

## รายการอ้างอิง

- [1] Xing Chen, I Lambadaris, and Jeremiah F. Hayes, "Queueing Analysis of ATM Multicast Switching Models", IEEE Transactions on Communication Vol. 43 (December 1995) : 2886-2890.
- [2] Chong-Kwon Kim and Tony T. Lee, "Call Scheduling Algorithms in a Multicast Switch", IEEE Transactions on Communication Vol. 40 (March 1992) : 625-635.
- [3] Xing Chen and Jeremiah F. Hayes, "Call Scheduling in Multicast Packet Switching", Proc. IEEE ICC'92 1992 : 895-899.
- [4] Jeremiah F. Hayes, Richard Breault, and Mutafa K. Mehmet-Ali, "Performance Analysis of a Multicast Switch", IEEE Transactions on Communication Vol. 39 (April 1991) : 581-587.
- [5] Joseph Y. Hui and T. Renner, "Queueing Analysis for Multicast Packet Switching", IEEE Transactions on Communication Vol. 42 (April 1994) : 723-731.
- [6] Harry Heffes and David M. Lucantoni, "A Markov Modulated Characterization of Packetized Voice and Data Traffic and Related Statistical Multiplexer Performance", IEEE Journal on Selected Areas in Communications Vol. SAC-4 (September 1986) : 856-868.
- [7] NG Chee Hock, Queueing Modelling Fundamentals. England : John Wiley & Sons, 1996.
- [8] Raif O. Onvural, Asynchronous Transfer Mode Networks Performance Issues. Boston : Artech House, 1994.
- [9] D. Gross and Carl M. Harris, Fundamentals of Queueing Theory. Newyork : John Wiley & Sons, 1974.
- [10] L. Kleinrock, Queueing System volume I : Theory. Newyork : John Wiley & Sons, 1975.
- [11] L. Kleinrock, Queueing System volume II : Computer Applications. Newyork : John Wiley & Sons, 1976.
- [12] Haruo Akimaru and Konosuke Kawashima, Teletraffic. Berlin : Springer-Verlag, 1993.



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ภาคผนวก

## ที่มาของสมการที่ (3-8)

กำหนดให้  $X_k$  คือระยะเวลาระหว่างเซลล์ข้อมูลอันดับที่  $k-1$  กับเซลล์ข้อมูลอันดับที่  $k$  ซึ่งฟังก์ชันการแจกแจงค่า  $X_k$  นี้จะขึ้นอยู่กับสถานะของ Markov chain รวมทั้งอัตราเฉลี่ยการเกิดของเซลล์ข้อมูลในแต่ละสถานะ ซึ่งระยะเวลาระหว่างการเปลี่ยนสถานะจากสถานะหนึ่งไปยังอีกสถานะหนึ่งนั้นจะอยู่ในรูปของฟังก์ชันการแจกแจงแบบเรขาคณิตดังนั้นเราจะกำหนดค่าต่างๆ ดังต่อไปนี้

$J_k$  = สถานะของ Markov chain เมื่อกำเนิดเซลล์ข้อมูลอันดับที่  $k$

$F_{ij}(x) = \Pr\{J_k = j, X_k \leq x \mid J_{k-1} = i\}$  เมื่อ  $k \geq 2$  และค่าความน่าจะเป็นที่ระยะเวลา  
ระหว่างเซลล์ข้อมูลอันดับที่  $k$  และเซลล์ข้อมูลอันดับที่  $k-1$  จะมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ  $x$  และกระบวนการของ Markov นี้อยู่ในสถานะ  $j$  เมื่อให้กำเนิดเซลล์ข้อมูล  
อันดับที่  $k$  และหลังจากอยู่ในสถานะ  $i$  แล้วให้กำเนิดเซลล์ข้อมูลอันดับที่  $k-1$

$$F(x) = \{F_{ij}(x)\} \text{ เมื่อ } ij = 1, \dots, m$$

เพราะฉะนั้นเราสามารถหาค่าเวกเตอร์เมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_0^x \exp[(\mathbf{a} - \Lambda)u] du \Lambda \\ &= [-\exp^{(\mathbf{a} - \Lambda)u} (\Lambda - \mathbf{a})]_0^x \Lambda \\ &= (\mathbf{I} - \exp^{(\mathbf{a} - \Lambda)x}) (\Lambda - \mathbf{a})^{-1} \Lambda \end{aligned}$$

และ

$$F(\infty) = (\Lambda - \mathbf{a})^{-1} \Lambda$$

เพราะฉะนั้นฟังก์ชันความหนาแน่นของเวกเตอร์เมตริกซ์  $F(x)$  หาได้โดยการหาอนุพันธ์เทียบกับ  $x$

ดังนี้

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{d}{dx} F(x) = (\exp^{-(\Lambda - \mathbf{a})x} (\Lambda - \mathbf{a})) (\Lambda - \mathbf{a})^{-1} \Lambda \\ &= \exp^{(\mathbf{a} - \Lambda)x} \Lambda \end{aligned}$$

Laplace transform ของ  $f(x)$  คือ

$$\begin{aligned} f^*(s) &= \int_0^{\infty} \exp^{(\alpha-\Lambda)x} \exp^{-sx} dx \Lambda \\ &= [-(sI - \alpha + \Lambda)^{-1} \exp^{-(sI - \alpha + \Lambda)x}] \Big|_0^{\infty} \Lambda \\ &= (sI - \alpha + \Lambda)^{-1} \Lambda \end{aligned}$$

แต่ Laplace transform ของฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของระยะห่างระหว่างเซลล์ข้อมูล (interarrival time) มีค่าดังนี้

$$A^*(s) = \varphi f^*(s) \bullet$$

เมื่อ  $\bullet = [1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$  และ  $\varphi$  คือค่า interval-stationary ที่เป็นเวกเตอร์เริ่มต้นของกระบวนการแบบ MMPP มีค่าดังนี้

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{1}{\pi_1 \lambda_1 + \pi_2 \lambda_2 + \dots + \pi_m \lambda_m} \pi \Lambda \\ &= \frac{\pi \Lambda}{\pi \lambda} \quad ; \lambda = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_m]^T \end{aligned}$$

จะได้ฟังก์ชันความหนาแน่นของความน่าจะเป็นของระยะห่างระหว่างเซลล์ข้อมูลของกระบวนการที่เซลล์ข้อมูลจะเข้าไปยังหัวแถวคอยตามกระบวนการแบบ MMPP ที่มี 2 สถานะที่อยู่ในรูปของ Laplace transform ตามสมการดังนี้

สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$A^*(s) = \varphi \left[ \begin{pmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\sigma_H & \sigma_H \\ \sigma_L & -\sigma_L \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda_H & 0 \\ 0 & \lambda_L \end{pmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_H & 0 \\ 0 & \lambda_L \end{bmatrix} \bullet$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} \sigma_L \lambda_H & \sigma_H \lambda_L \end{bmatrix}}{\sigma_L \lambda_H + \sigma_H \lambda_L} \left[ \frac{1}{\det A} \begin{pmatrix} (s + \sigma_L + \lambda_L) \lambda_H & \sigma_H \lambda_L \\ \sigma_L \lambda_H & (s + \sigma_H + \lambda_H) \lambda_L \end{pmatrix} \right] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1 + \frac{(\sigma_L \lambda_H^2 + \sigma_H \lambda_L^2)s}{(\sigma_L \lambda_H + \sigma_H \lambda_L)(\sigma_L \lambda_H + \sigma_H \lambda_L + \lambda_H \lambda_L)}}{1 + \frac{(\sigma_H + \sigma_L + \lambda_H + \lambda_L)s + s^2}{(\sigma_L \lambda_H + \sigma_H \lambda_L + \lambda_L \lambda_H)}}$$

$$= \frac{(\sigma_L \lambda_H^2 + \sigma_H \lambda_L^2)s + (\sigma_L \lambda_H + \sigma_H \lambda_L)(\sigma_L \lambda_H + \sigma_H \lambda_L + \lambda_H \lambda_L)}{(\sigma_L \lambda_H + \sigma_H \lambda_L)(s^2 + (\sigma_H + \sigma_L + \lambda_H + \lambda_L)s + (\sigma_L \lambda_H + \sigma_H \lambda_L + \lambda_L \lambda_H))}$$

$$= \frac{(\sigma_L \lambda_H^2 + \sigma_H \lambda_L^2)s + (\sigma_L \lambda_H + \sigma_H \lambda_L)(\sigma_L \lambda_H + \sigma_H \lambda_L + \lambda_H \lambda_L)}{(\sigma_L \lambda_H + \sigma_H \lambda_L)(s + \lambda_L)(s + \sigma_H + \sigma_L + \lambda_H)}$$

$$= \left[ \frac{\sigma_H \lambda_L^2 (\sigma_H + \lambda_L) + \sigma_L^2 \lambda_H^2 + \sigma_H \lambda_L \lambda_H (\lambda_L + 2\sigma_L)}{(\sigma_H + \sigma_L + \lambda_H - \lambda_L)(s + \lambda_L)} \right.$$

$$\left. + \frac{\sigma_L (\lambda_H - \lambda_L) \sigma_H (\lambda_H - \lambda_L) + \lambda_H^2}{(\sigma_H + \sigma_L + \lambda_H - \lambda_L)(s + \sigma_H + \sigma_L + \lambda_H)} \right] (\sigma_L \lambda_H + \sigma_H \lambda_L)^{-1}$$

เมื่อ  $\det A = (s + \sigma_H + \lambda_H)(s + \sigma_L + \lambda_L) - \sigma_H \sigma_L$

## ประวัติผู้เขียน

- ชื่อ นาย ชัยพร เหมะภาคะพันธ์
- วันและสถานที่เกิด 15 ตุลาคม พ.ศ. 2515 จังหวัดราชบุรี
- วุฒิการศึกษา ปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า  
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า พระนครเหนือ 2537
- การทำงาน อาจารย์ประจำคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยธุรกิจบัณฑิตย์



สถาบันวิทยบริการ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย