บทที่ 2

ทฤษฎีเบื้องต้น

2.1 ลักษณะสภาพการใช้งานของครกอัดช่องชนวนท้ายปลอกกระสุน

ครกฯมีลักษณะสภาพการใช้งานเหมือนกับทรงกระบอกกลวง ซึ่งมีผนังหนาโดยมีปลายเปิดทั้งสองข้าง (Thick-Walled Cylinder with Open-Ended) ถูกกระทำโดยความดันภายในซึ่งมีค่าสูงมาก จากการอัดของปลอกกระสุนดังรูปที่ 11 ขณะใช้งานอัดช่องชนวนท้ายปลอกกระสุน ครกฯจะสวมอยู่ในตัวรองรับฯ (Heading Ring) ดังรูปที่ 6 แรงอัดตามแนวแกนของครกฯประมาณ 30 ตัน ก่อให้เกิดความดันสูงมากภายในครกฯ ลักษณะของแรงอัดเป็นแบบกระทำซ้ำ ๆ กัน (Repeated Load) โดยมีจังหวะของการอัดประมาณ 25 ครั้งต่อนาที สำหรับจังหวะในการอัดช่องชนวนท้ายได้แสดงเป็นภาพการเคลื่อนไหวไว้ในรูปที่ 10 และ 11

2.2 สาเหตุในการชำรุดของครกฯ

ครกฯจะชำรุดจนไม่สามารถใช้งานได้ เพราะสาเหตุ 2 ประการคือ

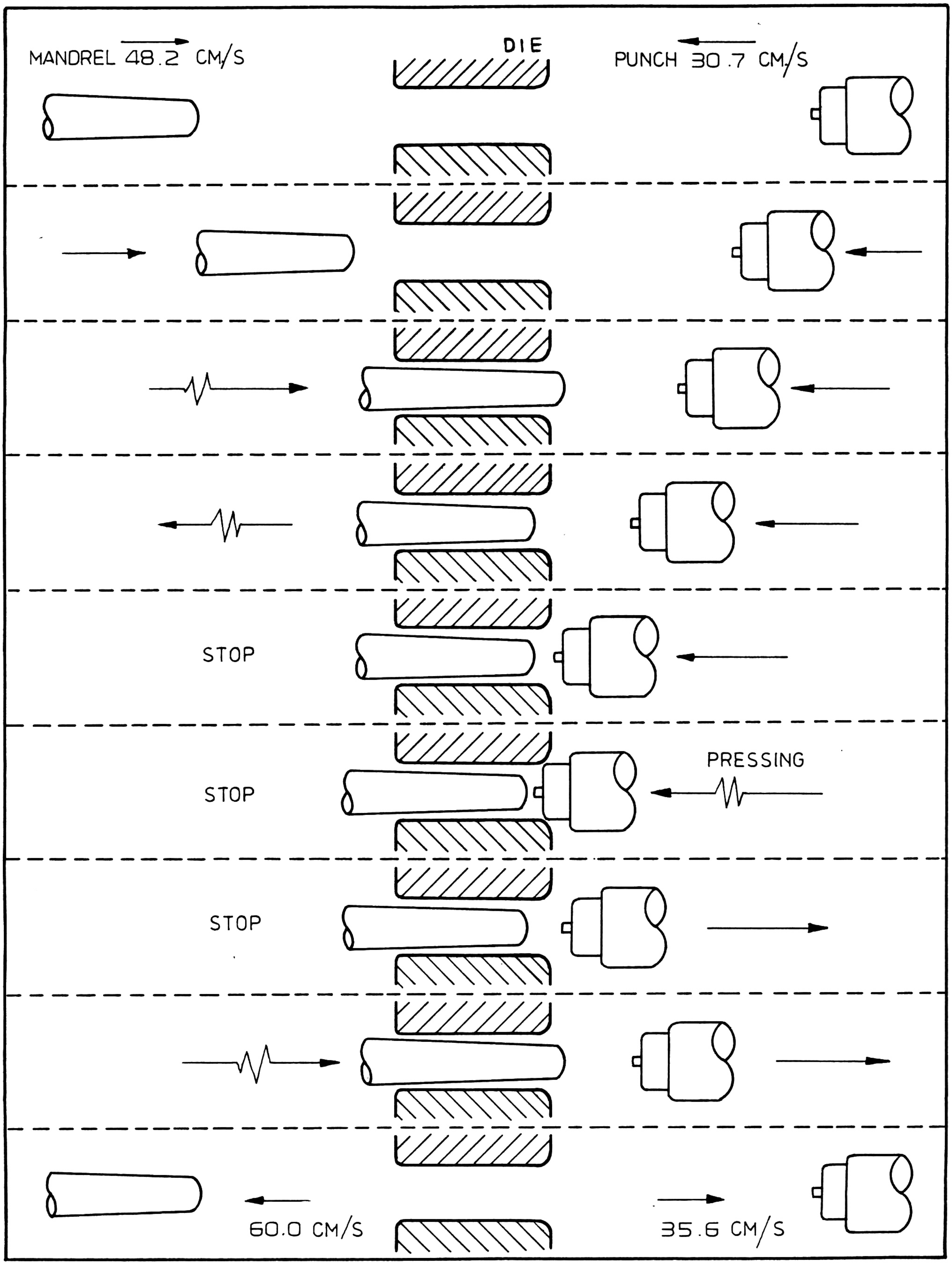
2.2.1 ชำรุดเพราะการแตกร้าว (Crack)

ครกฯมักจะแตกร้าวที่ผิวใช้งานด้านใน ส่วนที่อยู่ตอนบนของครกฯเสมอดังรูปที่ ข-4 อันเนื่องมาจากการที่ไม่สามารถทนทานต่อความเค้นดึงตามแนวเส้นรอบวง (Tangential Tensile Stress) และความล้า (Fatigue) ได้ ซึ่งการชำรุดเพราะเหตุแตกร้าวนี้ จะทำให้ครกฯไม่สามารถใช้งานได้อีกโดยสิ้นเชิง

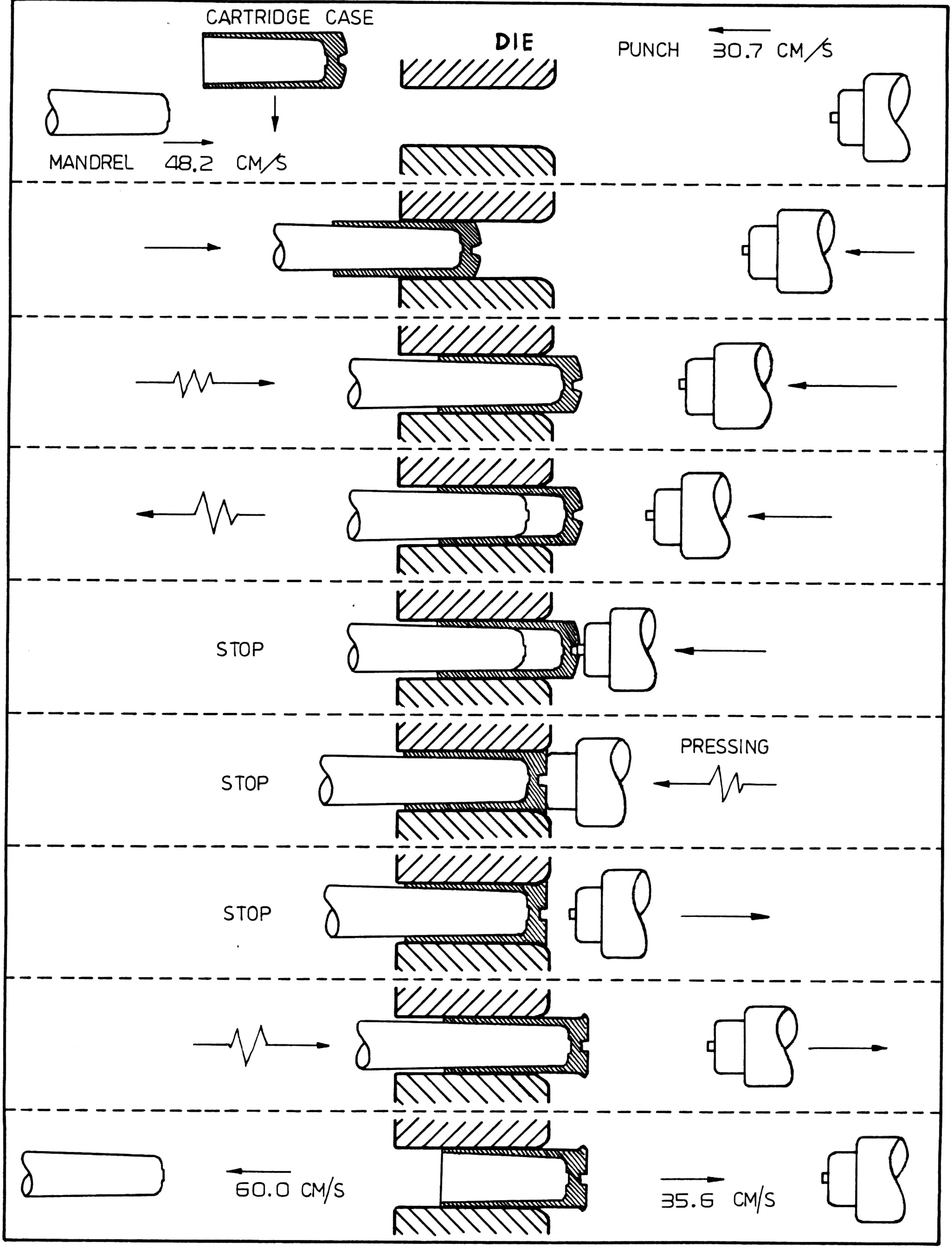
2.2.2 ชำรุดเพราะการสึกหรอ (Wear)

โดยธรรมชาติของครกฯ เมื่อถูกนำไปใช้งานอัดช่องชนวนท้ายปลอกกระสุน เป็นระยะเวลาหนึ่ง จะปรากฏเป็นรอยขีดข่วนที่ผิวใช้งานภายในครกฯเสมอ ดังนั้นจึงต้องทำการขัดผิวลบรอยแผลให้เรียบร้อย ซึ่งในการนี้จะทำให้ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของครกฯใหญ่ขึ้น หากว่าเส้นผ่านศูนย์กลางภายในของครกฯใหญ่เกินขนาดที่กำหนดแล้ว จะทำให้ครกฯไม่สามารถใช้งานในการอัดช่องชนวนท้ายได้อีก แต่อย่างไรก็ตามครกฯที่ชำรุดเพราะเหตุสึกหรอนี้ ยังสามารถนำไปใช้ในภารกิจอื่นได้ คืองานอัดเตรียมช่องชนวนท้ายปลอกกระสุน (Pocketing)

รูปที่ 10 ปฏิบัติการในการอัดช่องชนวนท้ายปลอกกระสุน ขณะเมื่อไม่มีปลอกกระสุน
FIG.10 SHOWN THE OPERATION FOR HEADING THE CARTRIGDE CASE WHEN NO LOAD



รูปที่ 11 ปฏิบัติการในการอัดช่องชนวนท้ายปลอกกระสุน ขณะเมื่อมีปลอกกระสุน
FIG.11 SHOWN THE OPERATION FOR HEADING THE CARTRIGDE CASE WHEN LOADING



รูปที่ 12 การพิจารณาความเค้นในทรงกระบอกกลวงผนังหนา

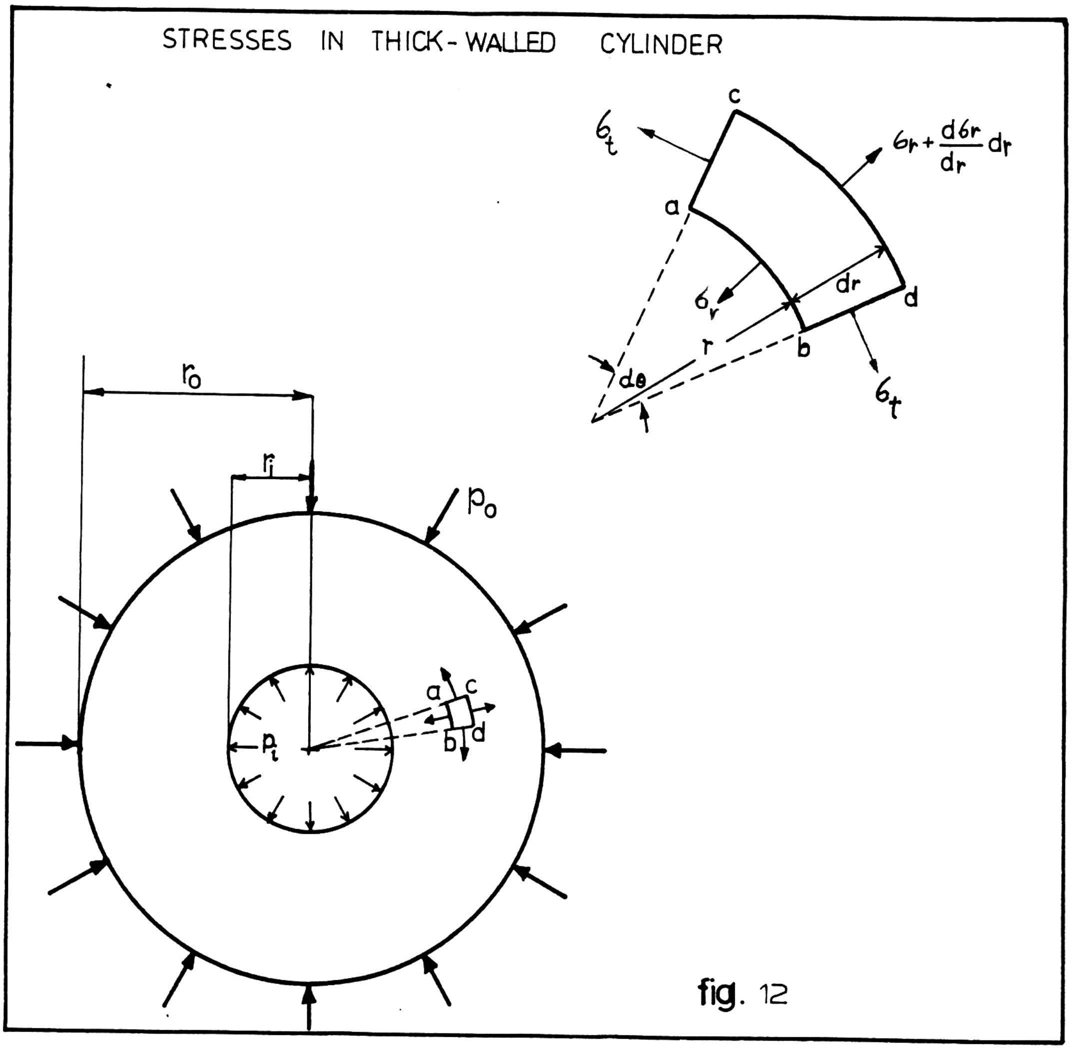


fig. 12

2.3 ความเค้นในทรงกระบอกกลวงผนังหนา (2), (3)

เมื่อทรงกระบอกกลวงซึ่งมีความหนาคงที่ ได้รับความดันอย่างสม่ำเสมอ จากภายในและภายนอก จะทำให้การเปลี่ยนแปลงรูปร่างเป็นไปแบบสมมาตร (Symmetrical Deformation) โดยรอบแกนของทรงกระบอกนั้น

รูปที่ 12 แสดงถึงทรงกระบอกกลวงผนังหนา รับความดันภายในและความดันภายนอกเท่ากับ p_i และ p_o ตามลำดับ ถ้ากำหนดให้ σ_t เป็นความเค้นในแนวเส้นรอบวง และ σ_r เป็นความเค้นในแนวรัศมี เมื่อตัด Element ขนาดเล็ก abcd ออกมา จะพบว่าบน Element นี้ไม่มีความเค้นเฉือนเกิดขึ้น จากการรวมแรงสมดุลย์ในแนวรัศมี ณ ตำแหน่งแบ่งครึ่งมุม $d\theta$ จะได้ว่า

$$\sigma_r r d\theta + \sigma_t \, dr d\theta - (\sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} dr)(r+dr) \; d\theta = 0 \qquad (1)$$

สมการนี้มีตัวไม่รู้ค่าอยู่สองตัวคือความเค้น σ_t และ σ_r ดังนั้นในการแก้ปัญหาจึงจำเป็นต้องหาสมการอื่นมาประกอบ ซึ่งก็จะหาได้จากเงื่อนไขของการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของทรงกระบอกนั้น

2.3.1 สมการของลามี (LAMÉ' s Solution)

จากการที่การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของทรงกระบอกเป็นแบบสมมาตรกับแนวแกน และมีการเปลี่ยนแปลงเฉพาะแนวรัศมีในทุก ๆ จุดของความหนาของทรงกระบอก ซึ่งการเปลี่ยนแปลงนี้จะมีค่าคงที่ในแนวเส้นรอบวง แต่จะแปรเปลี่ยนเฉพาะตามแนวรัศมี นั่นคือการยืดหรือหดตัวในแนวรัศมีเป็นฟังก์ชั่นของรัศมีเท่านั้น ให้ δ เป็นการเปลี่ยนแปลงทางแนวรัศมีของผิวทรงกระบอกซึ่งมีรัศมี r ฉะนั้นการเปลี่ยนแปลงสำหรับผิวซึ่งมีรัศมี r + dr คือ

$$\delta + \frac{d\delta}{dr} dr$$

ฉะนั้นการเปลี่ยนแปลงทางแนวรัศมี (การยืดหรือหดตัว) ต่อหนึ่งหน่วยคือ $\varepsilon_r = \frac{d\delta}{dr}$ และการเปลี่ยนแปลงทางแนวเส้นรอบวงต่อหนึ่งหน่วยคือ $\varepsilon_t = \frac{\delta}{r}$

ในการนี้กฎของฮุค (Hook's Law) สำหรับวัสดุยืดหยุ่นคือ

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{d\delta}{dr} + \nu \frac{\delta}{r}\right) \qquad (2.1)$$

$$\sigma_t = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\delta}{r} + \nu \frac{d\delta}{dr}\right) \tag{2.2}$$

โดยการแทนค่า σ_r และ σ_t จากสมการ (2.1) และ (2.2) ลงไปในสมการ (1) จะทำให้เราได้สมการใหม่ในเทอมของ δ เท่านั้น ดังนี้

$$\frac{d^2\delta}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\delta}{dr} - \frac{\delta}{r^2} = 0 \tag{2.3}$$

ซึ่งสมการดิฟเฟอร์เรนเชียลแบบนี้จะมีคำตอบโดยทั่วไปดังนี้คือ

$$\delta = C_1 r + \frac{C_2}{r} \tag{2.4}$$

โดยที่ C_1 และ C_2 เป็นค่าคงที่ ซึ่งจะหาได้จากเงื่อนไข ณ ผิวในและผิวนอกของทรงกระบอก ดังนี้คือ

$$\sigma_r\Big|_{r = r_o} = -p_o \quad , \quad \sigma_r\Big|_{r = r_i} = -p_i \tag{2.5}$$

เครื่องหมายลบทางด้านขวามือของแต่ละสมการแสดงถึงว่าเป็นความเค้นแบบกด ทั้งนี้เนื่องจากว่าเราจะกำหนดให้ความเค้นดึงมีเครื่องหมายเป็นบวก

โดยการแทนค่า σ_r จากสมการ (2.5) ลงในสมการ (2.1) แล้วใช้สมการ (2.4) เราก็จะได้สมการสองสมการซึ่งให้ค่าคงที่ C_1 และ C_2 ดังนี้

$$C_1 = \frac{1-\nu}{E} \left[\frac{r_i^2 p_i - r_o^2 p_o}{r_o^2 - r_i^2} \right] \tag{2.6}$$

$$C_2 = \frac{1+\nu}{E} \left[\frac{r_i^2 \, r_o^2 \, (p_i - p_o)}{r_o^2 - r_i^2} \right] \tag{2.7}$$

ดังนั้นถ้าเราแทนค่าคงที่ C_1 และ C_2 จากสมการ (2.6) และ (2.7) ลงในสมการ (2.4) และใช้สมการ (2.1) กับ (2.2) เราก็จะได้สูตรทั่วไปสำหรับความเค้น σ_r และ σ_t ดังนี้คือ

$$\sigma_r = \frac{r_i^2 p_i - r_o^2 p_o}{r_o^2 - r_i^2} - \frac{(p_i - p_o) r_i^2 r_o^2}{r^2(r_o^2 - r_i^2)} \quad (3.1)$$

$$\sigma_t = \frac{r_i^2 p_i - r_o^2 p_o}{r_o^2 - r_i^2} + \frac{(p_i - p_o) r_i^2 r_o^2}{r^2 (r_o^2 - r_i^2)} \quad (3.2)$$

2.3.2 <u>กรณีมีแต่ความดันภายในอย่างเดียว</u>

ถ้าหากว่าความดันภายนอกเป็นศูนย์ ($p_o = 0$) นั่นคือทรงกระบอกถูกกระทำจากความดันภายในอย่างเดียว ดังเช่นในพวกท่อไฮดรอลิคเป็นต้น สมการ (3.1) และ (3.2) จะกลายเป็น

$$\sigma_r = p_i \left(\frac{r_i^2}{r_o^2 - r_i^2}\right) \left(1 - \frac{r_o^2}{r^2}\right) \quad (4.1)$$

$$\sigma_t = p_i \left(\frac{r_i^2}{r_o^2 - r_i^2}\right) \left(1 + \frac{r_o^2}{r^2}\right) \quad (4.2)$$

หรือ

$$\sigma_t = p_i \left(\frac{D_i^2}{D_o^2 - D_i^2}\right) \left(1 + \frac{D_o^2}{D^2}\right) \quad (4.3)$$

สมการดังกล่าวข้างต้นแสดงให้เห็นว่าค่าสูงสุดของ σ_r และ σ_t จะเกิดที่บริเวณผิวภายในเสมอ และสำหรับทุก ๆ ค่าของ r นั้น σ_t จะมีค่ามากกว่า σ_r เสมอด้วย และสมการเหล่านี้ยังแสดงอีกด้วยว่า σ_r จะเป็นความเค้นกด ส่วน σ_t จะเป็นความเค้นดึงเสมอเช่นกัน ค่าสูงสุดของ σ_t หาได้จากการแทนค่า $r = r_i$ ดังนี้

$$\sigma_{t_{MAX.}} = \sigma_t\Big|_{r = r_i} = p_i \left(\frac{r_o^2 + r_i^2}{r_o^2 - r_i^2}\right) \quad (5.1)$$

หรือ

$$\sigma_t\Big|_{D = D_i} = p_i \left(\frac{D_o^2 + D_i^2}{D_o^2 - D_i^2}\right) \quad (5.2)$$

สำหรับค่าต่ำสุดของ σ_t จะเกิดที่ผิวภายนอกทรงกระบอก คือ

$$\sigma_{t_{MIN.}} = \sigma_t\Big|_{r = r_o} = 2p_i\left(\frac{r_i^2}{r_o^2 - r_i^2}\right) \tag{5.3}$$

พิจารณาอัตราส่วนระหว่าง $\dfrac{\sigma_{t_{MAX.}}}{\sigma_{t_{MIN.}}} = \dfrac{r_i^2 + r_o^2}{2r_i^2}$ จะเห็นว่า เมื่อความหนาเพิ่มขึ้นยิ่งจะทำให้อัตราส่วนมากขึ้นด้วย นั่นคือแสดงว่าทรงกระบอกที่หนามากเกินไป จะไม่ได้ช่วยให้การกระจายความเค้นดีขึ้นเลย ซึ่งแสดงถึงการใช้วัสดุอย่างไม่มีประสิทธิภาพ

อนึ่งถ้าคิดให้ครกฯพร้อมตัวรองรับฯเป็นทรงกระบอกหนาชั้นเดียวกันแล้ว การกระ-จายของความเค้นอันเนื่องมาจากความดันภายใน จะมีลักษณะดังรูปที่ 14 ซึ่งจะพบว่าความเค้นที่ขอบในมีค่าสูงกว่าที่ขอบนอกมาก

2.3.3 <u>กรณีมีแต่ความดันภายนอกอย่างเดียว</u>

ในกรณีที่ทรงกระบอกหนารับแต่ความดันภายนอก สมการ (3.1) และ (3.2) จะเป็นดังนี้

$$\sigma_r = -p_o\left(\frac{r_o^2}{r_o^2 - r_i^2}\right)\left(1 - \frac{r_i^2}{r^2}\right) \tag{6.1}$$

$$\sigma_t = -p_o\left(\frac{r_o^2}{r_o^2 - r_i^2}\right)\left(1 + \frac{r_i^2}{r^2}\right) \tag{6.2}$$

หรือ
$$\sigma_t = -p_o\left(\frac{D_o^2}{D_o^2 - D_i^2}\right)\left(1 + \frac{D_i^2}{D^2}\right) \tag{6.3}$$

ในกรณีนี้ σ_r และ σ_t ต่างก็เป็นความเค้นกดด้วยกันทั้งคู่ และ σ_t จะมีขนาดความเค้นสูงกว่า σ_r เสมอ ค่าสูงสุดของ σ_t จะเกิดที่ผิวภายในทรงกระบอก ดังนี้

$$\sigma_{t_{MAX.}} = \sigma_t\Big|_{r = r_i} = -\ 2p_o\ (\frac{r_o^2}{r_o^2 - r_i^2}) \qquad (7.1)$$

หรือ
$$\sigma_t\Big|_{D = D_i} = -\ 2\ p_o\ (\frac{D_o^2}{D_o^2 - D_i^2}) \qquad (7.2)$$

2.4 <u>ความเค้นออกแบบ</u>

จากสูตรความเค้นในทุกกรณีดังกล่าวข้างต้น จะเห็นได้ว่าขนาดของความเค้น σ_t มีค่ามากกว่า σ_r เสมอ ดังนั้น σ_t จึงเป็นความเค้นหลัก ซึ่งจะเป็นตัวกำหนดความสามารถของทรงกระบอกในการที่จะรับแรงดัน ส่วน σ_r เป็นความเค้นรองซึ่งเกือบจะไม่มีผลสำคัญต่อการแตกร้าวของทรงกระบอกแต่อย่างใด

2.5 <u>การหดตัวและการขยายตัวในแนวรัศมี</u> (Radial Deflection)

หารหดตัวหรือการขยายตัวของจุดต่าง ๆ ในทรงกระบอก สามารถหาได้โดยพิจารณาการขยายตัวหรือหดตัว ของความยาวของเส้นรอบวงที่พาดผ่านจุดนั้น ๆ กำหนดให้ทรงกระบอกที่จะพิจารณาดังแสดงในรูปที่ 13 และให้จุด A เป็นจุดใด ๆ บนวงกลมซึ่งมีรัศมี r ความดัน p_i และ p_o จะกระทำให้เกิดความเค้น σ_r และ σ_t ต่อจุด A ความเครียดในแนวเส้นรอบวง ณ จุด A และทุก ๆ จุดบนวงกลม สามารถเขียนได้ในเทอมของความเค้น โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับความเค้นอีลาสติค ดังนี้คือ

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E}\,(\sigma_t - \nu\sigma_r) \qquad (8)$$

โดยที่ความเค้นดึงจะถือว่ามีเครื่องหมายเป็นบวก และความเค้นกดจะมีเครื่องหมายเป็นลบ การเปลี่ยนแปลงของความยาวของเส้นรอบวงของวงกลมซึ่งมีรัศมี r ก็คือ $2\pi r\varepsilon_t$ ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงของความยาวของรัศมี r ซึ่งก็คือเรเดียลดีเฟลคชั่น δ_{rA} ทุก ๆ จุดบนวงกลมคือ

$$\delta_{rA} = 2\pi r\varepsilon_t/2\,\pi = r\varepsilon_t \qquad (9)$$

รวมสมการ (8) และ (9) เราจะได้

$$\delta_{rA} = \frac{r}{E}\,(\sigma_t - \nu\sigma_r) \qquad (10)$$

รูปที่ 13 การพิจารณาการหดตัวและการขยายตัวในแนวรัศมี

RADIAL DEFLECTION

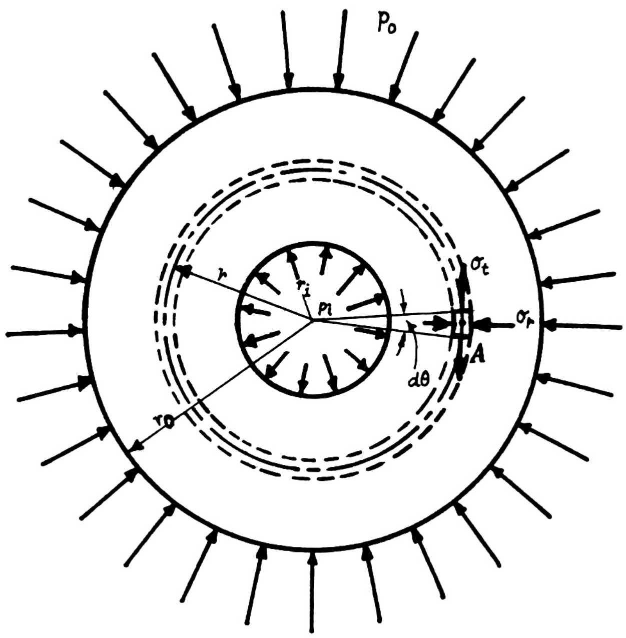


fig.13

ในสมการ (10) แสดงถึง σ_t และ σ_r ซึ่งเป็นความเค้น ณ จุดที่จะพิจารณาถึงการเปลี่ยนแปลงขนาด

2.5.1 <u>กรณีมีแต่ความดันภายในอย่างเดียว</u>

ถ้าหากว่าทรงกระบอกถูกกระทำจากความดันภายใน p_i อย่างเดียว หรือคือ $p_o = 0$ กรณีนี้รัศมีจะมีความยาวเพิ่มขึ้นเสมอ นั่นคือทรงกระบอกจะขยายตัวใหญ่ขึ้น ที่ผิวภายใน โดยการแทนค่า σ_t จากสมการ (5.1) ลงในสมการ (10) จะได้ว่า ระยะยืดในแนวรัศมีคือ

$$\delta_{r_i} = \frac{r_i}{E}\left[p_i\left(\frac{r_o^2 + r_i^2}{r_o^2 - r_i^2}\right) - \nu(-p_i)\right]$$

$$= \frac{p_i r_i}{E}\left(\frac{r_o^2 + r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} + \nu\right) \qquad (11)$$

ณ ผิวภายนอก $\sigma_r = 0$ ดังนั้นโดยการแทนค่า σ_t จากสมการ (5.3) ลงในสมการ (10) จะได้ว่า

$$\delta_{r_o} = \frac{2\,p_i r_o}{E}\left(\frac{r_i^2}{r_o^2 - r_i^2}\right) \qquad (12.1)$$

หรือ $$= \frac{p_i D_o}{E}\left(\frac{D_i^2}{D_o^2 - D_i^2}\right) \qquad (12.2)$$

ซึ่งจะได้ $$p_i = \frac{\delta_{r_o} E}{D_o}\left(\frac{D_o^2 - D_i^2}{D_i^2}\right) \qquad (13)$$

2.5.2 <u>กรณีมีแต่ความดันภายนอกอย่างเดียว</u>

ถ้าหากว่าทรงกระบอกถูกกระทำจากความดันภายนอก p_o อย่างเดียว นั่นคือ $p_i = 0$ กรณีนี้รัศมีจะมีความยาวสั้นลงเสมอ คือทรงกระบอกจะหดตัวเล็กลง δ จึงมีค่าเป็นลบ ณ ผิวภายนอก โดยการแทนค่า σ_t จากสมการ (6.2) ลงในสมการ (10) จะได้

$$\delta_{r_o} = -\frac{p_o r_o}{E}\left(\frac{r_o^2 + r_i^2}{r_o^2 - r_i^2} - \nu\right) \qquad (14)$$

ณ ผิวภายใน $\sigma_r = 0$ แทนค่า σ_t จากสมการ (7.1) ลงในสมการ (10) จะได้

$$\delta_{r_i} = -\frac{2p_o r_i}{E}\left(\frac{r_o^2}{r_o^2 - r_i^2}\right) \qquad (15.1)$$

หรือ

$$\delta_{r_i} = -\frac{p_o D_i}{E}\left(\frac{D_o^2}{D_o^2 - D_i^2}\right) \qquad (15.2)$$

$$\delta_{D_i} = 2\delta_{r_i} = -\frac{2p_o D_i}{E}\left(\frac{D_o^2}{D_o^2 - D_i^2}\right) \qquad (15.3)$$

จะได้

$$p_o = \frac{\delta_{D_i} E}{2 D_i}\left(\frac{D_o^2 - D_i^2}{D_o^2}\right) \qquad (15.4)$$

โดยที่ δ_{D_i} = ระยะหดตัวของเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน

2.6 การวิเคราะห์ผลของความเค้นจากการ Shrink Fit หรือ Press Fit

โดยการที่สร้างให้ทรงกระบอกตัวนอกซึ่งทำหน้าที่เป็นปลอกรัด มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายใน ซึ่งเล็กกว่า (เล็กน้อย)ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอกของตัวทรงกระบอกตัวใน ซึ่งเป็นทรงกระบอกหลัก เมื่อนำทรงกระบอกทั้งสองมาสวมกันแล้ว จะทำให้เกิดความดันซึ่งกระทำต่อผิวสัมผัสระหว่างทรงกระบอกทั้งสอง ความดันนี้เรียกว่า Shrink - Fit Pressure, p_s สำหรับทรงกระบอกตัวใน ความดัน p_s จะมีสภาพเป็นความดันภายนอกที่มากระทำต่อผิวภายนอก ส่วนทรงกระบอกตัวนอกความดัน p_s จะมีสภาพเป็นความดันภายใน ซึ่งความดัน p_s นี้จะก่อให้เกิดความเค้นในแนวเส้นรอบวงของทรงกระบอกทั้งสอง ความเค้นแบบกดจะเกิดขึ้นแก่ทรงกระบอกตัวใน และความเค้นแบบดึงจะเกิดแก่ทรงกระบอกตัวนอก

ในการสวมกันของทรงกระบอกทั้งสอง มีวิธีการสวมอยู่ 2 วิธีคือ แบบกดอัด (Pressing) ซึ่งเป็นการสวมกันโดยการกดทรงกระบอกตัวในให้ลงในทรงกระบอกตัวนอก

และแบบใช้ความร้อน (Hot Shrinking) ซึ่งเป็นการสวมกันโดยการให้ความร้อนแก่ทรงกระบอกตัวนอก จนกระทั่งเกิดการขยายตัวพอเหมาะ แล้วจึงนำทรงกระบอกตัวในมาสวมลงในทรงกระบอกตัวนอก

2.6.1 การหาค่า Shrink - Fit Pressure , p_s

ก่อนที่จะทำการคำนวณหาค่าความเค้นนั้น เราต้องทราบค่า Shrink - Fit Pressure, p_s ซึ่งกระทำต่อผิวสัมผัสระหว่างทรงกระบอกทั้งสองเสียก่อน กำหนดให้ r_1 เป็นรัศมีภายในของทรงกระบอกตัวใน r_3 เป็นรัศมีภายนอกของทรงกระบอกตัวนอก และ r_2 เป็นรัศมีภายนอกของทรงกระบอกตัวใน ซึ่งถือว่าเป็นรัศมีภายในของทรงกระบอกตัวนอก ก่อนการสวมกันด้วยโดยประมาณโดยที่มีความแตกต่างกันของรัศมี r_2 เพียงเล็กน้อย ถ้ากำหนดให้ I_r เป็นค่าความแตกต่างกันของรัศมีดั้งเดิมภายนอกของทรงกระบอกตัวใน กับรัศมีดั้งเดิมภายในของทรงกระบอกตัวนอกหรือคือ Radial Interference การคำนวณหาค่า I_r สามารถทำได้ดังนี้

ในการสวมทรงกระบอกเข้าด้วยกัน ทรงกระบอกตัวนอกจะถูกกระทำโดยความดันภายใน p_i ทำให้ความยาวของรัศมีภายในของทรงกระบอกตัวนอกยาวขึ้นกว่าเดิม ซึ่งจะยาวขึ้นในปริมาณ δ_o ซึ่งหาได้จากสมการ (11) ดังนี้

$$\delta_o = \frac{p_s r_2}{E_o}\left(\frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2} + \nu_o\right) \qquad (16)$$

โดยที่ δ_o = ส่วนที่ยาวขึ้นของรัศมีภายใน (r_2) ของทรงกระบอกตัวนอก

E_o = โมดูลัสความยืดหยุ่นของทรงกระบอกตัวนอก

และ ν_o = อัตราส่วนปัวซองของทรงกระบอกตัวนอก

สำหรับทรงกระบอกตัวใน ทรงกระบอกตัวในจะถูกกระทำโดยความดันภายนอก p_s ทำให้ความยาวของรัศมีภายนอกของทรงกระบอกตัวในหดสั้นลง ในปริมาณ δ_i ซึ่งหาได้จากสมการ (14) ดังนี้

$$\delta_i = -\frac{p_s r_2}{E_i}\left(\frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - \nu_i\right) \qquad (17)$$

โดยที่ δ_i = ส่วนที่หดสั้นลงของรัศมีภายนอก (r_2) ของทรงกระบอกตัวใน

E_i = โมดูลัสความยืดหยุ่นของทรงกระบอกตัวใน

และ ν_i = อัตราส่วนปัวซองของทรงกระบอกตัวใน

ฉะนั้นผลรวม (คิดเฉพาะขนาดโดยไม่คำนึงถึงเครื่องหมาย) ของ δ_i และ δ_o จะมีค่าเท่ากับ I_r ดังนี้

$$I_r = |\delta_o| + |\delta_i|$$

ถ้ากำหนดให้ I แทนค่า Diametral Interference แล้ว นั่นคือ

$$I = 2\,I_r \tag{18}$$

แทนค่า δ_o และ δ_i จากสมการ (16) และ (17) ตามลำดับ จะได้ว่า

$$I = 2p_s r_2 \left[\frac{1}{E_o} \left(\frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2}\right) + \nu_o + \frac{1}{E_i} \left(\frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}\right) - \nu_1 \right] \tag{19}$$

ดังนั้นจะได้ $$p_s = I \Big/ 2r_2 \left[\frac{1}{E_o} \left(\frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2}\right) + \nu_o + \frac{1}{E_i} \left(\frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2}\right) - \nu_i \right] \tag{20.1}$$

หรือ $$p_s = I \Big/ D_2 \left[\frac{1}{E_o} \left(\frac{D_3^2 + D_2^2}{D_3^2 - D_2^2}\right) + \nu_o + \frac{1}{E_i} \left(\frac{D_2^2 + D_1^2}{D_2^2 - D_1^2}\right) - \nu_i \right] \tag{20.2}$$

หากว่าทรงกระบอกทั้งสองต่างก็ทำด้วยวัสดุอย่างเดียวกัน ซึ่งมีค่า E และ ν เท่ากัน สมการ (20.1) ก็จะลดรูปเป็น

$$p_s = \frac{EI}{4r_2} \frac{(r_3^2 - r_2^2)(r_2^2 - r_1^2)}{r_2^2\,(r_3^2 - r_1^2)} \tag{21.1}$$

หรือ $$p_s = \frac{EI}{2D_2} \frac{(D_3^2 - D_2^2)(D_2^2 - D_1^2)}{D_2^2\,(D_3^2 - D_1^2)} \tag{21.2}$$

2.6.2 ความเค้นตกค้างในแนวเส้นรอบวง (Residual Tangential Stress)

ความเค้นตกค้างหรือความเค้นเริ่มต้นในแนวเส้นรอบวง ของทรงกระบอกส่องชั้นสวมทับกัน สามารถหาได้จากการที่รู้ค่า p_s แล้วจากสมการ (21.1) หรือ (21.2)

สำหรับทรงกระบอกตัวใน ความเค้นเริ่มต้นในแนวเส้นรอบวง ณ ที่รัศมี r จะสามารถหาได้จากสมการ (6.2) โดยที่ p_o ก็คือ p_s ดังนี้

$$\sigma_t = -p_s\left(\frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}\right)\left(1 + \frac{r_1^2}{r^2}\right) \qquad (22.1)$$

หรือ
$$\sigma_t = -p_s\left(\frac{D_2^2}{D_2^2 - D_1^2}\right)\left(1 + \frac{D_1^2}{D^2}\right) \qquad (22.2)$$

ความเค้นดังกล่าวนี้จะมีค่าสูงสุด ณ ผิวภายในของทรงกระบอกตัวใน คือ

$$\sigma_{t_{MAX.}} = \sigma_t\Big|_{r = r_1} = -2p_s\left(\frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}\right) \qquad (23.1)$$

หรือ
$$= \sigma_t\Big|_{D = D_1} = -2p_s\left(\frac{D_2^2}{D_2^2 - D_1^2}\right) \qquad (23.2)$$

สำหรับทรงกระบอกตัวนอก ในทำนองเดียวกัน จะสามารถหาค่าความเค้นได้จากสมการ (4.2) โดยที่ p_i ก็คือ p_s ดังนี้

$$\sigma_t = p_s\left(\frac{r_2^2}{r_3^2 - r_2^2}\right)\left(1 + \frac{r_3^2}{r^2}\right) \qquad (24.1)$$

$$\sigma_t = p_s\left(\frac{D_2^2}{D_3^2 - D_2^2}\right)\left(1 + \frac{D_3^2}{D^2}\right) \qquad (24.2)$$

ความเค้นนี้จะมีค่าสูงสุด ณ ผิวภายในของทรงกระบอกตัวนอก คือ

$$\sigma_{t_{MAX.}} = \sigma_t\Big|_{r = r_2} = p_s \left(\frac{r_3^2 + r_2^2}{r_3^2 - r_2^2}\right) \qquad (25.1)$$

หรือ

$$\sigma_t\Big|_{D = D_2} = p_s \left(\frac{D_3^2 + D_2^2}{D_3^2 - D_2^2}\right) \qquad (25.2)$$

2.6.3 ความเค้นผลลัพธ์

ในการคำนวณหาความเค้นผลลัพธ์ ภายหลังจากการนำเอาทรงกระบอกที่สวมกันไปใช้งาน ซึ่งถูกกระทำโดยความดันภายใน p_i ในการพิจารณาความเค้นจากผลของความดัน p_i นั้น เราจะพิจารณาโดยอนุโลมว่าทรงกระบอกที่สวมกันนั้น ถือเสมือนเป็นทรงกระบอกอันหนึ่งอันเดียวกัน ดังนั้นความเค้นในแนวเส้นรอบวง ซึ่งถูกกระทำโดยความดัน p_i ต่อทรงกระบอกรวม สามารถหาได้จากสมการ (4.2) ดังนี้

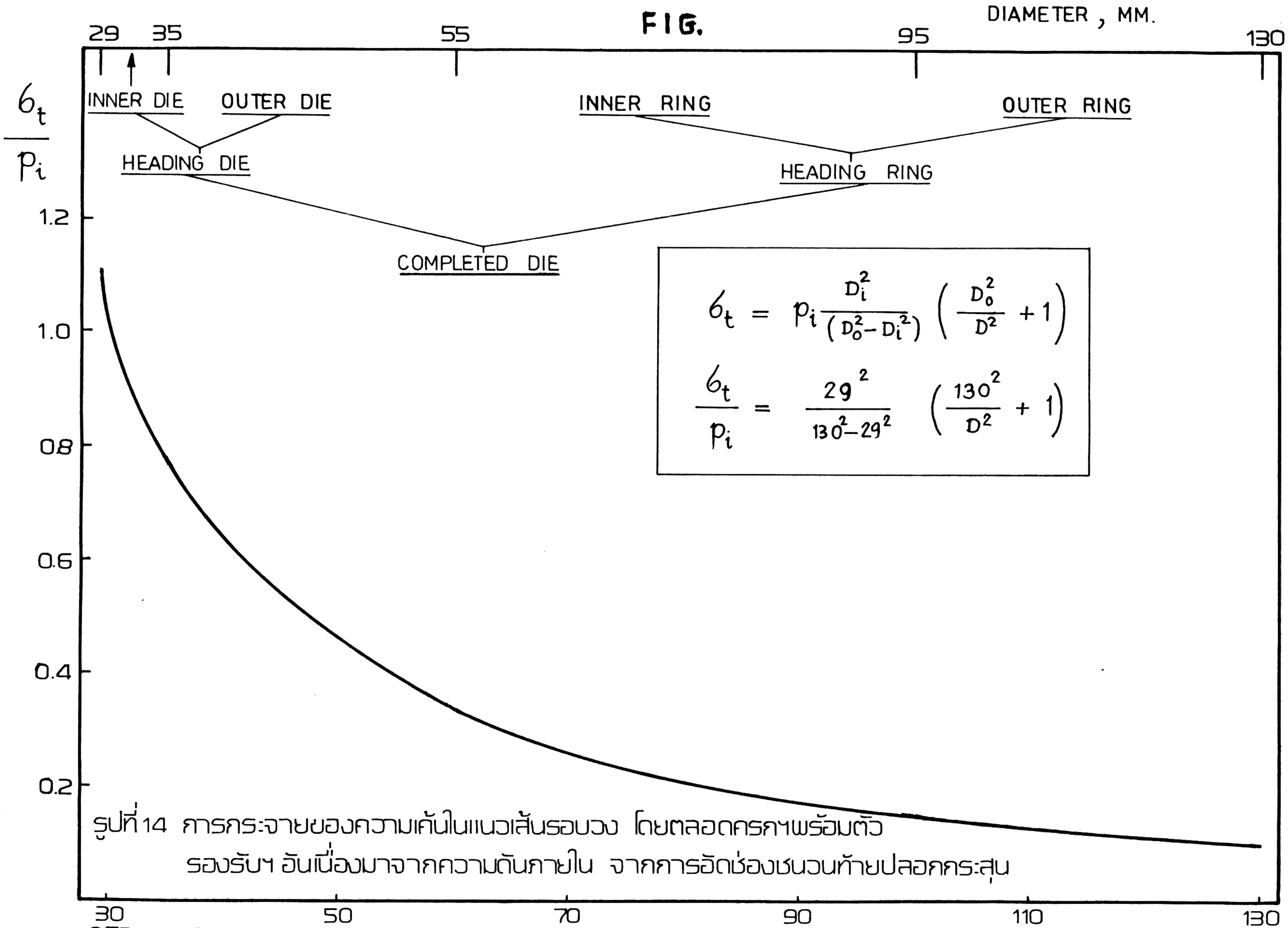
$$\sigma_t = p_i\left(\frac{r_1^2}{r_3^2 - r_1^2}\right)\left(1 + \frac{r_3^2}{r^2}\right) \qquad (26.1)$$

หรือ

$$\sigma_t = p_i\left(\frac{D_1^2}{D_3^2 - D_1^2}\right)\left(1 + \frac{D_3^2}{D^2}\right) \qquad (26.2)$$

ซึ่งเมื่อนำไปรวมกับค่าที่ได้จากการใช้สมการ (22) หรือ (24) ก็จะสามารถคำนวณหาความเค้นทั้งหมดที่เกิดขึ้น ณ ทรงกระบอกตัวในและตัวนอกได้ตามต้องการ

FIG.14 STRESS DISTRIBUTION IN THE COMPLETED DIE DUE TO INTERNAL PRESSURE



รูปที่ 14 การกระจายของความเค้นในแนวเส้นรอบวง โดยตลอดครกฯพร้อมตัว
รองรับฯ อันเนื่องมาจากความดันภายใน จากการอัดช่องชนวนท้ายปลอกกระสุน

STRESS DISTRIBUTION IN A THICK WALLED CYLINDER DUE TO INTERNAL PRESSURE, Pi