

บทที่ 2

การวิเคราะห์ความผิดปกติ

ความผิดปกติ หมายถึง การที่ระบบกำลังไฟฟ้าเกิดความผิดพลาดโดยอุบัติเหตุ ความไม่ตั้งใจของผู้ปฏิบัติงาน หรือโดยปรากฏการณ์ธรรมชาติ เช่น พายุ ฟ้าผ่า ทำให้ฉนวนที่แดนซ์ของวงจรมีค่าลดลง ส่งผลให้มีกระแสไหลมากกว่าปกติหลายเท่า เรียกว่า กระแสผิดปกติ (Fault current) ซึ่งกระแสผิดปกติดังกล่าวจะทำให้เกิดความเครียดทางกล (Mechanical stress) และความเครียดทางความร้อน (Thermal stress) ส่งผลทำให้อุปกรณ์ต่างๆ ในระบบกำลังไฟฟ้าเสียหายและเป็นอันตรายต่อมนุษย์ได้

ด้วยเหตุผลดังกล่าวจึงต้องคำนึงถึงผลของกระแสผิดปกติเพื่อจะได้ป้องกันความเสียหายที่อาจจะเกิดขึ้นได้ และใช้ในการปรับตั้งค่าพิกัดการทำงานของอุปกรณ์ป้องกันไฟฟ้าต่อไป ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า การคำนวณค่ากระแสผิดปกติของระบบกำลังไฟฟ้า เป็นสิ่งจำเป็นที่สุดอย่างหนึ่งของการออกแบบระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้า ซึ่งผู้ออกแบบระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าจะต้องทราบค่ากระแสผิดปกติล่วงหน้า เพื่อที่จะได้เลือกอุปกรณ์ที่เหมาะสม และถ้าผู้ออกแบบเลือกใช้ขนาดของอุปกรณ์ที่ทนกระแสผิดปกติไม่เพียงพอก็อาจจะเกิดความเสียหายแก่ทรัพย์สินและชีวิตเมื่อเกิดความผิดปกติขึ้น ในทางกลับกันถ้าผู้ออกแบบเลือกใช้อุปกรณ์ที่มีขนาดใหญ่เกินไป ราคาติดตั้งระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าก็จะแพงเกินไปโดยไม่จำเป็น ดังนั้นการคำนวณค่ากระแสผิดปกติของระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าจึงเป็นสิ่งสำคัญมากสำหรับผู้ออกแบบระบบส่งจ่ายกำลังไฟฟ้าที่ดี

2.1 ประเภทของความผิดปกติ

ความผิดปกติในระบบกำลังไฟฟ้าอาจเกิดขึ้นได้ในลักษณะต่างๆ ดังต่อไปนี้

- การลัดวงจร (Short circuit) ระหว่าง เฟสกับเฟส หรือ เฟสกับดิน เนื่องจากการเสื่อมของฉนวนไฟฟ้า
- การเปิดวงจร (Open circuit) เนื่องจากการทำงานของอุปกรณ์ป้องกันหรืออาจเกิดจากอุบัติเหตุ
- การเกิดภาวะแรงดันสูง (Over voltage) อันเนื่องมาจากอุปกรณ์ควบคุมแรงดันไฟฟ้าไม่ปกติ
- การเกิดความถี่ต่ำ (Under frequency) อันเนื่องมาจากกำลังผลิตทางไฟฟ้าไม่เพียงพอกับโหลด
- การเกิด Out of step อันเนื่องมาจากระบบสายส่งไม่แข็งแรงพอหรือเกิดการลัดวงจรที่ไม่สามารถถูกกำจัดออกไปอย่างทันท่วงที ทำให้เครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่างๆ ในระบบไม่สามารถทำงานประสานกันได้
- การเกิดโหลดเกิน (Overload) เนื่องจากการใช้งานเกินกำลังของอุปกรณ์ไฟฟ้า

นอกจากสาเหตุที่กล่าวมาข้างต้นแล้ว ยังมีสาเหตุอื่นๆ อีกที่เกี่ยวกับอุปกรณ์ไฟฟ้าโดยตรงซึ่งเราจะไม่กล่าวถึง ผลเสียของความผิดปกติในระบบกำลังไฟฟ้าที่ไม่สามารถป้องกันได้ทันนั้น อาจรุนแรงจนถึงทำให้เกิด Black out ได้

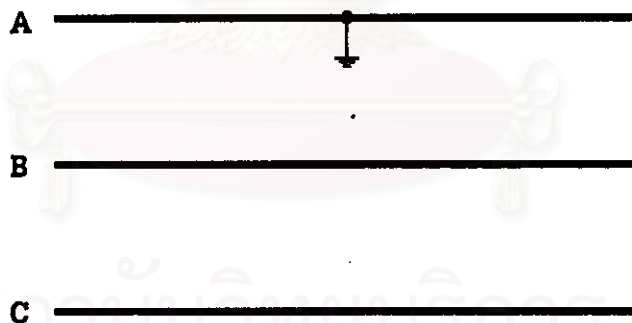
ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะสนใจความผิดปกติเฉพาะการลัดวงจร และการเปิดวงจร เท่านั้น ซึ่งเราจะจำแนกความผิดปกติที่สนใจเป็นประเภทต่างๆ ได้ดังนี้

2.1.1 ความผิดปกติแบบขนาน (Shunt fault)

ความผิดปกติแบบขนานจะมีทั้งความผิดปกติแบบสมมาตรและไม่สมมาตร ซึ่งจะมีความเกี่ยวข้องกับบัสอ้างอิง (Reference bus) ซึ่งยังสามารถจำแนกเป็นชนิดต่างๆ ได้ดังนี้

2.1.1.1 ความผิดปกติชนิดหนึ่งสายลงดิน (Single line to ground fault)

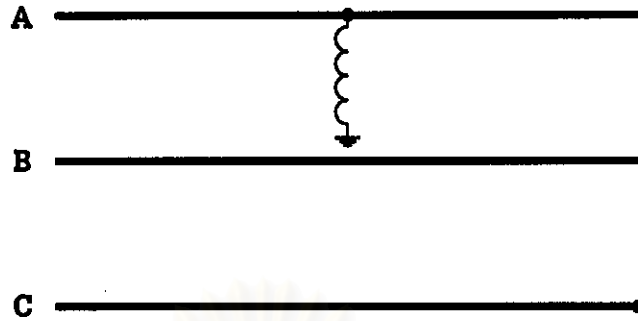
ความผิดปกติชนิดนี้อาจเกิดระหว่างเฟสใดเฟสหนึ่งกับดิน โดยปกติจะให้เฟส A เป็นเฟสอ้างอิงดังแสดงในรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 ความผิดปกติชนิดหนึ่งสายลงดิน

2.1.1.2 ความผิดปกติชนิดหนึ่งสายลงดินโดยผ่านอิมพีแดนซ์ (Single line to ground fault through impedance)

ความผิดปกติชนิดนี้อาจเกิดระหว่างเฟสใดเฟสหนึ่งกับดินโดยผ่านอิมพีแดนซ์ โดยปกติจะให้เฟส A เป็นเฟสอ้างอิงดังแสดงในรูปที่ 2.2



รูปที่ 2.2 ความผิดปกติชนิดหนึ่งสายลงดินโดยผ่านอิมพีแดนซ์

2.1.1.3 ความผิดปกติชนิดสองสาย (Line to line fault)

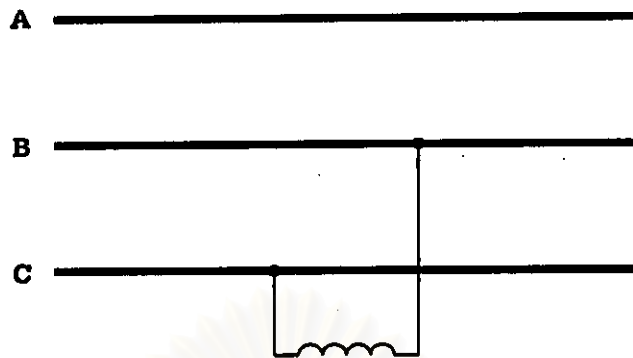
ความผิดปกติชนิดนี้เกิดขึ้นระหว่างสายเฟสกับสายเฟส โดยปกติให้เกิดระหว่างเฟส B กับเฟส C (เฟส A เป็นเฟสอ้างอิง) ดังแสดงในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 ความผิดปกติชนิดสองสาย

2.1.1.4 ความผิดปกติชนิดสองสายโดยผ่านอิมพีแดนซ์ (Line to line fault through impedance)

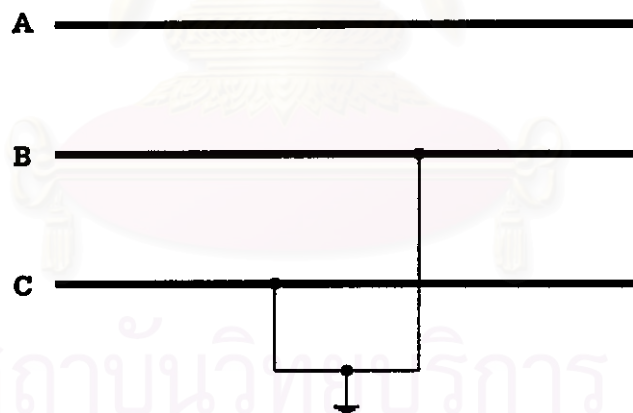
ความผิดปกติชนิดนี้เกิดขึ้นระหว่างสายเฟสกับเฟสโดยผ่านอิมพีแดนซ์ โดยปกติให้เกิดระหว่างเฟส B กับ เฟส C (เฟส A เป็นเฟสอ้างอิง) ดังแสดงในรูปที่ 2.4



รูปที่ 2.4 ความผิดปกติสองสายโดยผ่านอิมพีแดนซ์

2.1.1.5 ความผิดปกติสองสายลงดิน (Double line to ground fault)

ความผิดปกติชนิดนี้เกิดขึ้นระหว่างสายเฟสกับสายเฟส และต่อลงดิน โดยปกติให้เกิดระหว่างเฟส B กับ เฟส C ลงดิน (เฟส A เป็นเฟสอ้างอิง) ดังแสดงในรูปที่ 2.5



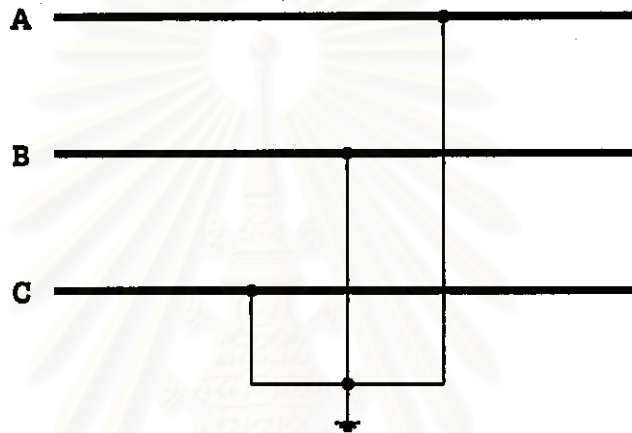
รูปที่ 2.5 ความผิดปกติสองสายลงดิน

2.1.1.6 ความผิดปกติสามสายลงดิน (Three phase to ground fault)

ความผิดปกติชนิดสามสายลงดินเป็นความผิดปกติแบบสมมาตร โดยทั่วไปจะเป็นความผิดปกติที่รุนแรงที่สุดเมื่อเทียบกับความผิดปกติชนิดอื่นๆ แต่ความผิดปกติหนึ่งสายลงดินอาจมีความรุนแรงมากกว่าความผิดปกติสามสายลงดินในกรณีดังต่อไปนี้

1. เครื่องกำเนิดไฟฟ้ามีนิวทรัลต่อลงดินโดยตรงหรืออิมพีแดนซ์ค่าต่ำๆ ต่อระหว่างนิวทรัลกับดิน
2. เมื่อเกิดความผิดปกติหนึ่งสายลงดิน ที่ด้านสตาร์กราวนด์ (Y grounded) ของหม้อแปลงที่ต่อแบบเดลตา-สตาร์ (D-Y grounded transformer)

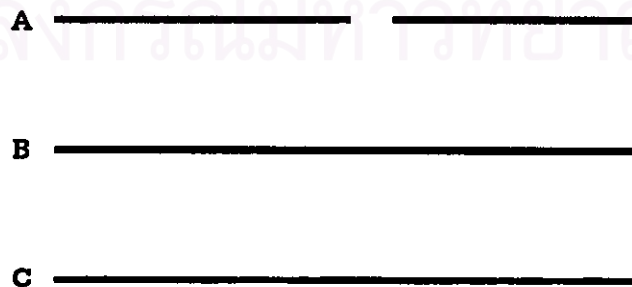
ดังนั้นการวิเคราะห์ความผิดปกติโดยทั่วไป จำเป็นต้องวิเคราะห์หาค่าความผิดปกติสามสายลงดินเพื่อพิจารณาหาค่า Interrupting capacity ของเซอร์กิตเบรกเกอร์ (Circuit breaker) รูปที่ 2.6 แสดงการเกิดความผิดปกติสามสายลงดิน



รูปที่ 2.6 ความผิดปกติสามสายลงดิน

2.1.2 ความผิดปกติแบบอนุกรม (Series fault)

ความผิดปกติแบบอนุกรมเป็นความผิดปกติแบบไม่สมมาตรที่เกิดขึ้นภายในสายส่งโดยไม่เกี่ยวข้องกับบัสอ้างอิง ได้แก่ การขาดของสายส่ง (Line open) ดังแสดงในรูปที่ 2.7



รูปที่ 2.7 การขาดของสายส่ง

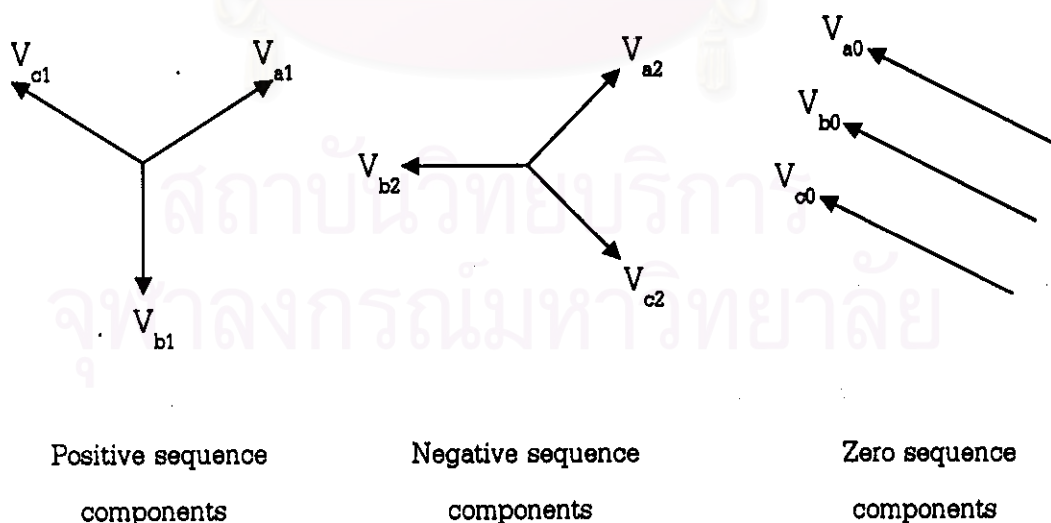
2.2 องค์ประกอบสมมาตร [1,5]

เนื่องจากระบบกำลังไฟฟ้าโดยทั่วๆ ไปมักจะมีข้อมูลที่ออกมาในรูปของปริมาณลำดับ (Sequence quantities) ซึ่งเราจะต้องทำการแปลงจากปริมาณลำดับไปเป็นปริมาณเฟส (Phase quantities) แต่ถ้าข้อมูลออกมาในรูปของปริมาณเฟสแล้ว เราก็สามารถที่จะนำไปใช้ได้เลย

ดังนั้น ในที่นี้จะกล่าวถึงองค์ประกอบสมมาตรเพื่อความเข้าใจเบื้องต้นโดยสังเขป

Dr. C.L. Fortescue ได้ศึกษาเกี่ยวกับ เฟสเซอร์ของระบบกำลังไฟฟ้า 3 เฟสที่ไม่สมดุลสามารถแทนได้ด้วย เฟสเซอร์ของระบบไฟฟ้า 3 เฟสที่สมดุลตามที่แสดงในรูปที่ 2.8 องค์ประกอบของเฟสเซอร์ทั้งสามนี้ประกอบด้วย

1. องค์ประกอบลำดับบวก (Positive sequence components) ประกอบด้วยเฟสเซอร์ 3 ชุดที่มีขนาดเท่ากัน แต่มุมเฟสต่างกัน 120 องศา และมีลำดับเฟสเหมือนกับเฟสเซอร์เริ่มต้น
2. องค์ประกอบลำดับลบ (Negative sequence components) ประกอบด้วยเฟสเซอร์ 3 ชุดที่มีขนาดเท่ากัน แต่มุมเฟสต่างกัน 120 องศา และมีลำดับเฟสตรงข้ามกับเฟสเซอร์เริ่มต้น
3. องค์ประกอบลำดับศูนย์ (Zero sequence components) ประกอบด้วยเฟสเซอร์ 3 ชุดที่มีขนาดเท่ากัน และมุมระหว่างเฟสเซอร์เป็นศูนย์



รูปที่ 2.8 องค์ประกอบสมมาตร

$$\left. \begin{aligned} V_a &= V_{a0} + V_{a1} + V_{a2} \\ V_b &= V_{b0} + V_{b1} + V_{b2} \\ V_c &= V_{c0} + V_{c1} + V_{c2} \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

จากสมการที่ (2.1) จะสังเกตได้ว่าองค์ประกอบลำดับทั้งสามในแต่ละกลุ่มของเฟสเซอร์เริ่มต้นมีลักษณะสมมาตรในการจัดลำดับ นั่นคือ มีการวางตัวด้วยมุม 120 องศา ซึ่งกันและกัน การวางตัวแยกกันของเฟสเซอร์แบบนี้ สามารถใช้โอเปอเรเตอร์ (a-operator) ของระบบสามเฟสได้ดังนี้

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 1 \angle 120^\circ = e^{j2\pi/3} = -0.5 + j0.866 \\ \alpha^2 &= 1 \angle 240^\circ = e^{j4\pi/3} = -0.5 - j0.866 \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

ดังนั้นสามารถสร้าง การแปลงผันแบบเชิงเส้น (Linear transformation) สำหรับองค์ประกอบทั้งสามได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

โดยที่ เรากำหนดให้

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

โดย T คือ เมตริกซ์การแปลง (Transformation matrix)

เมื่อรวมสมการที่ (2.3) กับ (2.4) เข้าด้วยกันจะได้

$$V_{abc} = TV_{012} \quad (2.5)$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

ซึ่งสามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ได้คือ

$$I_{abc} = TI_{012} \quad (2.7)$$

และจะได้ว่า

$$Z_{abc} = \frac{1}{3} TZ_{012}T^* \quad (2.8)$$

T^* คือ คอมเพลกซ์คอนจูเกต (complex conjugate) ของ T

ดังนั้น

$$T^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

โดย

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

และ

Z_0 คือ อิมพีแดนซ์ลำดับศูนย์ (Zero sequence impedance)

Z_1 คือ อิมพีแดนซ์ลำดับบวก (Positive sequence impedance)

Z_2 คือ อิมพีแดนซ์ลำดับลบ (Negative sequence impedance)

2.3 สมมติฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์ความผิดพลาด

สมมติฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์ความผิดพลาด ในที่นี้จะถือเป็นบรรทัดฐานใช้อ้างอิงในการพัฒนาโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อการวิเคราะห์ความผิดพลาด ดังมีรายละเอียดต่อไปนี้

2.3.1 ในการสร้างโหนดแอดมิตแทนซ์เมตริกซ์พื้นฐานแบบหลายเฟสและสมการที่ใช้ในการวิเคราะห์ความผิดพลาดจะยึดบัสเป็นกรอบอ้างอิง (Bus frame of reference)

2.3.2 ให้ถือว่าโหลดทั้งหมดในระบบกำลังไฟฟ้ามีค่าคงที่ และใช้แบบจำลองของโหลดเป็นแบบแอดมิตแทนซ์สมมูลย์

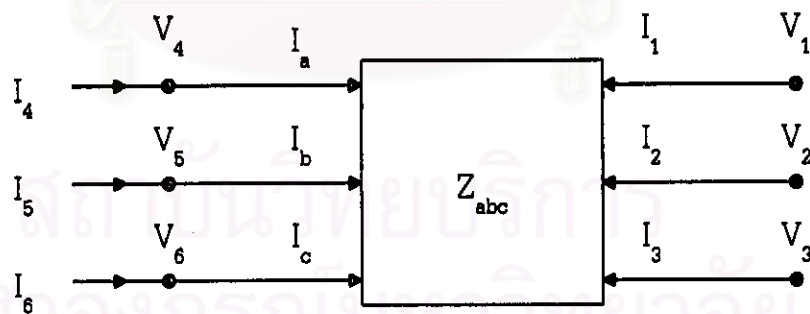
2.3.3 แบบจำลองของสายส่งเป็นแบบพาย (Equivalent pi circuit : π)

2.3.4 แบบจำลองของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าจะใช้เป็นแบบ แหล่งจ่ายกระแส 3 เฟส ที่มีค่าคงที่ต่อชานกับอิมพีแดนซ์ภายในของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

2.3.5 แบบจำลองของหม้อแปลงไฟฟ้าจะใช้อิมพีแดนซ์รั่ว (Leakage impedance) เป็นตัวแทนและคำนึงถึงการต่อของนิวทรอลด้วย

2.4 การแทนระบบกำลังไฟฟ้าโดยใช้ระบบพิกัดเฟส

การแทนส่วนประกอบ 3 เฟสต่างๆ ไป จะสามารถแสดงได้ใน รูปที่ 2.9



รูปที่ 2.9 อุปกรณ์ 3 เฟสทั่วไป

ซึ่งเขียนเป็นสมการในรูปเมตริกซ์ได้คือ

$$V_{abc} = Z_{abc}I_{abc} \quad (2.11)$$

โดย V_{abc} เป็นเมตริกซ์ขนาด 3×1 แทนแรงดันตกอนุกรมต่อเฟส ($V_4 - V_1$) , ($V_5 - V_2$) , ($V_6 - V_3$)

I_{abc} เป็นเมตริกซ์ขนาด 3×1 แทนกระแสต่อเฟสที่ไหลระหว่างโหนด 4 กับ 1 , 5 กับ 2 , 6 กับ 3

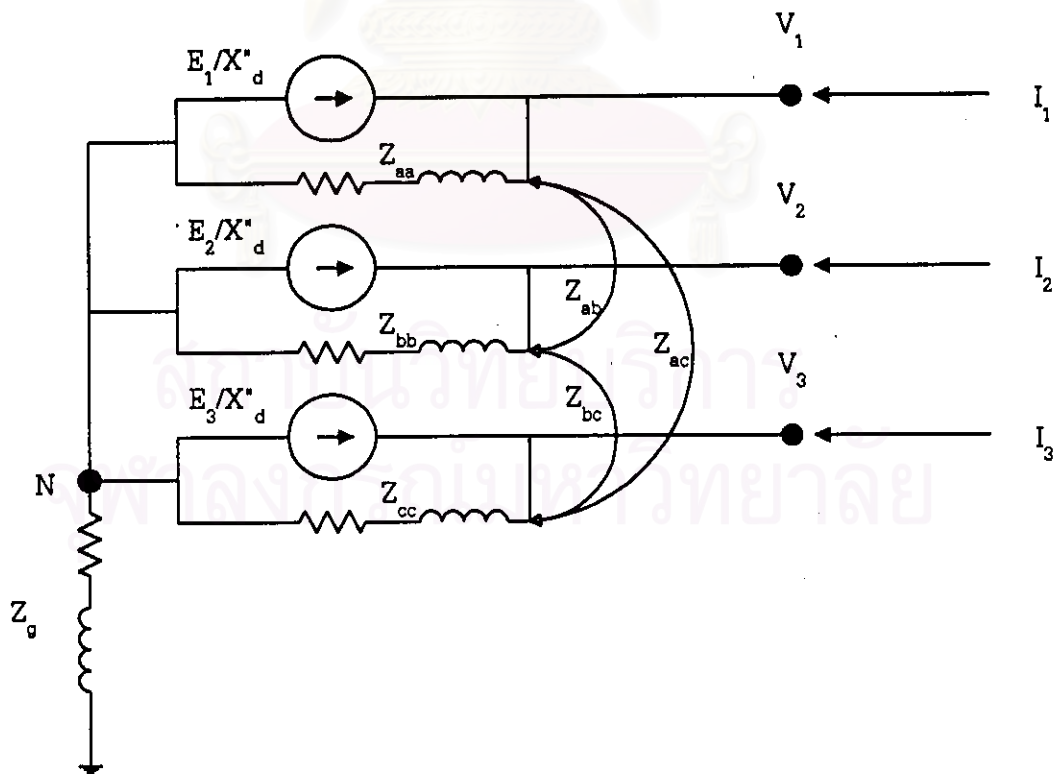
Z_{abc} เป็นเมตริกซ์ขนาด 3×3 แทนอิมพีแดนซ์ของวงจร 3 เฟสที่มีการคับปลิงกัน ซึ่งจะสามารถคำนวณได้โดยตรง จากข้อมูลเบื้องต้นและการต่อกันของอุปกรณ์

จากแบบจำลองของอุปกรณ์ 3 เฟสทั่วไปดังกล่าวจะสามารถนำไปพัฒนาเป็นแบบจำลองของอุปกรณ์ต่างๆ ได้ดังจะแสดงในหัวข้อต่อไป

2.5 แบบจำลองขององค์ประกอบในระบบกำลังไฟฟ้า

2.5.1 เครื่องกำเนิดไฟฟ้า (Generator)

เครื่องกำเนิดไฟฟ้าเป็นอุปกรณ์ที่มีหน้าที่ผลิตและจ่ายพลังงานไฟฟ้าเข้าสู่ระบบกำลังไฟฟ้า โดยทั่วไปกำลังไฟฟ้าจริง (Real power) ที่ผลิตจะปรับให้มีค่าคงที่ ส่วนกำลังไฟฟ้าเสมือน (Reactive power) จะปรับเปลี่ยนได้เพื่อควบคุมแรงดันไฟฟ้า แต่ต้องไม่เกินค่าขีดจำกัดสูงสุดและไม่น้อยกว่าค่าขีดจำกัดต่ำสุด



รูปที่ 2.10 แสดงแบบจำลองเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

ในที่นี้จะพิจารณาเครื่องกำเนิดไฟฟ้าทั้งที่ต่อแบบสตาร์และนิวทรอลต่อลงดินโดยตรง หรือต่อลงดินโดยผ่านอิมพีแดนซ์ (รวมทั้งที่ต่อแบบเดลตาด้วย ซึ่งสามารถแปลงไปเป็นการต่อแบบสตาร์ได้) จะทำให้ได้แบบจำลองของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ต่อแบบสตาร์ดังแสดงในรูปที่ 2.10 [6]

โดย E_1, E_2, E_3 คือ แรงดันไฟฟ้าภายใน (Internal emf) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

X_d'' คือ subtransient reactance ต่อเฟส

ในการวิเคราะห์ความผิดพลาดจะถือว่าแรงดันไฟฟ้าภายใน E_1, E_2, E_3 มีค่าคงที่ (ที่มีขนาดเท่ากัน แต่มีมุมเฟสต่างกัน 120 องศา) เราจะทำการแปลงแหล่งจ่ายแรงดันไปเป็นแหล่งจ่ายกระแสที่สมมูลย์กัน โดยแหล่งจ่ายกระแสต่อแบบขนานกับอิมพีแดนซ์ภายในของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

สมการของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าสามารถเขียนได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 + (E_1 / X_d'') \\ I_2 + (E_2 / X_d'') \\ I_3 + (E_3 / X_d'') \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

โดย Z_{aa}, Z_{bb}, Z_{cc} คือ self impedance ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

Z_{ab}, Z_{bc}, Z_{ca} คือ mutual impedance ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

สำหรับเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ถูกออกแบบอย่างสมดุลง่าย $Z_{aa} = Z_{bb} = Z_{cc}$ และ $Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca}$

ในวิธีนี้แหล่งจ่ายกระแสสมมูลย์ E / X_d'' จะมีค่าคงที่ซึ่งแทนกระแสที่ฉีดเข้าสู่ขั้วทั้ง 3 ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่ใช้ในการวิเคราะห์ความผิดพลาด

ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้คือ

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & -y_0 \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & -y_0 \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & -y_0 \\ -y_0 & -y_0 & -y_0 & y_g + 3y_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_N \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

โดย

$$\left. \begin{aligned} Y_{11} = Y_{22} = Y_{33} &= (y_0 + y_1 + y_2) / 3 \\ Y_{12} = Y_{23} = Y_{31} &= (y_0 + \alpha y_1 + \alpha^2 y_2) / 3 \\ Y_{13} = Y_{21} = Y_{32} &= (y_0 + \alpha^2 y_1 + \alpha y_2) / 3 \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

และ

y_0 คือ แอดมิตแตนซ์ลำดับศูนย์ (Zero sequence admittance)

y_1 คือ แอดมิตแตนซ์ลำดับบวก (Positive sequence admittance)

y_2 คือ แอดมิตแตนซ์ลำดับลบ (Negative sequence admittance)

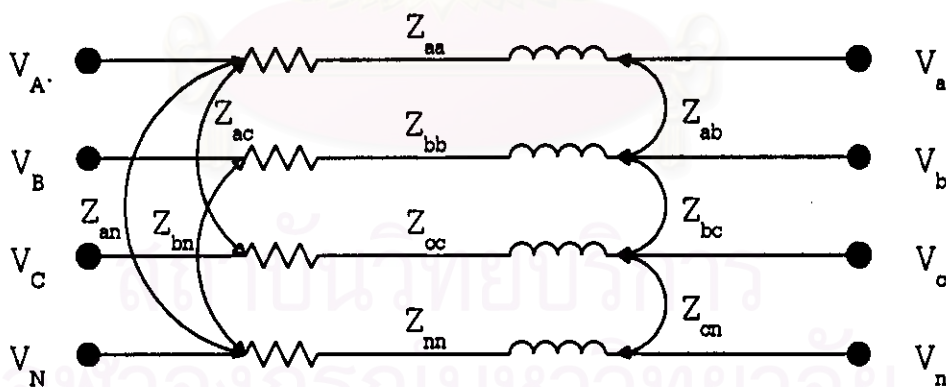
y_g คือ กราวนด์แอดมิตแตนซ์ (Ground admittance)

V_1, V_2, V_3 คือ แรงดันเฟสที่หัว (Terminal voltage) ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

V_N คือ แรงดันของจุดนิวทรัล

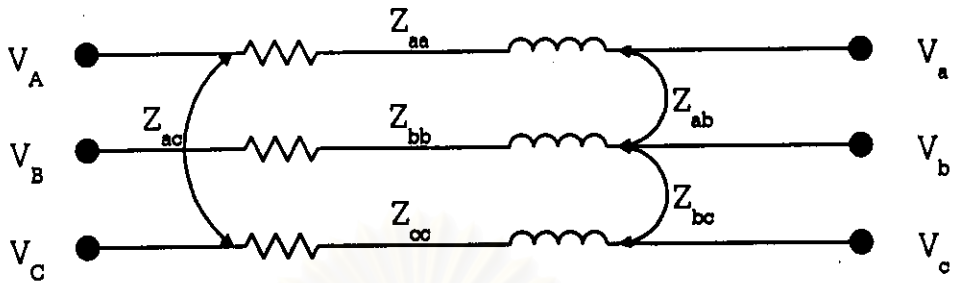
2.5.2 สายส่งไฟฟ้า (Transmission line)

สายส่งไฟฟ้าเป็นอุปกรณ์ที่มีหน้าที่นำพลังงานไฟฟ้าจากแหล่งผลิตไฟฟ้าซึ่งมักอยู่ห่างจากศูนย์กลางการใช้ไฟฟ้า (Load center) ไปยังศูนย์กลางการใช้ไฟฟ้า

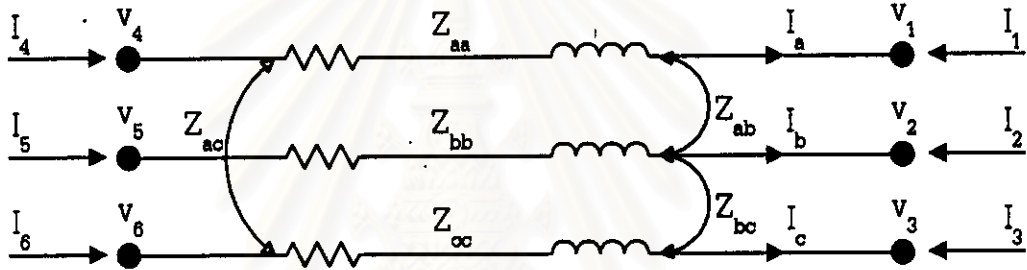


รูปที่ 2.11 สายส่ง 3 เฟส 4 สาย

รูปที่ 2.11 แสดงอิมพีแดนซ์อนุกรมต่อเฟส และนิวทรัลของตัวนำ 3 เฟส สายนิวทรัลจะสมมติให้ต่อลงดินที่หลายๆ จุด และแรงดันตกคร่อมสายนิวทรัลเท่ากับศูนย์ ดังนั้นจะสามารถใช้วิธีการลดทอนของครอน (Kron) [7,8] ทำให้ได้แบบจำลองสายส่งแสดงในรูปที่ 2.12



รูปที่ 2.12 สายส่ง 3 เฟส 3 สาย



รูปที่ 2.13 แบบจำลองสายส่ง

จากแบบจำลองสายส่งในรูปที่ 2.13 และ โดยการใช้กฎพื้นฐานของวงจรไฟฟ้า จะได้สมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันโหนดและกระแสคือ

$$\left. \begin{aligned} (V_4 - V_1) &= Z_{aa}I_a + Z_{ab}I_b + Z_{ac}I_c \\ (V_5 - V_2) &= Z_{ba}I_a + Z_{bb}I_b + Z_{bc}I_c \\ (V_6 - V_3) &= Z_{ca}I_a + Z_{cb}I_b + Z_{cc}I_c \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

ซึ่งสามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ได้คือ

$$\begin{bmatrix} V_4 - V_1 \\ V_5 - V_2 \\ V_6 - V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

จากรูปที่ 2.13 จะได้ความสัมพันธ์ของกระแส คือ

$$\left. \begin{aligned} I_a &= -I_1 = I_4 \\ I_b &= -I_2 = I_5 \\ I_c &= -I_3 = I_6 \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

โดยเราจะกำหนดให้

$$Z_{abc} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

จะได้ $Z_{abc} = (Y_{abc})^{-1}$ ดังนั้นเมื่อรวมสมการที่ (2.16) กับ (2.17) เข้าด้วยกันจะได้

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = -[Y_{abc}] \begin{bmatrix} V_4 - V_1 \\ V_5 - V_2 \\ V_6 - V_3 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\begin{bmatrix} I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} = [Y_{abc}] \begin{bmatrix} V_4 - V_1 \\ V_5 - V_2 \\ V_6 - V_3 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

โดยการรวมสมการที่ (2.19) กับ (2.20) เข้าด้วยกันจะได้สมการเมตริกซ์สำหรับสายส่ง 3 เฟส คือ

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & Y_{abc} & & & & \\ & & -Y_{abc} & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & -Y_{abc} & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

ความจุไฟฟ้าของสายส่งสามารถจะพิจารณาร่วมกับแบบจำลองสายส่งได้เดี่ยวเช่นกัน โดยแทนความจุไฟฟ้าของสายส่งด้วยแอดมิตแตนซ์แบบขนานในวงจร ซึ่งจะทำได้แบบจำลองของสายส่งเป็นแบบพาย (Pi circuit) โดยแบบจำลองเชิงเฟสของสายส่ง 3 เฟสวางจรวดเดียวที่รวมผลของความจุไฟฟ้าด้วยสามารถแสดงได้ดังสมการ

$$Y_{TL} = \begin{bmatrix} Y_{abc} + 0.5Y_{shunt} & -Y_{abc} \\ -Y_{abc} & Y_{abc} + 0.5Y_{shunt} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

โดย Y_{shunt} คือ แอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แบบแนวแยงมุมที่แทนความจุไฟฟ้าของสายส่ง เมตริกซ์ Y_{abc} สามารถที่จะเขียนได้ในอีกรูปแบบหนึ่งคือ

$$Y_{abc} = \frac{1}{3} T Y_{012} T^* \quad (2.23)$$

โดย

$$Y_{012} = \begin{bmatrix} y_0 & 0 & 0 \\ 0 & y_1 & 0 \\ 0 & 0 & y_2 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

และ y_0, y_1, y_2 คือ แอดมิตแตนซ์ลำดับศูนย์ ลำดับบวก และ ลำดับลบ ซึ่งเมื่อทำเป็นผลสำเร็จจะได้

$$Y_{abc} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} y_0 + y_1 + y_2 & y_0 + \alpha y_1 + \alpha^2 y_2 & y_0 + \alpha^2 y_1 + \alpha y_2 \\ y_0 + \alpha^2 y_1 + \alpha y_2 & y_0 + y_1 + y_2 & y_0 + \alpha y_1 + \alpha^2 y_2 \\ y_0 + \alpha y_1 + \alpha^2 y_2 & y_0 + \alpha^2 y_1 + \alpha y_2 & y_0 + y_1 + y_2 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

ถ้า $y_1 = y_2$ สมการที่ (2.25) จะสามารถเขียนได้ในรูป

$$Y_{abc} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} y_0 + 2y_1 & y_0 - y_1 & y_0 - y_1 \\ y_0 - y_1 & y_0 + 2y_1 & y_0 - y_1 \\ y_0 - y_1 & y_0 - y_1 & y_0 + 2y_1 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

นอกจากนี้เรายังสามารถรวมผลของสายควบ สายดิน วงจรเดี่ยว วงจรขนาน โดยแบบจำลองสายส่ง ที่รวมผลของสายควบ สายดิน และการวางไม่สลับสำหรับวงจรเดี่ยว และวงจรขนานจะแทนด้วยเมตริกซ์ย่อยขนาด 6x6 และ 12x12 ถ้าเราพิจารณาสายดินด้วย วงจรเดี่ยวและวงจรขนานจะจำลองด้วยเมตริกซ์ย่อยขนาด 8x8 และ 16x16 [9]



2.5.3 หม้อแปลงไฟฟ้า (Transformer)

หม้อแปลงไฟฟ้าเป็นอุปกรณ์ที่สำคัญที่สุดอย่างหนึ่งในระบบกำลังไฟฟ้าโดยเป็นอุปกรณ์ที่ทำหน้าที่เปลี่ยนระดับของแรงดันไฟฟ้า จากระดับแรงดันหนึ่งไปเป็นแรงดันไฟฟ้าอีกระดับหนึ่งที่มีความถี่เดียวกัน

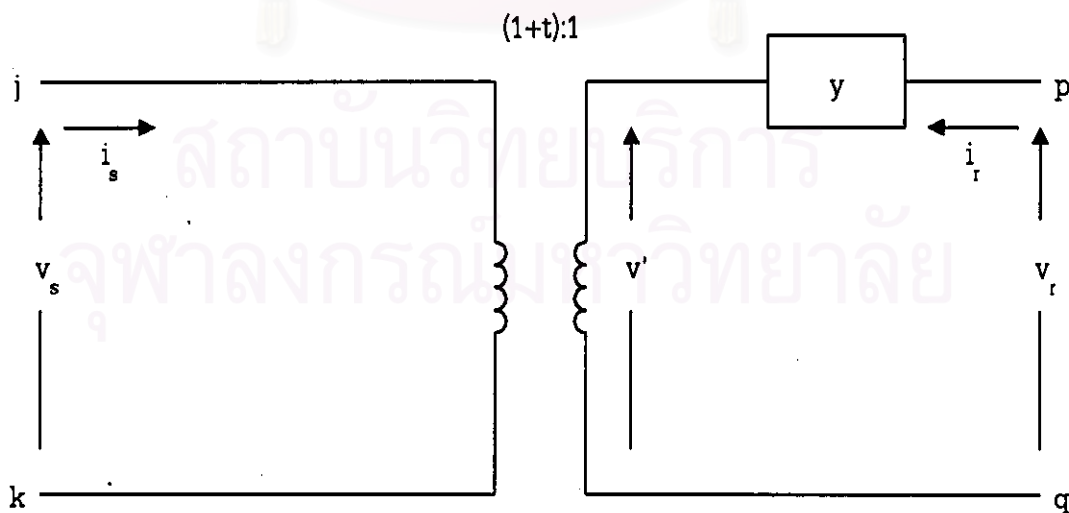
ในการวิเคราะห์ความผิดพลาดในอดีตที่สมมุติว่าระบบไฟฟ้ามีความสมดุลก่อนเกิดความผิดพลาดแบบจำลองของหม้อแปลงจะใช้เป็นรีแอกแตนซ์แบบอนุกรม (โดยไม่คิดความต้านทาน) ในระบบกำลังไฟฟ้าที่ไม่สมดุลแต่ละเฟสของหม้อแปลงอาจจะมีกระแสที่ไม่เท่ากัน ยิ่งไปกว่านั้นยังอาจมีอิมพีแดนซ์ที่ต่อระหว่างนิวทรอลกับดินของหม้อแปลงข้างที่ต่อแบบสตาร์ ทำให้จุดนิวทรอลมีแรงดันที่ไม่เท่ากับศูนย์ ดังนั้นการวิเคราะห์ในกรณีนี้จึงต้องการแบบจำลองหม้อแปลงแบบหลายเฟสที่สมบูรณ์ ซึ่งจะช่วยให้ง่ายต่อการคำนวณแรงดันของนิวทรอล และยังทำให้ทำให้ได้ผลลัพธ์ที่แม่นยำขึ้นอีกด้วยเนื่องจากรวมผลของการเลื่อนมุมเฟสของหม้อแปลงหลายเฟสที่ต่อแบบเดลตา-สตาร์

ขนาดของเมตริกซ์ย่อยที่ใช้จำลองหม้อแปลงแบบหลายเฟสจะขึ้นอยู่กับ จำนวนขดลวด จำนวนเฟส ชนิดการต่อของหม้อแปลง และการต่อของจุดนิวทรอล

ในระบบกำลังไฟฟ้าโดยทั่วๆ ไปมักใช้ หม้อแปลง 1 เฟส หม้อแปลง 3 เฟสที่ต่อแบบสตาร์-สตาร์ หม้อแปลง 3 เฟสที่ต่อแบบเดลตา-สตาร์ และหม้อแปลงแบบ 3 ขดลวด (Three winding transformer)

ในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะหม้อแปลง 3 เฟสที่ต่อแบบสตาร์-สตาร์ และ ที่ต่อแบบเดลตา-สตาร์ เท่านั้น ซึ่งแบบจำลองที่ได้จะหามาจากหลักการของวงจรสมมูลย์ 1 เฟส [3,10] ดังวิธีการต่อไปนี้

พิจารณาหม้อแปลงแบบ 1 เฟส ที่มีค่าพารามิเตอร์ในระบบ p.u. ดังแสดงในรูปที่ 2.14



รูปที่ 2.14 แผนภาพแสดงหม้อแปลง 1 เฟส

ซึ่งประกอบด้วยหม้อแปลงอุดมคติที่มีอัตราส่วนจำนวนรอบของขดลวด (Turns ratio) เท่ากับ $(1+t):1$ และมีอิมพีแดนซ์รั่ว (y)

จากความสัมพันธ์ระหว่าง 2 ด้านของหม้อแปลงอุดมคติ คือ

$$V_s = (1+t)V_r \quad (2.27)$$

$$i_r = -(1+t)i_s \quad (2.28)$$

ความสัมพันธ์ระหว่างปลายทั้ง 2 ด้านของวงจรสามารถเขียนได้ในรูป

$$i_r = yV_r - \frac{yV_s}{1+t} \quad (2.29)$$

$$i_s = \frac{-i_r}{1+t} = \frac{yV_s}{(1+t)^2} - \frac{yV_r}{1+t} \quad (2.30)$$

ให้ j, k, p, q แทนโหนดของหม้อแปลง โดยสมมติให้ไม่มีการต่อลงดิน ดังนั้น

$$V_s = V_j - V_k \quad \text{และ} \quad V_r = V_p - V_q \quad (2.31)$$

และ กระแสที่ฉีดเข้าที่แต่ละโหนด (หรือ n โหนด) สามารถแสดงได้ในรูปแรงดันโหนดโดยใช้สมการ

$$I_j = \sum_m I_{jm} + i_s = \sum_m (V_j - V_m)y_{jm} + \frac{y}{(1+t)^2}(V_j - V_k) - \frac{y}{1+t}(V_p - V_q) \quad (2.32)$$

โดยที่ผลรวมของกระแสจะได้มาจากกระแสจากทุกๆ โหนด (m โหนด) ที่ต่อกับโหนด j ยกเว้นโหนด k, p, q สมการที่ (2.32) สามารถกระจายได้ในรูป

$$I_j = \left(\sum_m y_{jm} + \frac{y}{(1+t)^2} \right) V_j - \frac{y}{(1+t)^2} V_k - \frac{y}{1+t} V_p + \frac{y}{(1+t)} V_q + \sum_m -y_{jm} V_m \quad (2.33)$$

$$I_k = -\frac{y}{(1+t)^2} V_j + \left(\sum_m y_{km} + \frac{y}{(1+t)^2} \right) V_k + \frac{y}{(1+t)} V_p - \frac{y}{(1+t)} V_q + \sum_m -y_{km} V_m \quad (2.34)$$

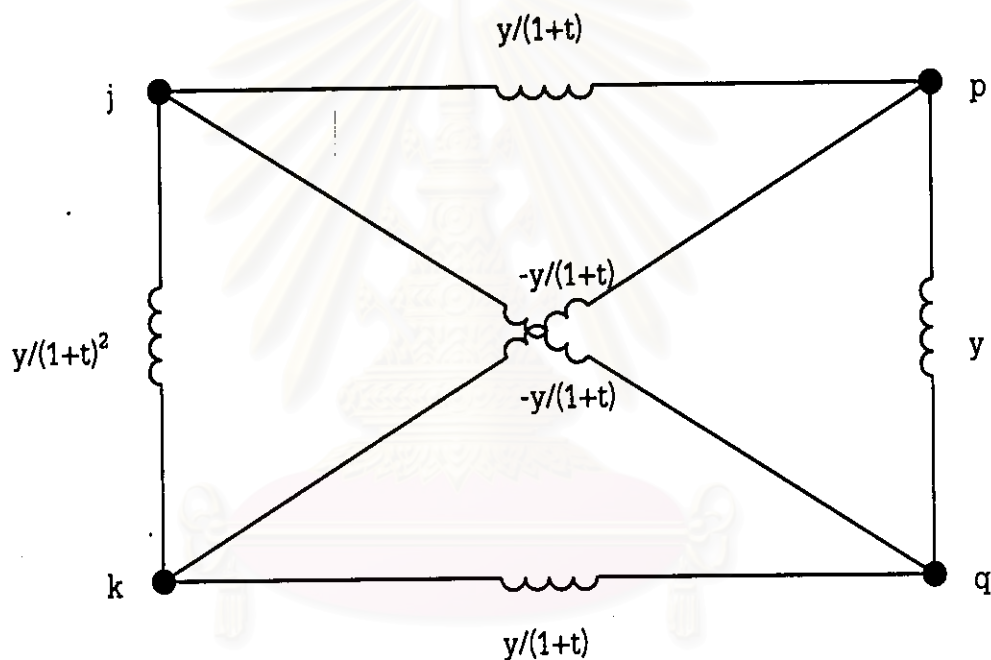
$$I_p = -\frac{y}{(1+t)} V_j + \frac{y}{(1+t)} V_k + \left(\sum_m y_{pm} + y \right) V_p - y V_q + \sum_m -y_{pm} V_m \quad (2.35)$$

$$I_q = \frac{y}{(1+t)}V_j - \frac{y}{(1+t)}V_k - yV_p + \left(\sum_m y_{qm} + y\right)V_q + \sum_m -y_{qm}V_m \quad (2.36)$$

ความสัมพันธ์ของสมการโหนดสามารถเขียนได้ในรูป

$$I = YV + Y'V \quad (2.37)$$

ซึ่งสามารถแทนเป็นวงจรสมมูลได้ตามรูปที่ 2.15 ซึ่งแทนหม้อแปลง 1 เฟส พร้อมแท็บ



รูปที่ 2.15 วงจรสมมูลแบบสมมาตรของหม้อแปลงแบบ 1 เฟส

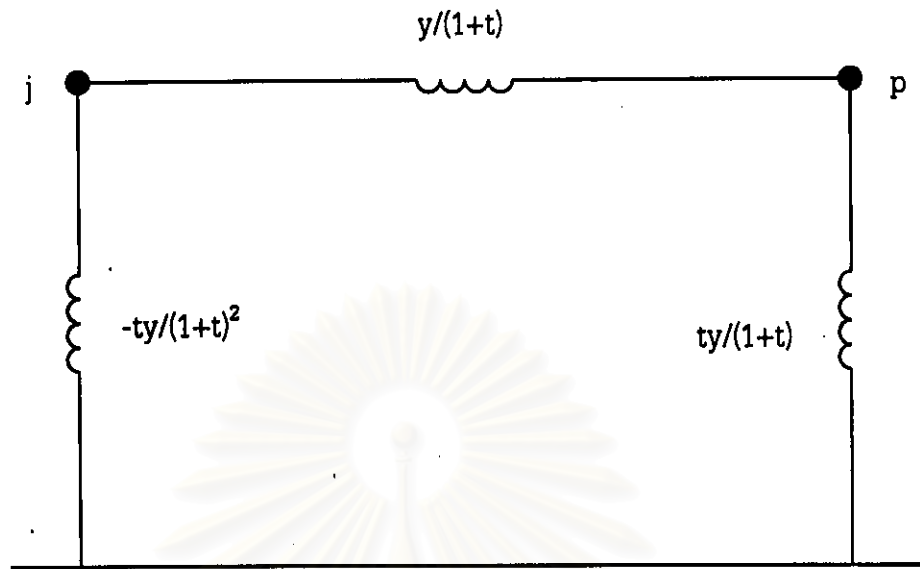
พร้อมกับอัตราส่วนจำนวนรอบของขดลวด

ความสัมพันธ์ของกระแสและแรงดันระหว่างโหนดในรูปที่ 2.15 จะเหมือนกับแบบจำลองในรูปที่

2.14

ถ้าโหนด k,q ต่อลงดินเหมือนกับแผนภาพเส้นเดียวที่แทนระบบ 3 เฟสแบบสมดลย์ วงจรสมมูล

ในรูปที่ 2.15 จะลดรูปลงเป็นวงจรสมมูลแบบ π ดังแสดงในรูปที่ 2.16

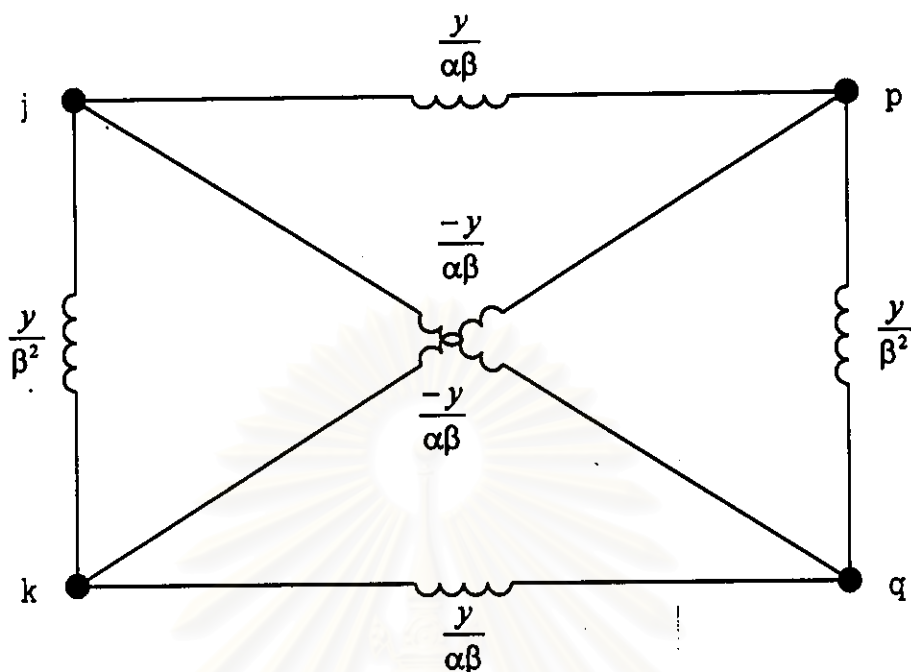


รูปที่ 2.16 วงจรสมมูลย์แบบ π เมื่อโหนด k และ q ต่อลงดิน

วงจร สมมูลย์ในรูปที่ 2.15 จะเป็น แบบจำลองที่เพียงพอสำหรับหม้อแปลง 1 เฟส ที่มีการปรับเปลี่ยนอัตราส่วนจำนวนรอบของขดลวด และยังเพียงพอสำหรับทั้ง 2 ด้านของขดลวดที่ต่อแบบสตาร์ (และมีเห็น) แต่สามารถใช้ได้เฉพาะด้านที่ประกอบด้วยขดลวดที่ต่อแบบเดลตาเท่านั้น

พิจารณาด้านสตาร์และด้านเดลตา ของหม้อแปลงแบบ 1 เฟส ถ้าให้อัตราส่วนจำนวนรอบของขดลวดเต็มที ค่าแรงดัน 1 p.u. ในแต่ละขาของขดลวดแบบสตาร์ในสภาวะสมดุล จะทำให้ได้แรงดัน 1.732 p.u. ในแต่ละขาของขดลวดแบบเดลตา (ใช้แรงดันระหว่างเฟสกับนิวทรอลเป็นค่าฐาน) ดังนั้น โครงสร้างของด้านเดลตาจึงต้องมีค่าเก็บสมมูลย์ $\sqrt{3}$ เพิ่มเข้าไปที่อัตราส่วนจำนวนรอบของขดลวดด้านเดลตา ตัวอย่าง เช่น $1+t = 1.732$ หรือ $t = 0.732$

สำหรับหม้อแปลงแบบเดลตา-เดลตา หรือ สตาร์-เดลตา ที่มีเห็นที่ด้านสตาร์ วงจรสมมูลย์ในรูปที่ 2.15 จะมีการปรับเปลี่ยนเพื่อให้สามารถแทนเก็บสมมูลย์ในแต่ละด้านได้ วงจรสมมูลย์ของหม้อแปลง 1 เฟส สามารถทำได้โดยพิจารณาม้อแปลงแบบเดลตา-เดลตา ที่ประกอบด้วยหม้อแปลงแบบเดลตา-สตาร์ต่อแบบอนุกรม (ผ่านอิมพีแดนซ์ที่มีค่าเท่ากับศูนย์) กับหม้อแปลงแบบสตาร์-เดลตา ดังนั้นขดลวดสตาร์จะต่ออนุกรมกัน เนื่องจากนิวทรอลของทั้ง 2 ด้านต่อลงดินโดยตรง ดังนั้นอิมพีแดนซ์รั่วของหม้อแปลงแต่ละตัวจะเป็นครึ่งหนึ่งของอิมพีแดนซ์ของหม้อแปลงแบบเดลตา-เดลตา การต่ออนุกรมกันของวงจรแบบสมมาตร 1 เฟส 2 วงจร สามารถอธิบายได้โดยแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ที่หลังจากการลดทอนออเดอร์ 4 ที่แทนวงจรระหว่างโหนด j, k, p, q ดังกล่าวมาแล้วจะแสดงได้ในรูปที่ 2.17



รูปที่ 2.17 แสดงวงจรสมมุติของหม้อแปลง 1 เฟสพร้อมด้วยแท็บสมมุติด้านปฐมภูมิและทุติยภูมิ

โดย α คือ แท็บสมมุติด้านหนึ่งของหม้อแปลง

β คือ แท็บสมมุติอีกด้านหนึ่งของหม้อแปลง

y คือ อิมพีแดนซ์รั่วของหม้อแปลง

รูปที่ 2.17 แสดงวงจรสมมุติแบบสมมาตรทั่วไปของหม้อแปลง 1 เฟส โดยที่ขดลวดด้านปฐมภูมิและทุติยภูมิ อาจจะมีอัตราส่วนจำนวนรอบของขดลวดที่เปลี่ยนแปลงได้ทั้งที่เป็นค่าจริงและค่าสมมุติ แทนด้วย α และ β

จากวงจรสมมุติของหม้อแปลง 1 เฟส ในหัวข้อนี้จะพบว่า

- วงจรสมมุติที่มีความยืดหยุ่นกว่าวงจรสมมุติในระบบองค์ประกอบสมมาตร ทั้งในด้านการต่อกันของขดลวด และโครงสร้างทางแกนเหล็ก

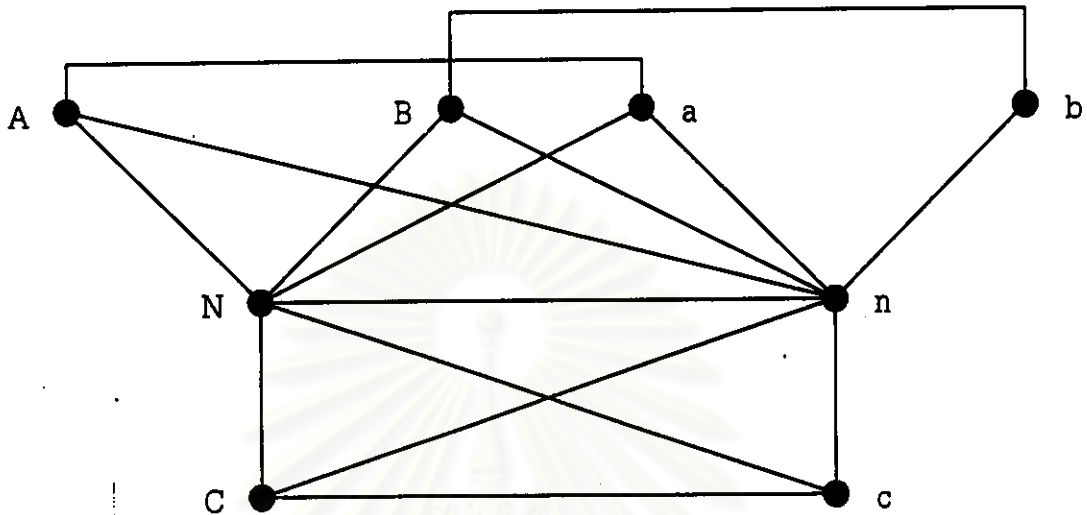
- วงจรสมมุติสามารถรวมการเลือกมุมเฟสระหว่างระดับแรงดันที่แตกต่างกัน

- วงจรสมมุติสามารถรวมค่าอัตราส่วนจำนวนรอบของขดลวดของหม้อแปลง

- ขนาดและความสัมพันธ์ของมุมเฟสระหว่างกระแสและแรงดัน (p.u.) ทั้งที่สมดุติและไม่สมดุติของทั้ง 2 ด้านของหม้อแปลงจะมีความถูกต้องตามวงจรสมมุติ

แบบจำลองของหม้อแปลง 1 เฟสนี้สามารถนำไปสร้างแบบจำลองของหม้อแปลงแบบหลายเฟสได้ดังจะแสดงในหัวข้อต่อไป

2.5.3.1 หม้อแปลงแบบสตาร์-สตาร์



รูปที่ 2.18 วงจรสมมูลแบบ 3 เฟสของหม้อแปลงที่ต่อแบบสตาร์-สตาร์

วงจรสมมูลนี้สามารถที่จะสร้างจากการต่อกันของวงจรสมมูลในรูปที่ 2.17 จำนวน 3 ชุด ที่มีการตั้งค่าเก็บทั้ง 2 ขดลวด โดย หักๆไป α หรือ β ค่าใดค่าหนึ่งจะมีค่าเท่ากับ 1 เพื่อความสะดวกวงจรสมมูลในรูปที่ 2.18 สามารถแสดงได้โดย ตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1 แสดงการต่อกันของวงจรสมมูลหม้อแปลงแบบสตาร์-สตาร์

แอดมิตแตนซ์	ระหว่างโหนด
y/α^2	N - A, N - B, N - C
y/β^2	n - a, n - b, n - c
$y/\alpha\beta$	A - a, B - b, C - c
$-y/\alpha\beta$	n - A, n - B, n - C; N - a, N - b, N - c
$3y/\alpha\beta$	N - n

ซึ่งสามารถเขียนในรูปเมทริกซ์ได้คือ

$$Y_{star - star} = \begin{bmatrix} \frac{y}{\alpha^2} & 0 & 0 & \frac{-y}{\alpha\beta} & 0 & 0 & \frac{-y}{\alpha^2} & \frac{y}{\alpha\beta} \\ 0 & \frac{y}{\alpha^2} & 0 & 0 & \frac{-y}{\alpha\beta} & 0 & \frac{-y}{\alpha^2} & \frac{y}{\alpha\beta} \\ 0 & 0 & \frac{y}{\alpha^2} & 0 & 0 & \frac{-y}{\alpha\beta} & \frac{-y}{\alpha^2} & \frac{y}{\alpha\beta} \\ \frac{-y}{\alpha\beta} & 0 & 0 & \frac{y}{\beta^2} & 0 & 0 & \frac{y}{\alpha\beta} & \frac{-y}{\beta^2} \\ 0 & \frac{-y}{\alpha\beta} & 0 & 0 & \frac{y}{\beta^2} & 0 & \frac{y}{\alpha\beta} & \frac{-y}{\beta^2} \\ 0 & 0 & \frac{-y}{\alpha\beta} & 0 & 0 & \frac{y}{\beta^2} & \frac{y}{\alpha\beta} & \frac{-y}{\beta^2} \\ \frac{-y}{\alpha^2} & \frac{-y}{\alpha^2} & \frac{-y}{\alpha^2} & \frac{y}{\alpha\beta} & \frac{y}{\alpha\beta} & \frac{y}{\alpha\beta} & y_{g1} + \frac{3y}{\alpha^2} & \frac{-3y}{\beta^2} \\ \frac{y}{\alpha\beta} & \frac{y}{\alpha\beta} & \frac{y}{\alpha\beta} & \frac{-y}{\beta^2} & \frac{-y}{\beta^2} & \frac{-y}{\beta^2} & \frac{-3y}{\beta^2} & y_{g2} + \frac{3y}{\beta^2} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

โดย 1 , 2 , 3 , 7 คือ ด้านหนึ่งของหม้อแปลง (A,B,C,N)

4 , 5 , 6 , 8 คือ อีกด้านหนึ่งของหม้อแปลง (a,b,c,n)

7 , 8 คือ จุดนิวทรัล (N,n)

y_{g1} คือ การรวมแอดมิตแตนซ์ด้านหนึ่งของหม้อแปลง

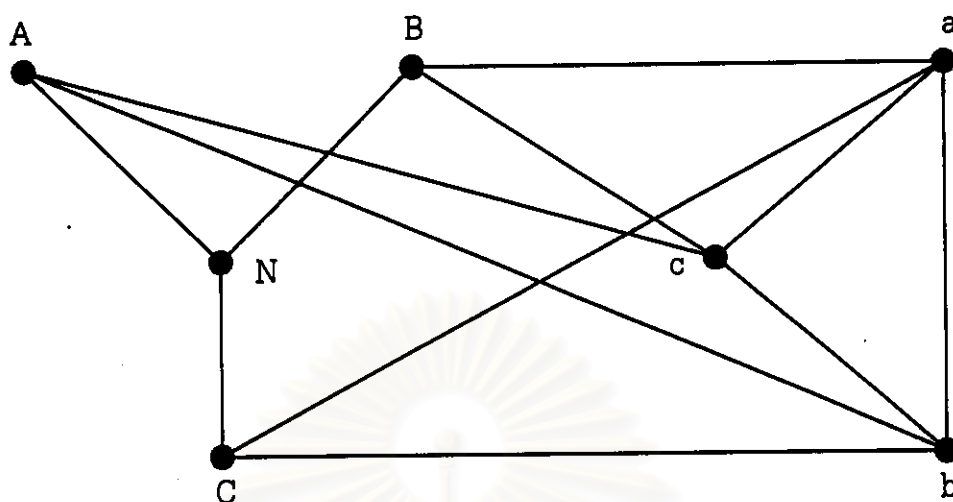
y_{g2} คือ การรวมแอดมิตแตนซ์อีกด้านหนึ่งของหม้อแปลง

α, β คือ การตั้งค่าแท็ป (Tap setting)

y คือ leakage admittance

2.5.3.2 หม้อแปลงแบบเดลตา-สตาร์

โดยการใช้เทคนิคเดียวกับหัวข้อที่แล้ว วงจรสมมูล 3 เฟสของหม้อแปลงที่ต่อแบบเดลตา-สตาร์ สามารถแสดงได้ด้วย รูปที่ 2.19



รูปที่ 2.19 วงจรสมมูลย์แบบ!3 เฟสของหม้อแปลงที่ต่อแบบเดลตา-สตาร์

จากวงจรสมมูลย์ในรูปที่ 2.19 จะสามารถเขียนแบบจำลองของหม้อแปลงที่ต่อแบบเดลตา-สตาร์ในรูปเมตริกซ์ได้คือ

$$Y_{\text{delta-star}} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \frac{2y}{\beta^2} & \frac{-y}{\beta^2} & \frac{-y}{\beta^2} & 0 & -\frac{y}{\alpha\beta} & \frac{y}{\alpha\beta} & 0 \\ \frac{-y}{\beta^2} & \frac{2y}{\beta^2} & \frac{-y}{\beta^2} & \frac{y}{\alpha\beta} & 0 & -\frac{y}{\alpha\beta} & 0 \\ \frac{-y}{\beta^2} & \frac{-y}{\beta^2} & \frac{2y}{\beta^2} & -\frac{y}{\alpha\beta} & \frac{y}{\alpha\beta} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{y}{\alpha\beta} & -\frac{y}{\alpha\beta} & \frac{y}{\alpha^2} & 0 & 0 & \frac{-y}{\alpha^2} \\ -\frac{y}{\alpha\beta} & 0 & \frac{y}{\alpha\beta} & 0 & \frac{y}{\alpha^2} & 0 & \frac{-y}{\alpha^2} \\ \frac{y}{\alpha\beta} & -\frac{y}{\alpha\beta} & 0 & 0 & 0 & \frac{y}{\alpha^2} & \frac{-y}{\alpha^2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-y}{\alpha^2} & \frac{-y}{\alpha^2} & \frac{-y}{\alpha^2} & y_g + \frac{3y}{\alpha^2} \end{matrix} \end{matrix} \quad (2.39)$$

โดย 1 , 2 , 3 คือ หม้อแปลงด้านเดลตา (a,b,c)

4 , 5 , 6 คือ หม้อแปลงด้านสตาร์ (A,B,C)

7 คือ จุดนิวทรอล (N)

α, β คือ การตั้งค่าแท็บ (Tap setting)

y_x คือ กราฟแอดมิตแตนซ์ด้านสตาร์

โดยการใช้ตัวเลขที่นิยมใช้ในการจำแนกฝั่งตรงข้ามของวงจรคือ

A-N / c-b ; B-N / a-c ; C-N / b-a

ตารางที่แทนวงจรสมมูลย์แสดงดังตารางที่ 2.2 โดยการตั้งค่าแท็บ จะตั้งค่าเพียงข้างใดข้างหนึ่งของหม้อแปลงเท่านั้นคือ $\alpha = 1$ หรือ $\beta = 1$

ตารางที่ 2.2 แสดงการต่อกันของวงจรสมมูลย์หม้อแปลงแบบเดลตา-สตาร์

แอดมิตแตนซ์	ระหว่างโหนด
y/α^2	A - N, B - N, C - N
y/β^2	a - b, b - c, c - a
$y/\alpha\beta$	A - c, B - a, C - b
$-y/\alpha\beta$	A - b, B - c, C - a

2.5.4 โหลด (Load)

โหลดเป็นคำเรียกรวมถึงอุปกรณ์ต่างๆ ที่รับกำลังไฟฟ้าจริง และกำลังไฟฟ้าเสมือนนอกจากนี้ยังไปกำลังไฟฟ้าจริง และกำลังไฟฟ้าเสมือนของโหลดจะกำหนดให้มีค่าคงที่ตลอดการคำนวณ

แบบจำลองโหลดแบบกำลังคงที่ที่สามารถแสดงได้ในรูปที่ 2.20 ดังนั้นเราต้องรู้กำลังที่คงที่ของโหลดที่แต่ละโหนดบัสในระบบ ถ้าผลเฉลยโหลดโพลาร์ของระบบหลายเฟสรู้เข้า แบบจำลองโหลดแบบกำลังคงที่ จะสามารถแปลงเป็นการต่อกันแบบขนานของ กระแส แรงดัน หรืออิมพีแดนซ์ได้

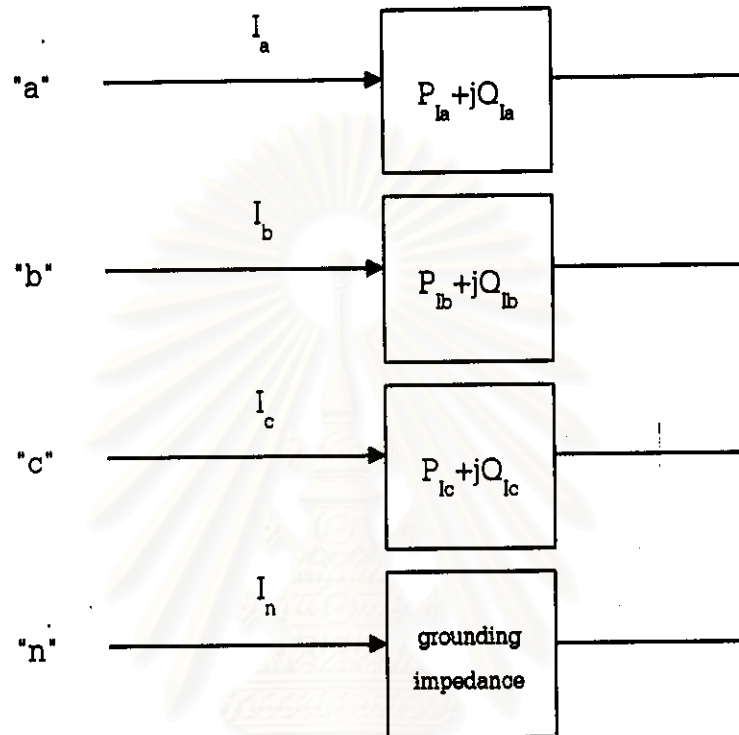
ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะใช้แบบจำลองโหลดแบบแอดมิตแตนซ์สมมูลย์ ดังแสดงในสมการ

$$Y_L = \frac{P - jQ}{|V|^2} \quad (2.40)$$

โดย P คือ กำลังไฟฟ้าจริง 3 เฟส หรือ 1 เฟส

Q คือ กำลังไฟฟ้าเสมือน 3 เฟส หรือ 1 เฟส

$|V|$ คือ ขนาดของแรงดันที่บัสที่โหลดต่ออยู่
สำหรับโหลด 1 หรือ 2 เฟส จะได้แบบจำลองเป็นค่าอิมพีแดนซ์ที่มีค่าเป็นอนันต์ในเฟสที่ไม่มีโหลดต่ออยู่



รูปที่ 2.20 แสดงแบบจำลองโหลดแบบกำลังคงที่

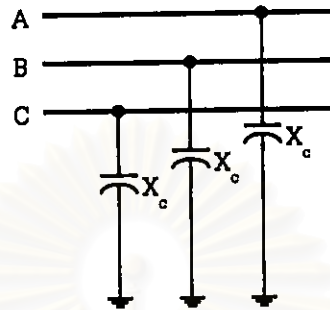
สำหรับการวิเคราะห์ความผิดพลาดจะประกอบด้วย การต่อกันแบบสตาร์ของ กระแส กำลัง หรือ อิมพีแดนซ์และอิมพีแดนซ์ที่ต่อลงดินโดยคิดเป็นโหลดแบบ 1 เฟส 3 ตัวต่อกันแบบสตาร์และจุดนิวทรัลต่อลงดินโดยผ่านอิมพีแดนซ์ (ซึ่งโดยทั่วไปเท่ากับศูนย์) [11]

2.5.5 ชั้นที่อิลิเมนต์ (Shunt element) [10]

ชั้นที่อิลิเมนต์ที่ใช้งานในระบบกำลังไฟฟ้า ได้แก่ คาปาซิเตอร์ (Capacitor) และ รีแอคเตอร์ (Reactor) คาปาซิเตอร์มักจะติดตั้งที่บัสต่างๆ หรือที่โหลด เพื่อใช้ยกระดับแรงดันไฟฟ้าปลายทางและลดการสูญเสียในสายส่งลง โดยคาปาซิเตอร์จะเป็นตัวจ่ายกำลังไฟฟ้าเสมือนให้กับระบบกำลังไฟฟ้า ส่วนตัวรีแอคเตอร์จะเป็นตัวดึงกำลังไฟฟ้าเสมือนออกจากระบบทำให้แรงดันไฟฟ้าที่บัสนั้นมีค่าลดลง

ข้อมูลสำหรับอุปกรณ์ดังกล่าวมักจะให้มาในรูปของกำลังไฟฟ้าพิกัด และ แรงดันพิกัด ดังนั้นค่าแอมิตแดนซ์สมมูลต่อเฟสในระบบ p.u. จะสามารถหาได้จากค่าดังกล่าว

สำหรับวงจรสมมูลที่ใช้แทนชั้นที่อิลิเมนต์ ประกอบด้วย แอดมิตแตนซ์คงที่ต่อเข้ากับบัสและลงดิน ดังแสดงในรูปที่ 2.21



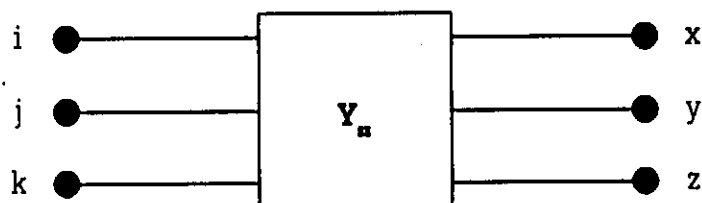
รูปที่ 2.21 วงจรสมมูลของชั้นที่อิลิเมนต์

แอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ของชั้นที่อิลิเมนต์มักจะเป็นแบบแนวทแยงมุมซึ่งโดยทั่วไปมักไม่มีการคัปปลิงกันระหว่างเฟสดังแสดงในสมการที่ (2.41) และสามารถรวมเมตริกซ์ดังกล่าวเข้ากับ BPNA ได้โดยตรง

$$Y_{SH} = \begin{bmatrix} \frac{1}{jX_c} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{jX_c} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{jX_c} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

2.5.6 ซีรีส์อิลิเมนต์ (Series element) [10]

คือ อุปกรณ์ใดๆ ที่ต่อโดยตรงระหว่างบัส 2 บัส ตัวอย่างเช่น คาปาซิเตอร์อนุกรมที่ไม่มีการคัปปลิงคือ แอดมิตแตนซ์เมตริกซ์เป็นแนวทแยงมุม สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 2.22



รูปที่ 2.22 ซีรีส์อิลิเมนต์

แอดมิตแตนซ์เมตริกซ์สามารถเขียนได้ในรูป

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{SE} & -Y_{SE} \\ -Y_{SE} & Y_{SE} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

โดย

$$Y_{SE} = \begin{bmatrix} \frac{1}{jX_G} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{jX_G} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{jX_G} \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

โดย X_G คือ ค่ารีแอกแตนซ์ของอุปกรณ์ต่อเฟส

2.6 การสร้างโหนดแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์พื้นฐานแบบหลายเฟส

จุดสำคัญในการวิเคราะห์ความผิดพลาดในระบบไฟฟ้าที่ไม่สมดุลคือ การสร้างแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์แบบหลายเฟส สำหรับการสร้างเมตริกซ์แบบนี้ แต่ละเฟสของระบบไฟฟ้าที่แต่ละบัสบาร์จะถูกแทนด้วยตัวเลข 1 ตัว ดังนั้นบัสบาร์ 1 บัส จะมีตัวเลข 3 ตัว โดยตัวเลขต่ำสุดจะเป็นเฟส A ตัวเลขกลางเป็นเฟส B ตัวเลขสูงสุดเป็นเฟส C จุดนิวทอลของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าหรือหม้อแปลงก็จะเป็นโหนดที่มีตัวเลขกำกับเช่นกัน

อุปกรณ์แต่ละชนิดในระบบจะถูกแทนด้วยเมตริกซ์ย่อย การสร้างเมตริกซ์ใหญ่จะทำโดยค่อยๆ เพิ่มอุปกรณ์ทีละหนึ่งตัว เมื่อทำครบกับอุปกรณ์ทุกชนิดแล้ว เมตริกซ์ที่ได้นี้จะเป็นเมตริกซ์ที่รวมผลของความไม่สมดุลของอุปกรณ์ทั้งหมดในระบบ ซึ่งรวมถึงการเลื่อนมุมเฟสของหม้อแปลงที่ต่อแบบเดลตา-สตาร์ ด้วยโหนดจะถูกแปลงเป็นแอดมิตแตนซ์สมมูลย์และรวมเข้าไปกับแนวเทียงมุมที่เหมาะสม เมตริกซ์ดังกล่าวมีชื่อเรียกว่า Base Case Polyphase Nodal Admittance Matrix (BPNA) [5]

การเพิ่มหรือลดสายส่ง และการเปลี่ยนแปลงอิมพีแดนซ์ของสายส่งที่มีการคับปลิงกันจะทำได้ได้ง่ายเนื่องจากเมตริกซ์ย่อยของสายส่งได้รวมผลของการคับปลิงไว้แล้วดังวิธีการดังนี้

- การเพิ่มสายส่ง ทำโดยการคำนวณเมตริกซ์ย่อยของสายส่งใหม่แล้วรวมเข้าไปกับ BPNA
- การลดสายส่ง ทำโดยการนำเมตริกซ์ย่อยของสายส่งนั้นๆ ออกจาก BPNA
- การปรับเปลี่ยนอิมพีแดนซ์ของสายส่ง ทำโดยการนำเมตริกซ์ย่อยของสายส่งนั้นๆ ออกแล้วนำ

เอาเมตริกซ์ย่อยตัวใหม่ที่มีการเปลี่ยนแปลงอิมพีแดนซ์เพิ่มเข้าไปแทน

2.7 สมการพื้นฐานในการวิเคราะห์ความผิดพลาด

สมการพื้นฐานในการวิเคราะห์ความผิดพลาดในวิทยานิพนธ์นี้จะแตกต่างจากการวิเคราะห์ความผิดพลาดโดยทั่วไป คือจะใช้สมการพื้นฐานที่ยึด Basis เป็นกรอบอ้างอิงซึ่งจะเป็นสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง กระแส (Bus current) และ แรงดัน (Bus voltage)

สมการโหนดแอดมิตแตนซ์ของระบบคือ

$$V = Y^{-1} I \quad (2.44)$$

โดย V แทนแรงดันเฟสที่แต่ละโหนด

I แทนกระแสเฟสที่ฉีดเข้าที่แต่ละโหนด

Y จะประกอบด้วยเมตริกซ์ย่อย ของอุปกรณ์ทุกชนิดในระบบ

ในการคำนวณกระแสผิดพลาด V จะแทนแรงดันหลังเกิดความผิดพลาด I แทนกระแสเฟสที่เข้าสู่แต่ละโหนด ยกเว้นแต่แหล่งจ่ายกระแสคงที่ที่แทนเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

2.8 การเปลี่ยนแปลงรูปร่างของระบบ

การเกิดขึ้นของความผิดพลาดแบบอนุกรมและแบบขนานโดยผ่านอิมพีแดนซ์ จะทำให้รูปร่างของระบบเปลี่ยนแปลงไป การเปลี่ยนแปลงอันนี้สามารถจำลองได้โดยการปรับเปลี่ยนโหนดแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์พื้นฐานแบบหลายเฟส [12]

2.9 วิธีการแหล่งจ่ายกระจายตัว [4,13,14]

การคำนวณผลของความผิดพลาดที่แม่นยำจะเกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์สภาวะก่อน และหลังเกิดความผิดพลาด โดยในที่นี้จะกล่าวถึงการวิเคราะห์ความผิดพลาดโดยใช้วิธีแหล่งจ่ายกระจายตัว ซึ่งวิธีนี้จะแตกต่างไปจากวิธีวิเคราะห์ความผิดพลาดแบบอื่นๆ คือจะแทนแบบจำลองของระบบกำลังไฟฟ้าด้วยแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ ในขณะที่วิธีอื่นๆ จะใช้อิมพีแดนซ์เมตริกซ์

2.9.1 สภาวะก่อนเกิดความผิดพลาด

สมการโหนดในระบบเฟสของระบบกำลังไฟฟ้าที่ไม่สมดุล คือ

$$YV=I \quad (2.45)$$

ซึ่งสามารถเขียนในรูปเมตริกซ์ได้คือ

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & - & - & Y_{1i} & Y_{1j} & Y_{1k} & - & - & Y_{1n} \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ Y_{i1} & - & - & Y_{ii} & Y_{ij} & Y_{ik} & - & - & Y_{in} \\ Y_{j1} & - & - & Y_{ji} & Y_{jj} & Y_{jk} & - & - & Y_{jn} \\ Y_{k1} & - & - & Y_{ki} & Y_{kj} & Y_{kk} & - & - & Y_{kn} \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ Y_{n1} & - & - & Y_{ni} & Y_{nj} & Y_{nk} & - & - & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ - \\ - \\ V_i \\ V_j \\ V_k \\ - \\ - \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ - \\ - \\ I_i \\ I_j \\ I_k \\ - \\ - \\ I_n \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

โดย Y คือ โหนดแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์พื้นฐานแบบหลายเฟส ที่รวมผลของความไม่สมดุลต่างๆที่เกิดขึ้นในระบบ เช่น สายส่งที่ไม่วางสลับที่ สายควม โหลด 1 เฟส ฯลฯ

I คือ เวกเตอร์หลัก (Column vectors) ของกระแส

V คือ เวกเตอร์หลัก (Column vectors) ของแรงดัน

เราจะอาจทำการแก้สมการที่ (2.46) ด้วยการอินเวอร์สเมตริกซ์ แต่ถ้าระบบมีขนาดใหญ่วิธีการอินเวอร์สเมตริกซ์จะเป็นวิธีที่ไม่เหมาะสมเนื่องจากเมตริกซ์มีขนาดใหญ่ทำให้เปลืองเวลาในการคำนวณ และยังเปลืองหน่วยความจำอีกด้วย ดังนั้นในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะเลือกใช้วิธีการแก้สมการพีชคณิตเชิงเส้นด้วยวิธีเชิงตัวเลข (Numerical method) [15-18] ดังแสดงไว้ในภาคผนวก ก ซึ่งเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพสูงกว่าวิธีอินเวอร์สเมตริกซ์ เพื่อหาแรงดันโดยใช้กระแสที่ฉีดเข้าสู่แต่ละโหนดในขณะที่เกิดความผิดปกติ และ โหนดแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์พื้นฐานแบบหลายเฟส

2.9.2 สภาวะหลังเกิดความผิดปกติ

ในการคำนวณสภาวะหลังเกิดความผิดปกติ ต้องทำการเปลี่ยนแปลงโหนดแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์พื้นฐาน Y ไปเป็น Y' ที่รวมผลของการเปลี่ยนแปลงสภาวะของระบบจากการเกิดความผิดปกติแบบต่างๆ ดังแสดงในหัวข้อต่อไป

2.9.2.1 ความผิดพร่องแบบขนาน

ดังได้กล่าวในหัวข้อก่อนๆ แล้วว่า ความผิดพร่องแบบขนานจะมีหลายแบบโดยจะมีทั้งความผิดพร่องแบบสมมาตร และความผิดพร่องแบบไม่สมมาตร รวมทั้งความผิดพร่องที่เกี่ยวข้องกับกราวด์และไม่เกี่ยวข้องกับกราวด์ ในหัวข้อนี้จะแสดงวิธีการวิเคราะห์ความผิดพร่องแบบขนานทุกๆ แบบโดยจะแสดงทั้งคำอธิบายและแสดงเมตริกซ์ประกอบ

2.9.2.1.1 ความผิดพร่องชนิดหนึ่งสายลงดิน

ถ้าเกิดความผิดพร่องแบบหนึ่งสายลงดินที่โหนด i แรงดันที่โหนด i จะเท่ากับศูนย์ซึ่งเท่ากับแรงดันที่จุดอ้างอิงทำให้กระแส I_i ในสมการด้านขวาของสมการที่ (2.46) จะไม่มีการนิยามแต่สามารถหาได้จากการแก้สมการ $(n-1)$ สมการโดยมีตัวแปรที่เป็นแรงดัน $(n-1)$ ตัวแปรคือ $V_m, m = 1, 2, \dots, n; m \neq i$ โดย $V_i = 0$

ซึ่งสามารถแสดงในรูปเมตริกซ์ได้คือ

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{1,i-1} & - & Y_{1j} & Y_{1k} & Y_{1n} \\ Y_{i-1,1} & Y_{i-1,i-1} & - & Y_{i-1,j} & Y_{i-1,k} & Y_{i-1,n} \\ - & - & - & - & - & - \\ Y_{j1} & Y_{j,i-1} & - & Y_{jj} & Y_{jk} & Y_{jn} \\ Y_{k1} & Y_{k,i-1} & - & Y_{kj} & Y_{kk} & Y_{kn} \\ Y_{n1} & Y_{n,i-1} & - & Y_{nj} & Y_{nk} & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_{i-1} \\ - \\ V_j \\ V_k \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_{i-1} \\ - \\ I_j \\ I_k \\ I_n \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

ถ้าให้ I'_i เป็นกระแสผิดพร่องที่โหนด i จะได้

$$I'_i = \sum_m Y_{im} V_m = I_i + I_f \quad (2.48)$$

โดย I_i เป็นกระแสก่อนเกิดความผิดพร่องที่โหนด i

$Y_{im} \quad m = 1, 2, \dots, n$ คือ ค่าในแถวที่ i ของเมตริกซ์ Y

I_f คือ กระแสที่ไหลลงดิน

2.9.2.1.2 ความผิดพลาดชนิดหนึ่งสายลงดินโดยผ่านอิมพีแดนซ์

ถ้าเกิดความผิดพลาดแบบหนึ่งสายลงดินที่โหนด i โดยผ่านอิมพีแดนซ์ z'_{i0} ดังนั้นแรงดัน V_i จะไม่เท่ากับศูนย์ ดังนั้นเราจะทำการคำนวณค่าแรงดันต่างๆ ค่าตามสมการที่ (2.46) โดยรวม $y'_{i0}(=z'_{i0}^{-1})$ เข้าไปกับตำแหน่ง Y_{ii} ซึ่งสามารถแสดงในรูปเมตริกซ์ได้คือ

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & - & - & Y_{1i} & Y_{1j} & Y_{1k} & - & - & Y_{1n} \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ Y_{i1} & - & - & Y_{ii} + y'_{i0} & Y_{ij} & Y_{ik} & - & - & Y_{in} \\ Y_{j1} & - & - & Y_{ji} & Y_{jj} & Y_{jk} & - & - & Y_{jn} \\ Y_{k1} & - & - & Y_{ki} & Y_{kj} & Y_{kk} & - & - & Y_{kn} \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - & - & - & - \\ Y_{n1} & - & - & Y_{ni} & Y_{nj} & Y_{nk} & - & - & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ - \\ - \\ V_i \\ V_j \\ V_k \\ - \\ - \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ - \\ - \\ I_i \\ I_j \\ I_k \\ - \\ - \\ I_n \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

ทำให้กระแสผิดพลาด $I_i' = I_i + I_f$ โดยที่

$$I_f = y'_{i0} V_i \quad (2.50)$$

2.9.2.1.3 ความผิดพลาดชนิดสองสาย

สำหรับความผิดพลาดแบบ 2 สายโดยไม่ผ่านอิมพีแดนซ์ เราต้องทำการแก้สมการที่ (2.46) โดยมีเงื่อนไขขั้วบังคับหรืออาจทำการเปลี่ยนแปลงแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ Y และจำนวนสมการ เพื่อทำการแก้สมการโดยไม่มีเงื่อนไขขั้วบังคับ

โดยวิธีการหนึ่งในการแก้ปัญหานี้ คือ การแปลงปัญหาที่มีเงื่อนไขขั้วบังคับ ไปเป็นปัญหาที่ไม่มีเงื่อนไขขั้วบังคับโดยการปรับเปลี่ยนและลดขนาดของแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์ Y ถ้าโหนดจำนวน r โหนดที่เกิดความผิดพลาดเข้าด้วยกันถูกแทนที่ด้วยโหนดสมมุทธ์ 1 โหนด จะได้เมตริกซ์ Y ที่มีขนาดลดลงเหลือ $(n-1)$ แถวและหลัก สำหรับโหนดสมมุทธ์ดังกล่าวสามารถทำได้โดยการรวมแถวและหลักของโหนดต้นแบบที่ถูกกำจัดออกจาก Y เช่น ถ้าโหนด j, k เกิดความผิดพลาดเข้าด้วยกัน ถ้าใช้โหนด j เป็นโหนดสมมุทธ์ จากสมการที่ (2.46) จะได้ว่าโดยการละทิ้งแถวที่ k และหลักที่ k ทำให้ออเดอ์ของสมการลดลงเหลือ $n-1$ โดย I_1, I_2, \dots, I_n เป็นค่าที่เรารู้

ซึ่งจะสามารถแสดงในรูปเมตริกซ์ได้คือ

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & - & Y_{1l} & Y_{1j}+Y_{1k} & Y_{1n} \\ - & - & - & - & - \\ Y_{1l} & - & Y_{ll} & Y_{lj}+Y_{lk} & Y_{ln} \\ Y_{j1}+Y_{k1} & - & Y_{jl}+Y_{kl} & Y_{jj}+Y_{kk} & Y_{jn}+Y_{kn} \\ Y_{n1} & - & Y_{nl} & Y_{nj}+Y_{nk} & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ - \\ V_l \\ V_j \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ - \\ I_l \\ I_j+I_k \\ I_n \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

ดังนั้นจะสามารถแก้สมการโดยวิธีการแก้สมการพีชคณิตเชิงเส้นแบบไม่มีเงื่อนไขบังคับ หลังจากหาแรงดันจากสมการที่ (2.51) ได้แล้วและจากเงื่อนไขในกรณีนี้คือ $V_j = V_k$ กระแสผิดพลาดสามารถหาได้จากสมการที่ (2.46) ที่มีออดเตอร์ n โดย

$$\left. \begin{aligned} I_j' &= \sum_{m=1}^n Y_{jm} V_m = I_j + I_{jk} \\ I_k' &= \sum_{m=1}^n Y_{km} V_m = I_k + I_{kj} \end{aligned} \right\} \quad (2.52)$$

โดย I_j คือ กระแสก่อนเกิดความผิดพลาดที่โหนด j

I_k คือ กระแสก่อนเกิดความผิดพลาดที่โหนด k

I_{kj} คือ กระแสผิดพลาดที่ไหลระหว่างโหนด k กับ โหนด j

$I_{jk}(= -I_{kj})$ คือ กระแสผิดพลาดที่ไหลระหว่างโหนด j กับ โหนด k

I_j' เป็นกระแสผิดพลาดที่โหนด j

I_k' เป็นกระแสผิดพลาดที่โหนด k

2.9.2.1.4 ความผิดพลาดชนิดสองสายโดยผ่านอิมพีแดนซ์

ถ้าเกิดความผิดพลาดชนิดสองสายโดยผ่านอิมพีแดนซ์ เราต้องทำการแก้สมการที่ (2.46) เพื่อหาแรงดัน โดยใช้เมตริกซ์ Y' ซึ่งมีการปรับเปลี่ยนจากเมตริกซ์ Y ก่อนเกิดความผิดพลาด โดยต้องทำการเพิ่มแอดมิตแตนซ์ที่เหมาะสมเข้าไปในเมตริกซ์ Y เดิม ตัวอย่างเช่น โหนด j กับ k เกิดความผิดพลาดเข้าด้วยกันโดยผ่านอิมพีแดนซ์ z'_{jk} เราต้องนำค่า $y'_{jk}(= z'_{jk}^{-1})$ รวมเข้ากับ Y_{jj} และ Y_{kk} และนำ $-y'_{jk}$ รวมเข้า Y_{jk} และ Y_{kj} ดังแสดงในสมการที่ (2.53)

$$\begin{bmatrix}
 Y_{11} & - & - & Y_{1j} & Y_{1k} & - & - & Y_{1n} \\
 - & - & - & - & - & - & - & - \\
 - & - & - & - & - & - & - & - \\
 Y_{i1} & - & - & Y_{ij} & Y_{ik} & - & - & Y_{in} \\
 Y_{j1} & - & - & Y_{ji} + y'_{jk} & Y_{jk} - y'_{jk} & - & - & Y_{jn} \\
 Y_{k1} & - & - & Y_{ki} - y'_{jk} & Y_{kk} + y'_{jk} & - & - & Y_{kn} \\
 - & - & - & - & - & - & - & - \\
 - & - & - & - & - & - & - & - \\
 Y_{n1} & - & - & Y_{nj} & Y_{nk} & - & - & Y_{nn}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 V_1 \\
 - \\
 - \\
 V_i \\
 V_j \\
 V_k \\
 - \\
 - \\
 V_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 I_1 \\
 - \\
 - \\
 I_i \\
 I_j \\
 I_k \\
 - \\
 - \\
 I_n
 \end{bmatrix}
 \quad (2.53)$$

หลังจากหาแรงดันทั้งหมดได้แล้ว จะหากระแสผิดพลาดที่ผ่านอิมพีแดนซ์ได้จาก

$$I_{jk} = y'_{jk}(V_j - V_k) \quad (2.54)$$

2.9.2.1.5 ความผิดพลาดชนิดสองสายลงดิน

ความผิดพลาดชนิดสองสายลงดินสามารถพิจารณาเป็นความผิดพลาดชนิดหนึ่งสายลงดินที่เกิดขึ้นพร้อมๆ กัน 2 สาย (simultaneous fault) เราจะทำการแก้สมการที่ (2.46) โดยให้แรงดันของโหนดที่เกิดความผิดพลาดลงดินเท่ากับศูนย์ เช่น ถ้าแรงดันจำนวน r โหนด มีค่าเท่ากับศูนย์ เราจะแก้สมการ $(n-r)$ สมการ สำหรับแรงดัน $(n-r)$ ค่าที่มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ซึ่งสามารถแสดงในรูปเมตริกซ์ได้คือ

$$\begin{bmatrix}
 Y_{11} & Y_{1j} & - & - & Y_{1,k+1} & Y_{1n} \\
 Y_{i1} & Y_{ii} & - & - & Y_{i,k+1} & Y_{in} \\
 - & - & - & - & - & - \\
 - & - & - & - & - & - \\
 Y_{k+1,1} & Y_{k+1,i} & - & - & Y_{k+1,k+1} & Y_{k+1,n} \\
 Y_{n1} & Y_{ni} & - & - & Y_{n,k+1} & Y_{nn}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 V_1 \\
 V_i \\
 - \\
 - \\
 V_{k+1} \\
 V_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 I_1 \\
 I_i \\
 - \\
 - \\
 I_{k+1} \\
 I_n
 \end{bmatrix}
 \quad (2.55)$$

กระแสผิดพลาดลงดินที่แต่ละโหนด (เช่น โหนด j กับ โหนด k) จะสามารถหาได้จาก

$$\left. \begin{aligned}
 I'_j &= \sum_m Y_{jm} V_m = I_j + I_f \\
 I'_k &= \sum_m Y_{km} V_m = I_k + I_f
 \end{aligned} \right\} \quad (2.56)$$

ส่วนกระแสผิดพลาดรวมสามารถหาได้จากผลรวมของกระแสผิดพลาดที่ทุกๆ โหนด

2.9.2.1.6 ความผิดพลาดชนิดสามสายลงดิน

ความผิดพลาดชนิดสามสายลงดินสามารถพิจารณาเป็นความผิดพลาดชนิดหนึ่งสายลงดินที่เกิดขึ้นพร้อมๆ กัน 3 สาย (simultaneous fault) ซึ่งจะมีวิธีคำนวณเหมือนหัวข้อที่ 2.9.2.1.5 โดยเราจะทำการแก้สมการที่ (2.46) โดยให้แรงดันของโหนดที่เกิดความผิดพลาดลงดินเท่ากับศูนย์ เช่น ถ้าแรงดันจำนวน r โหนด มีค่าเท่ากับศูนย์ เราจะแก้สมการ $(n-r)$ สมการ สำหรับแรงดัน $(n-r)$ ค่าที่มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ซึ่งสามารถแสดงในรูปเมตริกซ์ได้คือ

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & - & Y_{1,i-1} & - & Y_{1,k+1} & Y_{1n} \\ - & - & - & - & - & - \\ Y_{i-1,1} & - & Y_{i-1,i-1} & - & Y_{i-1,k+1} & Y_{i-1,n} \\ - & - & - & - & - & - \\ Y_{k+1,1} & - & Y_{k+1,i-1} & - & Y_{k+1,k+1} & Y_{k+1,n} \\ Y_{n1} & - & Y_{n,i-1} & - & Y_{n,k+1} & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ - \\ V_{i-1} \\ - \\ V_{k+1} \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ - \\ I_{i-1} \\ - \\ I_{k+1} \\ I_n \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

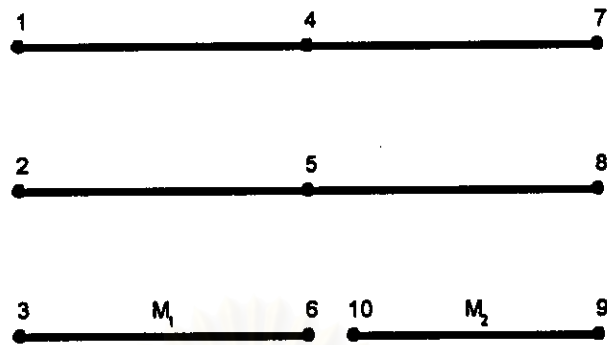
ในทำนองเดียวกับหัวข้อที่ 2.9.2.5 กระแสผิดพลาดลงดินที่แต่ละโหนดสามารถหาได้จาก

$$\left. \begin{aligned} I'_i &= \sum_m Y_{im} V_m = I_i + I_f \\ I'_j &= \sum_m Y_{jm} V_m = I_j + I_f \\ I'_k &= \sum_m Y_{km} V_m = I_k + I_f \end{aligned} \right\} \quad (2.58)$$

ส่วนกระแสผิดพลาดรวมสามารถหาได้จากผลรวมของกระแสผิดพลาดที่ทุกๆ โหนด

2.9.2.2 ความผิดพลาดแบบอนุกรม [4,14]

ดังได้กล่าวมาแล้วว่า ความผิดพลาดแบบอนุกรมมักจะเป็นการเปิดวงจรของสายส่ง ซึ่งมักเกิดจากการทำงานของเซอร์กิตเบรกเกอร์ การขาดของสายส่ง หรือการทำงานของฟิวส์ เราจะแทนการเปิดวงจรได้โดยการเพิ่มจำนวนแฉกและจำนวนหลักในสมการที่ (2.22) ขึ้นอีกตามจำนวนการเปิดวงจร



รูปที่ 2.23 แสดงการเปิดวงจรของสายส่ง

จากรูปที่ 2.23 ให้ตัวนำ M_2 เปิดวงจรที่โหนด 6 จะทำให้ได้โหนดพิเศษเพิ่มเติมขึ้นอีกหนึ่งโหนด ในที่นี้ให้เป็นโหนด 10 จะทำให้ขนาดของโหนดแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์พื้นฐานแบบหลายเฟสมีขนาดเพิ่มขึ้นหนึ่งแถวและหนึ่งหลัก การเปิดวงจรสามารถพิจารณาได้โดยการเปลี่ยนแปลงโหนดแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์พื้นฐานแบบหลายเฟสตามความสัมพันธ์

$$\left. \begin{aligned} Y_{10,i} &= 0; i = 1,2,3 \\ Y_{10,i} &= -Y_{9,i}; i = 4,5 \\ Y_{10,6} &= 0 \\ Y_{10,i} &= Y_{6,i}; i = 7,8,9 \\ Y_{10,10} &= \sum Y_{10,i}; i = 4,5,7,8,9 \end{aligned} \right\} (2.59)$$

$$\left. \begin{aligned} Y_{6,i} &= -Y_{3,i}; i = 4,5 \\ Y_{6,6} &= \sum Y_{6,i}; i = 1,2,3,4,5 \\ Y_{6,i} &= 0; i = 7,8,9 \\ Y_{6,10} &= 0 \end{aligned} \right\} (2.60)$$

การจำลองการเปิดวงจรมากกว่า 1 แห่ง สามารถทำได้ในทำนองเดียวกัน โดยการเปิดวงจรอาจเกิดที่คนละเฟสในบัสบาร์เดียวกัน หรือ เกิดที่เฟสต่างๆ บนคนละบัสบาร์

2.9.2.3 ความผิดพลาดที่เกิดขึ้นพร้อมๆ กันหลายแห่ง (Simultaneous fault) [14]

ดังได้กล่าวมาแล้วว่าในระบบพิกัดเฟส ความผิดพลาดชนิด 2 สาย และ 3 สายลงดินจะพิจารณาเป็นความผิดพลาดที่เกิดขึ้นพร้อมๆ กันหลายแห่ง

แต่ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงความผิดพลาดที่เกิดขึ้นพร้อมๆ กันหลายแห่งชนิดที่น่าสนใจคือ ความผิดพลาดชนิดหนึ่งสายลงดินที่เกิดขึ้นพร้อมๆ กับการเปิดวงจรของสายส่ง ซึ่งจะสามารถคำนวณได้โดยอาศัยทฤษฎีการทับซ้อน (Superposition theorem) คือ เราจะทำการเปลี่ยนแปลงโหนดแอดมิตแตนซ์เมตริกซ์พื้นฐานแบบหลายเฟส เพื่อจำลองการเปิดวงจรตามหัวข้อที่ 2.9.2.2

ส่วนค่ากระแสผิดพลาดสามารถหาได้โดยใช้สูตรการคำนวณกระแสผิดพลาดชนิดหนึ่งสายลงดิน คือ

$$I'_i = \sum_m Y_{im} V_m = I_i + I_f \quad (2.61)$$



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย