บทที่ 3

วิธีการที่นำเสนอ

แขนกลแบบอ่อนตัวเป็นระบบที่มีมิติอนันต์และแบบจำลองที่ประมาณเป็นระบบที่มีมิติจำกัด โดยมีสัญญาณออกเป็นตำแหน่งปลายเป็นระบบเฟสไม่ต่ำสุด (nonmininum phase) ดังนั้นจึงไม่สามารถใช้วิธีการควบคุมที่ใช้ได้ดีกับแขนกลแบบแข็งเกร็งมาใช้กับแขนกลแบบอ่อนตัวโดยที่ละเลยความอ่อนตัวได้ โดยทั่วไปจึงมีการแปลงปัญหาอยู่ในรูปแบบของการควบคุมมอเตอร์ให้เป็นไปตามเส้นทางที่ต้องการและลดการแกว่งของตำแหน่งปลายไปในตัวด้วย (Ge,1997) งานวิจัยที่มองปัญหาในลักษณะนี้ได้แก่ (Aoustin et al., 1993), (Ham and Lee, 1993), (Lewis and Vandegrift, 1993), (Yesildirek et al.,1994), (Yang et al., 1994), (Yang et al., 1995) เป็นต้น และ Yang et al. (1997) มองปัญหาในลักษณะเดียวกับที่กล่าวมาและออกแบบกฎการควบคุมจากการวิเคราะห์เลียปูโนฟ ซึ่งได้กฎการควบคุมแบบไม่เชิงเส้น และทดลองใช้กับระบบจริงซึ่งได้ผลดี แต่วิธีการดังกล่าวจะต้องทราบแบบจำลองระบบอย่างแม่นยำจึงจะออกแบบตัวควบคุมได้ และในกรณีที่ไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ของระบบสามารถทำได้โดยการใช้วิธีการควบคุมแบบปรับตัว ซึ่งโดยทั่วไปแล้วต้องทราบโครงสร้างของแบบจำลองของระบบและจะต้องจัดให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ถดถอยคูณกับเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า ซึ่งในกรณีของแขนกลแบบอ่อนตัว การที่จะทราบโครงสร้างของแบบจำลองอย่างแน่นอนทำได้ยาก นอกจากนั้นอาจจะไม่สามารถจัดให้อยู่ในรูปแบบที่ใช้การควบคุมแบบปรับตัวได้

ข่ายงานระบบประสาทมีคุณสมบัติคือใช้เป็นตัวประมาณไม่เชิงเส้นได้ดี ดังนั้นในบทที่แล้วได้แสดงให้เห็นถึงการนำคุณสมบัตินี้มาประยุกต์ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมแบบปรับตัวโดยตรง ซึ่งมีข้อดีคือไม่จำเป็นต้องจัดให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ถดถอยคูณกับเวกเตอร์ของพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า และไม่จำเป็นต้องรู้โครงสร้างของแบบจำลองระบบ

ในบทนี้จะอธิบายถึงวิธีการควบคุมที่เสนอขึ้นใหม่ ซึ่งได้จากหลักการออกแบบตัวควบคุมแบบปรับตัวโดยตรงที่ใช้ข่ายงานระบบประสาท กับโครงสร้างของตัวควบคุมในบทความ (Yang et al., 1997) ในตอนแรกจะกล่าวถึงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนกลแบบอ่อนตัวในรูปทั่วไป จากนั้นจะกล่าวถึงวิธีการควบคุมแบบไม่เชิงเส้นซึ่งทำการออกแบบตัวควบคุมจากแบบจำลองที่กล่าวในตอนแรก ในตอนสุดท้ายจะกล่าวถึงแนวคิดและหลักการของวิธีการที่เสนอขึ้นใหม่

3.1 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของแขนกลแบบอ่อนตัว

แขนกลแบบอ่อนตัวโดยทั่วไป แสดงได้ด้วยสมการอนุพันธ์ย่อย และเงื่อนไขขอบเขต และจัดเป็นระบบที่มีมิติหรือตัวแปรสถานะเป็นอนันต์ ในส่วนของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีตัวแปรสถานะจำกัดแสดงได้ด้วยสมการในรูปทั่วไป ดังนี้

$$M(q)\ddot{q} + h(q,\dot{q}) + Kq = Q\tau \qquad (3\text{-}1\text{ก})$$

โดยที่

$$Q = \begin{bmatrix} I_{n\times n} \\ 0_{m\times n} \end{bmatrix}$$

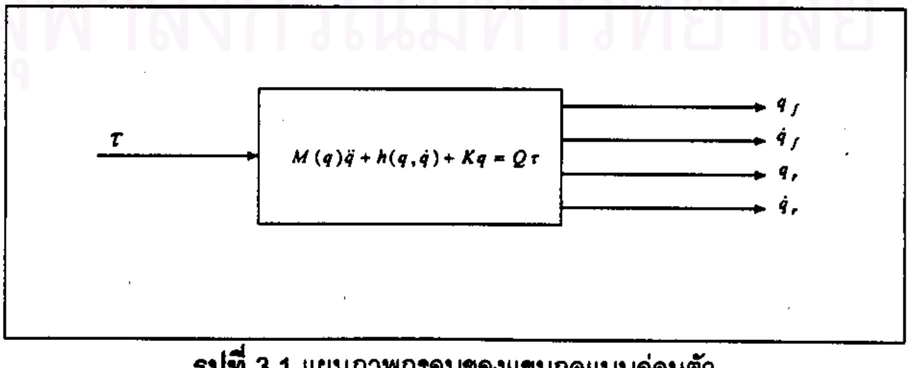
หรือเขียนในอีกรูปแบบได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} M_{rr} & M_{rf} \\ M_{fr} & M_{ff} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{q}_r \\ \ddot{q}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_{rr} & h_{rf} \\ h_{fr} & h_{ff} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{q}_r \\ \dot{q}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{ff} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_r \\ q_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (3\text{-}1\text{ข})$$

$q = [q_r^T \quad q_f^T]$ คือ ระบบพิกัดทั่วไป (generalized coordinate) โดยที่ $q_r \in R^n$ คือ เวกเตอร์ของระบบพิกัดโมดแข็งเกร็ง (vector of rigid mode coordinate), $q_f \in R^m$ คือ เวกเตอร์ของระบบพิกัดโมดอ่อนตัว (vector of flexible mode coordinates) และ τ คือ สัญญาณขาเข้า (input) ของระบบ

ในทางกายภาพ q_{ri} คือ มุมของแขนกลข้อต่อที่ i ส่วน q_{fi} คือ ระบบพิกัดของโมดอ่อนตัวซึ่งขึ้นอยู่กับวิธีการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวิธีที่นิยมใช้มี 2 วิธี คือ

1) วิธีการสมมติโมด : q_{fi} เป็นโมดการแกว่งที่ i ซึ่งในระบบจริงสามารถวัดได้ด้วยตัวตรวจรู้ความเครียด
2) ระเบียบวิธีชิ้นประกอบอันตะ : q_{fi} เป็น ระยะที่เบี่ยงเบนไป (deflection) ท่อนที่ i ของการแบ่งแขนกล ในระบบจริงสามารถวัดได้ด้วย ชุดของกล้อง (camera) และ แหล่งกำเนิดแสง (light source)



รูปที่ 3.1 แผนภาพกรอบของแขนกลแบบอ่อนตัว

3.2 วิธีการควบคุมแบบไม่เชิงเส้น

วิธีนี้นำมาจากบทความ (Yang et al., 1997) ซึ่งสร้างกฎการควบคุมจากการวิเคราะห์เลียปูโนฟ โดยเลือกกฎการควบคุมที่ทำให้อนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชันเลียปูโนฟเทียบกับเวลาน้อยกว่าศูนย์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

- เส้นทางที่ต้องการ (desired trajectory)

กำหนด $q_d(t)$, $\dot{q}_d(t)$ และ $\ddot{q}_d(t)$ คือ เส้นทางที่ต้องการ และอนุพันธ์อันดับหนึ่งและอนุพันธ์อันดับสองเทียบกับเวลา ตามลำดับ

- วัตถุประสงค์ในการควบคุม

ต้องการให้ มุมของมอเตอร์และอนุพันธ์อันดับหนึ่งและอันดับสองเทียบกับเวลา เคลื่อนที่ไปตามเส้นทางที่ต้องการ และในขณะเดียวกันทำ q_f ให้เสถียร (stabilize) หรือกล่าวในทางคณิตศาสตร์ คือ

$$q_r(t) \to q_d(t), \quad \dot{q}_r(t) \to \dot{q}_d(t), \quad \ddot{q}_r(t) \to \ddot{q}_d(t)$$

และ $$\textit{Stabilize} \quad q_f$$

- หลักการ

กำหนดให้

$$e = \begin{bmatrix} e_r \\ e_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_r - q_d \\ q_f \end{bmatrix} \tag{3-2}$$

และ

$$s = \dot{e} + \lambda e = \begin{bmatrix} \dot{e}_r + \lambda_r e_r \\ \dot{e}_f + \lambda_f e_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_r \\ s_f \end{bmatrix} \tag{3-3}$$

เขียน (3-1) ในรูปของ s ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} M_{rr} & M_{rf} \\ M_{fr} & M_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{s}_r \\ \dot{s}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_{rr} & h_{rf} \\ h_{fr} & h_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_r \\ s_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{vr} & 0 \\ 0 & K_{vf} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_r \\ s_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_m + K_{vr} s_r + \tau \\ \tau_a \end{bmatrix} \tag{3-4}$$

โดยที่

$$\tau_m = M_{rr}(-\ddot{q}_d + \lambda_r \dot{e}_r) + M_{rf}(\lambda_f \dot{e}_f) + h_{rr}(-\dot{q}_d + \lambda_r e_r) + h_{rf} \lambda_f e_f$$

$$\tau_a = M_{fr}(-\ddot{q}_d + \lambda_r \dot{e}_r) + M_{ff}(\lambda_f \dot{e}_f) + h_{fr}(-\dot{q}_d + \lambda_r e_r) + h_{ff} \lambda_f e_f + K_{vf} s_f - K_{pf} q_f$$

- กฎการควบคุม (control law)

$$\tau = -K_{vr}s_r - \tau_m - \tau_f \tag{3-5}$$

โดยที่

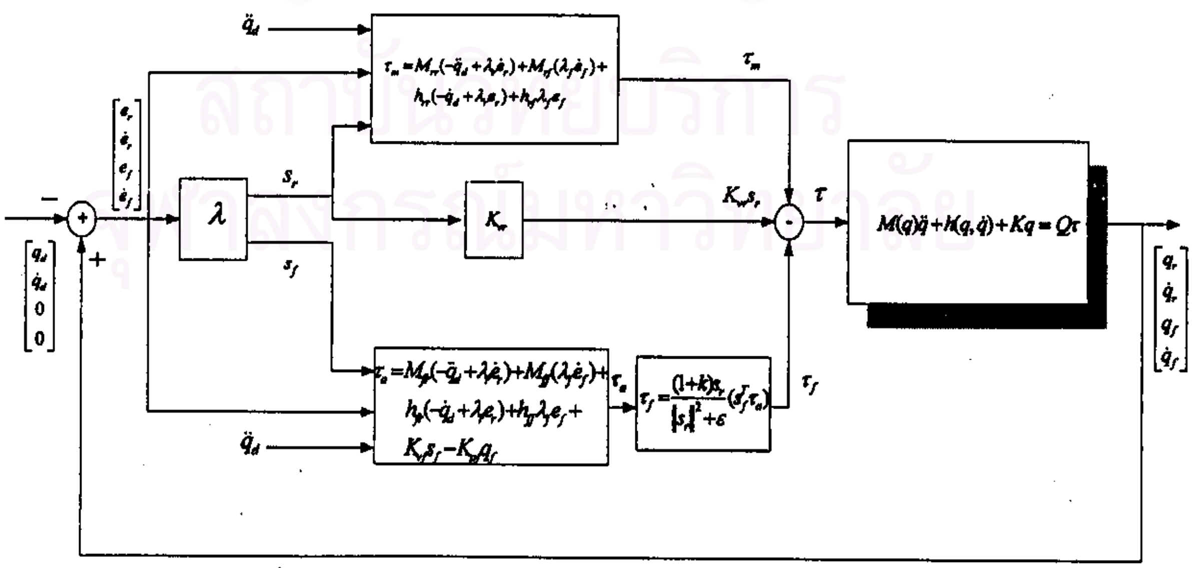
$$\tau_f = \frac{(1+k)s_r}{\|s_r\|^2 + \varepsilon}(s_f^T \tau_a)$$

$$\dot{k} = \frac{1}{k}\left(\frac{k\|s_r\|^2 - \varepsilon}{\|s_r\|^2 + \varepsilon}\right)(s_f^T \tau_a), \quad k \neq 0.$$

ในบทความ (Yang et al., 1997) ได้แสดงการพิสูจน์ว่าเมื่อใช้กฎการควบคุม (3-5) สามารถทำให้ $e, \dot{e} \to 0$ เมื่อ $t \to \infty$

จากกฎการควบคุมตามสมการ (3-5) จะเห็นได้ว่า กฎการควบคุมประกอบด้วย 3 เทอม ดังนี้ เทอมแรก $K_{vr}s_r$ เป็นการป้อนกลับแบบสัดส่วน-อนุพันธ์ของโมดแข็งเกร็ง เทอมที่สอง τ_m เป็นการควบคุมให้โมดแข็งเกร็งเคลื่อนที่ไปตามเส้นทางที่ต้องการ และเทอมสุดท้าย τ_f เป็นส่วนของการควบคุมตำแหน่งปลาย

กฎการควบคุมที่ได้จากวิธีการนี้จะต้องทราบแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบ (3-1) จึงจะสามารถสร้างได้ ซึ่งจะต้องทราบโครงสร้างและค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลองอย่างแน่นอน ในกรณีที่ทราบโครงสร้างแต่ไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ สามารถใช้วิธีการควบคุมแบบปรับตัวโดยตรงโดยทั่วไปได้ แต่จะต้องทราบโครงสร้างของแบบจำลองอย่างแน่นอนซึ่งหาได้ยากในกรณีของแขนกลแบบอ่อนตัว การปรับปรุงในจุดนี้ทำได้โดยใช้การควบคุมแบบปรับตัวโดยตรงที่ใช้ข่ายงานระบบประสาทซึ่งกล่าวถึงแล้วในบทที่ 2



รูปที่ 3.2 แผนภาพกรอบแสดงวิธีการควบคุมแบบไม่เชิงเส้น

3.3 การควบคุมแขนกลแบบอ่อนตัวด้วยข่ายงานระบบประสาทโดยอาศัยแบบจำลองส่วนแข็งเกร็ง (Rigid Model-Based Neural Networks Control of Flexible Manipulators)

วิธีการนี้ได้แนวคิดจาก Donne and Ozguner (1994) และ Lin and Yih (1996) โดยมีหลักการที่น่าสนใจคือ การออกแบบตัวควบคุมมาจากสองส่วนคือ ในส่วนแรกเป็นการหาแบบจำลองของแขนกลแบบอ่อนตัวเฉพาะส่วนแข็งเกร็ง และใช้หลักการออกแบบตัวควบคุมสำหรับแขนกลแบบแข็งเกร็งโดยทั่วไปกับแบบจำลองที่ได้ในส่วนนี้ ส่วนที่สองเป็นการใช้ข่ายงานระบบประสาทชดเชยความผิดพลาดของส่วนแรกที่ได้ละเลยพลวัตของส่วนอ่อนตัว ซึ่งประกอบด้วยข่ายงานระบบประสาท 2 ชุด โดยที่ในชุดแรกใช้ในการหาเอกลักษณ์ของส่วนที่แตกต่างระหว่างแบบจำลองส่วนแข็งเกร็งกับระบบจริง และชุดที่สองใช้เป็นตัวควบคุมโดยทำหน้าที่ชดเชยตัวควบคุมที่ออกแบบไว้สำหรับส่วนแข็งเกร็ง วิธีการในลักษณะเช่นนี้มีข้อดีคือออกแบบได้ง่ายเพราะไม่ต้องออกแบบตัวควบคุมจากแบบจำลองของแขนกลแบบอ่อนตัวซึ่งหาได้ยาก เพียงแค่ใช้แบบจำลองในส่วนแข็งเกร็งเท่านั้น และจุดนี้เป็นการช่วยลดขนาดของข่ายงานระบบประสาทที่ใช้ เพราะว่าไม่ได้ใช้ข่ายงานระบบประสาทเพียงอย่างเดียวในการหาเอกลักษณ์และควบคุมระบบ แต่ใช้เป็นส่วนเสริมจากส่วนแข็งเกร็งเท่านั้น อย่างไรก็ตามวิธีนี้ก็มีข้อเสียคือ จะต้องมีการฝึกหัดข่ายงานระบบประสาทล่วงหน้า โดยทำการฝึกหัดข่ายงานระบบประสาทชุดที่ใช้ในการหาเอกลักษณ์ก่อน หลังจากนั้นจึงทำการฝึกหัดข่ายงานระบบประสาทที่ทำหน้าเป็นตัวควบคุม ซึ่งขั้นตอนในการฝึกหัดเป็นขั้นตอนที่ใช้เวลานาน

ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้นำแนวคิดของการควบคุมแขนกลแบบอ่อนตัวด้วยข่ายงานระบบประสาทโดยอาศัยแบบจำลองในส่วนแข็งเกร็ง กับโครงสร้างของการควบคุมแบบไม่เชิงเส้นที่กล่าวถึงในหัวข้อที่แล้ว และการควบคุมแบบปรับตัวโดยตรงที่ใช้ข่ายงานระบบประสาทที่อธิบายในบทที่สอง มาประยุกต์เข้าด้วยกันเพื่อสร้างวิธีใหม่ซึ่งจะกล่าวถึงในตอนต่อไป

3.3.1 หลักการ

วิธีนี้เป็นวิธีที่เสนอขึ้นมาใหม่โดยใช้โครงสร้างการควบคุมของการควบคุมแบบไม่เชิงเส้นที่กล่าวถึงในหัวข้อก่อนหน้านี้ เมื่อพิจารณากฎการควบคุม (3-5) เห็นได้ว่าจะต้องทราบแบบจำลองของระบบอย่างแน่นอนทั้งโครงสร้างและพารามิเตอร์ ในกรณีที่ไม่ทราบค่าพารามิเตอร์สามารถใช้วิธีการควบคุมแบบปรับตัวโดยตรงมาใช้ได้ แต่จะต้องทราบโครงสร้างของแบบจำลอง เมื่อพิจารณาจาก (3-1) แล้วพบว่าแบบจำลองประกอบด้วย 2 ส่วนหลัก คือ ส่วนของโมดแข็งเกร็ง(เทอมที่มีตัวห้อย rr) และส่วนที่เกี่ยวกับโมดอ่อนตัว(เทอมที่มีตัวห้อย f อยู่ด้วย) แบบจำลองส่วนของโมดแข็งเกร็งหาได้ไม่ยาก แต่แบบจำลองที่เกี่ยวกับโมดอ่อนตัวหาได้ยาก ดังนั้นในส่วนนี้จึงใช้ข่ายงานระบบระบบประสาทแทนในส่วนที่เกี่ยวกับ

การอ่อนตัวและยังสามารถชดเชยส่วนของโมดแข็งเกร็งในกรณีที่ไม่สามารถหาแบบจำลองในส่วนนี้ได้อย่างแน่นอน ลักษณะเช่นนี้เป็นการควบคุมแบบปรับตัวโดยตรงที่ใช้ข่ายงานระบบประสาทซึ่งได้กล่าวถึงในบทที่ 2 ในส่วนต่อไปจะอธิบายถึงการสร้างกฎการควบคุม

3.3.2 กฎการควบคุม

จากกฎการควบคุมด้วยวิธีการควบคุมแบบไม่เชิงเส้นตามสมการ (3-5) เทอม τ_m, τ_f ได้จากแบบจำลองทั้งส่วนของโมดแข็งเกร็งและส่วนที่เกี่ยวกับโมดอ่อนตัว การใช้ข่ายงานระบบประสาทแทนในส่วนอ่อนตัวเป็นดังนี้

สำหรับ τ_m

τ_m แบ่งได้เป็น 2 ส่วนคือ ส่วนที่มาจากโมดแข็งเกร็งและส่วนที่มาจากส่วนที่เกี่ยวกับโมดอ่อนตัว และเห็นได้ว่า τ_m เป็นฟังก์ชันของ $\ddot{q}_d\ \dot{q}_d\ e_r\ \dot{e}_r\ e_f\ \dot{e}_f$

ส่วนที่มาจากโมดแข็งเกร็ง $\tau_{m;rigid} = M_{rr}(-\ddot{q}_{rd} + \lambda_r \dot{e}_r) + h_{rr}(-\dot{q}_d + \lambda_r e_r)$

ส่วนที่เกี่ยวกับจากโมดอ่อนตัว $\tau_{m;flexible} = M_{rf}(\lambda_f \dot{e}_f) + h_{rf}(\lambda_f e_f)$

ข่ายงานระบบประสาทใช้ในการแทน τ_m ส่วนที่เกี่ยวกับโมดอ่อนตัว และใช้ชดเชยส่วนแข็งเกร็งในกรณีที่หาแบบจำลองคลาดเคลื่อนไป เนื่องจาก τ_m เป็นฟังก์ชันของ $\ddot{q}_d\ \dot{q}_d\ e_r\ \dot{e}_r\ e_f\ \dot{e}_f$ ดังนั้นสัญญาณเข้าของข่ายงานระบบประสาทคือ $\ddot{q}_d\ \dot{q}_d\ e_r\ \dot{e}_r\ e_f\ \dot{e}_f$

$$M_{rf}(\lambda_f \dot{e}_f) + h_{rf}(\lambda_f e_f) = NN_m = W_m^T \sigma(V_m^T x_1) + \varepsilon_m \qquad (3\text{-}6)$$

โดยที่

NN_m คือ ข่ายงานระบบประสาทที่ใช้แทน τ_m ในส่วนอ่อนตัว

W_m, V_m คือ พารามิเตอร์ของข่ายงานระบบประสาท

$x_1 = [\ddot{q}_d\ \dot{q}_d\ e_r\ \dot{e}_r\ e_f\ \dot{e}_f]^T$ คือ สัญญาณเข้าของ NN_m

ε_m คือ ค่าผิดพลาดในการแทน τ_m ด้วยข่ายงานระบบประสาท NN_m

สำหรับ τ_f

การใช้แบบจำลองของระบบในการสร้าง τ_f อยู่ในส่วนของ τ_a ซึ่งเกี่ยวกับส่วนที่มาจากส่วนอ่อนตัวเพียงอย่างเดียว เนื่องจาก τ_a เป็นฟังก์ชันของ $\ddot{q}_d\ \dot{q}_d\ e_r\ \dot{e}_r\ e_f\ \dot{e}_f$ ดังนั้นสัญญาณเข้าของข่ายงานระบบประสาทที่ใช้แทน τ_a คือ $\ddot{q}_d\ \dot{q}_d\ e_r\ \dot{e}_r\ e_f\ \dot{e}_f$

$$M_{fr}(-\ddot{q}_d+\lambda_r\dot{e}_r)+M_{ff}(\lambda_f\dot{e}_f)+h_{fr}(-\dot{q}_d+\lambda_r e_r)+h_{ff}\lambda_f e_f+K_{vf}s_f-K_{pf}q_f$$
$$=NN_a=W_a^T\sigma(V_a^T x_2)+\varepsilon_a \quad (3\text{-}7)$$

โดยที่

NN_a คือ ข่ายงานระบบประสาทที่ใช้แทน τ_a

W_a, V_a คือ พารามิเตอร์ของข่ายงานระบบประสาท

$x_2=[\ddot{q}_d\ \dot{q}_d\ e_r\ \dot{e}_r\ e_f\ \dot{e}_f]^T$ คือ สัญญาณเข้าของ NN_a

ε_a คือ ค่าผิดพลาดในการแทน τ_a ด้วยข่ายงานระบบประสาท NN_a

ดังนั้นจาก (3-5), (3-6) และ (3-7) ได้กฎการควบคุมดังนี้

$$\tau=-K_{vr}s_r-\hat{\tau}_m-\hat{\tau}_f \quad (3\text{-}8)$$

โดยที่

$$\hat{\tau}_m=M_{rr}(-\ddot{q}_{rd}+\lambda_r\dot{e}_r)+h_{rr}(-\dot{q}_d+\lambda_r e_r)+NN_m$$

$$\hat{\tau}_f=\frac{(1+k)s_r}{\|s_r^2\|+\varepsilon}(s_f^T NN_a)$$

$$\dot{k}=\frac{1}{k}\left(\frac{k\|s_r^T\|-\varepsilon}{\|s_r^2\|+\varepsilon}\right)(s_f^T NN_a)$$

$$NN_m=f(\ddot{q}_d,\dot{q}_d,e_r,\dot{e}_r,e_f,\dot{e}_f,W_m,V_m)=M_{rf}(\lambda_f\dot{e}_f)+h_{rf}(\lambda_f e_f)$$

$$\dot{W}_m=K_{wm}\left(\hat{\sigma}_m-\hat{\sigma}'_m\hat{V}_m^T x_1\right)s_r^T$$

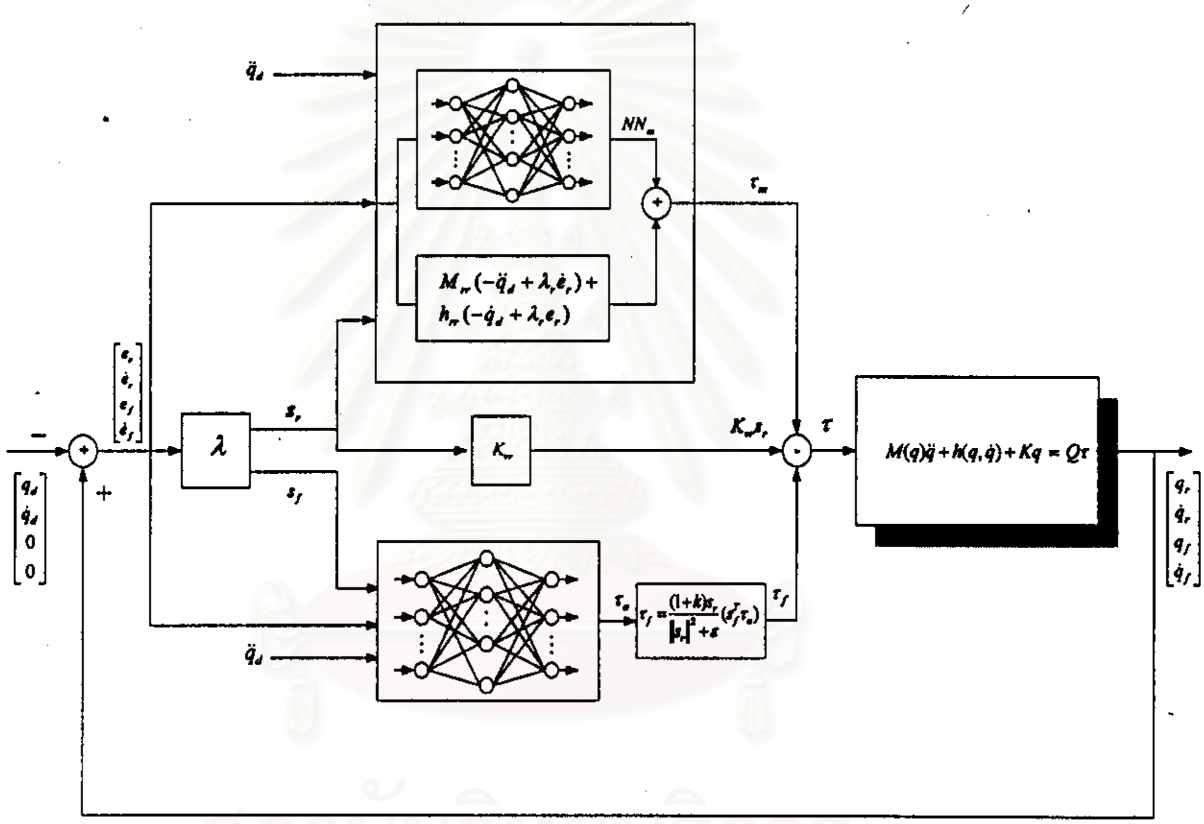
$$\dot{V}_m=K_{vm}x_1 s_r^T\hat{W}_m\hat{\sigma}'_m$$

$$NN_a=g(\ddot{q}_d,\dot{q}_d,e_r,\dot{e}_r,e_f,\dot{e}_f,W_a,V_a)=\tau_a$$

$$\dot{W}_a=K_{wa}\left(\hat{\sigma}_a-\hat{\sigma}'_a\hat{V}_a^T x_2\right)s_f^T$$

$$\dot{V}_a=K_{va}x_2 s_f^T\hat{W}_a\hat{\sigma}'_a$$

W_m,V_m,W_a,V_a คือ พารามิเตอร์ของข่ายงานระบบประสาท และกฎการปรับพารามิเตอร์สร้างจากการสังเคราะห์เลียปูโนฟ (Lyapunov Synthesis) (Polycarpou and Ioannou, 1994) โดยปรับพารามิเตอร์เพื่อทำให้ อนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชันเลียปูโนฟเทียบกับเวลาน้อยกว่าศูนย์ การพิสูจน์แสดงในตอนต่อไป



รูปที่ 3.3 แผนภาพกรอบแสดงการควบคุมด้วยข่ายงานระบบประสาทโดยอาศัยแบบจำลองส่วนแข็งเกร็ง

3.3.3 การพิสูจน์เสถียรภาพของระบบเมื่อใช้กฎการควบคุมที่เสนอขึ้น

สมการของระบบในรูปของ s คือ

$$\begin{bmatrix} M_{rr} & M_{rf} \\ M_{fr} & M_{ff} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{s}_r \\ \dot{s}_f \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} h_{rr} & h_{rf} \\ h_{fr} & h_{ff} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} s_r \\ s_f \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} K_{vr} & 0 \\ 0 & K_{vf} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} s_r \\ s_f \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \tau_m + K_{vr}s_r + \tau \\ \tau_a \end{bmatrix} \quad (3\text{-}9)$$

และใช้กฎการควบคุมที่เสนอขึ้นใหม่ดังนี้

$$\tau = -K_{vr}s_r - \hat{\tau}_m - \hat{\tau}_f \quad (3\text{-}10)$$

โดยที่

$$\hat{\tau}_m = M_{rr}(-\ddot{q}_{rd} + \lambda_r \dot{e}_r) + h_{rr}(-\dot{q}_d + \lambda_r e_r) + NN_m$$

$$\hat{\tau}_f = \frac{(1+k)s_r}{\|s_r^2\| + \varepsilon}(s_f^T NN_a)$$

$$\dot{k} = \frac{1}{k}\left(\frac{k\|s_r^T\| - \varepsilon}{\|s_r^2\| + \varepsilon}\right)(s_f^T NN_a)$$

แทนกฎการควบคุม (3-10) ลงในสมการของระบบ (3-9) จะได้สมการแสดงระบบวงปิดดังนี้

$$\begin{bmatrix} M_{rr} & M_{rf} \\ M_{fr} & M_{ff} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{s}_r \\ \dot{s}_f \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} h_{rr} & h_{rf} \\ h_{fr} & h_{ff} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{s}_r \\ \dot{s}_f \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} K_{vr} & 0 \\ 0 & K_{vf} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} s_r \\ s_f \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} NN_m - \hat{NN}_m - \left(\frac{1+k}{\|s_r\|^2+\varepsilon}\right)(s_f^T \hat{NN}_a) \\ W_a^T \sigma(V_a^T x_2) + \varepsilon_a \end{bmatrix}$$

(3-11)

ซึ่ง NN_m คือ ข่ายงานระบบประสาทที่แทน τ_m ในส่วนที่เกี่ยวกับส่วนอ่อนตัว และ NN_a คือ ข่ายงานระบบประสาทที่แทน τ_a

$$M_{rf}(\lambda_f \dot{e}_f) + h_{rf}(\lambda_f e_f) = NN_m = W_m^{*T}\sigma(V_m^{*T}x_1) + \varepsilon_m \quad (3\text{-}12)$$

$$\tau_a = NN_a = W_a^{*T}\sigma(V_a^{*T}x_2) + \varepsilon_a \quad (3\text{-}13)$$

โดยที่

$x_1 = [\ddot{q}_d \; \dot{q}_d \; e_r \; \dot{e}_r \; e_f \; \dot{e}_f]^T$ คือ สัญญาณเข้าของ NN_m

$x_2 = [\ddot{q}_d \; \dot{q}_d \; e_r \; \dot{e}_r \; e_f \; \dot{e}_f]^T$ คือ สัญญาณเข้าของ NN_a

กำหนดให้ $\hat{NN}_m, \hat{NN}_a$ คือค่าประมาณของ NN_m, NN_a ตามลำดับ ดังนั้นเขียนค่าผิดพลาดในการประมาณฟังก์ชันได้ดังนี้

$$NN_a - \hat{NN}_a = \tilde{W}_a^T\left(\hat{\sigma}_a - \hat{\sigma}'_a\hat{V}_a^T x_2\right) + \hat{W}_a^T\hat{\sigma}'_a\tilde{V}_a^T x_2 + \varsigma_a \tag{3-14}$$

$$NN_m - \hat{NN}_m = \tilde{W}_m^T\left(\hat{\sigma}_m - \hat{\sigma}'_m\hat{V}_m^T x_1\right) + \hat{W}_m^T\hat{\sigma}'_m\tilde{V}_m^T x_1 + \varsigma_m \tag{3-15}$$

ในการวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบเมื่อใช้ตัวควบคุมที่เสนอขึ้น ใช้วิธีการวิเคราะห์ฟังก์ชันเลียปูโนฟ โดยกำหนดฟังก์ชันเลียปูนอฟดังนี้

$$V = \tfrac{1}{2}s^T M s + \tfrac{1}{2}k^2 + \tfrac{1}{2}tr(\tilde{W}_m^T K_{wm}^{-1}\tilde{W}_m) + \tfrac{1}{2}tr(\tilde{V}_m^T K_{vm}^{-1}\tilde{V}_m) + \tfrac{1}{2}tr(\tilde{W}_a^T K_{wa}^{-1}\tilde{W}_a) + \tfrac{1}{2}tr(\tilde{V}_a^T K_{va}^{-1}\tilde{V}_a) \tag{3-16}$$

จะได้อนุพันธ์อันดับหนึ่งของฟังก์ชันเลียปูโนฟเทียบกับเวลา คือ

$$\dot{V} = s^T M\dot{s} + k\dot{k} + s^T\dot{M}s - tr(\tilde{W}_m^T K_{wm}^{-1}\dot{W}_m) - tr(\tilde{V}_m^T K_{vm}^{-1}\dot{V}_m) - tr(\tilde{W}_a^T K_{wa}^{-1}\dot{W}_a) - tr(\tilde{V}_a^T K_{va}^{-1}\dot{V}_a) \tag{3-17}$$

พิจารณา 3 เทอมแรก

$$
\begin{aligned}
& s^T M\dot{s} + \tfrac{1}{2}k\dot{k} + s^T\dot{M}s \\
&= s^T\left(-hs - Ks + \begin{bmatrix} NN_m - \hat{NN}_m + \varepsilon_m - \left(\dfrac{(1+k)s_r}{\|s_r\|^2 + \varepsilon}\right)(s_f^T\hat{NN}_a) \\ NN_a + \varepsilon_a \end{bmatrix}\right) + \tfrac{1}{2}s^T\dot{M}s + \left(\dfrac{k\|s_r\|^2 - \varepsilon}{\|s_r\|^2 + \varepsilon}\right)(s_f^T\hat{NN}_a) \\
&= -s^T Ks + s_r^T(NN_m - \hat{NN}_m + \varepsilon_m) - \left(\dfrac{(1+k)\|s_r\|^2}{\|s_r\|^2 + \varepsilon}\right)(s_f^T\hat{NN}_a) + \left(\dfrac{k\|s_r\|^2 - \varepsilon}{\|s_r\|^2 + \varepsilon}\right)(s_f^T\hat{NN}_a) + s_f^T(NN_a + \varepsilon_a) \\
&= -s^T Ks + s_r^T(NN_m - \hat{NN}_m) + s_f^T(NN_a - \hat{NN}_a) + s_r^T\varepsilon_m + s_f^T\varepsilon_a
\end{aligned} \tag{3-18}
$$

แทน (3-18) กลับเข้าไปใน $\dot{V}$

$$
\begin{aligned}
\dot{V} = {} & -s^T Ks + s_r^T(NN_m - \hat{NN}_m) - tr(\tilde{W}_m^T K_{wm}^{-1}\dot{W}_m + \tilde{V}_m^T K_{vm}^{-1}\dot{V}_m) + s_f^T(NN_a - \hat{NN}_a) \\
& - tr(\tilde{W}_a^T K_{wa}^{-1}\dot{W}_a + \tilde{V}_a^T K_{va}^{-1}\dot{V}_a) + s_r^T\varepsilon_m + s_f^T\varepsilon_a
\end{aligned} \tag{3-19}
$$

พิจารณาเทอม

$$
\begin{aligned}
& s_r^T(NN_m - \hat{NN}_m) - tr(\tilde{W}_m^T K_{wm}^{-1}\dot{W}_m + \tilde{V}_m^T K_{vm}^{-1}\dot{V}_m) \\
&= tr\left((NN_m - \hat{NN}_m)s_r^T\right) - tr(\tilde{W}_m^T K_{wm}^{-1}\dot{W}_m + \tilde{V}_m^T K_{vm}^{-1}\dot{V}_m) \\
&= tr\left(\tilde{W}_m^T\left(-K_{wm}^{-1}\dot{W}_m + \left(\hat{\sigma}_m - \hat{\sigma}'_m\hat{V}_m^T x_1\right)s_r^T\right) + \tilde{V}_m^T\left(-K_{vm}^{-1}\dot{V}_m + x_1 s_r^T\hat{W}_m^T\hat{\sigma}'_m\right)\right) + s_r^T\varsigma_m
\end{aligned} \tag{3-20}
$$

และ $s_f^T(NN_a - \hat{NN}_a) - tr(\tilde{W}_a^T K_{wa}^{-1}\dot{W}_a + \tilde{V}_a^T K_{va}^{-1}\dot{V}_a)$

$$= tr\left((NN_a - \hat{NN}_a)s_f^T\right) - tr(\tilde{W}_a^T K_{wa}^{-1}\dot{W}_a + \tilde{V}_a^T K_{va}^{-1}\dot{V}_a)$$

$$= tr\left(\tilde{W}_a^T\left(-K_{wa}^{-1}\dot{W}_a + \left(\hat{\sigma}_a - \hat{\sigma}_a'\hat{V}_a^T x_2\right)s_f^T\right) + \tilde{V}_a^T\left(-K_{va}^{-1}\dot{V}_a + x_2 s_f^T \hat{W}_a^T \hat{\sigma}_a'\right)\right) + s_f^T\varsigma_a \quad (3\text{-}21)$$

ถ้าเลือกกฎการปรับพารามิเตอร์เป็น

$$\dot{W}_m = K_{wm}\left(\hat{\sigma}_m - \hat{\sigma}_m'\hat{V}_m^T x_1\right)s_r^T \quad \dot{V}_m = K_{vm}x_1 s_r^T \hat{W}_m^T \hat{\sigma}_m' \quad (3\text{-}22)$$

$$\dot{W}_a = K_{wa}\left(\hat{\sigma}_a - \hat{\sigma}_a'\hat{V}_a^T x_2\right)s_f^T \quad \dot{V}_a = K_{va}x_2 s_f^T \hat{W}_a^T \hat{\sigma}_a' \quad (3\text{-}23)$$

จาก (3-20), (3-21), (3-22) และ (3-23) จะได้ $\dot{V}$ ดังนี้

$$\dot{V} = -s^T K s + s_r^T(\varepsilon_m + \varsigma_m) + s_f^T(\varepsilon_a + \varsigma_a) \quad (3\text{-}24)$$

ถ้าสมมติว่า $\varepsilon_m, \varsigma_m, \varepsilon_a, \varsigma_a$ อยู่ภายในขอบเขตค่าหนึ่งซึ่งมีค่าจำกัด ดังนี้

$$\|\varepsilon_m\| < \bar{\varepsilon}_m, \quad \|\varepsilon_a\| < \bar{\varepsilon}_a$$

และ

$$\|\varsigma_m\| < \bar{\varsigma}_m, \quad \|\varsigma_a\| < \bar{\varsigma}_a$$

จะได้ว่า

$$\dot{V} = -K_{\min}^r\|s_r\|^2 - K_{\min}^f\|s_f\|^2 + (\bar{\varepsilon}_m + \bar{\varsigma}_m)\|s_r\|^2 + (\bar{\varepsilon}_a + \bar{\varsigma}_a)\|s_f\|^2 \quad (3\text{-}25)$$

โดยที่

$K_{\min}^r$ คือ ค่าที่น้อยที่สุดใน K_{vr} และ $K_{\min}^f$ คือ ค่าที่น้อยที่สุดใน K_{vf}

จาก (3-25) จะได้ว่า

ถ้า $\|s_r\| > \dfrac{(\bar{\varepsilon}_m + \bar{\varsigma}_m)}{K_{\min}^r}$ และ $\|s_f\| > \dfrac{(\bar{\varepsilon}_a + \bar{\varsigma}_a)}{K_{\min}^f}$

แล้ว $\dot{V} < 0$

หมายเหตุ 1) ในการพิสูจน์นี้ได้ใช้ สมบัติที่ว่า $(\dot{M}(q) - 2h(q,\dot{q}))$ เป็น skew-symmetric matrix

2) ค่าของ $\|s_r\|$ และ $\|s_f\|$ ที่ทำให้ $\dot{V} < 0$ เปรียบเสมือน ค่าขอบเขตในทางปฏิบัติของความคลาดเคลื่อนในการตามรอย (practical bound on tracking error) หมายความว่า s_r และ s_f จะไม่ห่างไปจากค่าดังกล่าวมาก (Lewis, Liu and Yesildirek, 1995)

3.4 สรุป

ในบทนี้ได้แสดงวิธีการควบคุมที่นำเสนอขึ้น ซึ่งตัวควบคุมประกอบด้วยสองส่วนคือ ส่วนที่ออกแบบจากแบบจำลองในส่วนแข็งเกร็งและส่วนของข่ายงานระบบประสาทซึ่งทำหน้าเป็นตัวควบคุมแบบปรับตัวแบบตรง ดังนั้นในการออกแบบตัวควบคุมสำหรับแขนกลแบบอ่อนตัวด้วยวิธีนี้สามารถทำได้โดยรู้แบบจำลองของระบบในส่วนแข็งเกร็งซึ่งเป็นส่วนที่หาได้ไม่ยาก และในส่วนอ่อนตัวจะถูกควบคุมด้วยข่ายงานระบบประสาท ซึ่งได้กฎการปรับพารามิเตอร์จากวิเคราะห์เลียปูโนฟ ในส่วนท้ายของบทนี้เป็นการพิสูจน์เสถียรภาพของระบบ แต่ก็เป็นเพียงระบบที่ประมาณให้มีมิติจำกัดแล้วเท่านั้น ดังนั้นในบทต่อไปเป็นการทดลองวิธีการควบคุมที่เสนอขึ้นกับแขนกลแบบอ่อนตัวข้อเดียว