

การวิเคราะห์โครงเหล็กข้อแฉ่งด้วยวิธี อีลาสติก-พลาสติก  
โดยคำนึงถึงผลจาก P- $\Delta$  และการย้อนกลับของ โมเมนต์ ณ จุดหมุนพลาสติก

นายบุญแสง สิริรัตน์ชูวงศ์



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2536

ISBN 974-582-351-1

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

019249

i17402797

Elastic-Plastic Analysis of Steel Rigid Frames  
Considering P- $\Delta$  Effect and Moment Reversals at Plastic Hinges

Mr.Boonsaeng Siriratchuwong

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the Degree of Master of Engineering  
Department of Civil Engineering  
Graduate School  
Chulalongkorn University

1993

ISBN 974-582-351-1

หัวข้อวิทยานิพนธ์      การวิเคราะห์โครงเหล็กข้อแฉ่งด้วยวิธี อีลาสติก-พลาสติก  
                                         โดยคำนึงถึงผลจาก  $P-\Delta$  และการย้อนกลับของโมเมนต์  
                                         ณ จุดหมุนพลาสติก  
โดย                              นายบุญแสง สิริรัตน์ชูวงศ์  
ภาควิชา                        วิศวกรรมโยธา  
อาจารย์ที่ปรึกษา        ศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาตรี



บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาโทบัณฑิต

.....  
( ศาสตราจารย์ ดร. ถาวร วัชรารักษ์ )      คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

.....  
( ศาสตราจารย์ ดร. เอกสิทธิ์ ลิ้มสุวรรณ )      ประธานกรรมการ

.....  
( ศาสตราจารย์ ดร. ทักษิณ เทพชาตรี )      อาจารย์ที่ปรึกษา

.....  
( ศาสตราจารย์ วรุณ คุณวาฬี )      กรรมการ

.....  
( รองศาสตราจารย์ ดร. เรืองเดช รัชตโพธิ์ )      กรรมการ

พิมพ์ต้นฉบับบทความวิจัยวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสี่เหลี่ยมนี้เพียงแผ่นเดียว

บุญแสง สิริรัตนชูวงศ์ : การวิเคราะห์โครงเหล็กข้อแฉ่งด้วยวิธีอีลาสติก-พลาสติก โดย  
คำนึงถึงผลจาก  $P-\Delta$  และการย้อนกลับของโมเมนต์ ณ จุดหมุนพลาสติก  
(ELASTIC-PLASTIC ANALYSIS OF STEEL RIGID FRAMES  
CONSIDERING  $P-\Delta$  EFFECT AND MOMENT REVERSALS AT PLASTIC  
HINGES) อ. ที่ปรึกษา : ศาสตราจารย์ ดร.ทักษิณ เทพชาติรี, 70 หน้า,  
ISBN 974-582-351-1

งานวิจัยนี้ได้เสนอหลักการวิเคราะห์หาผลการตอบสนองของโครงสร้างแบบอีลาสติก-พลาสติก  
ของโครงเหล็กข้อแฉ่ง โดยพิจารณารวมผลของ  $P-\Delta$  และการย้อนกลับของโมเมนต์ ณ จุดหมุน  
พลาสติกเข้ากับการวิเคราะห์โครงสร้างอันดับแรก ซึ่งพิจารณาผลกระทบของแรงแนวแกนของชิ้นส่วน  
ที่มีต่อกำลังพลาสติกโมเมนต์และเสถียรภาพในระนาบ ส่วนวิธีการที่นำเสนอเทียบได้ว่าเป็นการ  
วิเคราะห์อีลาสติก-พลาสติก อันดับสอง อย่างง่าย ซึ่งไม่คำนึงถึงผลของแรงแนวแกนที่มีต่อสติเฟส  
ทางการคดของชิ้นส่วน

ผลการวิจัยสรุปได้ว่า การวิเคราะห์โครงเหล็กข้อแฉ่ง ด้วยหลักการที่เสนอ สามารถให้ผล  
ที่ใกล้เคียงกับค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ ด้วยวิธีอีลาสติก-พลาสติก อันดับสอง โดยค่ากำลังประลัยของ  
โครงข้อแฉ่ง ในงานวิจัยครั้งนี้ มีค่าต่างจากการวิเคราะห์อันดับสองไม่เกิน 1 เปอร์เซ็นต์ และลำดับของ  
การเกิดจุดหมุนพลาสติกใกล้เคียงกับผลที่ได้จากการวิเคราะห์อันดับที่สอง ซึ่งมีผลทำให้ประหยัดเวลาใน  
การคำนวณ เมื่อเทียบกับการวิเคราะห์อันดับที่สอง โดยสูญเสียความละเอียดถูกต้องไปเพียงเล็กน้อย



ภาควิชา ..... วิศวกรรมโยธา  
สาขาวิชา ..... วิศวกรรมโยธา  
ปีการศึกษา ..... 2535.....

ลายมือชื่อนิสิต .....  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....  
ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....

## C215076 : MAJOR CIVIL ENGINEER

KEY WORD: ELASTIC-PLASTIC / FRAMERS / P -  $\Delta$  / MOMENT REVERSALS

BOONSAENG SIRIRATCHUWONG : ELASTIC-PLASTIC ANALYSIS OF  
STEEL RIGID FRAMES CONSIDERING P- $\Delta$  EFFECT AND MOMENT  
REVERSALS AT PLASTIC HINGES. THESIS ADVISOR : PROF.  
THAKSIN THEPCHATRI, Ph.D., 70 PP. ISBN 974-582-351-1

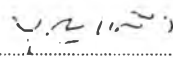
This research presents a principle of the first-order elastic-plastic response of plane steel frames including P- $\Delta$  effect and moment reversals at plastic hinges. Reduction of plastic moment capacity due to axial force and in-plane stability effects are considered. The proposed algorithm is equivalent to the simplified second-order elastic-plastic analysis in which the reduction in flexural stiffness of the members due to axial force is neglected.

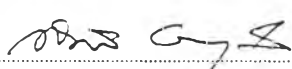
It has been shown here that results obtained from the proposed analysis are agreeable to those from second-order elastic-plastic analysis. The predicted maximum load factors are about 1% from those obtained by the second-order elastic-plastic analysis. However, large number of repetitive calculations are avoided, resulting in an enormous saving of computation time.

ภาควิชา.....วิศวกรรมโยธา

สาขาวิชา.....วิศวกรรมโยธา

ปีการศึกษา..... 2535

ลายมือชื่อนิสิต..... 

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา..... 

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

### กิตติกรรมประกาศ

ในการทำวิทยานิพนธ์นี้ ผู้เขียนใคร่ขอกราบขอบพระคุณศาสตราจารย์ ดร. ทักษิณ เทพชาตรี ซึ่งเป็นอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งได้ให้ความรู้และคำแนะนำต่าง ๆ ที่เป็นประโยชน์ในระหว่างการทำวิทยานิพนธ์ รวมทั้งกรุณาตรวจสอบและแก้ไขวิทยานิพนธ์จนสำเร็จลุล่วงไปอย่างสมบูรณ์ และขอกราบขอบพระคุณท่านคณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ อันประกอบด้วย ศาสตราจารย์ ดร.เอกสิทธิ์ ลิ้มสุวรรณ ศาสตราจารย์ วรุณ คุณวาสี และ รองศาสตราจารย์ ดร. เรืองเดชา รัชตโพธิ์ ซึ่งได้กรุณาให้คำแนะนำและตรวจแก้ไขข้อบกพร่องของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ท้ายสุดนี้ผู้เขียนขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ซึ่งได้ให้โอกาสในการศึกษาเล่าเรียนและกำลังใจตลอดการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

บุญแสง ลีรัตนชูวงศ์

สารบัญ



	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย .....	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....	จ
กิตติกรรมประกาศ .....	ฉ
สารบัญ .....	ช
สารบัญตาราง .....	ญ
สารบัญรูป .....	ฎ
สัญลักษณ์ .....	เ
บทที่ 1. บทนำ .....	1
1.1 ความนำ .....	1
1.2 งานวิจัยที่ผ่านมา .....	2
1.3 งานวิจัยที่กำลังจะศึกษาต่อไป .....	4
1.4 วัตถุประสงค์ .....	5
1.5 ขั้นตอนและวิธีดำเนินงานวิจัย .....	5
1.6 ขอบข่ายงานวิจัย .....	5
บทที่ 2. วิธีวิเคราะห์ .....	7
2.1 ความนำ .....	7
2.2 สมมุติฐาน .....	7
2.3 การวิเคราะห์โครงสร้าง .....	8
2.4 การพิจารณารวมผลของ P-Δ .....	12
2.5 การพิจารณารวมผลของการย้อนกลับของ โมเมนต์ ณ จุดหมุนพลาสติก .....	14
2.6 หลักการและวิธีทางอีลาสติก-พลาสติก .....	14
2.7 เงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติก .....	15
2.8 การคำนวณค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุก .....	16
2.9 การคำนวณค่าผลลัพท์สะสม .....	17
2.10 การเปลี่ยนแปลงสตีเฟนสของชิ้นส่วนย่อย .....	18

2.11 การตรวจสอบความมีเสถียรภาพของโครงสร้าง .....	20
บทที่ 3. ผลการวิเคราะห์และเปรียบเทียบ .....	21
3.1 แสดงผลการวิเคราะห์และการเปรียบเทียบตัวอย่างที่ 1 .....	21
3.2 แสดงผลการวิเคราะห์และการเปรียบเทียบตัวอย่างที่ 2 .....	23
3.3 แสดงผลการวิเคราะห์และการเปรียบเทียบตัวอย่างที่ 3 .....	25
บทที่ 4. สรุปผลและข้อเสนอแนะ .....	27
4.1 สรุปผล .....	27
4.2 ข้อเสนอแนะ .....	28
เอกสารอ้างอิง .....	30
ภาคผนวก .....	32
ก. รายการตารางประกอบ .....	32
ข. รายการรูปประกอบ .....	46
ค. แผนภาพขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม .....	63
ง. ระบบของแรงยึดแน่น .....	65
ประวัติผู้เขียน .....	70



สารบัญตาราง



หน้า

ตารางที่ 3.1	คุณสมบัติของชิ้นส่วนของโครงสร้างในตัวอย่างที่ 1 .....	33
ตารางที่ 3.2	เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ของโครงสร้างในตัวอย่างที่ 1 .....	34
ตารางที่ 3.3	เปรียบเทียบแรงแนวแกน ณ จุดหมุนพลาสติกของโครงสร้าง ในตัวอย่างที่ 1 .....	35
ตารางที่ 3.4	เปรียบเทียบแรงดัด ณ จุดหมุนพลาสติกของโครงสร้าง ในตัวอย่างที่ 1 .....	35
ตารางที่ 3.5	คุณสมบัติของชิ้นส่วนเสาของโครงสร้างในตัวอย่างที่ 2 .....	36
ตารางที่ 3.6	คุณสมบัติของชิ้นส่วนคานของโครงสร้างในตัวอย่างที่ 2 .....	37
ตารางที่ 3.7	เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ของโครงสร้างในตัวอย่างที่ 2 .....	38
ตารางที่ 3.8	เปรียบเทียบแรงแนวแกน ณ จุดหมุนพลาสติกของโครงสร้าง ในตัวอย่างที่ 2 .....	39
ตารางที่ 3.9	เปรียบเทียบแรงดัด ณ จุดหมุนพลาสติกของโครงสร้าง ในตัวอย่างที่ 2 .....	40
ตารางที่ 3.10	คุณสมบัติของชิ้นส่วนเสาของโครงสร้างในตัวอย่างที่ 3 .....	41
ตารางที่ 3.11	คุณสมบัติของชิ้นส่วนคานของโครงสร้างในตัวอย่างที่ 3 .....	42
ตารางที่ 3.12	เปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ของโครงสร้างในตัวอย่างที่ 3 .....	43
ตารางที่ 3.13	เปรียบเทียบแรงแนวแกน ณ จุดหมุนพลาสติกของโครงสร้าง ในตัวอย่างที่ 3 .....	44
ตารางที่ 3.14	เปรียบเทียบแรงดัด ณ จุดหมุนพลาสติกของโครงสร้าง ในตัวอย่างที่ 3 .....	45

## สารบัญรูป



	หน้า
รูปที่ 1.1 กราฟสมมุติฐานแบบจำลองพฤติกรรมของ โครงสร้าง .....	47
รูปที่ 2.1 ระบบพิกัดเฉพาะที่และระบบพิกัดในวงกว้าง .....	48
รูปที่ 2.2 การเปลี่ยนตำแหน่งและแรงภายในของชิ้นส่วน โครงข้อแข็ง	
ก. ในระบบพิกัดเฉพาะที่ .....	48
ข. ในระบบพิกัดในวงกว้าง .....	48
รูปที่ 2.3 แสดงการพิจารณาแรงเฉือนเทียบเท่า .....	49
รูปที่ 2.4 แสดงการพิจารณาโมเมนต์ย้อนกลับ ณ จุดหมุนพลาสติก .....	49
รูปที่ 2.5 กราฟเงื่อนโซของการเกิดจุดหมุนพลาสติก สำหรับเหล็กหน้าตัด W .....	50
รูปที่ 2.6 กราฟเงื่อนโซของการเกิดจุดหมุนพลาสติก สำหรับเหล็กหน้าตัด สี่เหลี่ยมผืนผ้า .....	50
รูปที่ 2.7 ชั้นส่วนที่มีจุดหมุนพลาสติกเกิดที่จุดข้อต่อทางซ้ายมือ .....	51
รูปที่ 2.8 ชั้นส่วนที่มีจุดหมุนพลาสติกเกิดที่จุดข้อต่อทางขวามือ .....	51
รูปที่ 2.9 ชั้นส่วนที่มีจุดหมุนพลาสติกเกิด ในชั้นส่วน .....	52
รูปที่ 2.10 ชั้นส่วนที่มีจุดหมุนพลาสติกเกิดที่จุดข้อต่อทั้งทางซ้ายมือและ ในชั้นส่วน .....	52
รูปที่ 2.11 ชั้นส่วนที่มีจุดหมุนพลาสติกเกิดที่จุดข้อต่อทั้งทางขวามือและ ในชั้นส่วน .....	53
รูปที่ 2.12 ชั้นส่วนที่มีจุดหมุนพลาสติกเกิดที่จุดข้อต่อทั้งทางซ้ายมือและทางขวามือ .....	53
รูปที่ 3.1 ลักษณะของ โครงสร้าง ในตัวอย่างที่ 1 .....	54
รูปที่ 3.2 กราฟแสดงค่าของตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกทุกสะสมกับ การโก่งตัวสูงสุดต่อความสูงของ โครงสร้าง ในตัวอย่างที่ 1 .....	55
รูปที่ 3.3 ตำแหน่งและลำดับของการเกิดจุดหมุนพลาสติกของ โครงสร้างในตัวอย่างที่ 1 .....	56
รูปที่ 3.4 ลักษณะของ โครงสร้าง ในตัวอย่างที่ 2 .....	57
รูปที่ 3.5 กราฟแสดงค่าของตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกทุกสะสมกับ การโก่งตัวสูงสุดต่อความสูงของ โครงสร้าง ในตัวอย่างที่ 2 .....	58
รูปที่ 3.6 ตำแหน่งและลำดับของการเกิดจุดหมุนพลาสติกของ โครงสร้างในตัวอย่างที่ 2 .....	59
รูปที่ 3.7 ลักษณะของ โครงสร้าง ในตัวอย่างที่ 3 .....	60
รูปที่ 3.8 กราฟแสดงค่าของตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกทุกสะสมกับ การโก่งตัวสูงสุดต่อความสูงของ โครงสร้าง ในตัวอย่างที่ 3 .....	61

รูปที่ 3.9 ตำแหน่งและลำดับของการเกิดจุดหมุนพลาสติกของ โครงสร้างในตัวอย่างที่ 3 .....	62
-----------------------------------------------------------------------------------------	----

## สัญลักษณ์



$[ a ]$	=	เมตริกซ์หมุนแกน
$[ a ]^t$	=	ทรานส์โพสของเมตริกซ์ $[ a ]$
$[ A ]$	=	เมตริกซ์ที่แปลงระบบที่สัมพันธ์จากระบบพิกัดในวงกว้าง ไปเป็นระบบพิกัดเฉพาะที่
$[ A ]^t$	=	ทรานส์โพสของเมตริกซ์ $[ A ]$
$A$	=	พื้นที่หน้าตัดรวมของชิ้นส่วน
$A_r$	=	พื้นที่หน้าตัดลดลง ใช้สำหรับคำนวณความเครียดเฉือน
$D_{i1}^j$	=	ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ข้อต่อ $i$ ในวงรอบการทำงานที่ $j$
$D_{c1}^j$	=	ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งสะสมที่ข้อต่อ $i$ ในวงรอบการทำงานที่ $j$
$D_{c1}^{j-1}$	=	ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งสะสมที่ข้อต่อ $i$ ในวงรอบการทำงานที่ $j-1$
$E$	=	โมดูลัสยืดหยุ่น
$\{ F_o \}$	=	เวกเตอร์แรงยึดแน่นปลายของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่
$F_y$	=	กำลังคลากของวัสดุ
$G$	=	โมดูลัสเฉือน
$I$	=	โมเมนต์อินเนอร์เซีย
$[ k ]$	=	สติเฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดในวงกว้าง
$[ k_o ]$	=	สติเฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดเฉพาะที่
$[ K ]$	=	สติเฟเนสเมตริกซ์อันดับแรกของโครงสร้าง
$[ K_o ]$	=	สติเฟเนสของโครงสร้าง เมื่อพิจารณาผลรวมผล $P-\Delta$
$k_x$	=	สติเฟเนสทางเรขาคณิตของชิ้นส่วน
$L$	=	ความยาวของชิ้นส่วนย่อย
$M$	=	แรงดัดของชิ้นส่วน
$M_{c1k}^j$	=	แรงดัดสะสมที่ปลาย $i$ ของชิ้นส่วน $k$ ในวงรอบการทำงานที่ $j$
$M_p$	=	แรงดัดพลาสติกของชิ้นส่วน
$M^*$	=	แรงดัดของชิ้นส่วนเมื่อรวมผลจาก $P-\Delta$
$P$	=	แรงแนวแกนของชิ้นส่วน
$P_{ck}^j$	=	แรงแนวแกนสะสมของชิ้นส่วน $k$ ในวงรอบการทำงานที่ $j$
$P_y$	=	แรงแนวแกนเพียงอย่างเดียวที่ทำให้ชิ้นส่วนคลาก
$\{ r \}$	=	เวกเตอร์การเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดในวงกว้าง
$\{ R \}$	=	เวกเตอร์แรงกระทำในระบบพิกัดวงกว้าง ซึ่งประกอบด้วยแรงกระทำที่ข้อต่อ และแรงยึดแน่นปลายของชิ้นส่วน

$\{ S \}$	=	เวกเตอร์แรงภายในที่จุดข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดในวงกว้าง
$\{ S_{\circ} \}$	=	เวกเตอร์แรงภายในที่จุดข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่
$\{ v \}$	=	เวกเตอร์การเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่
$V$	=	แรงเฉือนของชิ้นส่วน
$V'$	=	แรงเฉือนเทียบเท่า ส่วนที่เพิ่มเนื่องจาก P- $\Delta$
$Z$	=	พลาสติกโมดูลัสของหน้าตัด
$\beta$	=	ตัวประกอบรูปร่าง
$\theta$	=	มุมที่กระทำของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดเฉพาะที่ เมื่อเทียบกับระบบพิกัดในวงกว้าง โดยวัดทวนเข็มนาฬิกา
$\varepsilon^*$	=	ระยะเยื้องศูนย์ในแนวตั้งของแรงแนวแกน
$\Delta\lambda_{n+1}$	=	ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่เพิ่มขึ้นจากเดิม ที่มีจุดหมุนพลาสติก $i$ จุด เป็น $i+1$ จุด โดยอาศัยการประมาณจากโพลีโนเมียลดีกรี $n$
$\lambda_1$	=	ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกเมื่อเกิดจุดหมุนพลาสติก $i$ จุด
$\lambda_{1+1, n+1}$	=	ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกเมื่อเกิดจุดหมุนพลาสติก $i+1$ จุด โดยอาศัยการประมาณจากโพลีโนเมียลดีกรี $n$
$\lambda_c^j$	=	ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกสะสมในวงรอบการทำงานที่ $j$
$\lambda_c^{j-1}$	=	ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกสะสมในวงรอบการทำงานที่ $j-1$
$v$	=	อัตราส่วนปัวซอง