

การนำพาอิเล็กทรอนิกส์ในสองมิติโดยการอินทิเกรตตามทางของฟายน์แมน

นาย อุดม รอบคอบ

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรดุษฎีบัณฑิต

สาขาวิชาฟิสิกส์ ภาควิชาฟิสิกส์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2539

ISBN 974-636-431-6

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

FEYNMAN PATH INTEGRATION OF ELELECTRON  
TRANSPORT IN TWO DIMENSIONS

Mr.Udom Robkob

A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Doctor in Philosophy

Faculty of Science

Graduate School

Chulalongkorn University

Academic Year 1996

ISBN 974-636-431-6

Thesis Title                    Feynman Path Integration of Electron  
Transport In Two Dimensions

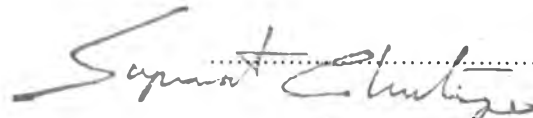
By                                    Mr.Udom Robkob

Department                    Physics

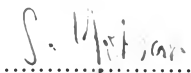
Thesis Advisor                Professor Virulh Sa-yakanit, F.D.

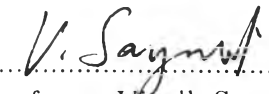
Thesis Co-advisor            Associate Professor Wichit Sritrakool, Ph.D.

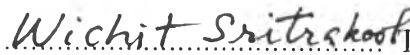
Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in Partial  
Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy.

 ..... Dean of Graduate School  
(P Professor Supawat Chutiwongse, M.D.)

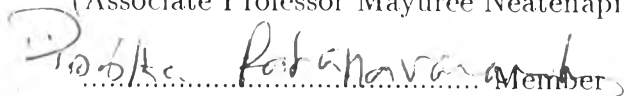
Thesis Committee

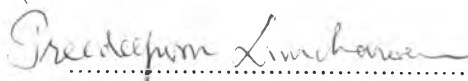
 ..... Chairman  
(P Professor Suthat Yoksan, Ph.D.)

 ..... Thesis Advisor  
(P Professor Virulh Sa-yakanit, F.D.)

 ..... Thesis Co-advisor  
(A Associate Professor Wichit Sritrakool, Ph.D.)

..... Member  
(A Associate Professor Mayuree Neatenapit, Ph.D.)

 ..... Member  
(A Assistant Professor Pisistha Ratanavararaksa, Ph.D.)

 ..... Member  
(A Assistant Professor Preedeepon Limcharoen, Ph.D.)

พิมพ์ต้นฉบับบทความวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสี่เหลี่ยมนี้เพียงแผ่นเดียว

## C525464 : MAJOR PHYSICS

KEY WORD: PATH INTEGRALS/QUANTUM TRANSPORT/TWO DIMENSIONAL SYSTEM

UDOM ROBKOBOB : FEYNMAN PATH INTEGRATION OF ELECTRON TRANSPORT IN  
TWO DIMENSIONS. THESIS ADVISOR : PROFESSOR VIRULH SA-YAKANIT, F.D.  
CO-ADVISOR ASSOC. PROF. WICHIT SRITRAKOOL, Ph.D. 100 PP.  
ISBN 974-636-431-6

We have studied the formulation of quantum transport problem in the form of Feynman's path integrals. The idea was originated from the study of polaron transportation by Thornber. We have applied this technique to the problem of an electron transport in two-dimensional system with an applied magnetic field in perpendicular direction and weak disorder. This system may be thought of the integer quantum Hall system. First, we show that this technique can be used to determine the non-linear transportation in the high field regime and secondly, we determine the transport coefficients in the linear transport regime of our model system. We have calculated the longitudinal and transverse (Hall) conductivities in the case of clean system and a disorder system at the long-correlation length limit. We find that in the case of absence of disorder the longitudinal component vanishes and the transverse component is well stepped. In the case of disorder system the the transverse component appear at the plateau-plateau transition regions. The transverse component appear to have plateau regions. The higher level of approximations are discussed and the advantages of this technique are also expressed.

ภาควิชา..... ฟิสิกส์

สาขาวิชา..... ฟิสิกส์

ปีการศึกษา..... 2539

ลายมือชื่อนิสิต..... *Udom Robkobob*

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา..... *Virulh Sa-yakanit*

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม..... *Wichit Sritrakool*

พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสี่เหลี่ยมนี้เพียงแผ่นเดียว

นายอุดม รอบคอบ : การนำพาอิเล็กตรอนในสองมิติโดยทฤษฎีการอินทิเกรตตามทางของฟายน์แมน  
( FEYNMAN PATH INTEGRATION OF ELECTRON TRANSPORT IN TWO DIMENSIONS )

อ.ที่ปรึกษา ศาสตราจารย์ ดร.วิรุฬห์ สายคณิต,

อ.ที่ปรึกษาร่วม รองศาสตราจารย์ ดร.วิชุด ตรีตระกูล, 100 หน้า. ISBN 974-636-431-6

ปัญหาของการนำพาอิเล็กตรอนใน 2 มิติได้ถูกพิจารณาด้วยวิธีการอินทิเกรตตามทางของฟายน์แมน ความคิดริเริ่มได้มาจากการศึกษาปัญหาการนำพาในโพลารอนของคอนเบอร์ ได้นำวิธีนี้มาประยุกต์ใช้กับระบบ 2 มิติที่มีสนามแม่เหล็กและความไร้ระเบียบ ระบบแบบนี้ถูกคิดว่าเป็นระบบตัวแทนของระบบที่ให้ปรากฏการณ์ควอนตัมฮอลล์ สิ่งแรกที่แสดงให้เห็นคือการพิจารณาการนำพาแบบไม่เป็นเชิงเส้นซึ่งเป็นกรณีที่มีสนามไฟฟ้าอย่างแรง ถัดมากก็จะพิจารณาการนำพาแบบเชิงเส้นซึ่งเป็นกรณีที่มีสนามไฟฟ้าอย่างอ่อน กรณีนี้จะถูกนำมาพิจารณากับแบบจำลองระบบที่ได้สร้างขึ้น ได้คำนวณสัมประสิทธิ์การนำพาในแนวตรงและแนวขวางสำหรับในกรณีที่ระบบไม่มีความไร้ระเบียบและระบบไร้ระเบียบที่มีระยะสัมพันธ์ยาว พบว่าในกรณีที่ระบบไม่มีความไร้ระเบียบจะไม่มีสัมประสิทธิ์การนำพาในแนวตรง และสัมประสิทธิ์การนำพาในแนวขวางปรากฏเป็นชั้นอย่างชัดเจน สำหรับกรณีที่ระบบไร้ระเบียบปรากฏสัมประสิทธิ์การนำพาในแนวตรงตรงบริเวณของการเปลี่ยนชั้นของสัมประสิทธิ์การนำพาในแนวขวาง

สัมประสิทธิ์การนำพาในแนวตรงปรากฏเป็นชั้น มีการวิจารณ์ถึงการประมาณในอันดับต่อไป และข้อดีของวิธีนี้ก็ถูกเสนอในที่นี้ด้วย

ภาควิชา.....ฟิสิกส์.....  
สาขาวิชา.....ฟิสิกส์.....  
ปีการศึกษา.....2539.....

ลายมือชื่อนิสิต.....  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

## ACKNOWLEDGEMENTS

The author wishes to express his sincere gratitude to his supervisor, Prof. Virulh Sa-yakanit, for his invaluable advice, guidance and encouragement given throughout this work. Thanks are also due to Assoc. Prof. Wichit Sritrakool for his help in various ways.

He would like to thank the thesis committee, Prof. Suthat Yoksan, Assoc. Prof. Mayuree Neatenapit, Assist. Prof. Pisistha Ratanavararaksa, and Assist. Prof. Preedeeporn Limcharoen for their reading and criticizing the manuscript.

He would like to thank Miss Sivinee Savadiaree for her help in many ways especially in correcting his time table throughout the academic years.

# TABLE OF CONTENTS

	page
ABSTRACT IN ENGLISH. . . . .	i v
ABSTRACT IN THAI. . . . .	v
ACKNOWLEDGEMENTS. . . . .	v i
TABLE OF CONTENTS. . . . .	v i i
LIST OF FIGURES. . . . .	i x
CHAPTER I      INTRODUCTION. . . . .	1
- Motivation. . . . .	1
- Two-dimensional Systems . . . . .	3
- Quantum Hall Systems . . . . .	6
- Modeled System. . . . .	16
CHAPTER II     FEYNMAN PATH INTEGRATION. . . . .	18
- Introduction. . . . .	18
- Propagator from Evolution Operator. . . . .	18
- Path Integrals in Phase Space . . . . .	20
- Path Integrals Representation for Density Matrix . . . . .	24
- Propagator for the Modeled System . . . . .	25
- Density Matrix for the Modeled System . . . . .	29

CHAPTER III	FEYNMAN PATH INTEGRALS	
	APPROACH TO QUANTUM TRANSPORT PROBLEMS	.30
	- Introduction	30
	- Conservation Laws and Constant of Motion	31
	- Non-linear Transport	36
	- Linear Transport	39
CHAPTER IV	TRANSPORT FOR CLEAN SYSTEM	42
	- Introduction	42
	- Density of States	43
	- Transport	50
	- Discussions	52
CHAPTER V	TRANSPORT AT LONG CORRELATION LENGTH	55
	- Introduction	55
	- Density of States	57
	- Transport	66
	- Numerical Results	73
	- Discussions	74
CHAPTER VI	CONCLUSIONS	77
REFERENCES		79
APPENDIX		83
VITA		87



## LIST OF FIGURES

	page
Figure(1.1). (a) Two-dimensional electron system in the metal-oxide-semiconductors (MOS) inversion layer. The S and D represent source and drain (usually n-type doped region) respectively. $V_g$ is the gate voltage and $E_F$ is the Fermi energy. Bending in the valence and conduction bands is depicted together with wave function $\Psi(z)$ and density of state $n(E)$ .....	4
Figure(1.1). (b) Two-dimensional electron system in the semiconductor heterostructure. The figure depicts the case of selective doping in GaAs/AlGaAs system. ....	5
Figure(1.2). Observed quantum Hall effect by K. von Klitzing and co-worker[9] in MOS system. ....	13
Figure(1.3). Schematic graph of Hall conductance versus Fermi energy. Plateaus have regions of easily measurable width which are completely flat to within 1 ppm.....	15
Figure(1.4). Schematic diagram of a two-dimensional system for our model. The dots denote impurities. ....	17

- Figure(4.1). Plots of  $n(E')$  for the first six Landau levels as a function of an electron energy  $E'$  at different values of the electric energy  $E_{\mathcal{E}}$ , (a) 0.01, (b) 0.05, (c) 0.1 and (d) 1.0, in the unit of magnetic energy. . . . . 47
- Figure(4.2). The transverse component of the conductivity,  $\sigma_{yx}$ , is plotted versus the Fermi energy  $E'_F$ . This curve is evaluated for the thermal energy  $E'_{kT} = 0.1$ . . . . . 53
- Figure(4.3). Point contact measurement made by van Wees, *et al.*, [29] at temperature  $T = 0.6K$ . The experimental geometry is shown in the inset. . . . . 54
- Figure(5.1). Density of states  $n(E')$ , at long correlation length is plotted versus its energy  $E'$ . Using  $\alpha = 6$  and  $\beta = 0.4$ . . . . . 63
- Figure(5.2). Schematic diagram of localized-delocalized states in case of the presence of impurities. . . . . 64
- Figure(5.3). Density of states,  $n(E')$ , is plotted at any strength of correlation length, (a)  $\alpha = 6$ , and (b)  $\alpha = 24$ . . . . . 65
- Figure(5.4). Conductivities are plotted versus the Fermi energy,  $E'_F$ ;  $\sigma_{xx}$  (dashed line), and  $\sigma_{yx}$  (true line). The calculation is made at the values of  $\alpha = 6$ ,  $\beta = 0.4$ , and  $E'_{kT} = 0.1$ . . . . . 76