บทที่ 2

วิธีวิเคราะห์

2.1 ความนำ

การวิเคราะห์โครงสร้างของงานวิจัยนี้ ได้นำเอาผลของ P-Δ และการย้อนกลับของโมเมนต์ ณ จุดหมุนพลาสติกเข้าร่วมกับการวิเคราะห์โครงสร้างอันดับแรก เพื่อให้ได้ผลการวิเคราะห์ในลักษณะเดียวกับการวิเคราะห์โครงสร้างอันดับสอง โดยใช้วิธีการเปลี่ยนตำแหน่งแบบการรวมสติฟเนสโดยตรง ซึ่งจะเหมาะกับการนำไปใช้วิเคราะห์โครงสร้างด้วยคอมพิวเตอร์ เนื่องจากเป็นวิธีที่เป็นระบบสามารถถ่ายทอดลงเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ การสังเคราะห์สติฟเนสของโครงสร้างจากสติฟเนสชิ้นส่วนย่อยสามารถทำให้ประหยัดหน่วยความจำ และประหยัดเวลาคำนวณอีกด้วย

2.2 สมมุติฐาน

2.2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงกับความเครียดของวัสดุเป็นแบบอิลาสติก-พลาสติกโดยสมบูรณ์ (Elastic-Perfectly Plastic) คือไม่พิจารณาผลของความเครียดแข็งที่เพิ่มขึ้น (Strain Hardening) และผลของหน่วยแรงคงค้าง (Residual Stresses)

2.2.2 สมมุติให้องค์อาคารระหว่างเกิดจุดหมุนพลาสติก (Plastic Hinge) แต่ละจุดยังคงมีพฤติกรรมแบบอิลาสติก และไม่มีการย้อนกลับ (Irreversible) ของจุดหมุนพลาสติก

2.2.3 จุดข้อต่อต่างๆของโครงสร้าง มีความแข็งแรงพอที่จะยอมให้เกิดการกระจายของแรงเป็นไปตามสัดส่วนของความแข็งของทุกชิ้นส่วนที่จุดข้อต่อนั้น

2.2.4 แรงภายนอกที่กระทำต่อโครงสร้างเป็นแรงสถิตย์ และเพิ่มขึ้นอย่างเป็นสัดส่วนจนโครงสร้างเกิดการวิบัติ

2.2.5 สมมุติให้การเกิดการคลากมีลักษณะเป็นจุดบนองค์อาคารในรูปแบบของจุดหมุนพลาสติก

2.2.6 มีการบ้องกัน การเกิดการโค้งงอเฉพาะที่ (Local Buckling) การเกิดโค้งงอรวมด้านข้าง (Global Buckling) การบิดด้านข้าง (Twisting) ขององค์อา

คาร

2.2.7 คำนึงถึงผลกระทบซึ่งกันและกันของแรงแนวแกนและแรงดัด ทั้งในรูปแบบของกำลัง และเสถียรภาพ

2.2.8 ไม่มีการย้อนกลับของโมเมนต์ ณ จุดหมุนพลาสติกของจุดข้อต่อที่ทุกชิ้นส่วนเกิดจุดหมุนพลาสติก

2.2.9 ไม่มีการย้อนกลับของโมเมนต์ ณ จุดหมุนพลาสติกภายในชิ้นส่วน

2.3 การวิเคราะห์โครงสร้าง

เป็นการวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธีการเปลี่ยนตำแหน่ง แบบรวมสติฟเนสโดยตรง (Direct Stiffness Method) ซึ่งเป็นวิธีการที่นิยมใช้และเหมาะสมสำหรับการวิเคราะห์โครงสร้างโดยใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ สำหรับงานวิจัยนี้จะใช้ได้กับโครงสร้างที่มีจำนวนจุดข้อต่อ 150-250 จุด และจำนวนชิ้นส่วน 250-300 ชิ้น

การลังเคราะห์สติฟเนสรวมของโครงสร้างกระทำได้ โดยการนิจารณาคุณสมบัติของชิ้นส่วนย่อย ความต่อเนื่องของการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง และสภาวะสมดุลของจุดข้อต่อ มีขั้นตอนกระทำได้ดังนี้ คือ

ก. ความสัมพันธ์ระหว่างการเปลี่ยนตำแหน่งที่ปลายชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่ กับระบบพิกัดในวงกว้าง ซึ่งสามารถหาได้โดยอาศัยการแปลงแกน (transformation of axes) ดังแสดงในรูปที่ 2.1 และ 2.2

การเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดข้อต่อ a ของชิ้นส่วนโครงข้อแข็งที่เทียบกับระบบพิกัดเฉพาะที่ และระบบพิกัดในวงกว้าง จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c1 & c2 & 0 \\ -c2 & c1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} \qquad (2.1)$$

หรือ

$$\{ v_a \} = [a] \{ r_a \} \qquad (2.2)$$

และที่จุดข้อต่อ b จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} v_4 \\ v_5 \\ v_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c1 & c2 & 0 \\ -c2 & c1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_4 \\ r_5 \\ r_6 \end{bmatrix} \qquad (2.3)$$

หรือ

$$\{ v_b \} = [a] \{ r_b \} \qquad (2.4)$$

เมื่อรวมสมการ 2.1 และ 2.2 จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [a] & [0] \\ [0] & [a] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_a \\ r_b \end{bmatrix} \qquad (2.5)$$

หรือเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า

$$\{ v \} = [A] \{ r \} \qquad (2.6)$$

และในทำนองเดียวกันเมื่อเราแปลงแรงในระบบพิกัดเฉพาะที่ไปเป็น แรงในระบบพิกัดในวงกว้างที่จุดข้อต่อ a

$$\{ S_a \} = [a]^t \{ S_{ea} \} \qquad (2.7)$$

และ ที่จุดข้อต่อ b

$$\{ S_b \} = [a]^t \{ S_{eb} \} \qquad (2.8)$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} S_a \\ S_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [a]^t & [0] \\ [0] & [a]^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{ea} \\ S_{eb} \end{bmatrix} \qquad (2.9)$$

หรือเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า

$$\{ S \} = [A]^t \{ S_e \} \qquad (2.10)$$

โดยที่

[a] = เมตริกซ์หมุนแกน (rotation matrix)

$$= \begin{bmatrix} c1 & c2 & 0 \\ -c2 & c1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2.11)$$

$[\ a\ ]^t$ = ทรานสโพสของเมตริกซ์ $[\ a\ ]$

$[\ A\ ]$ = เมตริกซ์ที่แปลงระบบที่สัมพันธ์จากระบบพิกัดในวงกว้างไปเป็นระบบพิกัดเฉพาะที่

$$= \begin{bmatrix} c1 & c2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c2 & c1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c1 & c2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c2 & c1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2.12)$$

$[\ A\ ]^t$ = ทรานสโพสของเมตริกซ์ $[\ A\ ]$

c_1 = $\cos\theta$ และ c_2 = $\sin\theta$

θ = มุมที่กระทำของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดเฉพาะที่เมื่อเทียบกับระบบพิกัดในวงกว้างในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา

$\{\ v\ \}$ = เวกเตอร์การเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่

$\{\ r\ \}$ = เวกเตอร์การเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดในวงกว้าง

$\{\ S\ \}$ = เวกเตอร์แรงภายในที่จุดข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดวงกว้าง

$\{\ S_e\ \}$ = เวกเตอร์แรงภายในที่จุดข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่

ข. ความสัมพันธ์ระหว่างแรงภายใน กับการเคลื่อนที่ที่จุดข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่ ซึ่งเมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงรูปร่างเนื่องจากผลของแรงแนวแกน แรงดัด และแรงเฉือนของโครงข้อแข็ง สามารถเขียนได้ดังนี้

$$[\ k_e\ ] = \begin{bmatrix} a & b & c & -a & -b & bL-c \\ b & d & e & -b & -d & dL-e \\ c & e & f & -c & -e & eL-f \\ -a & -b & -c & a & b & -(bL-c) \\ -b & -d & -e & b & d & -(dL-e) \\ bL-c & dL-e & eL-f & -(bL-c) & -(dL-e) & dL^2-2eL+f \end{bmatrix} \qquad (2.13)$$

หรือเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า

$$\{ S_e \} = [k_e] \{ v \} \quad (2.14)$$

ค่าคงที่ a,b,c,d,e และ f สำหรับชิ้นส่วนของโครงข้อแข็งมีค่าดังนี้

$$a = EA/L \quad (2.15)$$

$$b = 0$$

$$c = 0$$

$$d = 12EI/(L^3(1+2\alpha))$$

$$e = 6EI/(L^2(1+2\alpha))$$

$$f = (2EI)(2+\alpha)/(L(1+2\alpha))$$

โดยที่

$$\alpha = 6EI/(L^2GA_r) \quad (2.16)$$

E = โมดูลัสยืดหยุ่น

I = โมเมนต์อินเนอร์เชีย

L = ความยาวของชิ้นส่วนย่อย

G = โมดูลัสเฉือน

$= E/2(1+\nu)$

ν = อัตราส่วนปัวซอง (Poisson's Ratio)

$= 0.3$ สำหรับเหล็ก

A = พื้นที่หน้าตัดรวมของชิ้นส่วน

A_r = พื้นที่ลดลงใช้สำหรับคำนวณความเครียดเฉือน

$= A/\beta$

β = ตัวประกอบรูปร่าง

$= 1.14$ สำหรับหน้าตัดเหล็ก W

$= 1.20$ สำหรับหน้าตัดเหล็ก ลี่เหลี่ยมผืนผ้า

$[k_e]$ = สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดเฉพาะที่

แทนค่าสมการ 2.6 และ 2.14 ลงในสมการ 2.10 จะได้ความสัมพันธ์ของแรงและการเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดข้อต่อในระบบพิกัดในวงกว้าง ดังนี้

$$\{ S \} = [A]^t [k_e] [A] \{ r \} = [k] \{ r \} \quad (2.17)$$

โดยที่

$$[k] = [A]^t [k_e] [A] \quad (2.18)$$

$=$ สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนย่อยในระบบพิกัดในวงกว้าง

สมการที่ (2.17) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงและการเคลื่อนที่ ในระบบพิกัด

ในวงกว้างในระดับของชิ้นส่วน ซึ่งเมื่อพิจารณาสภาวะสมดุลของทุกจุดข้อต่อในโครงสร้างในระบบพิกัดของโครงสร้างจะได้ว่า

$$\{ R \} = [K] \{ r \} \qquad (2.19)$$

ซึ่งค่าสติฟเนสรวมของโครงสร้างในสมการที่ (2.19) เกิดจากการรวมสติฟเนสเมตริกซ์ในระบบพิกัดในวงกว้างหรือพิกัดของโครงสร้าง แต่ละชิ้นส่วนจะถูกรวมเข้าไปในตำแหน่งที่เหมาะสมของสติฟเนสเมตริกซ์รวมของโครงสร้าง หรืออาจเรียกได้ว่าเป็นการสังเคราะห์สติฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้างทั้งระบบจากสติฟเนสของชิ้นส่วนย่อย ซึ่งเป็นวิธีการของการรวมสติฟเนสโดยตรงดังได้กล่าวมาแล้วข้างต้น โดยที่

$$[K] = \Sigma [k]^{m} \qquad (2.20)$$

= สติฟเนสเมตริกซ์ของโครงข้อแข็งที่ประกอบด้วยชิ้นส่วน m ชิ้นส่วน

$\{ r \}$ = เวกเตอร์การเปลี่ยนตำแหน่งของจุดข้อต่อของโครงสร้าง ในระบบพิกัดในวงกว้าง

$\{ R \}$ = เวกเตอร์แรงกระทำในระบบพิกัดวงกว้าง ซึ่งประกอบด้วยแรงกระทำที่ข้อต่อ และแรงยึดแน่นปลายของชิ้นส่วน

และสามารถคำนวณหาแรงภายในที่จุดข้อต่อของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่ได้ดังนี้

$$\{ S_{e} \} = [k_{e}] [A] \{ r \} + \{ F_{o} \} \qquad (2.21)$$

โดยที่ $\{ F_{o} \}$ = เวกเตอร์แรงยึดแน่นปลายของชิ้นส่วนในระบบพิกัดเฉพาะที่

2.4 การพิจารณารวมผลของ P-Δ

ในโครงสร้างเกือบทั้งหมดเมื่อมีแรงมากระทำต่อโครงสร้าง ถึงแม้ว่าจะไม่มีแรงกระทำทางด้านข้างก็ตาม โครงสร้างก็จะมีระยะการเคลื่อนที่ทางด้านข้างเกิดขึ้น ผลของการเคลื่อนที่ทางด้านข้างที่เกิดขึ้นนี้ จะทำให้มีแรงตัดที่กระทำต่อไปโครงสร้างมากขึ้น ซึ่งเป็นผลมาจากแรงในแนวดิ่ง และระยะการเคลื่อนที่ทางด้านข้าง แรงตัดส่วนที่เกิดขึ้นเพิ่มเติมนี้จะถูกต้านทานโดยแรงเฉือนในแต่ละชั้นของโครงสร้าง เพื่อรักษาสภาพสมดุลของโครงสร้าง ซึ่งแรงเฉือนที่เกิดขึ้นดังกล่าว จะนำไปรวมกับแรงที่มีอยู่แล้ว ทำให้โครงสร้างเสมือนว่ามีแรงกระทำทางด้านข้างเพิ่มขึ้น ซึ่งผลของการที่พิจารณาระยะการเคลื่อนที่ทางด้านข้างของโครงสร้างในการวิเคราะห์โครงสร้างนี้ เรียกว่า Second-Order Analysis โดยพิจารณารวมผลของ P-Δ

ในโครงสร้างที่มีความสูงไม่มากนักผลของ P-Δ จะมีค่าน้อยจนสามารถตัดทิ้งได้ แต่อย่างไรก็ตามเมื่อโครงสร้างมีความสูงมากขึ้น เราจำเป็นต้องพิจารณาผลของ P-Δ โดยเฉพาะในกรณีที่โครงสร้างมีความอ่อนตัว (flexible structure) และมีแรงกระทำในแนว

ดิ่งมาก มีความจำเป็นที่จะต้องวิเคราะห์ถึงผลอันเนื่องจาก nonlinearity โดยเฉพาะอย่างยิ่ง Geometric nonlinearity จะมีผลกระทบต่อแรงภายในและระยะการเคลื่อนที่ของโครงสร้างเป็นอย่างมาก ซึ่งถ้าเราไม่พิจารณาผลอันนี้ในการวิเคราะห์และออกแบบโครงสร้างแล้ว อาจจะทำให้โครงสร้างเกิดการวิบัติได้

ในงานวิจัยนี้จะพิจารณารวมผลของ P-Δ ด้วยวิธีทำซ้ำ (Iterative) วิธีนี้ผลของระยะเยื้องศูนย์ของแรงในแนวดิ่งจะถูกแปลงไปเป็นแรงเฉือนเทียบเท่า ซึ่งมีผลทำให้โมเมนต์ที่เพิ่มขึ้นมีค่าเท่ากัน พิจารณาชิ้นส่วนในแนวดิ่งใดๆ ตามรูป 2.3

ผลของ P-Δ จะทำให้มีโมเมนต์ในชิ้นส่วนเพิ่มขึ้น $P\delta^*$ จะได้ว่า

$$M^* = Vh + P\delta^* \qquad (2.22)$$

และแรงเฉือน V จะมีค่าเพิ่มขึ้น V' เมื่อคิดผลของ P-Δ จะได้ว่า

$$V' = P\delta^*/h = k_g \delta^* \qquad (2.23)$$

เมื่อพิจารณารวมทั้งโครงสร้าง โดยการรวมทุกชิ้นส่วนเข้าด้วยกันโดยอาศัยสมการลมดุล สามารถเขียนอยู่ในรูปเมตริกซ์ได้เป็น

$$\{ R^* \} = [K_g] \{ r \} \qquad (2.24)$$

เมื่อรวม $\{ R^* \}$ เข้ากับแรงที่กระทำต่อโครงสร้างที่กำหนด ก็จะได้

$$\{ R \} + \{ R^* \} = [K] \{ r \} \qquad (2.25)$$

โดยที่ P = แรงแนวแกนของชิ้นส่วน .

V = แรงเฉือนของชิ้นส่วน

V' = แรงเฉือนเทียบเท่า ส่วนที่เพิ่มเนื่องจาก P-Δ

M^* = แรงดัดของชิ้นส่วนเมื่อรวมผลจาก P-Δ

h = ความยาวของชิ้นส่วน

δ^* = ระยะเยื้องศูนย์ในแนวดิ่งของแรงแนวแกน

k_g = สติฟเนสทางเรขาคณิตของชิ้นส่วน

ซึ่งเมื่อพิจารณาจะเห็นว่าการรวมผล P-Δ เข้าไปจะทำให้แรงกระทำที่จุดข้อต่อของชิ้นส่วนนั้นในแนวตั้งฉากเพิ่มขึ้น ซึ่งจะส่งผลทำให้โครงสร้างมีการเคลื่อนที่ของจุดข้อต่อและแรงภายในของชิ้นส่วนมีค่ามากขึ้น และเนื่องจากว่าค่าของแรงภายนอกที่กระทำเพิ่มขึ้นนั้นขึ้นกับค่า P แต่ค่า P ยังเป็นค่าที่เราไม่ทราบ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้วิธีทำซ้ำจนกระทั่งได้ P ที่เข้าใกล้กับค่าจริง และเราสามารถสรุปขั้นตอนต่างๆ ได้ดังนี้

ก. ทำการวิเคราะห์โครงสร้างจากแรงกระทำที่กำหนดมาโดยไม่คำนึงผล P-Δ ผล

การวิเคราะห์จะได้ ระยะการเคลื่อนที่ { r } และ ค่าแรงภายในของชิ้นส่วน { S }

ข. คำนวณหา [K_g] เพื่อนำไปหาค่า { R^* }

ค. แก้สมการสมดุล จากสมการ (2.25) จะได้ระยะการเคลื่อนที่ และค่าแรงภายใน ซึ่งรวมผล P-Δ

ง. ขั้นตอน ข. และ ค. จะกระทำซ้ำจนกว่า P ที่วิเคราะห์ได้ จะแตกต่างจากค่าในรอบที่แล้วอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ ในงานวิจัยนี้จะทำจนกระทั่งค่า P แตกต่างจากค่าในรอบที่แล้วไม่เกิน 0.1% โดยทั่วไปการทำซ้ำ 3 ถึง 6 รอบที่ระดับน้ำหนักบรรทุกใช้งานก็เพียงพอแล้ว แต่ที่ระดับตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่มากขึ้นจะต้องทำซ้ำมากขึ้น โดยเฉพาะเมื่อเกิดระยะโก่งตัวมากขึ้นอาจต้องทำซ้ำถึง 40 รอบ

2.5 การพิจารณารวมผลของการย้อนกลับของโมเมนต์ ณ จุดหมุนพลาสติก

หลังจากที่แรงแนวแกนและโมเมนต์ขององค์อาคารทำให้เกิดเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติกขึ้นภายในองค์อาคารแล้ว องค์อาคารนั้นยังสามารถรับแรงแนวแกนเพิ่มขึ้นได้อีก การเพิ่มขึ้นของแรงแนวแกนขององค์อาคารนี้ ทำให้เงื่อนไขของจุดหมุนพลาสติกเปลี่ยนไปจากรูปที่ 2.4 จุด A เป็นจุดที่องค์อาคารเกิดเงื่อนไขของจุดหมุนพลาสติก เมื่อองค์อาคารรับแรงแนวแกนเพิ่ม ค่าของแรงภายในแสดงได้ด้วยจุด A′ จะเห็นว่าจุด A′ นี้เป็นจุดที่ไม่ควรเกิดขึ้น เนื่องจากไม่ถูกต้องตามเงื่อนไขของจุดหมุนพลาสติก เพื่อรักษาแรงแนวแกนที่เพิ่มขึ้นนี้ไว้ จึงใช้จุด B เป็นจุดที่เกิดเงื่อนไขของจุดหมุนพลาสติก ดังนั้นความแตกต่างของแรงดัดระหว่างจุด A และ จุด B จะทำให้เกิดโมเมนต์ย้อนกลับ ณ จุดหมุนพลาสติก โมเมนต์ย้อนกลับของชิ้นส่วนที่เกิดจุดหมุนพลาสติกที่อยู่ที่จุดข้อต่อเดียวกัน เมื่อรวมกันก็จะเป็นโมเมนต์ภายนอกกระทำที่จุดข้อต่อของโครงสร้าง จะเห็นว่าการที่จะทราบแรงแนวแกนเพื่อหาโมเมนต์ย้อนกลับนี้จะต้องใช้วิธีทำซ้ำเช่นเดียวกับการพิจารณาผลของ P-Δ

2.6 หลักการและวิธีทางอิลาสติก-พลาสติก

การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีอิลาสติก-พลาสติก เป็นวิธีวิเคราะห์โครงสร้างที่นำเอาการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีอิลาสติก มาประยุกต์เข้ากับหลักการบางอย่างโดยมีขั้นตอนหลักในการวิเคราะห์ดังนี้

2.6.1 วิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีการเปลี่ยนตำแหน่งดังกล่าวมาแล้วข้างต้น โดยผลของการวิเคราะห์ที่ได้ เช่น แรงภายในที่จุดข้อต่อของแต่ละชิ้นส่วนจะถูกนำไปใช้ในการวิเคราะห์ขั้นตอนต่อไป

2.6.2 คำนวณค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุก (Load Factor) ที่ทั้งสองปลายของแต่ละชิ้นส่วนย่อยทุก ๆ ชิ้นส่วน ซึ่งจะทำให้เกิดจุดหมุนพลาสติกขึ้นในชิ้นส่วนนั้น

2.6.3 หาค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่มีค่าน้อยที่สุดที่หาได้ และตำแหน่งที่เกิดจุดหมุนพลาสติก

2.6.4 คำนวณค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกสะสม ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งสะสม และค่าแรงภายในสะสม

2.6.5 เปลี่ยนแปลงสติฟเนสของชิ้นส่วนย่อยเมื่อมีจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้น

2.6.6 กระทำซ้ำขั้นตอนที่ 2.6.1 ถึง 2.6.5 จนกว่าจะตรวจสอบพบว่าโครงสร้างไม่มีความเสถียร (Unstable)

สำหรับหลักการที่นำมาผสมผสานเข้ากับการวิเคราะห์โครงสร้าง ด้วยวิธีอิลาสติกก็คือ ขั้นตอนที่ 2.6.2 ถึง 2.6.6 ซึ่งเป็นการทำในลักษณะที่เพิ่มน้ำหนักบรรทุกที่กระทำต่อโครงสร้าง จนกระทั่งมีบางจุดในโครงสร้างเกิดหน่วยแรงคลากดลอดทั้งหน้าตัด ซึ่งก็คือความหมายของจุดหมุนพลาสติก จากนั้นก็เพิ่มน้ำหนักบรรทุกต่อจนทำให้โครงสร้างมีจำนวนจุดหมุนพลาสติกมากพอที่จะทำให้โครงสร้างไม่มีความเสถียร

2.7 เงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติก

เป็นที่ทราบกันดีว่าแรงแนวแกนขององค์อาคารนอกจากจะทำให้ชิ้นส่วนเกิดความไม่เสถียรภาพแล้ว ยังมีผลทำให้พลาสติกโมเมนต์มีค่าลดลงอีกด้วย ในกรณีโครงสร้างสูง 1-2 ชั้นแรงในแนวแกนอาจมีค่าน้อย แต่สำหรับโครงสร้างสูงหลายชั้น (Multistory Frames) แรงในแนวแกนของเสาชั้นล่างๆจะมีค่ามาก ดังนั้นจึงจำเป็นต้องคำนึงถึงผลกระทบของแรงแนวแกน

สำหรับความสัมพันธ์ระหว่างแรงแนวแกน กับแรงดัดในการรับน้ำหนักของชิ้นส่วนที่ใช้เป็นเงื่อนไขในการเกิดจุดหมุนพลาสติกในแง่ของกำลัง ซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

2.7.1) หน้าตัด W สามารถแสดงได้ ในรูปที่ 2.5

$$P/P_y + 0.85\, M/M_p <= 1.0 \quad \text{เมื่อ } P/P_y > 0.15 \qquad (2.26)$$

$$M/M_p <= 1.0 \quad \text{เมื่อ } P/P_y <= 0.15 \qquad (2.27)$$

2.6.2) หน้าตัด สี่เหลี่ยมผืนผ้า สามารถแสดงได้ ในรูปที่ 2.6

$$(P/P_y)^2 + M/M_p <= 1.0 \qquad (2.28)$$

019249

โดยที่

P = แรงแนวแกนของชิ้นส่วน

M = แรงดัดของชิ้นส่วน

$P_y = F_y A$

= แรงแนวแกนเพียงอย่างเดียวที่ทำให้ชิ้นส่วนคลาก

F_y = กำลังคลากของวัสดุ

A = พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วน

$M_p = F_y Z$

= แรงดัดพลาสติกของชิ้นส่วน

Z = พลาสติกโมดูลัสของหน้าตัด

2.8 การคำนวณค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุก

การคำนวณค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกเป็นขั้นตอนหนึ่งของการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธีอิลาสติก-พลาสติก ในขั้นตอนนี้จะเป็นการหาค่าที่ต่ำที่สุดของตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกโดยจะคำนวณที่ปลายทั้งสองของแต่ละชิ้นส่วนย่อย ซึ่งเมื่อนำไปคูณกับแรงกระทำ $\{ R \}$ แล้วจะทำให้มีจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นในโครงสร้าง โดยที่แรงภายในที่จะทำให้เกิดจุดหมุนพลาสติกขึ้น ก็คือโมเมนต์และแรงแนวแกน ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไขที่ทำให้เกิดจุดหมุนพลาสติกดังได้กล่าวมาแล้วในหัวข้อที่ 2.7 สำหรับการหาค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่ทำให้เกิดจุดหมุนพลาสติกในแต่ตัวที่อยู่ต่อเนื่องกัน สามารถทำได้โดยการเพิ่มน้ำหนักบรรทุกจากตำแหน่งจุดหมุนพลาสติกเดิม (λ_1)ด้วยขนาด $\Delta\lambda_1$ โดยเลือกให้ $\Delta\lambda_1$ มีค่าน้อยๆ เท่ากับค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้ (toterance) สำหรับตัวประกอบน้ำหนักบรรทุก สำหรับงานวิจัยนี้ใช้ $\Delta\lambda_1$ เท่ากับ 0.001 ทั้งนี้เนื่องจากว่าถ้าเลือก $\Delta\lambda_1$ มีขนาดใหญ่เกินไปจะทำให้โครงสร้างที่วิเคราะห์ไม่มีความเสถียรภาพได้ จากนั้นทำการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยขนาดตัวประกอบน้ำหนักบรรทุก $\lambda_1 + \Delta\lambda_1$ ถ้าโครงสร้างที่วิเคราะห์ไม่มีเสถียรภาพจะถือว่าจุดหมุนพลาสติกที่มีอยู่เป็นจุดหมุนพลาสติกตัวสุดท้ายก่อนเกิดการวิบัติของโครงสร้าง และค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกสูงสุดที่โครงสร้างสามารถรับได้ คือ λ_1 โดยมีความผิดพลาดไม่เกิน $\Delta\lambda_1$ แต่ถ้าโครงสร้างที่วิเคราะห์มีเสถียรภาพก็จะคำนวณอัตราส่วนที่ทำให้เกิดจุดหมุนพลาสติกจากสมการ 2.26 ถึง 2.28 จากนั้นก็จะประมาณค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกตัวถัดไป โดยอาศัยการประมาณแบบลากานซ์ (Lagrange interpolation) และทำการตรวจสอบเงื่อนไขการเกิดจุดหมุนพลาสติกในหัวข้อ 2.7 ของทุกชิ้นส่วนย่อยซ้ำจนกระทั่งได้ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกน้อยที่สุดที่ทำให้เงื่อนไขของการเกิดจุดหมุนพลาสติกเป็นจริง ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการแสดงได้ดังนี้

$$\lambda_{i+1,n+1} = \lambda_1 + \Delta\lambda_{n+1} = \Sigma\lambda_j(f)\ (\lambda_1+\Delta\lambda_j) \qquad (2.29)$$

$$\lambda_j(f) = \frac{(f-f_1)\ ..\ (f-f_{j-i})(f-f_{j+1})\ ..\ (f-f_n)}{(f_j-f_1)\ ..\ (f_j-f_{j-1})(f_j-f_{j+1})\ ..\ (f_j-f_n)} \qquad (2.30)$$

โดยที่ $f = 1.0$

สำหรับหน้าตัด W

$$f_j = \left|P_j/P_y\right| + 0.85\left|M_j/M_p\right| \quad \text{เมื่อ } P/P_y > 0.15 \qquad (2.31)$$

$$f_j = \left|M_j/M_p\right| \quad \text{เมื่อ } P/P_y <= 0.15 \qquad (2.32)$$

หน้าตัด ลี่เหลี่ยมผืนผ้า

$$f_j = (P_j/P_y)^2 + \left|M_j/M_p\right| \qquad (2.33)$$

λ_1 = ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกเมื่อเกิดจุดหมุนพลาสติก i จุด

$\lambda_{i+1,n+1}$ = ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกเมื่อเกิดจุดหมุนพลาสติก i+1 จุด โดยอาศัยการประมาณจากโพลิโนเมียลดีกรี n

$\Delta\lambda_{n+1}$ = ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่เพิ่มขึ้นจากเดิม ที่มีจุดหมุนพลาสติก i+1 จุด เป็น i+1 จุด โดยอาศัยการประมาณจากโพลิโนเมียลดีกรี n

2.9 การคำนวณค่าผลลัพธ์สะสม

หลังจากที่ทราบค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่น้อยที่สุดในวงรอบการทำงานที่ j ซึ่งหมายถึง ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกที่ทำให้โครงสร้างเดิมที่มีจุดหมุนพลาสติกอยู่ j-1 จุด และถูกกระทำอยู่ด้วยแรง $\lambda^{j-1}_c \{ R \}$ กลายเป็นโครงสร้างที่มีจุดหมุนพลาสติก j จุดภายใต้แรงกระทำ $\lambda^{j-1}_c \{ R \} + \lambda^j_m \{ R \}$ และสามารถคำนวณค่าผลลัพธ์สะสมอื่น ๆ ได้ดังนี้

$$\lambda^j_c = \sum_{j=1}^{j} \lambda^j_m = \lambda^j_m + \lambda^{j-1}_c \qquad (2.34)$$

$$D^{J}_{c\,i} = \sum_{j=1}^{J} \lambda^{J}_{m}\ D^{J}_{i} = \lambda^{J}_{m}\ D^{J}_{i} + D^{J-1}_{c\,i} \qquad (2.35)$$

$$P^{J}_{ck} = \sum_{j=1}^{J} \lambda^{J}_{m}\ P^{J}_{k} = \lambda^{J}_{m}\ P^{J}_{k} + P^{J-1}_{ck} \qquad (2.36)$$

$$M^{J}_{c\,ik} = \sum_{j=1}^{J} \lambda^{J}_{m}\ M^{J}_{ik} = \lambda^{J}_{m}\ M^{J}_{ik} + M^{J-1}_{c\,ik} \qquad (2.37)$$

โดยที่ λ^{J}_{c} = ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกสะสมในวงรอบการทำงานที่ j

λ^{J-1}_{c} = ค่าตัวประกอบน้ำหนักบรรทุกสะสมในวงรอบการทำงานที่ j-1

$D^{J}_{c\,i}$ = ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งสะสมที่ข้อต่อ i ในวงรอบการทำงานที่ j

D^{J}_{i} = ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ข้อต่อ i ในวงรอบการทำงานที่ j

$D^{J-1}_{c\,i}$ = ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งสะสมที่ข้อต่อ i ในวงรอบการทำงานที่ j-1

P^{J}_{ck} = แรงแนวแกนสะสมของชิ้นส่วน k ในวงรอบการทำงานที่ j

$M^{J}_{c\,ik}$ = แรงดัดสะสมที่ปลาย i ของชิ้นส่วน k ในวงรอบการทำงานที่ j

2.10 การเปลี่ยนแปลงสติฟเนสเมติกซ์ของชิ้นส่วนย่อย

เมื่อจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นที่ชิ้นส่วนใดในโครงสร้าง จะทำให้ความสามารถในการรับแรงของชิ้นส่วนนั้น ๆ เปลี่ยนไป ซึ่งย่อมจะมีผลกระทบต่อการรับแรงต่าง ๆ ทั้งหมดของโครงสร้างไปด้วย ดังนั้นจึงจำเป็นที่จะต้องพิจารณาเปลี่ยนแปลงค่าสติฟเนสเมติกซ์ของชิ้นส่วนที่เกิดจุดหมุนพลาสติกขึ้น เพื่อให้สอดคล้องกับความเป็นจริงในการรับแรงของชิ้นส่วนนั้นๆ และเงื่อนไขของการเกิดจุดหมุนพลาสติกในหัวข้อ 2.7 ที่มีผลมาจากโมเมนต์และแรงแนวแกน ซึ่งสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนที่เกิดจุดหมุนพลาสติกในระบบพิกัดเฉพาะที่ เมื่อพิจารณาผลของแรงแนวแกนและ โมเมนต์ที่มีผลต่อการเปลี่ยนตำแหน่งจะเป็นกรณีใดกรณีหนึ่งดังต่อไปนี้

2.10.1 สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วน ที่มีจุดข้อต่อทางซ้ายมือเป็นจุดหมุนพลาสติก (Left Plastic Hinge) และด้านขวามือยังสามารถรับการกระจายของโมเมนต์ได้ตามรูปที่ 2.7 ใช้ค่าคงที่ในสมการ 2.13 ดังนี้

$$a = EA/L \qquad (2.38)$$

$$b = 0$$

$$c = 0$$

$$d = 6EI/(L^{3}(2+\alpha))$$

$$e = 0$$

$$f = 0$$

2.10.2 สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วน ที่มีจุดข้อต่อทางขวามือเป็นจุดหมุนพลาสติก (Right Plastic Hinge) และด้านซ้ายมือยังสามารถรับการกระจายของโมเมนต์ได้ตามรูปที่ 2.8 ใช้ค่าคงที่ในสมการ 2.13 ดังนี้

$$a = EA/L \tag{2.39}$$

$$b = 0$$

$$c = 0$$

$$d = 6EI/(L^3(2+\alpha))$$

$$e = 6EI/(L^2(2+\alpha))$$

$$f = 6EI/(L(2+\alpha))$$

2.10.3 สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนที่มีจุดหมุนพลาสติกเกิดในชิ้นส่วน ตามรูปที่ 2.9 ใช้ค่าคงที่ในสมการ 2.13 ดังนี้

$$a = EA/L \tag{2.40}$$

$$b = 0$$

$$c = 0$$

$$d = 6EI/(2(x_1^3+x_2^3)+\alpha(x1+x2)^3)$$

$$e = 6EIx_1/(2(x_1^3+x_2^3)+\alpha(x1+x2)^3)$$

$$f = 6EIx_1^2/(2(x_1^3+x_2^3)+\alpha(x1+x2)^3)$$

2.10.4 สติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วนที่มีจุดหมุนพลาสติกสองจุดในชิ้นส่วน ได้แก่
ชิ้นส่วนที่มีจุดหมุนพลาสติกเกิดที่จุดข้อต่อทั้งทางซ้ายมือและในชิ้นส่วน
ชิ้นส่วนที่มีจุดหมุนพลาสติกเกิดที่จุดข้อต่อทั้งทางขวามือและในชิ้นส่วน
ชิ้นส่วนที่มีจุดหมุนพลาสติกเกิดที่จุดข้อต่อทั้งทางซ้ายมือและทางขวามือ
ตามรูปที่ 2.10 , 2.11 และ 2.12 ตามลำดับ
ใช้ค่าคงที่ในสมการ 2.13 ดังนี้

$$a = EA/L \tag{2.41}$$

$$b = 0$$

$$c = 0$$

$$d = 0$$

$$e = 0$$

$$f = 0$$

2.11 การตรวจสอบความมีเสถียรภาพของโครงสร้าง

สติฟเนสเมตริกซ์ของโครงข้อแข็งเปลี่ยนแปลงตามสติฟเนสเมตริกซ์ของชิ้นส่วน เมื่อจุดหมุนพลาสติกเกิดขึ้นจนในที่สุดโครงข้อแข็งเกิดความไม่เสถียร โดยตรวจสอบได้เมื่อ

ก) เทอมใดเทอมหนึ่งในแนวทแยงของสติฟเนสเมตริกซ์ของโครงสร้างมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับศูนย์

ข) ค่าของการเปลี่ยนตำแหน่งมีค่ามาก เนื่องจากว่าเมื่อมีจุดหมุนพลาสติกมากพอโครงสร้างก็จะมีการเปลี่ยนตำแหน่งมากอย่างไม่จำกัด โดยไม่สามารถรับน้ำหนักบรรทุกเพิ่มได้อีก