บทที่ 4

การวิเคราะห์ตำแหน่งและการวางตัว

หลังจากที่สามารถจำแนกชนิดของวัตถุตัวอย่างทั้ง 6 ชนิดได้แล้วขั้นตอนต่อมา คือ การคำนวณหาตำแหน่งจุดเซ็นทรอยด์ของภาพ อธิบายไว้ในหัวข้อ 4.1, การวางตัวของภาพ อธิบายไว้ในหัวข้อ 4.2 และองค์ประกอบที่จำเป็นต้องใช้ซึ่งประกอบด้วยหลายส่วนดังนี้

4.1 การหาตำแหน่งของภาพ

การหาตำแหน่งของจุดเซ็นทรอยด์ของภาพสิ่งที่เป็นพื้นฐานในส่วนนี้คือการคำนวณหาโมเมนต์ ดังนั้นจึงขอกล่าวถึงการหาโมเมนต์ก่อน

<u>นิยาม</u> : โมเมนต์

ให้ *(x,y)* แทนแถวและหลักตามลำดับของภาพไบนารี่ ดังนั้นโมเมนต์ของบริเวณดังกล่าว แสดงดังสมการที่ (4-1) :

$$\boxed{m_{kj} \overset{\Delta}{=} \sum_{(x,y)\in R} x^k y^j I(x,y) \quad , \quad k \geq 0 \, , \, j \geq 0} \qquad (4\text{-}1)$$

จากสมการที่ 4-1 พบว่าค่าของโมเมนต์ที่ได้ คือผลรวมของผลคูณของแถวและหลักที่แสดงบริเวณของภาพดังกล่าว และอันดับของโมเมนต์ m_{kj} (order of moment) มีค่าเท่ากับ $k+j$

เราสามารถแยกการคำนวณหาโมเมนต์ได้ตามอันดับของโมเมนต์ดังนี้

4.1.1 โมเมนต์อันดับที่ 0 เรียกว่า พื้นที่ $\boxed{A = m_{00}}$ (4-2)

4.1.2 โมเมนต์อันดับที่ 1 ประกอบด้วย m_{10} และ m_{01} ซึ่งใช้ในการคำนวณหาจุดเซ็นทรอยด์ของวัตถุดังสมการที่ (4-3)

$$\boxed{x_c = \frac{m_{10}}{m_{00}} \quad , \quad y_c = \frac{m_{01}}{m_{00}}} \tag{4-3}$$

4.1.3 โมเมนต์อันดับที่ 2 ประกอบด้วย m_{20} , m_{11} , m_{02} ซึ่งใช้ในการคำนวณหาการวางตัวของวัตถุ

<u>นิยาม</u> : ศูนย์กลางโมเมนต์ (central moments, μ_{kj})

ให้ (x_c, y_c) แทนจุดเซนทรอยด์ของภาพไบนารี่ และให้คู่อันดับ *(x,y)* แทนแถวและหลักตามลำดับของบริเวณดังกล่าว ดังนั้น ศูนย์กลางโมเมนต์ของภาพไบนารี่ สามารถแสดงโดยสมการที่ (4-4)

$$\boxed{\mu_{kj} \overset{\Delta}{=} \sum_{(x,y)\in R} (x - x_c)^k (y - y_c)^j I(x,y) \quad , \quad k \geq 0 \, , \, j \geq 0} \tag{4-4}$$

<u>นิยาม</u> : นอร์มอลไรศูนย์กลางโมเมนต์ (normalized central moments, ν_{kj})

ให้ $\{\mu_{kj}\}$ แทนศูนย์กลางโมเมนต์ของภาพไบนารี่ ดังนั้น นอร์มอลไรศูนย์กลางโมเมนต์ของบริเวณดังกล่าว ถูกกำหนดดังสมการที่ (4-5)

$$\boxed{\nu_{kj} \overset{\Delta}{=} \frac{\mu_{kj}}{\mu_{00}^{(k+j+2)/2}} \quad , \quad k \geq 0 \, , \, j \geq 0} \tag{4-5}$$

4.2 หลักการของมุม

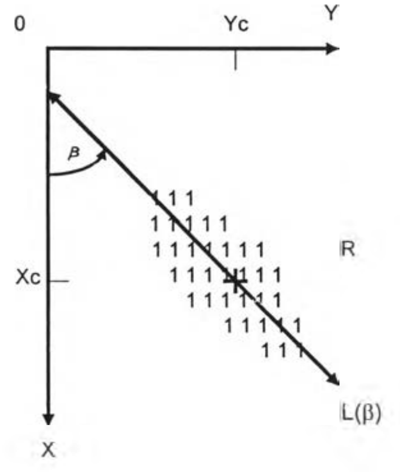
หลักการของมุม (principle angle) เป็นสิ่งที่ใช้ในการบอกลักษณะการวางตัว (orientation) ของภาพไบนารี่ และสามารถแสดงในเทอมของศูนย์กลางโมเมนต์อันดับสอง

นิยาม : หลักการของมุม

ให้ $\{\mu_{kj}\}$ แทนศูนย์กลางโมเมนต์ของภาพไบนารี่ ดังนั้นหลักการของมุมสามารถแสดงได้โดยสมการที่ (4-6)

$$\boxed{\theta \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{2} * \tan^{-1}\left(\frac{2\mu_{11}}{\mu_{20} - \mu_{02}}\right)} \qquad (4\text{-}6)$$

การตีความหมายของหลักการของมุม พิจารณาเส้นตรง L(β) เป็นเส้นตรงที่ลากผ่านเซ็นทรอยด์ของบริเวณ R ที่มุมของ β เทียบกับแกน x ดังแสดงดังรูปที่ 4-1 โมเมนต์ความเฉื่อย (moment of inertia) ของบริเวณ R เกี่ยวกับเส้นตรง L(β) ซึ่งมีมุมเอียง β มุมซึ่งโมเมนต์ความเฉื่อยมีค่าต่ำสุด เรียกว่า หลักการของมุม (principle angle) โดย β = θ



รูปที่ 4-1 หลักการของมุมของบริเวณ R

จากสูตรการคำนวณดังกล่าวใช้ได้ในกรณีของวัตถุที่มีลักษณะรูปทรงที่ไม่สมมาตร กล่าวคือ เป็นภาพที่มีค่าของความยาวแกนหลักและความยาวแกนรองไม่เท่ากันเท่านั้น ดังนั้นจากวัตถุตัวอย่างทั้ง 6 ชนิด เราสามารถแบ่งชนิดของภาพวัตถุอย่างออกเป็น 2 ประเภทคือ ประเภทแรกเป็นภาพของวัตถุที่ไม่สมมาตร ได้แก่ ภาพสี่เหลี่ยมผืนผ้า, ลูกศร และหัวค้อน ส่วนประเภทที่สองเป็นภาพของวัตถุที่สมมาตร ได้แก่ สี่เหลี่ยมจัตุรัส, วงกลมขนาดใหญ่ และวงกลมขนาดเล็ก ซึ่งจากที่กล่าวมาแล้วว่าใน

การคำนวณหาค่ามุมเอียงวัตถุประเภทแรกจะไม่มีปัญหาในการทดลอง แต่ในกรณีของภาพของวัตถุประเภทที่สองนั้นสามารถแก้ปัญหาได้ดังนี้คือ

ในกรณีของวงกลมขนาดเล็กและขนาดใหญ่นั้น ไม่มีผลต่อการจับของแขนกลดังนั้นในการทดลองถ้าสามารถตรวจสอบได้ว่าเป็นวัตถุชนิดนี้จึงไม่ต้องทำการคำนวณหาค่าของมุมที่เกิดจากการวางตัว

ส่วนในกรณีของภาพวัตถุสี่เหลี่ยมจัตุรัสทำการแก้ปัญหาโดยการพิจารณาส่วนของขอบของภาพไบนารี่ซึ่งเราสามารถประมาณได้โดยใช้สมการเส้นตรง และทำการหาค่าความชันของเส้นตรงนั้นโดยเราสามารถประมาณสมการเส้นตรงโดยใช้สมการถดถอยเชิงเส้น (linear regression)

ในกรณีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสการคำนวณหามุมการวางตัวทำได้โดยการเก็บข้อมูลที่ขอบ (x_0,y_0), (x_1,y_1), (x_2,y_2), …, (x_n,y_n) และข้อมูลที่ขอบโดยปกติสามารถประมาณด้วยสมการถดถอยเชิงเส้นที่แทนด้วยสมการที่ 4-7

$$\boxed{y = a_0 + a_1 x + e} \qquad (4\text{-}7)$$

โดยที่ a_0 , a_1 คือสัมประสิทธิ์ที่แทนจุดตัดแกนและความชันของเส้นตรง

e คือ ค่าผิดพลาดที่เกิดจากการประมาณ

จากสมการที่ 4-7 ใช้วิธีผลรวมของกำลังสองน้อยสุด เราสามารถหาค่า a_1 ได้ดังสมการที่ 4-8

$$\boxed{a_1 = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}} \qquad (4\text{-}8)$$

โดยที่ n คือจำนวนข้อมูลขอบที่ทำการรวบรวม

จากสมการที่ 4-8 ทำการคำนวณหาค่า a_1 ซึ่งคือความชันของสมการถดถอยเชิงเส้นที่ใช้ในการประมาณ เมื่อคำนวณหาสัมประสิทธิ์ a_1 มุมในการวางตัวมีค่าดังสมการที่ 4-9

$$\boxed{\theta = \tan^{-1}(a_1)} \qquad (4\text{-}9)$$

พิจารณาตัวอย่างภาพไบนารี่ขนาด 8*10 ดังรูปที่ 4-2

$$
\begin{array}{c|cccccccccc|}
 & 1 & & & & & & & & & 10 \\
 & & y & \longrightarrow & & & & & & & \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\downarrow & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\end{array}
$$

8*10 Binary Image

รูปที่ 4-2 บริเวณ R ขนาด 8*10 ของภาพไบนารี่

สามารถคำนวณหาค่าต่างๆได้ดังนี้

$m_{00} = 9$

$m_{01} = 45$ $m_{10} = 36$

$m_{02} = 255$ $m_{11} = 192$ $m_{20} = 150$

จะได้ว่า พื้นที่และเซนทรอยด์ของพื้นที่

$$A = m_{00} = 9$$

$$X_c = \frac{m_{10}}{m_{00}} = 4$$

$$Y_c = \frac{m_{01}}{m_{00}} = 5$$

ศูนย์กลางโมเมนต์

$$\mu_{02} = 30$$
$$\mu_{11} = 12$$
$$\mu_{20} = 6$$

นอร์มอลไรสศูนย์กลางโมเมนต์

$$\nu_{02} = 0.370$$
$$\nu_{11} = 0.148$$
$$\nu_{20} = 0.074$$

หลักการของมุม

$$\theta = \frac{1}{2} * \tan^{-1}\left(2 * (\frac{12}{6-60})\right) = \frac{3\pi}{8} = 67.5°$$