บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์

การวิจัยในครั้งนี้ต้องการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณที่ได้จากวิธีกำลังสองต่ำสุดและวิธีบูตสแตรป เมื่อความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ แบบยูนิฟอร์ม แบบโลจิสติค แบบดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล และแบบปกติปลอมปนเมื่อมีเปอร์เซนต์ปลอมปนเป็น 1% 5% 10% และ 25% สำหรับสเกลแฟคเตอร์ 2 ระดับ คือ 3 และ 10 ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้มี 3 ชุดคือ

- ชุดที่ 1 (n_1) = 50 จำนวนตัวแปรอิสระ (p_1) = 5
- ชุดที่ 2 (n_2) = 10 จำนวนตัวแปรอิสระ (p_2) = 4
- ชุดที่ 3 (n_3) = 5 จำนวนตัวแปรอิสระ (p_3) = 3

จากการศึกษาถึงวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ดังกล่าวข้างต้น จะใช้ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณแต่ละตัว และฟังก์ชั่นเชิงเส้นของตัวประมาณเป็นเกณฑ์ในการวัดประสิทธิภาพของตัวประมาณ ซึ่งจะนำเสนอในรูปตาราง และเพื่อสะดวกในการอธิบายจะใช้สัญญลักษณ์ต่อไปนี้แทนความหมายต่าง ๆ ดังนี้

n หมายถึง ขนาดของตัวอย่าง

p หมายถึง จำนวนของตัวแปรอิสระ

β_i หมายถึง พารามิเตอร์ซึ่งเป็นค่าสัมประสิทธิ์ความถดถอยตัวที่ i ; i = 1,2,...,p

$\hat{\beta}_i$ หมายถึง ค่าประมาณของพารามิเตอร์ตัวที่ i ; i = 1,2,...,p

1 หมายถึง เมตริกซ์ของค่าคงที่ขนาด p x 1 ซึ่งมีสมาชิกทุกตัวเป็น 1

MSE ($\hat{\beta}_i$) หมายถึง ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณของพารามิเตอร์ตัวที่ i ; i =1,2,...,p

RE หมายถึง ประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของตัวประมาณวิธีกำลังสองต่ำสุดเมื่อเทียบกับวิธีบูตสแตรป

LS หมายถึง วิธีกำลังสองต่ำสุด

BOOT หมายถึง วิธีบูตสแตรป

4.1 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวประมาณแต่ละตัวโดยใช้ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย

สำหรับการหาความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณที่ได้จากวิธีกำลังสองต่ำสุดและวิธีบูตสแตรปจากการทดลองนั้น จะนำเสนอผลที่ได้ในรูปของตาราง ในกรณีที่ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงลักษณะต่าง ๆ และตามขนาดตัวอย่างที่กล่าวมาแล้วด้วยตาราง 4.1 - 4.9

จากค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่ได้ ซึ่งได้นำเสนอเป็นตารางแล้วนั้น จะทำการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยดังกล่าว ในลักษณะประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธีกำลังสองต่ำสุดและวิธีบูตสแตรป โดยจะนำเสนอด้วยตาราง 4.10 - 4.12

4.1.1 ผลการวิเคราะห์ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณแต่ละตัว

ผลการวิเคราะห์ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณแต่ละตัวที่ได้จากวิธีกำลังต่ำสุดและวิธีบูตสแตรป เมื่อความคลาดเคลื่อน (ε) มีการแจกแจงแบบต่าง ๆ ซึ่งมีรายละเอียดแสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.1 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณแต่ละตัวที่ได้จากวิธีกำลังสองต่ำสุดและวิธีบูตสแตรปเมื่อความคลาดเคลื่อน (ε) มีการแจกแจงแบบปกติ แบบโลจิสติค แบบดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 1 คือ $n = 50$, $p = 5$

ลักษณะการแจกแจง	วิธี	$MSE(\hat{\beta}_1)$	$MSE(\hat{\beta}_2)$	$MSE(\hat{\beta}_3)$	$MSE(\hat{\beta}_4)$	$MSE(\hat{\beta}_5)$
ปกติ	LS	496.127582*	0.427915*	0.021054*	0.010693*	0.006037*
	BOOT	504.422545	0.428691	0.021336	0.010702	0.006094
ยูนิฟอร์ม	LS	5.043712	0.004268	0.000209	0.000134	0.000056*
	BOOT	5.008427*	0.004198*	0.000209	0.000132*	0.000057
โลจิสติค	LS	358.244729*	0.060758*	0.020202	0.031380*	0.000081
	BOOT	388.930559	0.068117	0.019660*	0.031890	0.000078*
ดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล	LS	4.545105	0.003889	0.000200	0.000128	0.000057*
	BOOT	4.501749*	0.003848*	0.000199*	0.000126*	0.000059

* หมายถึง มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

ตารางที่ 4.2 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณแต่ละตัวที่ได้จากวิธีกำลังสองต่ำสุดและวิธีบูตสแตรปเมื่อความคลาดเคลื่อน (ε) มีการแจกแจงแบบปกติ แบบโลจิสติค แบบดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 2 คือ $n = 10$, $p = 4$

ลักษณะการแจกแจง	วิธี	$MSE(\hat{\beta}_1)$	$MSE(\hat{\beta}_2)$	$MSE(\hat{\beta}_3)$	$MSE(\hat{\beta}_4)$
ปกติ	LS	2254.885359*	1.936788*	0.383051*	0.031004*
	BOOT	2279.090443	1.954911	0.388136	0.031497
ยูนิฟอร์ม	LS	20.658608*	0.017779*	0.002838*	0.000260*
	BOOT	20.855989	0.017871	0.002832*	0.000264
โลจิสติค	LS	20.246887*	0.017282*	0.002625	0.000261*
	BOOT	20.528850	0.017465	0.002619*	0.000265
ดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล	LS	20.030106*	0.017222*	0.002559	0.000264*
	BOOT	20.324341	0.017421	0.002554*	0.000268

* หมายถึง มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

ตารางที่ 4.3 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณแต่ละตัวที่ได้จากวิธีกำลังสองต่ำสุดและวิธีบูตสแตรปเมื่อความคลาดเคลื่อน (c) มีการแจกแจงแบบปกติ แบบยูนิฟอร์ม แบบโลจิสติค แบบดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 3 คือ n = 5, p = 3

ลักษณะการแจกแจง	วิธี	$MSE(\hat{\beta}_1)$	$MSE(\hat{\beta}_2)$	$MSE(\hat{\beta}_3)$
ปกติ	LS	3588.645622	3.368638*	0.492592
	BOOT	3583.982411*	3.382874	0.491364*
ยูนิฟอร์ม	LS	35.694079	0.040926	0.005627
	BOOT	36.202747*	0.040536*	0.005575*
โลจิสติค	LS	40.024467*	0.043273	0.005620
	BOOT	40.454307	0.043125*	0.005581*
ดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล	LS	41.025596*	0.043738	0.005586
	BOOT	41.417848	0.043692*	0.005556*

* หมายถึง มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

ตารางที่ 4.4 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณแต่ละตัวที่ได้จากวิธีกำลังสองต่ำสุด และวิธีบูตสแตรป เมื่อความคลาดเคลื่อน (ε) มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปนที่สเกลแฟคเตอร์เป็น 3 จำแนกตามเปอร์เซนต์การปลอมปน และขนาดตัวอย่างชุดที่ 1 คือ n = 50 , p = 5

เปอร์เซนต์การปลอมปน	วิธี	$MSE(\hat{\beta}_1)$	$MSE(\hat{\beta}_2)$	$MSE(\hat{\beta}_3)$	$MSE(\hat{\beta}_4)$	$MSE(\hat{\beta}_5)$
1%	LS	518.348156	0.411270*	0.023001*	0.009913*	0.005437
	BOOT	516.456269*	0.419929	0.024084	0.010169	0.005428*
5%	LS	691.634860	0.581962*	0.030560*	0.012897*	0.007595*
	BOOT	679.991412*	0.593457	0.031891	0.013158	0.007646
10%	LS	910.844515	0.753156*	0.037630*	0.017518*	0.010232
	BOOT	905.875774*	0.764371	0.039586	0.018004	0.010195*
25%	LS	1408.179919	1.210608*	0.064469*	0.026616*	0.015737
	BOOT	1394.312823*	1.229262	0.066701	0.027134	0.015567*

* หมายถึง มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

ตารางที่ 4.5 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณแต่ละตัวที่ได้จากวิธีกำลังสองต่ำสุด และวิธีบูตสแตรป เมื่อความคลาดเคลื่อน (ε) มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปนที่สเกลแฟคเตอร์เป็น 3 จำแนกตามเปอร์เซนต์การปลอมปนและขนาดตัวอย่างชุดที่ 2 คือ n = 10 , p = 4

เปอร์เซนต์การปลอมปน	วิธี	$MSE(\hat{\beta}_1)$	$MSE(\hat{\beta}_2)$	$MSE(\hat{\beta}_3)$	$MSE(\hat{\beta}_4)$
1%	LS	2357.041695*	2.042809*	0.334389*	0.030992
	BOOT	2381.022978	2.086661	0.337716	0.030829*
5%	LS	2764.325952*	2.401710*	0.397077	0.037161*
	BOOT	2771.089581	2.449445	0.396318*	0.037184
10%	LS	4095.908577*	3.339594	0.558463*	0.047919
	BOOT	4141.324049	3.304898*	0.560138	0.047448*
25%	LS	6569.397648*	5.428741	0.923763*	0.089517
	BOOT	6617.322970	5.388768*	0.927596	0.087671*

* หมายถึง มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

ตารางที่ 4.6 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณแต่ละตัวที่ได้จากวิธีกำลังสองต่ำสุด และวิธีบูตสแตรป เมื่อความคลาดเคลื่อน (ε) มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปนที่สเกลแฟคเตอร์เป็น 3 จำแนกตามเปอร์เซนต์การปลอมปน และขนาดตัวอย่างชุดที่ 3 คือ n = 5 , p = 3

เปอร์เซนต์การปลอมปน	วิธี	$MSE(\hat{\beta}_1)$	$MSE(\hat{\beta}_2)$	$MSE(\hat{\beta}_3)$
1%	LS	3212.835361	4.073923	0.521957*
	BOOT	3181.933199*	4.052106*	0.523180
5%	LS	4365.178852	5.224944	0.713135*
	BOOT	4326.355559*	5.181397*	0.718909
10%	LS	5246.563968	6.012865	0.874333*
	BOOT	5179.852796*	5.932127*	0.875321
25%	LS	9339.324187	10.872819	1.586275*
	BOOT	9279.084739*	10.765048*	1.578474

* หมายถึง มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

ตารางที่ 4.7 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณแต่ละตัวที่ได้จากวิธีกำลังสองต่ำสุด และวิธีบูตสแตรป เมื่อความคลาดเคลื่อน (ε) มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปนที่สเกลแฟคเตอร์เป็น 10 จำแนกตามเปอร์เซนต์การปลอมปน และขนาดตัวอย่างชุดที่ 1 คือ n = 50 , p = 5

เปอร์เซนต์การปลอมปน	วิธี	$MSE(\hat{\beta}_1)$	$MSE(\hat{\beta}_2)$	$MSE(\hat{\beta}_3)$	$MSE(\hat{\beta}_4)$	$MSE(\hat{\beta}_5)$
1%	LS	1212.709150*	1.030449	0.044150*	0.018442*	0.010893*
	BOOT	1219.666047	1.028166*	0.046101	0.018988	0.011144
5%	LS	3471.937713	2.777831	0.412376*	0.056615*	0.037480*
	BOOT	3399.254900*	2.775524*	0.145882	0.057992	0.038652
10%	LS	6199.764057	4.908237*	0.219644*	0.121343*	0.066096*
	BOOT	6176.976370*	4.921511	0.228619	0.124830	0.067353
25%	LS	12397.832153	10.962449*	0.541516*	0.246782*	0.134903
	BOOT	12211.469578*	11.037582	0.552518	0.252110	0.134057*

* หมายถึง มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

ตารางที่ 4.8 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณแต่ละตัวที่ได้จากวิธีกำลังสองต่ำสุด และวิธีบูตสแตรป เมื่อความคลาดเคลื่อน (ε) มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปนที่สเกลแฟคเตอร์เป็น 10 จำแนกตามเปอร์เซนต์การปลอมปน และขนาดตัวอย่างชุดที่ 2 คือ $n = 10$, $p = 4$

เปอร์เซนต์การปลอมปน	วิธี	$MSE(\hat{\beta}_1)$	$MSE(\hat{\beta}_2)$	$MSE(\hat{\beta}_3)$	$MSE(\hat{\beta}_4)$
1%	LS	5522.844577*	5.366039	0.632984*	0.071601
	BOOT	5593.014978	5.363962*	0.646586	0.071360*
5%	LS	9977.640169	9.416392*	1.475065	0.153133*
	BOOT	9837.661162*	9.471614	1.435463*	0.156098
10%	LS	26193.925892*	21.670840	3.365672	0.282758
	BOOT	26436.311813	20.811058*	3.340849*	0.280573*
25%	LS	55230.106781*	48.560211	8.109742	0.814854
	BOOT	55746.235211	47.555091*	8.104238*	0.797745*

* หมายถึง มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

ตารางที่ 4.9 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณแต่ละตัวที่ได้จากวิธีกำลังสองต่ำสุด และวิธีบูตสแตรป เมื่อความคลาดเคลื่อน (ε) มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปนที่สเกลแฟคเตอร์เป็น 10 จำแนกตามเปอร์เซนต์การปลอมปน และขนาดตัวอย่างชุดที่ 3 คือ n = 5 , p = 3

เปอร์เซนต์การปลอมปน	วิธี	MSE($\hat{\beta}_1$)	MSE($\hat{\beta}_2$)	MSE($\hat{\beta}_3$)
1%	LS	4799.967804	6.801323	0.800912*
	BOOT	4624.736797*	6.683546*	0.807563
5%	LS	18719.942234	20.797318	3.046443*
	BOOT	18392.530858*	20.466405*	3.106073
10%	LS	30081.177088	32.452493	4.790222*
	BOOT	29546.355271*	31.714990*	4.796066
25%	LS	80474.159657	88.744806	13.554153
	BOOT	80131.403240*	87.637580*	13.468857*

* หมายถึง มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

จากตาราง 4.1 - 4.9 สรุปผลได้ว่า

4.1.1.1 เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบปกติ

4.1.1.1.1 ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 1 คือ n = 50, p = 5 ผลปรากฏว่าวิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า ทุกตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ β

4.1.1.1.2 ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 2 คือ n = 10, p = 4 ผลปรากฏว่าวิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า ทุกตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ β

4.1.1.1.3 ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 3 คือ n = 5, p = 3 ผลปรากฏว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 และ β_3 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า แต่ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_2 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

4.1.1.2 เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม

4.1.1.2.1 ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 1 คือ n = 50, p = 5 ผลปรากฏว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 β_2 และ β_4 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังเฉลี่ยต่ำกว่า และในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_3 ทั้ง 2 วิธีมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังเฉลี่ยเท่ากัน แต่ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_5 วิธีกำลังสองต่ำสุดจะมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังเฉลี่ยต่ำกว่า

4.1.1.2.2 ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 2 คือ n = 10, p = 4 ผลปรากฏว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 β_2 และ β_4 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า แต่ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_3 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อน

กำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

4.1.1.2.3 <u>ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 3</u> คือ n = 5, p = 3 ผลปรากฏว่า วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า ทุกตัวประมาณค่าของพารามิเตอร์ β

4.1.1.3 <u>เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบโลจิสติค</u>

4.1.1.3.1 <u>ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 1</u> คือ n = 50, p = 5 ผลปรากฏว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 β_2 β_4 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า แต่ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_3 และ β_5 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

4.1.1.3.2 <u>ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 2</u> คือ n = 10, p = 4 ผลปรากฏว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 β_2 และ β_4 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า แต่ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_3 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

4.1.1.3.3 <u>ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 3</u> คือ n = 5, p = 3 ผลปรากฏว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_2 และ β_3 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า แต่ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

4.1.1.4 <u>เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล</u>

4.1.1.4.1 <u>ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 1</u> คือ n = 50, p = 5 ผลปรากฏว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 β_2 β_3 และ β_4 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า แต่ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_5 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

4.1.1.4.2 <u>ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 2</u> คือ n = 10, p = 4 ผลปรากฏว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 β_2 และ β_4 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า แต่ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_3 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

4.1.1.4.3 <u>ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 3</u> คือ n = 5, p = 3 ผลปรากฏว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_2 และ β_3 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า แต่ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

4.1.1.5 <u>เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ที่กำหนดค่าสเกลแฟคเตอร์เป็น 3 และเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 1% 5% 10% และ 25%</u>

4.1.1.5.1 <u>ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 1</u> คือ n = 50, p = 5 ผลปรากฏว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_2 β_3 และ β_4 วิธีกำลังเฉลี่ยต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า แต่ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 และ β_5 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่าทุกระดับของเปอร์เซนต์การปลอมปน ยกเว้นเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 5 % การประมาณค่าพารามิเตอร์ β_5 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

4.1.1.5.2 <u>ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 2</u> คือ n = 10, p = 4 ผลปรากฏว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 และ β_3 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่าทุกระดับเปอร์เซนต์การปลอมปน ยกเว้นเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 5% วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า และในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_2 ที่เปอร์เซนต์การปลอมปน 1% และ 5% วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า แต่ที่เปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 10% และ 25% วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า สำหรับในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_4 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาด

เคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่าทุกระดับเปอร์เซนต์การปลอมปน ยกเว้นที่เปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 5%

4.1.1.6.3 ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 3 คือ n = 5, p = 3 ผลปรากฏว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 และ β_2 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า แต่ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_3 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่าทุกระดับของเปอร์เซนต์การปลอมปน

4.1.1.6 เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ที่กำหนดค่าสเกลแฟคเตอร์เป็น 10 และเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 1% 5% 10% และ 25%

4.1.1.6.1 ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 1 คือ n = 50, p = 5 ผลปรากฏว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_3 β_4 และ β_5 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่าทุกระดับเปอร์เซนต์การปลอมปน ยกเว้นเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 25% วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า แต่ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 ทุกระดับของเปอร์เซนต์การปลอมปน ยกเว้นเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 1% วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า และในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_2 ที่เปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 1% และ 5% วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า สำหรับเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 10% และ 25% วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

4.1.1.6.2 ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 2 คือ n = 10, p = 4 ผลปรากฏว่าในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า เมื่อเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 1% และ 25% แต่วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่าเมื่อเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 5% และ 10% ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_2 และ β_4 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า ทุกระดับเปอร์เซนต์การปลอมปน ยกเว้นเปอร์เซ็นต์การการปลอมปนเป็น 5% ในการประมาณค่าพารามิเตอร์

β_3 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า ทุกระดับเปอร์เซนต์การปลอมปน ยกเว้นเปอร์เซ็นต์การการปลอมปนเป็น 1%

4.1.1.6.3 ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 3 คือ n = 5, p = 3 ผลปรากฏว่า ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 และ β_2 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุดทุกระดับเปอร์เซนต์การปลอมปน แต่ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_3 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุดทุกระดับการปลอมปน ยกเว้นเปอร์เซ็นต์การการปลอมปนเป็น 25%

4.2 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของตัวประมาณแต่ละตัว

จากผลการวิเคราะห์ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่เสนอไปแล้วใน 4.1.1 นั้น จะนำมาเปรียบเทียบในลักษณะของประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธีบูตสแตรปเทียบกับวิธีกำลังสองต่ำสุด ซึ่งรายละเอียดแสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 4.10 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธีบูตสแตรปเทียบกับวิธีกำลังสองต่ำสุดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β เมื่อความคลาดเคลื่อน (ε) มีการแจกแจงแบบปกติ แบบยูนิฟอร์ม แบบโลจิสติค แบบดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียลและแบบปกติปลอมปน ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 1 คือ n = 50 , p = 5

ลักษณะการแจกแจง	สเกลแฟคเตอร์	% การปลอมปน	RE (BOOT, LS)				
			$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$
ปกติ	-	-	0.98356	0.99819	0.98679	0.99921	0.99064
ยูนิฟอร์ม	-	-	1.00705	1.01673	1.00087	1.01188	0.97925
โลจิสติค	-	-	0.92110	0.89197	1.02758	0.98399	1.03721
ดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล			1.00963	1.01057	1.00777	1.01583	0.97356
ปกติปลอมปน	3	1	1.00366	0.97938	0.95500	0.97477	1.00166
		5	1.01712	0.98063	0.95827	0.98010	0.99327
		10	1.00549	0.98533	0.95060	0.97300	1.00363
		25	1.00995	0.98483	0.96653	0.98090	1.01093
	10	1	0.99430	1.00222	0.95769	0.97127	0.97743
		5	1.02138	1.00083	0.97597	0.97627	0.96968
		10	1.00369	0.99730	0.96074	0.97207	0.98133
		25	1.01526	0.99319	0.98009	0.97886	1.00631

ตารางที่ 4.11 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธีบูตสแตรปเทียบกับวิธีกำลังสองต่ำสุดในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β เมื่อความคลาดเคลื่อน (ε) มีการแจกแจงแบบปกติ แบบยูนิฟอร์ม แบบโลจิสติค แบบดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียลและแบบปกติปลอมปน ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 2 คือ n = 10 , p = 4

ลักษณะการแจกแจง	สเกลแฟคเตอร์	% การปลอมปน	RE (BOOT, LS)			
			$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
ปกติ	-	-	0.98938	0.99073	0.98690	0.98433
ยูนิฟอร์ม	-	-	0.99054	0.99484	1.00231	0.98356
โลจิสติค	-	-	0.98627	0.98951	1.00239	0.98414
ดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล			0.98552	0.98857	1.00168	0.98439
ปกติปลอมปน	3	1	0.98993	0.97898	0.99015	1.00529
		5	0.99756	0.98051	1.00191	0.99938
		10	0.98903	1.01050	0.99701	1.00993
		25	0.99276	1.00737	0.99587	1.02106
	10	1	0.98745	1.00039	0.97896	1.00339
		5	1.01423	0.99417	1.02759	0.98101
		10	0.99083	1.04131	1.00743	1.00779
		25	0.99074	1.02114	1.00068	1.02145

ตารางที่ 4.12 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธีบูตสแตรปเทียบกับวิธีกำลังสองต่ำสุด ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β เมื่อความคลาดเคลื่อน (ε) มีการแจกแจงแบบปกติ แบบยูนิฟอร์ม แบบโลจิสติค แบบดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล และแบบปกติปลอมปน ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 3 คือ n = 5 , p = 3

ลักษณะการแจกแจง	สเกลแฟคเตอร์	% การปลอมปน	RE (BOOT, LS)		
			$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$
ปกติ	-	-	1.00130	0.99579	1.00250
ยูนิฟอร์ม	-	-	0.98595	1.00961	1.00919
โลจิสติค	-	-	0.98937	1.00344	1.00699
ดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล		-	0.99053	1.00106	1.00545
ปกติปลอมปน	3	1	1.00971	1.00538	0.99766
		5	1.00897	1.00840	0.99197
		10	1.01288	1.01361	0.99887
		25	1.00649	1.01001	1.00494
	10	1	1.03789	1.01762	0.99176
		5	1.01780	1.01617	0.98080
		10	1.01810	1.02325	0.99878
		25	1.00428	1.01263	1.00633

จากตาราง 4.10 - 4.12 สรุปผลได้ว่า

4.2.1 <u>เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบปกติ</u> ผลปรากฏว่า ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 1 และ 2 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์มีค่าน้อยกว่า 1 กล่าวคือ วิธีกำลังสองต่ำสุดมีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีบูตสแตรปในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β แต่ในขนาดตัวอย่างชุดที่ 3 ในการประมาณค่าพารามิเตอร์ β_1 และ β_3 มีค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์มากกว่า 1 นั่นคือ วิธีบูตสแตรปมีประสิทธิภาพสูงกว่า

4.2.2 <u>เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบอื่นที่มิใช่การแจกแจงแบบปกติ</u> ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์จะมีค่าน้อยกว่า 1 และมากกว่า 1 ในการประมาณค่าพารามิเตอร์แต่ละชุดของขนาดตัวอย่าง ผลสรุปที่ได้จากการเปรียบเทียบค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของวิธีบูตสแตรปและวิธีกำลังสองต่ำสุดจะเป็นทำนองเดียวกับในหัวข้อ 4.1.1 กล่าวคือ ในแต่ละขนาดของตัวอย่าง การประมาณค่าพารามิเตอร์บางตัว วิธีกำลังสองต่ำสุดมีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีบูตสแตรป และขณะเดียวกันการประมาณค่าพารามิเตอร์บางตัว วิธีบูตสแตรปก็มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีกำลังสองต่ำสุด

4.3 <u>การเปรียบเทียบประสิทธิภาพในรูปฟังก์ชั่นเชิงเส้นของตัวประมาณโดยใช้ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย</u>

เนื่องจากในการวิเคราะห์ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยของตัวประมาณแต่ละตัวตามขนาดตัวอย่างแต่ละชุด ผลสรุปที่ได้ไม่สามารถระบุแน่ชัดได้ว่าวิธีใดดีกว่า เพราะว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์บางตัววิธีหนึ่งอาจดีกว่าอีกวิธีหนึ่ง ในการศึกษาครั้งนี้จึงพิจารณาค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยในรูปฟังก์ชั่นเชิงเส้นของตัวประมาณ ซึ่งก็คือในรูปผลบวกของตัวประมาณนั่นเอง และจะสรุปผลว่าการประมาณค่าพารามิเตอร์ทุกตัวที่ได้จากวิธีใดวิธีหนึ่งดี ถ้าผลบวกของตัวประมาณทุกตัวมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่าอีกวิธีหนึ่ง ผลที่ได้จากการวิเคราะห์จะแสดงในรูปของตาราง โดยมีรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 4.13 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยในรูปฟังก์ชั่นเชิงเส้นของตัวประมาณที่ได้จากวิธีกำลังสองต่ำสุดและวิธีบูตสแตรป เมื่อความคลาดเคลื่อน (ε) มีการแจกแจงแบบปกติ แบบยูนิฟอร์ม แบบโลจิสติคและแบบดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล จำแนกตามขนาดของตัวอย่าง

ลักษณะการแจกแจง	ตัวอย่าง / วิธี	MSE ($l'\hat{\beta}$)		
		ชุดที่ 1	ชุดที่ 2	ชุดที่ 3
ปกติ	LS	472.312576*	2148.854758*	3449.545474
	BOOT	480.328046	2171.669841	3445.520779*
ยูนิฟอร์ม	LS	4.813358	19.765245*	33.827904*
	BOOT	4.782619*	19.960527	34.344951
โลจิสติค	LS	337.598952*	19.347013*	37.901986*
	BOOT	366.832466	19.621832	38.339215
ดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล	LS	4.345936	19.132013*	38.845670*
	BOOT	4.306259*	19.417982	39.245097

* หมายถึง มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

ตารางที่ 4.14 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยในรูปฟังก์ชั่นเชิงเส้นของตัวประมาณที่ได้จากวิธีกำลังสองต่ำสุดและวิธีบูตสแตรป เมื่อความคลาดเคลื่อน (ε) มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ที่สเกลแฟคเตอร์เป็น 3 จำแนกตามเปอร์เซนต์การปลอมปนและขนาดของตัวอย่าง

เปอร์เซนต์การปลอมปน	ตัวอย่าง / วิธี	MSE ($l'\hat{\beta}$)		
		ชุดที่ 1	ชุดที่ 2	ชุดที่ 3
1%	LS	495.862089	2269.656219*	3067.143468
	BOOT	493.668296*	2292.745399	3038.285659*
5%	LS	659.719367	2670.567748*	4150.921371
	BOOT	647.902746*	2676.932897	4115.026005*
10%	LS	869.284554	3955.212864*	4997.713300
	BOOT	863.817098*	4001.837646	4935.909297*
25%	LS	1346.137662	6342.641115*	8908.042290
	BOOT	1331.311145*	6393.143820	8850.845484*

* หมายถึง มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

ตารางที่ 4.15 ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยในรูปฟังก์ชั่นเชิงเส้นของตัวประมาณที่ได้จากวิธีกำลังสองต่ำสุดและวิธีบูตสแตรป เมื่อความคลาดเคลื่อน (ε) มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ที่สเกลแฟคเตอร์เป็น 10 จำแนกตามเปอร์เซนต์การปลอมปนและขนาดของตัวอย่าง

เปอร์เซนต์การปลอมปน	ตัวอย่าง / วิธี	MSE ($l'\hat{\beta}$)		
		ชุดที่ 1	ชุดที่ 2	ชุดที่ 3
1%	LS	1157.460953*	5296.994074*	4591.195095
	BOOT	1163.964848	5364.959274	4420.771286*
5%	LS	3308.036333	9661.709081	17696.410527
	BOOT	3236.750241*	9525.303963*	17384.254267*
10%	LS	5912.327845	25246.759658*	28567.289761
	BOOT	5888.207180*	25508.811017	28069.940103*
25%	LS	11844.173001	53300.301534*	76857.323809
	BOOT	11654.603961*	53848.513442	76519.005970*

* หมายถึง มีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

จากตารางที่ 4.13 - 4.15 สรุปผลได้ว่า

4.3.1 เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบปกติ ผลปรากฏว่า ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 1 และ 2 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า แต่ในขนาดตัวอย่างชุดที่ 3 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

4.3.2 เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม ผลปรากฏว่า ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 2 และ 3 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า แต่ในขนาดตัวอย่างชุดที่ 1 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

4.3.3 เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบโลจิสติค ผลปรากฏว่า วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า ทุกขนาดของตัวอย่าง

4.3.4 เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบคับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล ผลปรากฏว่า ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 2 และ 3 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำ แต่ในขนาดตัวอย่างชุดที่ 1 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

4.3.5 เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ที่กำหนดค่าสเกลแฟคเตอร์เป็น 3 และเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 1% 5% 10% และ 25% ผลปรากฏว่า ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 1 และ 3 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า แต่ในขนาดตัวอย่างชุดที่ 2 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า

4.3.6 เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ที่กำหนดค่าสเกลแฟคเตอร์เป็น 10 และเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 1% 5% 10% และ 25% ผลปรากฏว่า ตามขนาดตัวอย่างชุดที่ 3 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่า และตามขนาดตัวอย่าง

ชุดที่ 1 วิธีบูตสแตรปมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำกว่าทุกระดับของเปอร์เซนต์การปลอมปน ยกเว้นเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 1 % แต่ในขนาดตัวอย่างชุดที่ 2 วิธีกำลังสองต่ำสุดมีค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด ทุกระดับเปอร์เซนต์การปลอมปน ยกเว้นเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 5%

4.4 การเปรียบเทียบประสิทธิภาพสัมพัทธ์ในรูปฟังก์ชั่นเชิงเส้นของตัวประมาณ

จากการวิเคราะห์ค่าความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยที่เสนอไปแล้วใน 4.1.3 นั้น จะนำมาเปรียบเทียบในลักษณะประสิทธิภาพสัมพัทธ์ของวิธีบูตสแตรปเทียบกับวิธีกำลังสองต่ำสุด ซึ่งรายละเอียดแสดงได้ดังนี้

ตาราง 4.16 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์ในรูปฟังก์ชั่นเชิงเส้นของตัวประมาณของวิธีบูตสแตรปเทียบกับวิธีกำลังสองต่ำสุด เมื่อความคลาดเคลื่อน (ε) มีการแจกแจงแบบปกติ แบบยูนิฟอร์ม แบบโลจิสติค แบบดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล และแบบปกติปลอมปน จำแนกตามขนาดของตัวอย่าง

ลักษณะการ	สเกล	% การ	RE (BOOT, LS)		
แจกแจง	แฟคเตอร์	ปลอมปน	ต.ย.ชุดที่ 1	ต.ย.ชุดที่ 2	ต.ย.ชุดที่ 3
ปกติ	-	-	0.98331	0.98949	1.00117
ยูนิฟอร์ม	-	-	1.00643	0.99022	0.98495
โลจิสติค	-	-	0.92031	0.98599	0.98860
ดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล			1.00921	0.98527	0.98982
ปกติปลอมปน	3	1	1.00444	0.98993	1.00950
		5	1.01824	0.99762	1.00872
		10	1.00633	0.98835	1.01252
		25	1.01114	0.99210	1.00646
	10	1	0.99441	0.98733	1.03855
		5	1.02202	1.01432	1.01796
		10	1.00410	0.98973	1.01772
		25	1.01627	0.98982	1.00442

จากตาราง 4.16 สรุปได้ว่า

4.4.1 <u>เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบปกติ</u> ผลปรากฏว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์มีค่าน้อยกว่า 1 ในขนาดตัวอย่างชุดที่ 1 และ 2 กล่าวคือวิธีกำลังสองต่ำสุดมีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีบูตสแตรป แต่ในขนาดตัวอย่างชุดที่ 3 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์มีค่ามากกว่า 1 นั่นคือวิธีบูตสแตรปมีประสิทธิภาพสูงกว่า

4.4.2 <u>เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มและดับเบิ้ลเอ็กซ์โปเนนเชียล</u> ผลปรากฏว่าค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์มีค่ามากกว่า 1 ในขนาดตัวอย่างชุดที่ 1 กล่าวคือวิธีบูตสแตรปมีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีกำลังสองต่ำสุด แต่ในขนาดตัวอย่างชุดที่ 2 และ 3 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์มีค่าน้อยกว่า 1 นั่นคือวิธีกำลังสองต่ำสุดมีประสิทธิภาพสูงกว่า

4.4.3 <u>เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบโลจิสติค</u> ผลปรากฏว่า ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์มีค่าน้อยกว่า 1 ในทุกขนาดตัวอย่าง กล่าวคือวิธีกำลังสองต่ำสุดมีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีบูตสแตรป

4.4.4 <u>เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ที่กำหนดค่าสเกลแฟคเตอร์เป็น 3 และเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 1% 5% 10% และ 25%</u> ผลปรากฏว่า ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์มีค่ามากกว่า 1 ในขนาดตัวอย่างชุดที่ 1 และ 3 กล่าวคือวิธีบูตสแตรปมีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีกำลังสองต่ำสุด แต่ในขนาดตัวอย่างชุดที่ 2 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์มีค่าน้อยกว่า 1 นั่นคือวิธีกำลังสองต่ำสุดมีประสิทธิภาพสูงกว่า

4.4.5 <u>เมื่อ ε มีการแจกแจงแบบปกติปลอมปน ที่กำหนดค่าสเกลแฟคเตอร์เป็น 10 และเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 1% 5% 10% และ 25%</u> ผลปรากฏว่า ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์มีค่ามากกว่า 1 ในขนาดตัวอย่างชุดที่ 1 กล่าวคือวิธีบูตสแตรปมีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีกำลังสองต่ำสุด ยกเว้นเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 1% และในขนาดตัวอย่างชุดที่ 2 ค่าประสิทธิ

ภาพสัมพัทธ์มีค่าน้อยกว่า 1 กล่าวคือวิธีกำลังสองต่ำสุดมีประสิทธิภาพสูงกว่า ยกเว้นเปอร์เซนต์การปลอมปนเป็น 5% แต่ในขนาดตัวอย่างชุดที่ 3 ค่าประสิทธิภาพสัมพัทธ์มีค่ามากกว่า 1 นั่นคือวิธีบูตสแตรปมีประสิทธิภาพสูงกว่า