำนวน 200 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ กำหนดให้ i แทนรอบที่ซ้ำ i = 1, 2, ..., 200 ดังนั้นค่าประมาณ q'_x หาได้ดังนี้

$$q'_x = \frac{1}{200}\sum_{i=1}^{200} q_x'^{(i)}$$

โดยที่ $q_x'^{(i)} = 1 - \exp(-\mu_x'^{(i)})$

$\mu_x'^{(i)} = d_x^{(i)} / e_x^{(i)}$

$d_x^{(i)}$ เป็นจำนวนคนที่เสียชีวิต สำหรับการทำซ้ำรอบที่ i

$e_x^{(i)}$ เป็นจำนวนความเสี่ยงภัย (Exposure) สำหรับการทำซ้ำรอบที่ i

6. หาค่าปรับ q''_x ของค่าประมาณ q'_x ที่ได้ในหัวข้อ 4 ด้วยวิธีการทางสถิติ 3 วิธี โดยมีขั้นตอนดังนี้

6.1 การปรับแก้ค่าประมาณด้วยวิธีวิทแทคเกอร์

6.1.1 กำหนดจำนวนค่าประมาณ q'_x ที่ใช้ในการปรับ n ค่า

6.1.2 กำหนดระดับผลต่างของค่าที่ต้องการปรับ

เมื่อ z = 1, 2, 3 และ 4 จะได้

$$\Delta q''_x = q''_{x+1} - q''_x$$

$$\Delta^2 q''_x = q''_{x+2} - 2q''_{x+1} + q''_x$$

$$\Delta^3 q''_x = q''_{x+3} - 3q''_{x+2} + 3q''_{x+1} - q''_x$$

$$\Delta^4 q''_x = q''_{x+4} - 4q''_{x+3} + 6q''_{x+2} - 4q''_{x+1} + q''_x$$

6.1.3 หาค่าปรับ q''_x จากสมการ (2.8) โดยการแก้สมการเมตริกซ์ด้วยวิธีโชเลสกี แฟคเตอร์ไรเซชัน (Choleski Factorization Method)

6.2 การปรับแก้ค่าประมาณด้วยวิธีเบส์เซียน

6.2.1 กำหนดจำนวนค่าประมาณ q'_x ที่ใช้ในการปรับ n ค่า

6.2.2 กำหนดค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

6.2.3 หาค่าปรับ q''_x จากสมการ (2.13)

6.3 การปรับแก้ค่าประมาณด้วยวิธีอินครีสซิ่งเบส์เซียน

6.3.1 กำหนดค่า m

6.3.2 หาค่าพารามิเตอร์ก่อนการทดลอง a และ r จากสมการ (2.22) และ (2.23)

6.3.3 หาค่าปรับพลังของมรณะจากสมการ (2.18) และ (2.15) โดยใช้ขบวนการทำซ้ำ (Iterration Method)

6.3.4 หาค่าปรับ q''_x จากสมการ (2.19)

7. เมื่อได้ค่าปรับ q''_x ที่คำนวณได้จากหัวข้อ 6. แล้ว จะคำนวณค่าเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (APE) และค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสมบูรณ์ (MAPE)

$$APE_x = 100\left|\frac{q_x - q''_x}{q_x}\right|$$

และ $$MAPE = \frac{1}{80}\sum_{x=16}^{95} APE_x$$

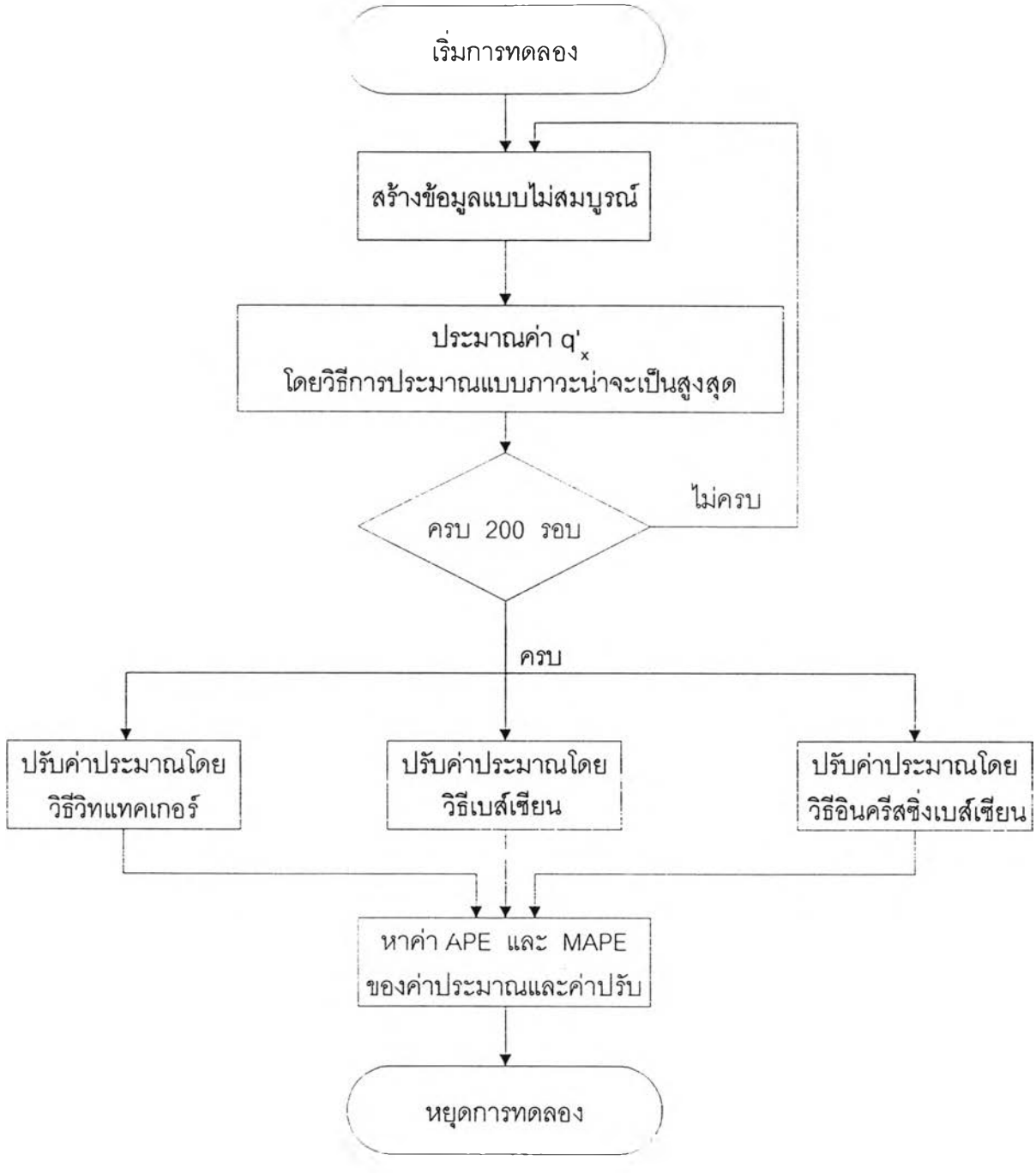
จากนั้นจะนำค่า MAPE ของวิธีการปรับทั้ง 3 วิธี มาเปรียบเทียบกัน วิธีการใดที่ให้ค่า MAPE ต่ำที่สุด จะได้ว่าวิธีการนั้นเป็นวิธีการปรับที่ดีที่สุดในสถานการณ์นั้น ๆ

ขั้นตอนการทดลองดังที่กล่าวมาข้างต้น สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 3.1

<u>โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัย</u>

โปรแกรมที่ใช้ในการวิจัยทั้งหมดนี้ เขียนด้วยภาษาฟอร์แทน (FORTRAN) โดยใช้กับเครื่อง AMDAHL 5860 เป็นโปรแกรมการทำงานเกี่ยวกับการประมาณค่า และวิธีการปรับค่าประมาณของแต่ละวิธีซึ่งในแต่ละสถานการณ์ของการทดลอง ลักษณะการทำงานของโปรแกรมจะเหมือนกัน สำหรับรายละเอียดของโปรแกรมจะแสดงไว้ในภาคผนวก ข

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ 3.1 แสดงผังงานสำหรับหาค่าเฉลี่ยเปอร์เซ็นต์ความคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์ (MAPE) จากการปรับค่าประมาณ q_x ด้วยวิธีการปรับทั้ง 3 วิธี