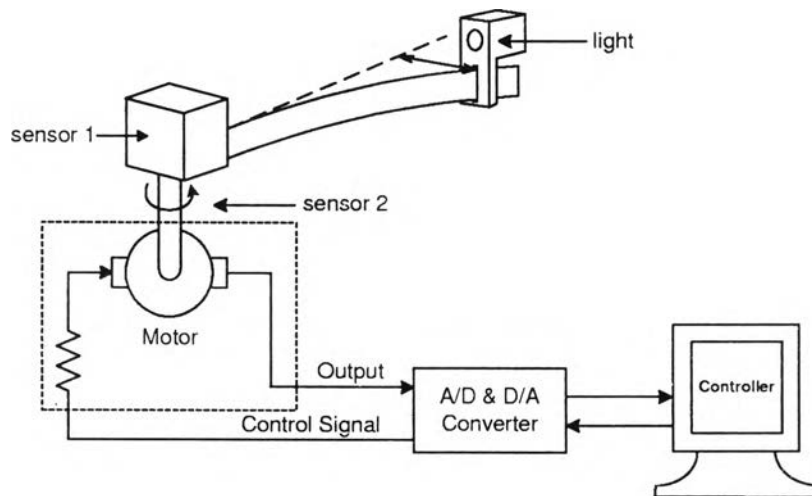


บทที่ 5

ตัวอย่างการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์

ในบทนี้จะกล่าวถึงการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของระบบแขนกลอ่อนตัว ในหัวข้อแรกจะกล่าวถึงลักษณะของระบบและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สำหรับผลการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของการควบคุมระบบแขนกลจะแบ่งเป็นสองส่วน ส่วนแรกอยู่ในหัวข้อ 5.2 เป็นการออกแบบตัวควบคุมโดยวิธีการควบคุมเอชอินฟินิตี้และการสังเคราะห์หามิว ส่วนที่สองอยู่ในหัวข้อ 5.3 เป็นการออกแบบตัวควบคุมที่รับประกันเงื่อนไขเชิงความถี่และเชิงเวลา ประกอบด้วยเงื่อนไขสมรรถนะคงทนและเงื่อนไขสมรรถนะสัญญาณควบคุม จากการเปรียบเทียบผลการออกแบบในหัวข้อที่ 5.2 วิธีการควบคุมเอชอินฟินิตี้เป็นวิธีที่อนุรักษ์มาก ดังนั้นตัวควบคุมที่ออกแบบในส่วนที่สองนี้จึงออกแบบด้วยวิธีการสังเคราะห์หามิวเพียงวิธีเดียว

5.1 แบบจำลองระบบแขนกล



รูปที่ 5.1: แขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียว

รูปที่ 5.1 เป็นระบบแขนกลแบบอ่อนตัวที่ใช้ในการทดลองจริง มีสัญญาณเข้าหรือสัญญาณควบคุมเป็นแรงดันของตัวขับเร้าที่ป้อนให้กับมอเตอร์ ซึ่งเป็นมอเตอร์กระแสไฟตรง และสัญญาณออกของระบบเป็นตำแหน่งมุมที่ปลายแขน ลักษณะการทำงานของระบบแขนกลจะเริ่มจาก การส่งสัญญาณควบคุมจากตัวควบคุมเพื่อขับเคลื่อนให้มอเตอร์ทำงาน การทำงานของมอเตอร์ทำให้เกิดรีดที่ติดอยู่ระหว่างมอเตอร์กับแขนกลเคลื่อนที่ ขณะเดียวกันแขนกลจะหมุนเช่นกันซึ่งหมุนไปตามทิศทางของแรงที่เกิดจากสัญญาณควบคุม เนื่องจากตัวแขนทำจากวัสดุอ่อนตัว ส่วนปลายของแขนกลจะเบี่ยงเบนออกจากแกนวัตถุแข็งเกร็ง

ที่ปลายแขนมีลำกล้องทำหน้าที่ส่งสัญญาณแสงมายังตัวตรวจรู้ที่ 1 (sensor 1) ซึ่งตรวจจับตำแหน่งการเบี่ยงเบนปลายแขน ตัวตรวจรู้ที่ 2 (sensor 2) ทำหน้าที่บอกขนาดมุมของแกนวัตถุเชิงเกร็งโดยตรวจจับการเคลื่อนที่ของเกียร์ทด ข้อมูลจากตัวตรวจรู้ทั้งสองจะถูกส่งให้ตัวควบคุม โดยผ่านตัวแปลงสัญญาณ (Analog to Digital Converter: A/D Converter) เมื่อตัวควบคุมรับข้อมูลทั้งสองแล้วจะคำนวณสัญญาณควบคุม และป้อนกลับให้กับระบบแขนกล โดยผ่านตัวแปลงสัญญาณ (Digital to Analog Converter: D/A Converter) การป้อนกลับนี้จะพยายามทำให้มุมที่ปลายแขนมีขนาดตรงตามตำแหน่งมุมอ้างอิง (reference input) ที่กำหนดไว้

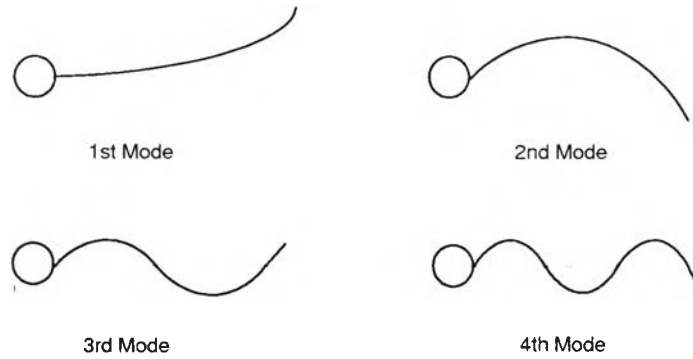
ในการควบคุมแขนกลแบบอ่อนตัวข้อต่อเดียว เราจำเป็นต้องสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อออกแบบตัวควบคุมและวิเคราะห์ความเหมาะสมของตัวควบคุม แต่การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ให้ตรงตามระบบจริงต้องใช้แบบจำลองที่มีอันดับอนันต์ เป็นเหตุให้การวิเคราะห์ระบบมีความซับซ้อนและใช้การคำนวณเพิ่มมากขึ้น เราจึงประมาณแบบจำลองให้เป็นแบบจำลองเชิงเส้นที่มีอันดับจำกัดแบบจำลองนี้ได้จากการหาผลเฉลยของสมการออยเลอร์-แบร์นูลลีที่ใกล้เคียงกับระบบแขนกลจริงเมื่อแขนกลทำงานในสภาวะที่กำหนด นั่นคือเรากำหนดให้แขนกลทำงานในช่วง -25 องศาถึง 25 องศา มีการเปลี่ยนแปลงมวลโหลดในช่วง 50 กรัมถึง 100 กรัม และตำแหน่งมวลเปลี่ยนแปลงในช่วง 0.3 เมตรถึง 0.45 เมตร

การเลือกวิธีในการแก้สมการออยเลอร์-แบร์นูลลี ประกอบด้วย 3 วิธีหลักๆ คือ วิธีแบบแผนสมมติ (Assumed Mode Method), วิธีชิ้นประกอบอันตะ (Finite Element Method) และวิธีลัมพ์ (Lumped Model) วิธีลัมพ์เป็นวิธีที่มีความซับซ้อนยากต่อการสร้างแบบจำลองการควบคุม เราจึงไม่นำวิธีการแก้สมการวิธีนี้มาพิจารณา จากที่ได้ทำการทดลองออกแบบตัวควบคุมและจำลองผลทางคอมพิวเตอร์ระหว่าง การออกแบบตัวควบคุมกับระบบที่ใช้วิธีชิ้นประกอบอันตะกับวิธีแบบแผนสมมติ พบว่าวิธีแบบแผนสมมติ สามารถอธิบายลักษณะของระบบในทางความถี่ได้ชัดเจนกว่าการแก้สมการวิธีชิ้นประกอบอันตะ ดังนั้นเราจึงเลือกวิธีแบบแผนสมมติในการออกแบบตัวควบคุม ถึงแม้ว่าวิธีแบบแผนสมมติมีข้อเสียคือ แบบจำลองไม่สามารถอธิบายความหมายทางกายภาพได้ หรือตัวแปรสถานะแต่ละตัวไม่มีความหมาย [38] แต่การออกแบบตัวควบคุมคงทนไม่สนใจตัวแปรสถานะ ทำให้ข้อเสียของวิธีแบบแผนสมมตินี้ไม่มีผลต่อการออกแบบตัวควบคุม

เมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบอ่อนตัว แขนกลสั้นด้วยความถี่ธรรมชาติหลายความถี่รูปที่ 5.2 แสดงลักษณะการสั่นของตัวแขนในแบบแผนที่ 1 ถึงแบบแผนที่ 4 โดยทั่วไปการสั่นในแบบแผนสูงๆมักเกิดขึ้นได้ยาก และจากการสังเกตการเคลื่อนที่ของแขนกลในช่วงการทำงานที่สนใจ แขนกลแสดงการสั่นในแบบแผนที่หนึ่งชัดเจนกว่าแบบแผนที่สูงขึ้นไป ดังนั้นเราจึงสร้างแบบจำลองที่มาจาก การสั่นของแขนกลแบบอ่อนตัวเพียงหนึ่งแบบแผน สามารถเขียนสมการสถานะได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= A_0 x_0 + B_0 u \\ y &= C_0 x_0 \end{aligned} \quad (5.1)$$

เมื่อ x_0 คือตัวแปรสถานะของระบบ, u คือแรงดันของตัวขับไว้, y คือมุมที่ปลายแขน



รูปที่ 5.2: การแสดงลักษณะการสั่นของแขนกลแบบอ่อนตัว

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4.2156 & 0 & -13.8054 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -13.8054 & -559.7833 & -45.2107 \end{bmatrix}, \quad B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 7.8517 \\ 0 \\ 25.7132 \end{bmatrix},$$

$$C_0 = [1 \ 0 \ -0.3820 \ 0]$$

ข้อสังเกต ระบบมีศูนย์ที่ ± 47.2256 และมีขั้วที่ -35.5468 และ $-6.9397 \pm j4.2688$

5.2 การออกแบบตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้และการสังเคราะห์มิว

การออกแบบตัวควบคุมประกอบด้วยตัวควบคุมจากสองวิธีคือ วิธีการควบคุมเอชอินฟินิตี้และวิธีการสังเคราะห์มิว ซึ่งใช้แบบจำลองแขนกลด้วยวิธีแบบแผนสมมติที่มีสามแบบแผนเป็นแบบจำลองอ้างอิง สัญญาณเข้าของระบบแขนกลคือ แรงดันของตัวขับเคลื่อน (โวลต์) สัญญาณออกของระบบคือ ตำแหน่งมุมที่ปลายแขน (องศา) และความไม่แน่นอนของระบบแขนกลคือ การเปลี่ยนแปลงมวลโหลดมีค่าตั้งแต่ 50 กรัม ถึง 100 กรัมและตำแหน่งมวลเปลี่ยนแปลงตั้งแต่ 0.3 ถึง 0.45 เมตร เราจะทำการทดลองในกรณีที่คาดว่าเป็นกรณีเร็วที่สุด 4 กรณี คือ

- กรณีที่ 1 มวลโหลดมีค่า 100 กรัมและตำแหน่งโหลดมีค่า 0.45 เมตร
- กรณีที่ 2 มวลโหลดมีค่า 100 กรัมและตำแหน่งโหลดมีค่า 0.3 เมตร
- กรณีที่ 3 มวลโหลดมีค่า 50 กรัมและตำแหน่งโหลดมีค่า 0.45 เมตร
- กรณีที่ 4 มวลโหลดมีค่า 50 กรัมและตำแหน่งโหลดมีค่า 0.3 เมตร

ในการศึกษาเบื้องต้น เราจะออกแบบตัวควบคุมเพื่อให้ระบบสอดคล้องเงื่อนไขสมรรถนะคงทน ซึ่งได้แก่ ค่าผิดพลาดที่สถานะอยู่ตัว (ไม่เกิน 0.1 เปอร์เซ็นต์) และความกว้างแถบความถี่ของระบบ (ไม่

ต่ำกว่า 1 เรเดียนต่อวินาที) สำหรับการเลือกฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน เราจะใช้ฟังก์ชันเดียวกับในโครงการ [3] ซึ่งสอดคล้องกับสมการ (2.1) มีค่าดังนี้

$$w_i(s) = 0.21s \left(\frac{s}{12} + 1 \right) \left(\frac{s}{100} + 1 \right) \quad (5.2)$$

สำหรับการเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ จะใช้แนวทางการเลือกตามขั้นตอนการเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะในบทที่ 4 จากสมการ (4.13) เงื่อนไขค่าผิดพลาดที่สถานะอยู่ตัวไม่เกิน 0.1 เปอร์เซ็นต์ เรากำหนดให้ $E = 0.001$ และเงื่อนไขความกว้างแถบความถี่ของระบบไม่ต่ำกว่า 1 เรเดียนต่อวินาที เนื่องจากการเพิ่มขั้วในฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ ทำให้ความกว้างแถบความถี่ของส่วนกลับของฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะลดลง ดังนั้นเราต้องเผื่อความกว้างแถบความถี่ให้มากกว่า 1 เรเดียนต่อวินาที ในที่นี้กำหนดให้ ω_B มีค่าเท่ากับ 2.8 เรเดียนต่อวินาที และเราให้ขนาดมากที่สุดของส่วนกลับของฟังก์ชันความไวมีขนาดไม่เกิน 20 เราจึงกำหนดให้ M มีค่าเท่ากับ 20 ในการเลือกค่า k จะเลือกให้ความชันบริเวณความกว้างแถบความถี่มีค่าสูงกว่า 20 dB/dec เล็กน้อย เนื่องจากความกว้างแถบความถี่ของระบบ มีค่าประมาณ 1.5 เรเดียนต่อวินาที เราจึงเลือกค่า k ให้มีขนาดส่วนกลับใกล้เคียงกับ 1.5 อย่างไรก็ตามเมื่อเราออกแบบตัวควบคุม และคำนวณผลตอบเชิงเวลาของระบบพบว่า k มีค่าเป็น $1/1.7$ จะทำให้ระบบมีผลตอบที่ดี ดังนั้นฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะมีค่าดังนี้

$$w_p(s) = \frac{(0.036s + 20)}{20(0.036s + 0.001)(0.6s + 1)} \quad (5.3)$$

กำหนดให้ $\tilde{w}_p = \frac{w_p}{\gamma}$ โดย γ เป็นตัวบ่งชี้สมรรถนะของระบบ ตัวอย่างเช่นถ้า γ มีค่าน้อย จะสัมพันธ์กับระบบที่มีความกว้างแถบความถี่กว้าง เป็นต้น เมื่อพิจารณากรณีเลขที่สูงสุดของระบบจะได้ว่าขนาดของฟังก์ชันความไวจะมีขนาดไม่เกิน $1/\tilde{w}_p$ ดังสมการ (4.1) นั่นคือ เราสามารถประกันว่าความกว้างแถบความถี่ของระบบที่มีความไม่แน่นอน มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับความถี่ที่ทำให้ขนาดของ $1/\tilde{w}_p$ มีค่าเป็น -3 เดซิเบล เมื่อได้ฟังก์ชันน้ำหนักทั้งสองแล้ว เราออกแบบตัวควบคุมโดยใช้โปรแกรม MATLAB คำนวณตัวควบคุมทั้งสองวิธี

ตัวควบคุมที่ได้จากวิธีเอชอินฟินิตี้จะเป็นการหาผลเฉลยของสมการรีกาคาติเกี่ยวเนื่องในหัวข้อ 2.5 เนื่องจากระบบแขนกลและฟังก์ชันน้ำหนักทั้งสองไม่มีขั้วทางขวา จึงสอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 1 สำหรับสมมติฐานข้อที่ 2-4 จะวิเคราะห์จาก μ toolbox ในโปรแกรม MATLAB [5] และทดสอบได้ว่าระบบสอดคล้องกับสมมติฐาน เราจึงสามารถออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีเอชอินฟินิตี้ได้ ซึ่งตัวควบคุมมีอัตราขยายไฟตรงมีค่าเป็น 1.0512×10^2 และมีขั้วและศูนย์ดังตารางที่ 5.2

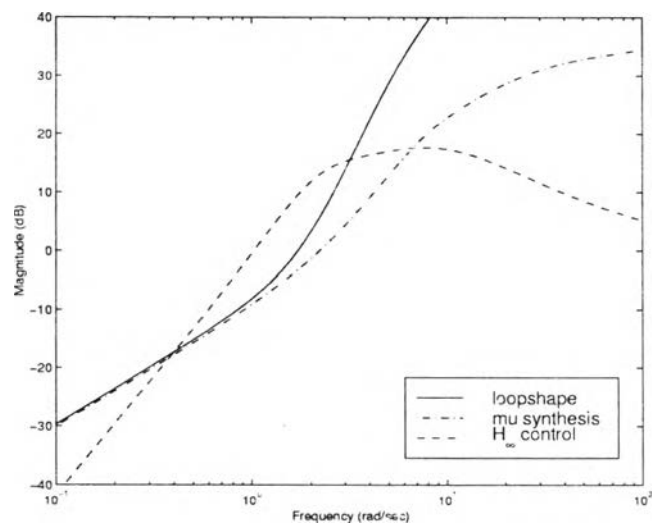
ส่วนการหาค่าตอบของตัวควบคุมมิว จากหัวข้อ 3.4 จะเริ่มต้นด้วยการกำหนดเมทริกซ์ปรับมาตราส่วนเป็นเมทริกซ์เอกลักษณะ เนื่องจากเมทริกซ์เอกลักษณะเป็นเมทริกซ์อย่างง่ายและเสถียรเหมาะในการคำนวณ จากนั้นจะหาค่าตอบด้วยการวนรอบดีเค เราเลือกอันดับของเมทริกซ์ปรับมาตราส่วนเป็น 2 ค่ามิวในการวนรอบแต่ละครั้งจะลดลงเรื่อยๆ จนกระทั่งวนรอบไปถึงรอบที่ 4 ค่ามิวเพิ่มขึ้นเล็กน้อย และเมื่อคำนวณค่ามิวในรอบถัดๆ ไป พบว่าค่ามิวจะไม่ลดลงอีก และตัวควบคุมที่ได้จากการวนรอบในรอบที่ 3 ให้ค่ามิวต่ำที่สุด ดังนั้นเราจึงเลือกตัวควบคุมจากรอบที่ 3 มีอัตราขยายไฟตรงมีค่าเป็น 1.4196×10^3 และมีขั้วและศูนย์ดังตารางที่ 5.2

ศูนย์	ขั้ว
-1.0000×10^2	-1.0512×10^4
-1.0000×10^2	-3.5550×10
-3.5547×10	$-1.1483 \times 10 \pm j3.2017$
$-6.9397 \pm j4.2688$	$-3.9793 \pm j5.9420$
-1.6709	-1.7000
-8.8181×10^{-1}	-2.8000×10^{-4}

ตารางที่ 5.1: ขั้วและศูนย์ของตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้

ศูนย์	ขั้ว
$-5.2214 \times 10 \pm j2.3220 \times 10^2$	$-9.0060 \times 10 \pm j2.4442 \times 10^2$
-1.0001×10^2	$-5.2214 \times 10 \pm j2.3220 \times 10^2$
-9.9994×10	$-3.4767 \times 10 \pm j7.2350$
-3.5547×10	$-1.1773 \times 10 \pm j9.6008 \times 10$
$-7.2430 \pm j4.2501$	-1.7000
-1.6596	-1.2165×10^{-1}
-1.1751×10^{-1}	-2.8000×10^{-4}
-7.2665×10^{-3}	-3.4935×10^{-5}
-6.1233×10^{-5}	

ตารางที่ 5.2: ขั้วและศูนย์ของตัวควบคุมมิว



รูปที่ 5.3: $|S_{max}|$ เมื่อควบคุมด้วยวิธีการจัดสรรฐานวงรอบ [3], การสังเคราะห์มิวและการควบคุมเอชอินฟินิตี้

การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์จะเปรียบเทียบตัวควบคุมที่ออกแบบกับตัวควบคุมจากวิธีการจัดสรรฐานวงรอบในโครงการ [3] รูปที่ 5.3 แสดงขนาดฟังก์ชันความไวที่เร็วที่สุดในแต่ละความถี่ของระบบควบคุม

ที่ออกแบบโดยวิธีการจัดสรรฐานวงรอบ, วิธีการสังเคราะห์มิวและวิธีการควบคุมเอชอินฟินิตี้ จะเห็นว่าตัวควบคุมมิวสามารถประกันความกว้างแถบความถี่ของระบบได้มากที่สุด คือมีค่าประมาณ 1.5 เรเดียนต่อวินาที และตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้สามารถประกันความกว้างแถบความถี่ได้น้อยที่สุด คือมีค่าประมาณ 0.8 เรเดียนต่อวินาที สำหรับตัวควบคุมจากวิธีการจัดสรรฐานวงรอบประกันความกว้างแถบความถี่ของระบบได้ประมาณ 1.3 เรเดียนต่อวินาที ตัวควบคุมมิวและตัวควบคุมจากวิธีการจัดสรรฐานวงรอบจึงสอดคล้องเงื่อนไขความกว้างแถบความถี่ของระบบ (ความกว้างแถบความถี่ไม่ต่ำกว่า 1 เรเดียนต่อวินาที)

γ	H_∞ Control		μ Synthesis	
	$\ G_{zw}\ _\infty$	$\mu_{\Delta}(G_{zw})$	$\ G_{zw}\ _\infty$	$\mu_{\Delta}(G_{zw})$
3.54	0.99	0.98	0.67	0.53
1	2.05	2.05	0.98	0.95

ตารางที่ 5.3: ค่าของ $\|G_{zw}\|_\infty$, $\mu_{\Delta}(G_{zw})$ จากการควบคุมเอชอินฟินิตี้และมิวเมื่อเปลี่ยนแปลงค่า γ

จากตารางที่ 5.3 เมื่อ γ มีค่าเท่ากับ 3.54 พบว่า $\|G_{zw}\|_\infty$ ของระบบควบคุมที่ออกแบบโดยวิธีเอชอินฟินิตี้มีขนาดใกล้เคียงหนึ่ง นั่นคือ ตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ไม่สามารถปรับปรุงสมรรถนะของระบบได้ ในขณะที่ $\mu_{\Delta}(G_{zw})$ ของระบบควบคุมที่ออกแบบโดยวิธีการสังเคราะห์มิวยังมีค่าห่างจากหนึ่งอยู่ นั่นคือ ตัวควบคุมมิวสามารถปรับปรุงสมรรถนะของระบบให้ดีขึ้นได้ ซึ่งสามารถลดค่า γ ให้มีค่าเท่ากับ 1 ขณะที่ระบบควบคุมที่ออกแบบโดยวิธีเอชอินฟินิตี้ไม่สามารถประกันสมรรถนะคงทน ดังจะเห็นได้ว่า $\|G_{zw}\|_\infty$ มีค่าเกินหนึ่ง เพราะฉะนั้นวิธีการควบคุมเอชอินฟินิตี้มีความอนุรักษ์มากกว่าวิธีการสังเคราะห์มิว ทำให้ไม่สามารถปรับปรุงสมรรถนะของระบบให้ดีขึ้นได้

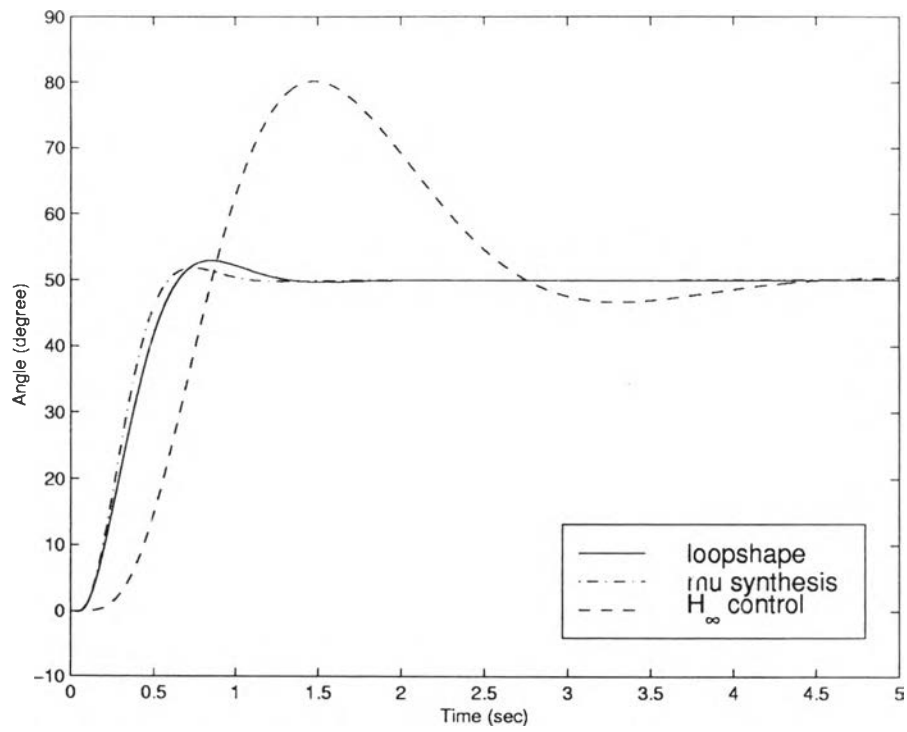
รูปที่ 5.4-5.10 แสดงผลตอบเชิงเวลาของตำแหน่งมุมที่ปลายแขน และค่าผิดพลาดระหว่างสัญญาณเข้าอ้างอิงและตำแหน่งมุมที่ปลายแขน เมื่อสัญญาณเข้าอ้างอิงเป็นสัญญาณขั้นที่มีขนาด 50 องศา ตารางที่ 5.4 สรุปช่วงเวลาขึ้นและช่วงเวลาเข้าที่ของผลตอบสนองสัญญาณขั้น เรายินยอมช่วงเวลาขึ้นเป็นช่วงเวลาที่มีขนาดของสัญญาณเป็น 10 เปอร์เซ็นต์จนถึง 90 เปอร์เซ็นต์ของขนาดสัญญาณที่สถานะอยู่ตัว และยินยอมช่วงเวลาเข้าที่คือเวลาที่ขนาดสัญญาณมีค่าเป็น 98 เปอร์เซ็นต์ของขนาดสัญญาณที่สถานะอยู่ตัว เมื่อสังเกตช่วงเวลาขึ้นในกรณีที่ 1 และ 3 ผลตอบของระบบที่ควบคุมด้วยตัวควบคุมมิวมีช่วงเวลาขึ้นเร็วที่สุด รองมาคือตัวควบคุมจากวิธีการจัดสรรฐานวงรอบ และตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้มีช่วงเวลาขึ้นช้าที่สุด สำหรับกรณีที่ 2 ระบบควบคุมที่ออกแบบโดยวิธีเอชอินฟินิตี้มีช่วงเวลาขึ้นเร็วที่สุด และกรณีที่ 4 วิธีการจัดสรรฐานวงรอบมีช่วงเวลาขึ้นช้าที่สุด เมื่อสังเกตช่วงเวลาเข้าที่ในกรณีที่ 1, 2 และ 4 ผลตอบของระบบที่ควบคุมด้วยตัวควบคุมมิวมีช่วงเวลาเข้าที่เร็วที่สุด รองมาคือตัวควบคุมจากวิธีการจัดสรรฐานวงรอบ และตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้มีช่วงเวลาเข้าที่ช้าที่สุด สำหรับกรณีที่ 3 ระบบควบคุมจากวิธีการจัดสรรฐานวงรอบจะเร็วกว่าตัวควบคุมมิว ทั้งนี้มีสาเหตุมาจากความสามารถในการประกันช่วงเวลาขึ้นและช่วงเวลาเข้าที่ของวิธีการควบคุมแต่ละวิธี เราบอกได้เพียงว่าระบบควบคุมใดที่มีความกว้างแถบความถี่มากที่สุดมีแนวโน้มว่า ณ สภาวะการทำงานใดๆจะมีช่วงเวลาขึ้นและช่วงเวลาเข้าที่เร็วที่สุด แต่ไม่ได้รับรองว่าจะเป็นจริงเสมอทุกสภาวะการทำงาน ดังที่ได้กล่าวไว้ในบทที่ 4 บางกรณีระบบควบคุมที่มีความกว้างแถบความถี่น้อยกว่า แต่มีช่วงเวลาขึ้นหรือช่วงเวลาเข้าที่เร็วกว่า ดังจะเห็นได้จากกรณีที่ 2 ระบบที่ควบคุมด้วย

ตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้มีช่วงเวลาขึ้นเร็วที่สุด แต่ประกันความกว้างแถบความถี่ได้น้อยกว่าทั้งสองวิธี และจากกรณีที่ 3 ระบบที่ควบคุมด้วยวิธีการจัดสัญญาณวงรอบมีช่วงเวลาเข้าที่เร็วกว่า แต่ประกันความกว้างแถบความถี่ได้น้อยกว่าวิธีการสังเคราะห์มิก สำหรับค่าผิดพลาดที่สถานะอยู่ตัวเมื่อควบคุมด้วยวิธีทั้งสามมีขนาดไม่เกิน 0.1 เปอร์เซ็นต์ นั่นคือ ตัวควบคุมทั้งสามสอดคล้องเงื่อนไขค่าผิดพลาดที่สถานะอยู่ตัว

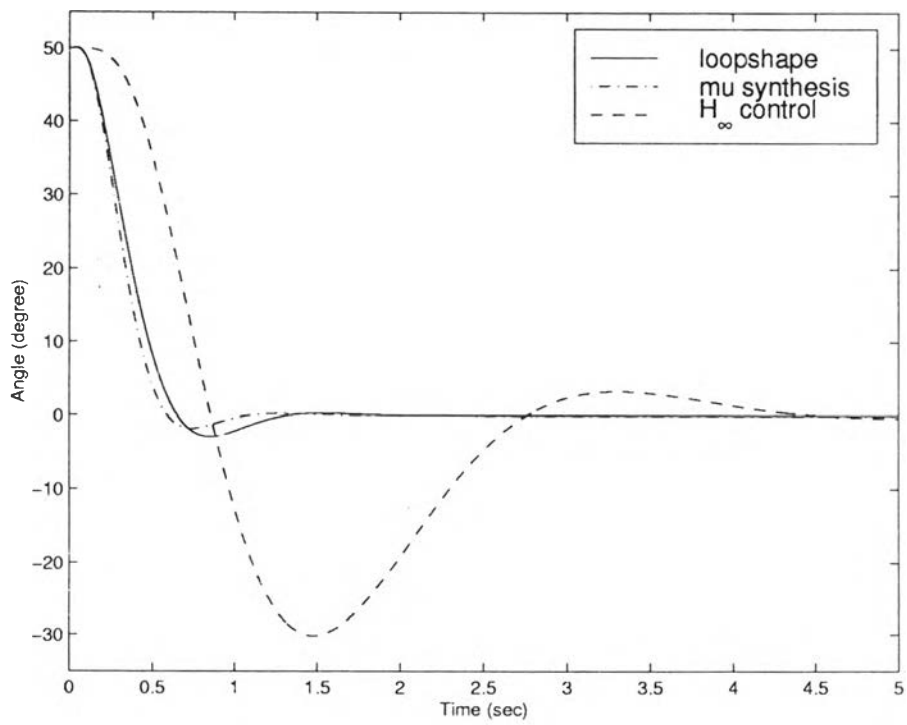
วิธีการควบคุม	ช่วงเวลาขึ้น				ช่วงเวลาเข้าที่			
	กรณี 1	กรณี 2	กรณี 3	กรณี 4	กรณี 1	กรณี 2	กรณี 3	กรณี 4
การจัดสัญญาณวงรอบ	0.39	0.52	0.45	0.64	1.25	1.10	0.97	1.31
การสังเคราะห์มิก	0.33	0.52	0.24	0.46	1.00	1.10	1.25	1.17
เอชอินฟินิตี้	0.55	0.5	0.46	0.5	4.40	3.70	3.52	3.91

ตารางที่ 5.4: ช่วงเวลาขึ้นและช่วงเวลาเข้าที่ (หน่วยวินาที) ของระบบควบคุมจากวิธีการจัดสัญญาณวงรอบ การสังเคราะห์มิกและเอชอินฟินิตี้

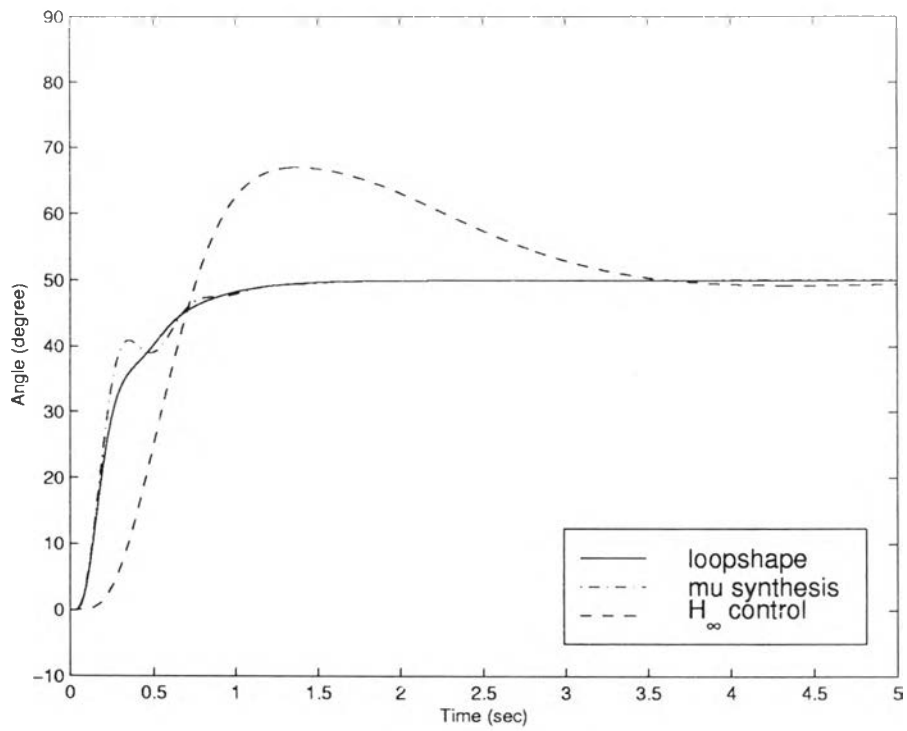
จากผลตอบเชิงความถี่และเชิงเวลาของระบบควบคุมแขนกลแสดงให้เห็นว่า ตัวควบคุมจากวิธีการจัดสัญญาณวงรอบและตัวควบคุมมิกสอดคล้องเงื่อนไขเชิงเวลาซึ่งคือ ค่าผิดพลาดที่สถานะอยู่ตัวและความกว้างแถบความถี่ของระบบ โดยตัวควบคุมมิกจะให้ผลตอบเชิงเวลาที่ดีกว่าตัวควบคุมจากวิธีการจัดสัญญาณวงรอบ พิจารณาสัญญาณควบคุมจากวิธีการควบคุมเอชอินฟินิตี้ ดังรูปที่ 5.12 และการสังเคราะห์มิกดังรูปที่ 5.13 พบว่าขนาดสัญญาณควบคุมของระบบควบคุมมิกมีขนาดเกินขอบเขตการจ่ายพลังงานตัวขับเร็ว (เกิน 5 โวลต์) ในการออกแบบตัวควบคุมหัวข้อต่อไป เราจะเพิ่มเงื่อนไขสัญญาณทางเวลา หรือขอบเขตการจ่ายพลังงานของตัวขับเร็ว เพื่อให้ระบบสอดคล้องกับเงื่อนไขทั้งหมด



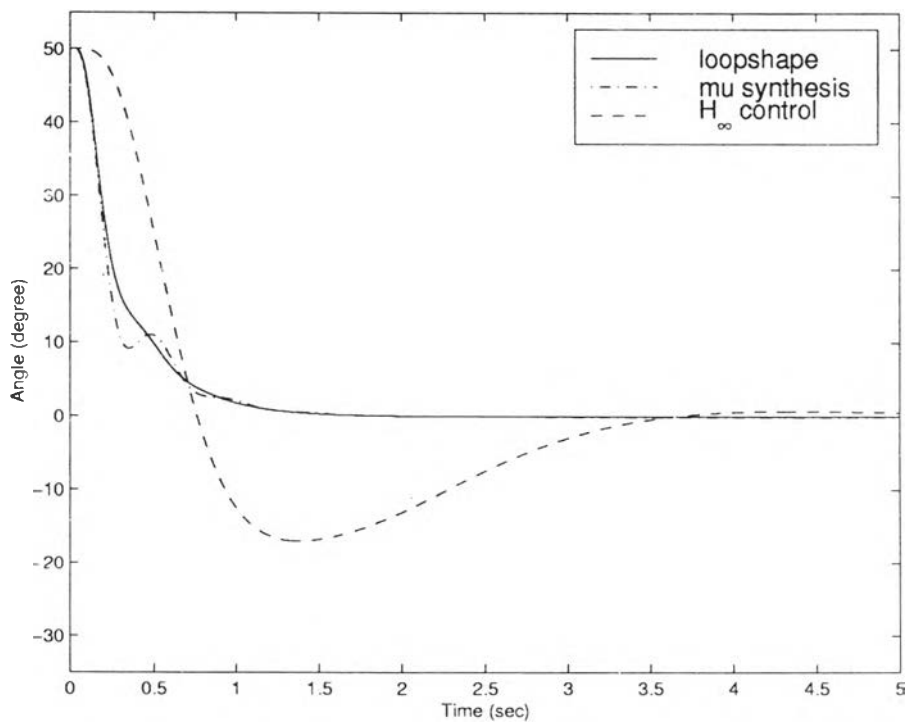
รูปที่ 5.4: มุมที่ปลายแขนในกรณีที่ 1



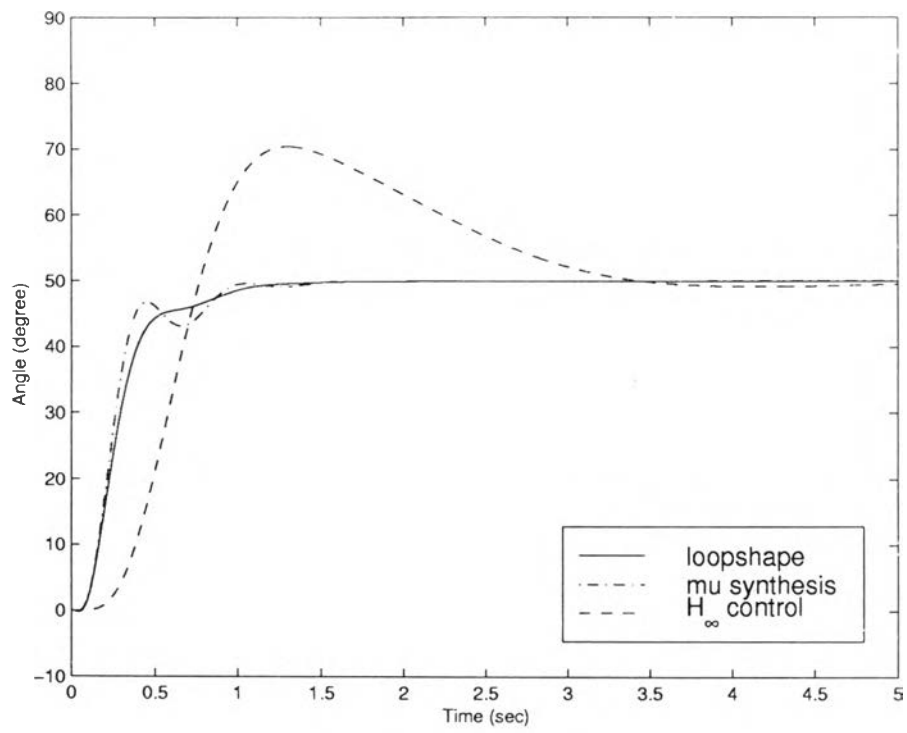
รูปที่ 5.5: ค่าผิดพลาดในกรณีที่ 1



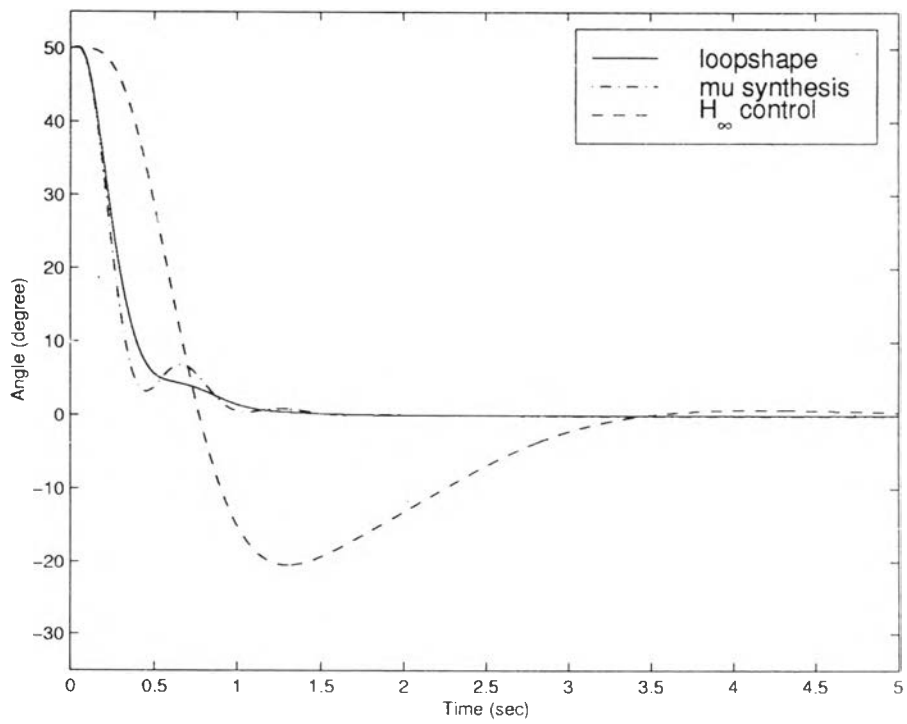
รูปที่ 5.6: มุมที่ปลายแขนในกรณีที่ 2



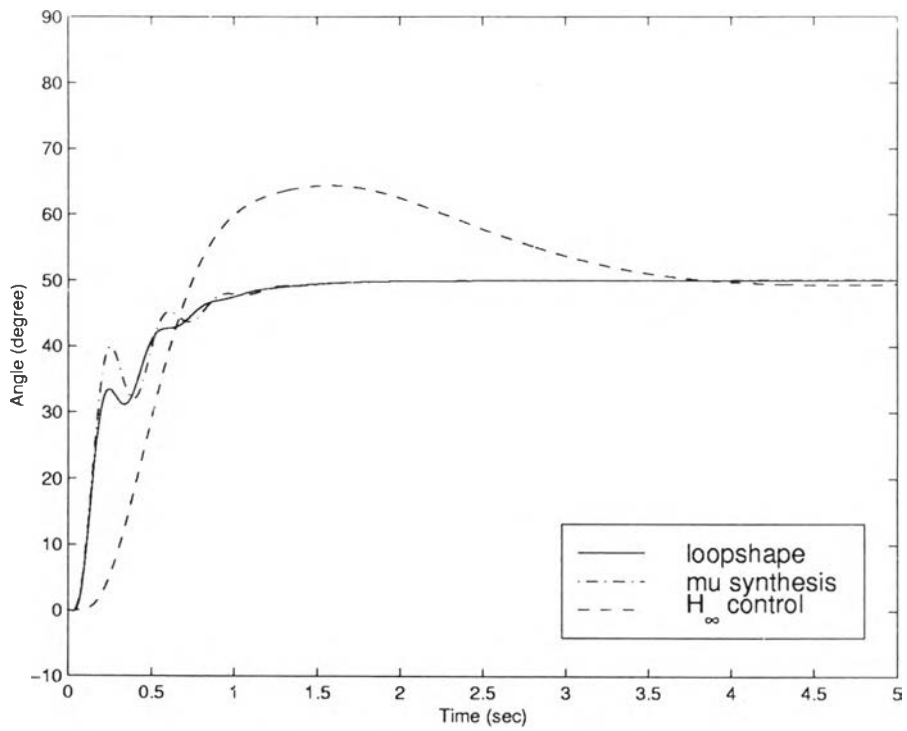
รูปที่ 5.7: ค่าผิดพลาดในกรณีที่ 2



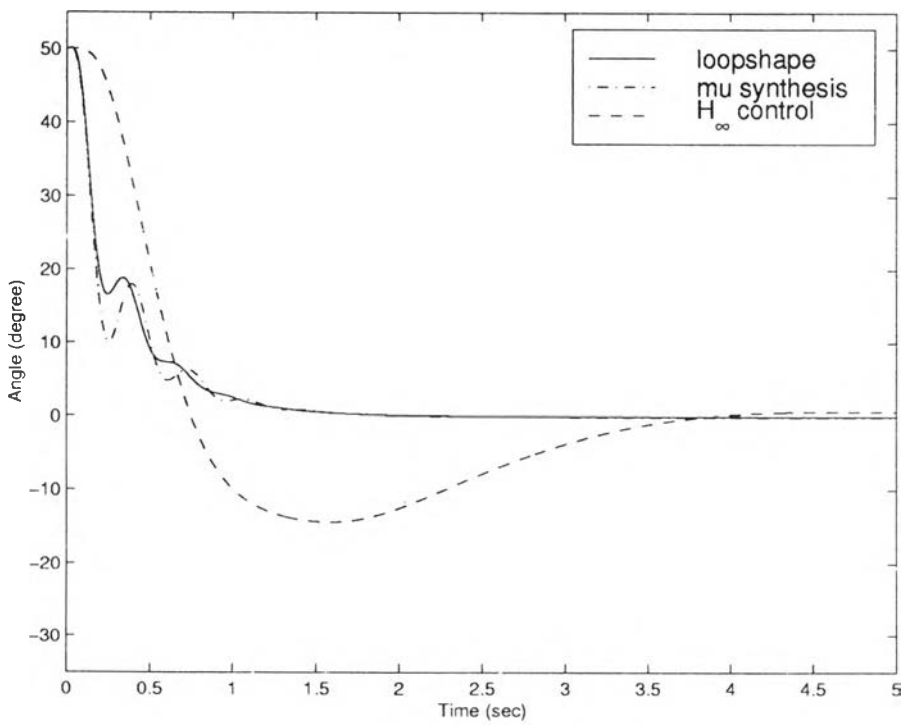
รูปที่ 5.8: มุมที่ปลายแขนในกรณีที่ 3



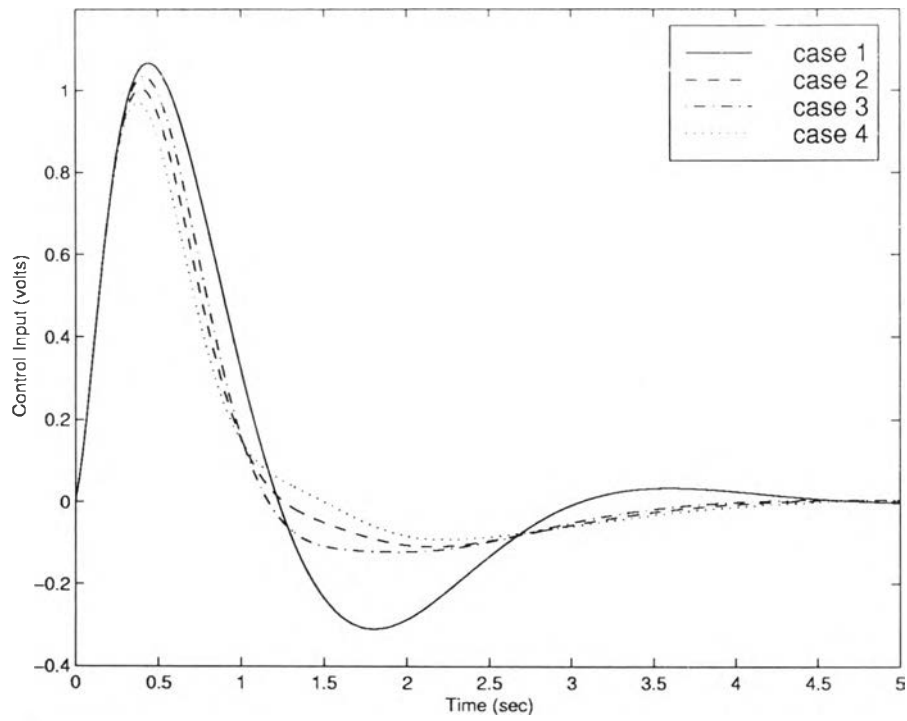
รูปที่ 5.9: ค่าผิดพลาดในกรณีที่ 3



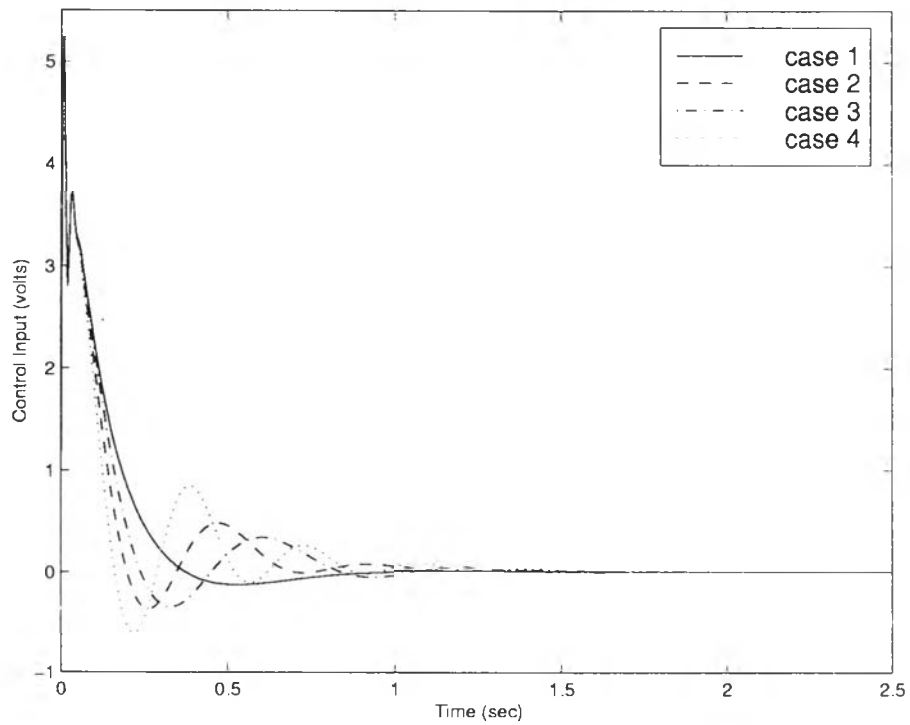
รูปที่ 5.10: มุมที่ปลายแขนในกรณีที่ 4



รูปที่ 5.11: ค่าผิดพลาดในกรณีที่ 4



รูปที่ 5.12: สัญญาณควบคุมจากระบบที่ควบคุมด้วยตัวควบคุมเอชอินฟินิตี้ทั้ง 4 กรณี



รูปที่ 5.13: สัญญาณควบคุมจากระบบที่ควบคุมด้วยตัวควบคุมมิวทั้ง 4 กรณี

5.3 การออกแบบตัวควบคุมเพื่อให้ระบบสอดคล้องกับเงื่อนไขเชิงเวลา

เนื่องจากการควบคุมเอชอินฟินิตี้มีความอนุรักษสูง การเพิ่มเงื่อนไขสัญญาณตัวขับเข้า จะทำให้ระบบควบคุมวิธีนี้ มีสมรรถนะที่เลวลงไม่เหมาะสมที่จะนำมาออกแบบตัวควบคุม ดังนั้นในหัวข้อนี้ เราจะออกแบบตัวควบคุมด้วยวิธีการสังเคราะห์มิว เพื่อให้ระบบสอดคล้องกับเงื่อนไขสมรรถนะคงทนและสมรรถนะสัญญาณควบคุม อีกทั้งมีสมรรถนะเชิงเวลาที่ดี

จากฟังก์ชันน้ำหนักความไม่แน่นอน w ; เราจะใช้ค่าเดิมในสมการ (5.2) และการเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะ เราเลือกตามขั้นตอนการเลือกฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะจากบทที่ 4 โดยฟังก์ชันน้ำหนักสมรรถนะเป็นดังนี้

$$w_p = \frac{(0.43s + 10)}{10(0.43s + 0.001)(0.625s + 1)} \quad (5.4)$$

จากข้อสังเกตในหัวข้อ 4.3 เราพบว่าตัวควบคุมมิวเป็นฟังก์ชันถ่ายโอนตรรกยะเสถียรโดยแท้ อีกทั้งทำให้ระบบสอดคล้องกับเงื่อนไขเสถียรภาพคงทนจึงสอดคล้องเงื่อนไขที่ 1, 2 และ 3 ในหัวข้อ 4.3 เนื่องจากสัญญาณควบคุมเริ่มต้นที่ค่าศูนย์ ดังนั้นเราจึงสามารถนำเงื่อนไขสมรรถนะสัญญาณควบคุมตั้งสมการ (4.19) มาประยุกต์ใช้ได้ สำหรับขนาดสัญญาณตัวขับเราจะถูกจำกัดค่าไว้ที่ 5 โวลต์ กำหนดให้ $u_0 = 5$ และสัญญาณอ้างอิงเป็นสัญญาณขั้นที่มีขนาดเป็น -25 ถึง 25 องศา จึงกำหนดให้ $r_0 = 0.8727$ ดังนั้น w_u มีค่าเป็น

$$w_u = 0.1745 \quad (5.5)$$

การคำนวณตัวควบคุมจากวิธีการสังเคราะห์มิวจะหาคำตอบด้วยการวนรอบทีละ การวนรอบแต่ละครั้งค่ามิวจะลดลงเรื่อยๆ จนกระทั่งรอบที่ 5 ค่ามิวจะเพิ่มขึ้นเล็กน้อย และรอบถัดๆไปค่ามิวจะไม่ลดลงอีก เราพบว่าตัวควบคุมที่ได้จากการวนรอบในรอบที่ 4 ให้ค่ามิวต่ำที่สุด ดังนั้นเราจึงเลือกตัวควบคุมจากรอบที่ 4 ซึ่งมีอัตราขยายไฟตรงมีค่าเป็น 1.3193×10^3 และมีขั้วและศูนย์ดังตารางที่ 5.5

จากขั้วและศูนย์ของตัวควบคุมที่คำนวณได้ เราพบว่าขั้วและศูนย์บางตัวอยู่ใกล้กันมาก ดังนั้นเราสามารถลดอันดับของตัวควบคุมได้ พิจารณาแกรเมียนได้ดุล (balanced gramian) เราจะลดอันดับตัวควบคุม 6 อันดับ โดยมีอัตราขยายไฟตรงมีค่าเป็น 1.3193×10^3 และมีขั้วและศูนย์ดังตาราง 5.6 เราสามารถแทนตัวควบคุมอันดับเต็มด้วยตัวควบคุมอันดับลด เพื่อให้การคำนวณมีความถูกต้องมากขึ้น อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาผลตอบที่มาจากตัวควบคุมทั้งสอง พบว่าผลตอบที่ได้จากตัวควบคุมอันดับเต็มและอันดับลดมีลักษณะใกล้เคียงกันมาก ดังนั้นเราสามารถเลือกตัวควบคุมตัวใดตัวหนึ่งในการจำลองผลทางคอมพิวเตอร์ก็ได้

จากตัวควบคุมที่คำนวณได้มีค่า $\gamma = 1$ จากรูปที่ 5.14 จะเห็นว่าระบบสอดคล้องกับเงื่อนไขสมรรถนะคงทนตั้งสมการ (2.7) และเงื่อนไขสมรรถนะสัญญาณควบคุม (4.19) จากรูปที่ 5.15 แสดงให้เห็นว่าความกว้างแถบความถี่มีขนาดเป็น 1.5 เรเดียนต่อวินาที ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขขนาดความกว้างแถบความถี่สำหรับผลตอบเชิงเวลาของระบบทั้ง 4 กรณีแสดงในรูปที่ 5.16, 5.17 และ 5.18 จะเห็นว่าระบบสอดคล้องกับเงื่อนไขค่าผิดพลาดที่สถานะอยู่ตัว และเงื่อนไขขนาดสัญญาณตัวขับเข้าเมื่อเปรียบเทียบกับ

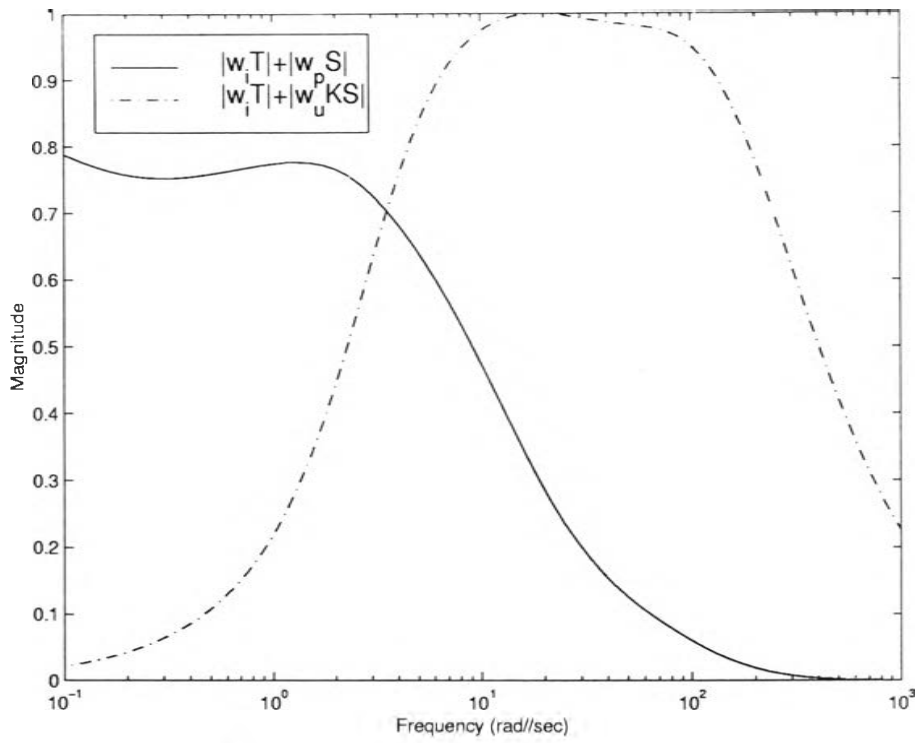
ศูนย์	ขั้ว
-6.2105×10^2	-6.2105×10^2
$-2.2142 \times 10^2 \pm j2.8909 \times 10^2$	$-2.2335 \times 10^2 \pm j2.9064 \times 10^2$
-1.0000×10^2	-2.1562×10^2
-9.9999×10	$-1.0551 \times 10^2 \pm j3.5560 \times 10$
-3.5546×10	-35.7028
-1.5825×10	$-1.2436 \times 10 \pm j8.3702$
-1.1381×10	-1.6053×10
$-6.9337 \pm j4.2271$	-1.1386×10
-5.5280	-5.6426
-2.1198	-1.6617
-9.5690×10^{-2}	-1.1360×10^{-1}
-1.5475×10^{-4}	-2.5913×10^{-4}
-3.3124×10^{-6}	-1.6260×10^{-4}

ตารางที่ 5.5: ขั้วและศูนย์ของตัวควบคุมมิวที่สอดคล้องสองเงื่อนไข

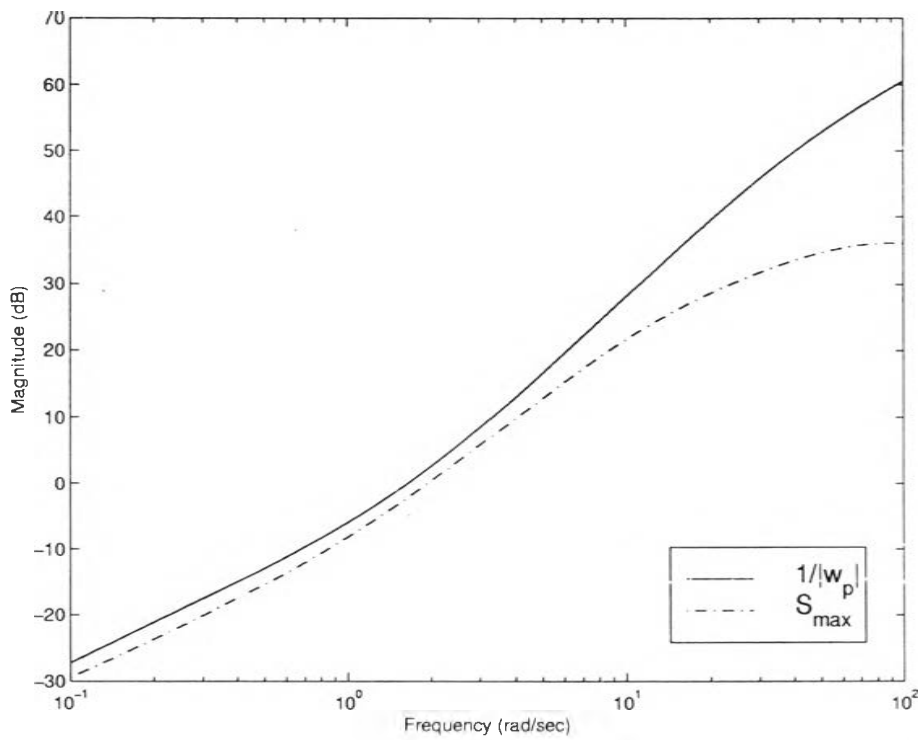
ศูนย์	ขั้ว
$-2.3289 \times 10^2 \pm j2.1135 \times 10^2$	$-2.3921 \times 10^2 \pm j2.1273 \times 10^2$
-7.3630×10	-1.8837×10^2
$-6.9996 \pm j4.0997$	-1.0329×10^2
-2.1372	$-1.2571 \times 10 \pm j8.5373$
-9.5115×10^{-2}	-1.6753
-1.8768×10^{-4}	-1.1289×10^{-1}
-3.2478×10^{-6}	-2.5180×10^{-4}
	-2.0248×10^{-4}

ตารางที่ 5.6: ขั้ว และศูนย์ของตัวควบคุมมิวที่ลดอันดับ

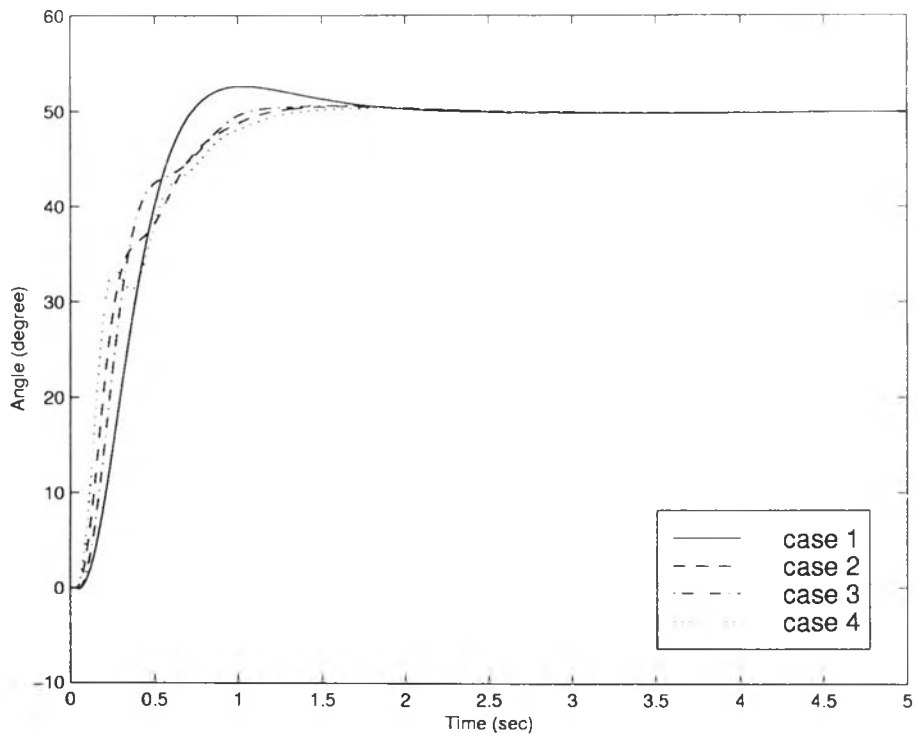
ผลตอบเชิงเวลาในโครงการ [3] และตัวควบคุมมิวในหัวข้อที่แล้ว จะเห็นว่าตัวควบคุมทั้งสามมีผลตอบเชิงเวลาที่ใกล้เคียงกัน อย่างไรก็ตามตัวควบคุมมิวในหัวข้อนี้สามารถรับประกันขนาดสัญญาณตัวขับเร็ว ซึ่งไม่ได้กล่าวไว้ในโครงการก่อน



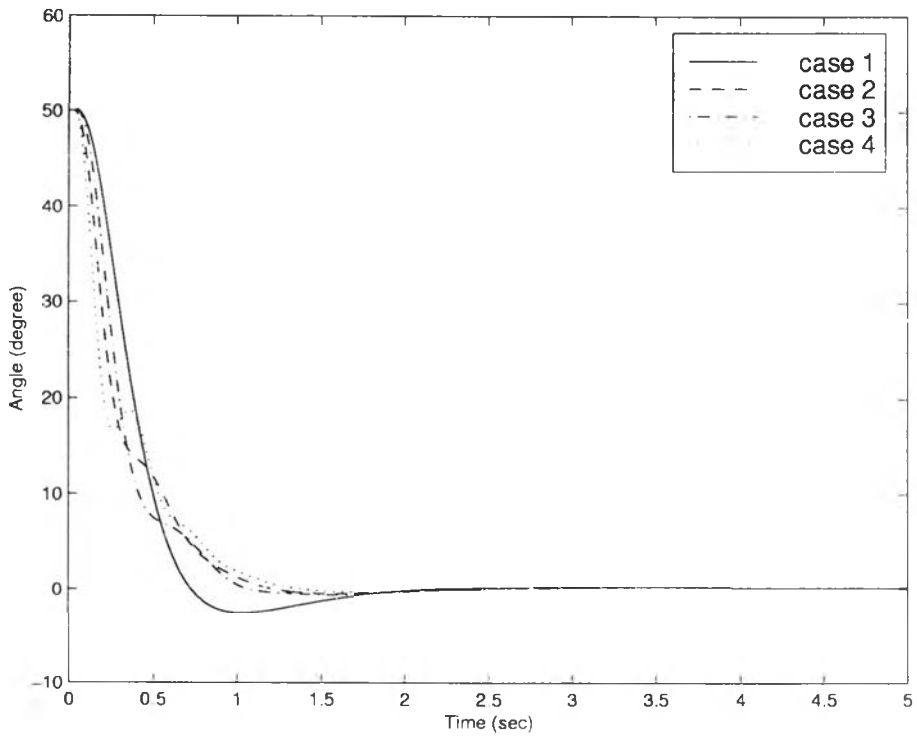
รูปที่ 5.14: $(|w_i T| + |w_p S|)$ และ $(|w_i T| + |w_u K S|)$



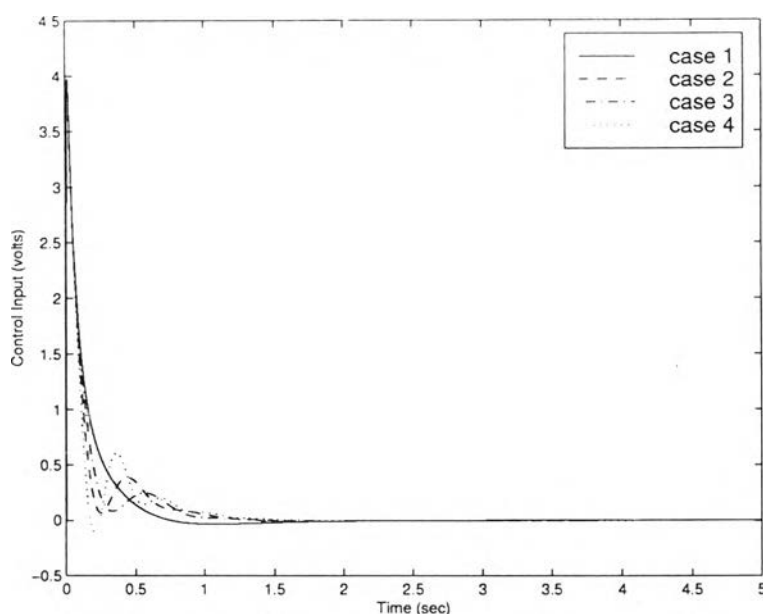
รูปที่ 5.15: $1/|w_p|$ และ $|S_{max}|$



รูปที่ 5.16: มุมที่ปลายแขนทั้ง 4 กรณี



รูปที่ 5.17: ค่าผิดพลาดทั้ง 4 กรณี



รูปที่ 5.18: สัญญาณควบคุมจากการสังเคราะห์มิวสองเงื่อนไขทั้ง 4 กรณี

5.4 สรุป

ในบทนี้หัวข้อแรกเป็นการอธิบายถึงลักษณะของแบบจำลองระบบแบบกล่ออนตัวข้อต่อเดียว ที่นำมาใช้ออกแบบตัวควบคุม แบบจำลองนี้ได้จากการหาผลเฉลยของสมการออยเลอร์-แบร์นูลลี และใช้การแก้สมการออยเลอร์-แบร์นูลลีด้วยวิธีแบบแผนสมมติ ซึ่งมีข้อดีคือ วิธีนี้สามารถแสดงลักษณะของระบบในทางความถี่ได้อย่างชัดเจนกว่าวิธีอื่นๆ และจากบทที่ 2 และ 3 เราได้นำวิธีการควบคุมคงทนซึ่งได้แก่วิธีการควบคุมเอชอินฟินิตี้และวิธีการสังเคราะห์มิว มาออกแบบตัวควบคุมและจำลองผลกับคอมพิวเตอร์ จากผลการจำลองทางคอมพิวเตอร์ในหัวข้อที่ 5.2 แสดงให้เห็นถึงความสามารถในการควบคุมของวิธีการควบคุมแต่ละวิธี วิธีการควบคุมเอชอินฟินิตี้มีความอนุรักษ์กว่าวิธีการสังเคราะห์มิว ดังจะเห็นได้จากผลการทดลองว่า สมรรถนะของระบบทั้งในเชิงเวลาและเชิงความถี่ของวิธีการควบคุมเอชอินฟินิตี้เร็วกว่าวิธีการสังเคราะห์มิว นอกจากนี้ผลตอบเชิงเวลายังแสดงให้เห็นว่า เราไม่สามารถประกันช่วงเวลาขึ้นและช่วงเวลาเข้าที่ได้จากขอบเขตของขนาดมากที่สุดของฟังก์ชันความไว หรือจากการกำหนดฟังก์ชันนำหน้าสมรรถนะ อย่างไรก็ตามการกำหนดขนาดความกว้างแถบความถี่ สามารถบอกแนวโน้มสมรรถนะของระบบในเชิงเวลาได้ ดังจะเห็นว่าระบบที่ประกันความกว้างแถบความถี่ได้กว้าง ระบบมีผลตอบที่ดี ณ สภาวะการทำงานส่วนใหญ่ สำหรับผลการจำลองทางคอมพิวเตอร์ในหัวข้อที่ 5.3 แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมมิวสามารถควบคุมระบบให้สอดคล้องกับเงื่อนไขเชิงเวลาที่กำหนด รวมถึงเงื่อนไขเสถียรภาพคงทนและสมรรถนะคงทน อีกทั้งยังมีสมรรถนะเชิงเวลาที่ดียิ่งด้วย

หากระบบที่ควบคุมมีความซับซ้อนหรือมีอันดับสูง วิธีการสังเคราะห์มิวอาจต้องมีการลดอันดับตัวควบคุม เพื่อให้การคำนวณถูกต้องมากขึ้น อย่างไรก็ตาม หากเราไม่สามารถลดอันดับตัวควบคุมได้ วิธีการสังเคราะห์มิวอาจไม่เหมาะที่จะนำมาออกแบบตัวควบคุม ดังนั้นการออกแบบตัวควบคุมคงทน ควรเลือกวิธีการควบคุมให้เหมาะสมกับระบบด้วย