บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การสำรวจหรือการทดลองต่างๆ ที่เป็นการศึกษาเกี่ยวกับระยะเวลาการรอคอยจนกระทั่งเหตุการณ์ที่สนใจหรือความล้มเหลว (failure time) จะเกิดขึ้น บ่อยครั้งมักจะเสียทั้งเวลาและค่าใช้จ่ายในการรอคอยจนกระทั่งเกิดความล้มเหลวครบทุกค่าสังเกต เนื่องจากผู้ทดลองไม่สามารถคาดเดาได้ว่าระยะเวลาการทดลองจะสิ้นสุดลงเมื่อใด เพื่อแก้ปัญหาเหล่านี้ผู้ที่ทำการสำรวจหรือทดลองอาจจะออกแบบการทดลองโดยกำหนดจำนวนค่าสังเกตที่จะเกิดความล้มเหลวไว้ล่วงหน้าโดยไม่ต้องทำการทดลองจนครบตามขนาดตัวอย่าง แล้วทำการสำรวจหรือทดลองจนกระทั่งเกิดความล้มเหลวครบตามจำนวนที่กำหนด ซึ่งลักษณะข้อมูลที่ได้มานี้ไม่ใช่ข้อมูลที่สมบูรณ์ แต่เป็นลักษณะของข้อมูลที่ถูกตัดปลายประเภทที่ 2 (type II censored data) ตัวอย่างเช่น การทดสอบอายุการใช้งานของหลอดไฟรุ่นหนึ่ง โดยมีขนาดตัวอย่างจำนวน n หลอด กำหนดจำนวนหลอดไฟที่จะเกิดความล้มเหลวไว้ล่วงหน้า r หลอด ซึ่ง $r < n$ เริ่มทำการทดสอบพร้อมกัน แล้วทำการบันทึกข้อมูล โดยที่ $t_{(i)}$ เป็นระยะเวลาของอายุการใช้งานของหลอดไฟในอันดับที่ i เมื่อเกิดจำนวนหลอดไฟที่เสียครบตามจำนวนที่กำหนดไว้ล่วงหน้าแล้วจึงหยุดทำการทดลอง ลักษณะของการบันทึกข้อมูลทั้งหมด คือ ข้อมูลของหลอดไฟที่เสีย r หลอดแรก ได้แก่ $t_{(i)}$; $i = 1,2,\ldots,r$ ซึ่งเป็นค่าจริงที่ได้จากการทดลอง ส่วนข้อมูลที่เหลือจำนวน $n-r$ หลอด ได้แก่ $t_{(j)}$; $j = r+1, r+2,\ldots,n$ เวลาที่ถูกบันทึก คือ $t_{(j)} = t_{(r)}$; $j = r+1, r+2,\ldots,n$ ทั้งที่ในความเป็นจริงแล้วอายุการใช้งานของหลอดที่ j ; $j = r+1, r+2,\ldots,n$ นั้นมีค่ามากกว่าอายุการใช้งานของหลอดที่ r ข้อมูลลักษณะนี้จึงเป็นข้อมูลที่ถูกตัดปลายประเภทที่ 2

ก่อนที่ผู้สำรวจหรือทดลองจะนำข้อมูลที่ได้ไปวิเคราะห์ทางสถิติ ควรนำข้อมูลที่ได้มาทำการทดสอบเทียบความกลมกลืน (goodness-of-fit test) ซึ่งเป็นการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับการแจกแจงของประชากรว่ามีการแจกแจงตามข้อสมมติหรือไม่ วิธีการทางสถิติสำหรับการทดสอบการแจกแจงความน่าจะเป็นมีหลายวิธีการหรือมีตัวสถิติทดสอบหลายตัว วิธีการที่นิยมใช้กันมากสองวิธี คือ การทดสอบเทียบความกลมกลืนไคกำลังสอง (chi-square goodness-of-fit test) และการทดสอบเทียบความกลมกลืนโคลโมโกรอฟ-สเมียร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov goodness-of-fit test) โดยทั่วไปจะใช้การทดสอบไคกำลังสองสำหรับการทดสอบการแจกแจง

แบบไม่ต่อเนื่อง และใช้การทดสอบ K-S สำหรับการทดสอบการแจกแจงแบบต่อเนื่อง สำหรับวิธีทดสอบทั้งสอง เป็นวิธีทดสอบที่ใช้กับกรณีที่ข้อมูลสมบูรณ์ แต่เนื่องจากข้อมูลที่ได้มานั้นเป็นลักษณะของข้อมูลที่ไม่สมบูรณ์ การที่จะนำข้อมูลดังกล่าวไปทดสอบโดยใช้วิธีทดสอบที่ใช้กับกรณีที่ข้อมูลสมบูรณ์อาจจะไม่มีประสิทธิภาพพอ ดังนั้นในการทดสอบควรเลือกใช้วิธีทดสอบที่เหมาะสมกับข้อมูล มีนักสถิติหลายท่านได้เสนอตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับกรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 2 ดังนี้

A. N. Kolmogorov (1933) และ *N. V. Smirnov* (1939) ได้เสนอตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov (K-S) ซึ่งเป็นตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับข้อมูลสมบูรณ์ โดยอาศัยหลักการวัดระยะที่ห่างที่สุดระหว่างกราฟของฟังก์ชันการแจกแจงความถี่สัมพัทธ์สะสมของตัวอย่างและฟังก์ชันการแจกแจงความถี่สะสมภายใต้ H_0 *Barr* และ *Davidson* (1973) ได้ทำการศึกษาตัวสถิติ K-S เพิ่มเติมเพื่อสามารถนำมาใช้ได้กับกรณีข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 2 แล้วได้นำเสนอตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov ($K\text{-}S^C$) ซึ่งเป็นตัวสถิติทดสอบที่นำมาใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับกรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 2 *Koziol* และ *Byar* (1975) ได้ศึกษาตัวสถิติดังกล่าวและนำเสนอตารางค่าวิกฤตสำหรับกรณีข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 2 เมื่อขนาดตัวอย่างมากกว่าหรือเท่ากับ 25 ต่อมา *Dufour* และ *Maag* (1978) ได้นำเสนอตารางค่าวิกฤตสำหรับกรณีข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 2 เมื่อขนาดตัวอย่างไม่เกิน 25

Pettitt และ *Stephen* (1976) ได้นำเสนอตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises (CVM^C) และตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling (AD^C) เพื่อให้สามารถนำมาใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับกรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 2 โดยตัวสถิติทดสอบดังกล่าวได้ทำการปรับปรุงมาจากตัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises (CVM) และตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling (AD) ที่ใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับกรณีข้อมูลสมบูรณ์

การแจกแจงแกมมา (gamma distribution) ก็เป็นการแจกแจงรูปแบบหนึ่งที่มักพบในการศึกษาเกี่ยวกับระยะเวลาการรอคอย ซึ่งข้อมูลที่ได้มาอาจเป็นลักษณะของข้อมูลที่ถูกตัดปลายประเภทที่ 2 ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสนใจที่จะทำการศึกษาการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับการแจกแจงแกมมาเมื่อข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 2 โดยจะทำการเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ใช้เทียบความกลมกลืนสำหรับข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 2 ได้แก่ ตัวสถิติทดสอบ $K\text{-}S^C$, ตัวสถิติทดสอบ AD^C และตัวสถิติทดสอบ CVM^C

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยดังนี้

1. เพื่อศึกษาเปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ 3 ตัว ดังต่อไปนี้

1.1 ตัวสถิติทดสอบ Kolmogorov-Smirnov ($K\text{-}S^C$)

1.2 ตัวสถิติทดสอบ Anderson-Darling (AD^C)

1.3 ดัวสถิติทดสอบ Cramer-von Mises (CVM^C)

โดยจะทดสอบภายใต้การวิเคราะห์ข้อมูลกรณีข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 2

2. เพื่อหาข้อสรุปในการเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับการแจกแจงแกมมากรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 2

1.3 สมมติฐานของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีสมมติฐานของการวิจัยดังนี้

ตัวสถิติทดสอบ CVM^C มีอำนาจการทดสอบสูงกว่าตัวสถิติทดสอบ $K\text{-}S^C$ และตัวสถิติทดสอบ AD^C ในทุกกรณี

1.4 ข้อตกลงเบื้องต้น

ข้อตกลงเบื้องต้นของการวิจัย มีดังนี้

1. ทำการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับการแจกแจงแกมมากรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 2

2. การวิจัยครั้งนี้จะทำการศึกษาในกรณีที่ทราบค่าพารามิเตอร์ การตั้งสมมติฐานการทดสอบที่ใช้ในการทดสอบเทียบความกลมกลืนสำหรับการแจกแจงแกมมา กรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 2 โดยมีสมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงแกมมา $G(\alpha_0, \lambda_0)$
โดยมีฟังก์ชันการแจกแจงสะสม

$$F(x) = F_0(x) = \int_0^x \frac{\lambda_0^{\alpha}}{\Gamma(\alpha_0)} w^{\alpha_0 - 1} e^{-\lambda_0 w} dw$$

H_1 : ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงไม่ใช่แกมมา $G(\alpha_0, \lambda_0)$

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้กระทำภายใต้ขอบเขตดังนี้

1. ศึกษาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบ

2. ศึกษาอำนาจการทดสอบโดยใช้การแจกแจงต่างๆ ดังต่อไปนี้

   2.1 การแจกแจงแกมมาที่มิใช่พารามิเตอร์เดียวกันกับสมมติฐานว่าง

   2.2 การแจกแจงล็อกนอร์มอล

   2.3 การแจกแจงไวบูลล์

   2.4 การแจกแจงไคกำลังสอง

3. กำหนดระดับนัยสำคัญ ได้แก่ 0.01, 0.05 และ 0.10

4. ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย 10, 20, 25, 30, 40, 50 และ 60

5. ศึกษาในกรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 2 10%, 20% และ 30%

1.5 เกณฑ์การประเมินตัวสถิติทดสอบ

การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทดสอบจะพิจารณาจาก

1. ความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ซึ่งจะเปรียบเทียบระหว่างสัดส่วนความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่างเมื่อสมมติฐานว่างนั้นเป็นจริงกับเกณฑ์ที่กำหนด

ในการวิจัยครั้งนี้เกณฑ์ที่ใช้ในการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 คือเกณฑ์การประมาณแบบช่วง (รายละเอียดอยู่ในหัวข้อ 3.5 บทที่ 3)

หอสมุดกลาง ฝ่ายบริหารวิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. อำนาจการทดสอบ จะเปรียบเทียบเฉพาะตัวสถิติทดสอบที่สามารถควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ได้เท่านั้น

1.7 คำจำกัดความ

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้มีดังนี้

1. ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I Error) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง (Null Hypothesis) เมื่อสมมติฐานว่างนั้นเป็นจริง

2. ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 (Type II Error) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่จะยอมรับสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างนั้นเป็นเท็จ

3. อำนาจการทดสอบ (Power of the Test) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างนั้นเป็นเท็จ ซึ่งมีค่าเท่ากับ $1-\beta$ เมื่อ คือ β ค่าความน่าจะเป็นที่เกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2

1.8 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัยครั้งนี้มีดังต่อไปนี้

1. เพื่อเป็นแนวทางในการเลือกใช้สถิติทดสอบที่เหมาะสมในการทดสอบเทียบความกลมกลืนในกรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 2

2. เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาการทดสอบเทียบความกลมกลืนในกรณีที่ข้อมูลถูกตัดปลายประเภทที่ 2 โดยใช้ตัวสถิติทดสอบอื่นๆ ต่อไป