บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงทดลอง ซึ่งจำลองขึ้นด้วยการทำงานของเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โลซิมูเลชั่น เพื่อหาค่าจำนวนเต็มบวกซึ่งสัมพันธ์กับค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงที่ใช้ประมาณการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบที ในกรณีที่การแจกแจงที่แท้จริงของประชากรที่จะทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยมีการแจกแจงแบบต่างๆ ซึ่งในบทนี้จะกล่าวถึงวิธีการดำเนินการวิจัยเป็นไปตามขั้นตอนตามลำดับดังนี้

การหาขนาดตัวอย่างสำหรับการประมาณการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบทีที่ใช้สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย โดยสุ่มตัวอย่างจากประชากรที่มีการแจกแจง 4 ลักษณะ ดังนี้

1. การแจกแจงเอกรูป (Uniform Distribution)
2. การแจกแจงสมมาตรชนิดหางยาว ซึ่งพิจารณา 2 การแจกแจงดังนี้
   - การแจกแจงโลจิสติค (Logistic Distribution)
   - การแจกแจงที (t Distribution)
3. การแจกแจงที่มีความเบ้ ซึ่งจะพิจารณา 2 การแจกแจง ดังนี้
   - การแจงแจงไคกำลังสอง (Chi-Square Distribution)
   - การแจกแจงลอกนอร์มัล (Lognormal Distribution)
4. การแจกแจงแลมดาของตูร์กี (Tukey's Lamda Distribution) ซึ่งเป็นการแจกแจงที่สร้างขึ้นโดยการกำหนดค่าความเบ้ (Skewness) และความโด่ง (Kurtosis) *

---

* รายละเอียดของการแจกแจง กล่าวไว้ในหัวข้อ 2.3 ในบทที่ 2

<u>ขั้นตอนหลักในการดำเนินงานดังนี้</u>

1. หาค่าจำนวนเต็มบวกซึ่งเป็นค่าขนาดตัวอย่าง n ที่น้อยที่สุด ที่จะสุ่มจากประชากรที่แท้จริงสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย โดยใช้ตัวสถิติทดสอบที โดยใช้เกณฑ์คัดเลือกจำนวนเต็ม n ที่ทำให้ระดับนัยสำคัญที่ประมาณได้ $(\hat{\alpha})$ มีค่าไม่เกินระดับนัยสำคัญที่แท้จริง (α) อย่างไม่มีนัยสำคัญ

2. ทดสอบผลการศึกษาที่ได้ในข้อที่ 1. ด้วยการทดสอบเทียบความกลมกลืนกัน โดยใช้การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สมินอฟ

3.1. <u>การประมาณการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบที เป็นการแจกแจงที สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากร กรณีไม่ทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร</u>

กรณีที่ตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ โดยมีรายละเอียดดังนี้

3.1.1. <u>กรณีที่ตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงเอกรูป</u>

- ฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงเอกรูป

$$f(x)=\frac{1}{b-a} \qquad ; \quad a \le x \le b$$

โดยที่ $$E(X)=\frac{(a+b)}{2}$$

3.1.2. <u>กรณีที่ตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงโลจิสติก</u>

- ฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงโลจิสติก

$$f(x)=\frac{\exp[-(x-a)/b]}{b\{1+\exp[-(x-a)/b]\}^{2}} \qquad ; \ -\infty<x<\infty\ ,\ b>0$$

เมื่อ a,b คือ ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงโลจิสติก

โดยที่ $E(X)=a$

3.1.3. <u>กรณีที่ตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงที</u>

- ฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงที

$$f(x)=\frac{\Gamma[(v+1)/2]}{(\pi v)^{1/2}\Gamma(v/2)[1+(x^{2}/v)]^{(v+1)/2}} \qquad ; \ -\infty<x<\infty$$

เมื่อ v คือ ค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงที

โดยที่ $E(X)=0$

3.1.4. <u>กรณีที่ตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงไคกำลังสอง</u>

- ฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงไคกำลังสอง

$$f(x)=\frac{x^{(v-2)/2}\exp(-x/2)}{2^{v/2}\Gamma(v/2)} \qquad ; \quad 0\leq x<\infty$$

สุ่มตัวอย่าง n จากประชากรที่มีการแจกแจงไคกำลังสอง

โดยที่ $E(X) = \nu$

โดยที่ ν คือค่าระดับขั้นความเสรี ของการแจกแจงไคกำลังสอง

3.1.5. <u>กรณีที่ตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงลอกนอร์มัล</u>

- ฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงลอกนอร์มัล

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \qquad ; \quad 0 \le x < \infty$$

$$\sigma^2 > 0$$

สุ่มตัวอย่าง n จากประชากรที่มีการแจกแจงลอกนอร์มอล

โดยที่ $E(X) = \exp(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2)$

3.1.6. <u>กรณีที่ตัวอย่างสุ่มมาจากประชากรที่มีการแจกแจงแลมดาของตูกีร์</u>

- ฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงแลมดาของตูกีร์

$$f(x) = f(R(p)) = \lambda_1\left[\lambda_3 p^{\lambda_3 - 1} + \lambda_4 (1-p)^{\lambda_4 - 1}\right]^{-1}$$

โดยที่ $x = R(p) = \lambda_1 + \left[p^{\lambda_3} - (1-p)^{\lambda_4}\right]/\lambda_2 \qquad ; 0 \le p \le 1$

โดยที่ λ_i ; i = 1,2,3,4 คือค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจง ซึ่งค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงกำหนดด้วยความเบ้และความโด่งตามตารางของ Ramberg (แสดงในภาคผนวก ค.)

ข้อมูลที่สร้างได้จะมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1 ถ้าต้องการทำให้ข้อมูลมีค่าเฉลี่ยเป็น μ และความแปรปรวนเป็น σ^2 ต้องแปลงค่า λ_1 และ λ_2 ในตารางของ Ramberg

โดยที่ $E(X) = \mu$

สุ่มตัวอย่าง n จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบต่าง ๆ ดังได้กล่าวมาในหัวข้อ 1.3.1-1.3.6

ดังนั้นตัวสถิติทดสอบทีคือ $$T = \frac{(\bar{X} - E(X))}{S/\sqrt{n}}$$

- ฟังก์ชันที่ใช้ประมาณตัวสถิติทดสอบที คือฟังก์ชันความหนาแน่นของการแจกแจงที

$$f(x) = \frac{\Gamma[(\nu+1)/2]}{(\pi\nu)^{1/2}\Gamma(\nu/2)[1+(x^2/\nu)]^{(\nu+1)/2}} \quad ; \; -\infty < x < \infty$$

พารามิเตอร์คือ $\nu = n - 1$

<u>ขั้นตอนการดำเนินงาน</u>

1. กำหนดระดับนัยสำคัญของเกณฑ์การทดสอบ α = 0.01, 0.05 และ 0.10

2. สร้างข้อมูลที่มีลักษณะการแจกแจงที่กำหนด ตามที่ได้กล่าวในหัวข้อที่ 1.3.1 - 1.3.6 ณ พารามิเตอร์ที่กำหนดจากเกณฑ์ความเบ้และ/หรือความโด่งในระดับต่าง ๆ

3. สุ่มตัวอย่างขนาด n เริ่มต้น และคำนวณหาค่าตัวสถิติที

4. หาสัดส่วนซึ่งเป็นค่าประมาณระดับนัยสำคัญของเกณฑ์การทดสอบหรือค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบที $\hat{\alpha}$

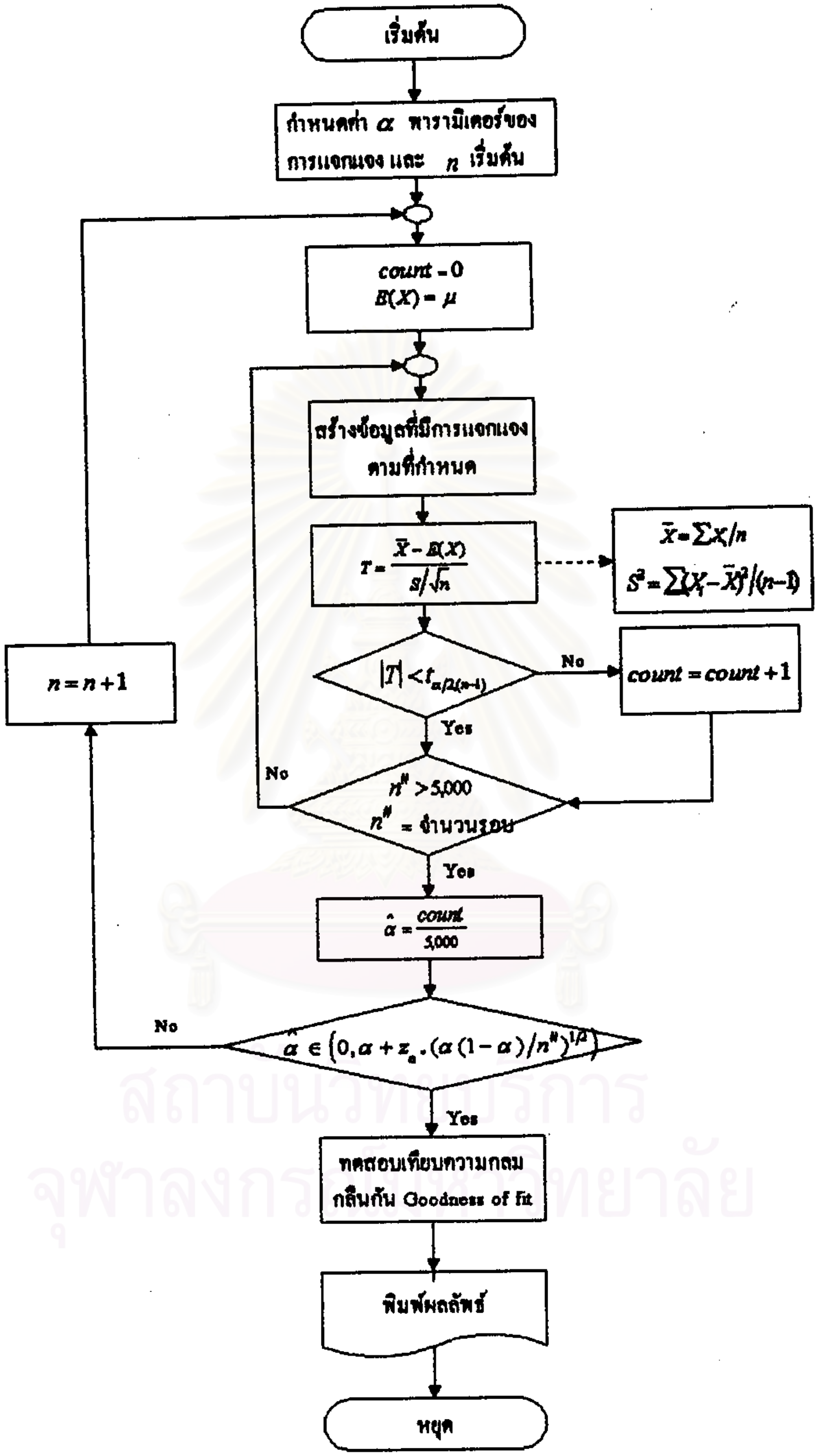
5. เปรียบเทียบค่าระดับนัยสำคัญของเกณฑ์การทดสอบที่แท้จริง (α) กับค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบที ที่ได้ในข้อ 4. ($\hat{\alpha}$) ว่าค่าประมาณ $\hat{\alpha}$ มีค่าไม่เกินค่า α อย่างไม่มีนัยสำคัญหรือไม่ โดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial Test) ณ ระดับนัยสำคัญของการทดสอบทวินามที่ 0.05

6. ณ พารามิเตอร์ใด ๆ ของการแจกแจงที่กำหนด หาขนาดตัวอย่าง n ที่น้อยที่สุดที่ถูกสุ่มสำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยโดยใช้ตัวสถิติทดสอบที ที่ทำให้การประมาณมีความผิดพลาดอยู่ในระดับที่กำหนด กล่าวคือ ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบที ($\hat{\alpha}$) มีค่าไม่เกิน ค่าระดับนัยสำคัญของเกณฑ์การทดสอบที่แท้จริง (α)อย่างไม่มีนัยสำคัญ โดยกำหนดค่า n เริ่มต้นเป็นค่าน้อย ๆ แล้วเพิ่มขนาดขึ้นจนกระทั่งเป็นไปตามเงื่อนไข

7. จากการทดสอบในข้อ 6. ถ้าค่าความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 จากการทดสอบด้วยตัวสถิติที ($\hat{\alpha}$) มีค่าไม่เกินค่าระดับนัยสำคัญของเกณฑ์การทดสอบที่แท้จริง (α) อย่างมีนัยสำคัญแล้วทำการทดสอบเทียบความกลมกลืนกัน โดยใช้การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมินอฟ เพื่อยืนยันผลการวิจัยที่ได้

8. ทำขั้นตอนต่าง ๆ จนครบทุกกรณี

แสดงขั้นตอนการประมาณการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบที เป็นการแจกแจงที สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากร กรณีไม่ทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร และประชากรมีการแจกแจงตามที่กำหนด ได้ดังรูป 3.1



รูปที่ 3.1 แผนผังการทำงานการหาขนาดตัวอย่างอย่างน้อยที่สุด ในการประมาณการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบที กรณีที่ประชากรมีการแจกแจงตามที่กำหนด

3.2. <u>การทดสอบเทียบความกลมกลืนกัน โดยใช้การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สมินอฟ</u>

<u>(Kolmogorov-Smirnov test for Goodness of fit)</u>

เมื่อได้ทราบถึงขนาดตัวอย่าง n ที่เป็นค่าพารามิเตอร์ของการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบที ที่ทำให้การประมาณการแจกแจงมีความผิดพลาดตามเงื่อนไขที่กำหนดแล้ว จะทำการพิจารณาด้วยการทดสอบการแจกแจง เพื่อยืนยันผลการทดสอบ

<u>ขั้นตอนการดำเนินงาน</u>

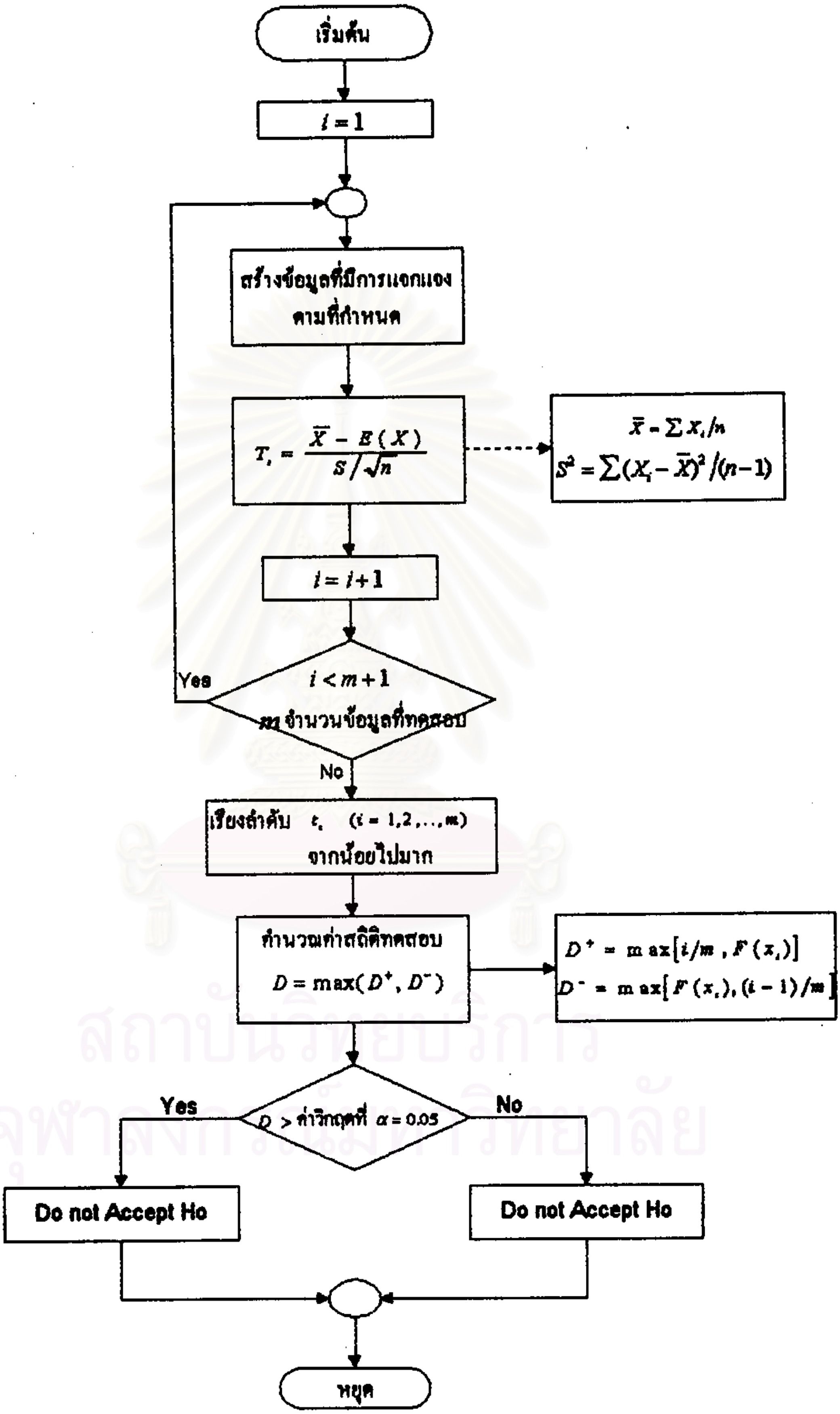
1. สร้างข้อมูลที่มีลักษณะการแจกแจงแบบต่างๆ โดยมีขนาดตัวอย่างเท่ากับ n ซึ่งเป็นค่าที่ได้จากการประมาณการแจกแจง แล้วหาค่าตัวสถิติทดสอบที มาทั้งหมด m ชุด

2. เรียงลำดับค่าตัวสถิติทดสอบที (t) m ชุด จากค่าต่ำสุดไปยังค่าสูงสุด

3. คำนวณหาค่าความถี่สัมพัทธ์ของข้อมูลที่ได้จากตัวอย่าง และค่าความถี่สัมพัทธ์ของข้อมูลตามการแจกแจงที่ใช้ประมาณการ ($F(t_i)$) ในแต่ละค่า t ทั้งหมด m ชุด

4. คำนวณค่าสถิติของการทดสอบ (D) เปรียบเทียบกับค่าวิกฤตจากตารางโคลโมโกรอฟ-สมินอฟ ณ ระดับนัยสำคัญ 0.05

แสดงขั้นตอนการทดสอบเทียบความกลมกลืนกัน โดยใช้การทดสอบโคลโมลกรอฟ-สมินอฟ ได้ดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 แผนผังการทำงานของการทดสอบเทียบความกลมกลืนกัน

3.3. การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงตามที่กำหนด

การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงตามที่กำหนด ได้จากการจำลอง ด้วยการใช้เทคนิคมอนติคาร์โล โดยการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ภาษาฟอร์แทรน (FORTRAN)

3.3.1 การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปในช่วง (0,1) (Random number)

การผลิตเลขสุ่มซึ่งเป็นพื้นฐานในการผลิตตัวเลขสุ่มที่มีการแจกแจงแบบอื่นๆ ตัวเลขสุ่มที่ผลิตขึ้นต้องมีลักษณะความเป็นอิสระซึ่งกันและกัน และการแจกแจงเอกรูปในช่วง (0,1)

วิธีการผลิตเลขสุ่มแบบ Multiplicative Congruential Method จะผลิตตัวเลขสุ่มจากสมการ

$$X_i = (aX_{i-1}) \bmod M \qquad ; \; i = 1,2,3,...$$

เมื่อ X_i เป็นเลขสุ่มตัวที่ i

X_0 เป็นตัวเลขค่าเริ่มต้น

M เป็นค่าคงที่

mod M หมายถึง ค่า (aX_{i-1}) หารด้วย M และ X_i คือเศษเหลือ (จำนวนเต็ม) ที่ได้จากการหาร aX_{i-1} ด้วย M เมื่อเริ่มค่า X_0เป็นค่าเริ่มต้น (initial value หรือ seed) จะได้ตัวเลขสุ่ม $X_1, X_2, X_3,...$ ตามลำดับ เป็นเลขจำนวนเต็มที่มีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง $M-1$ ค่าตัวเลขสุ่มที่ได้เป็นค่าที่ไม่ต่อเนื่อง ซึ่งการกำหนดค่า M,a และ X_0 จึงมีความสำคัญในการผลิตเลขสุ่ม โดยการที่จะผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปในช่วง (0,1) ต้องกำหนดค่า M ให้มีค่าของจำนวนเต็มที่ใหญ่ที่สุดและเป็นเลขคี่ ที่สามารถคำนวณได้จากเครื่องคอมพิวเตอร์ โดยที่ $M = 2^b$ เมื่อ b เป็นค่าความยาว 1 คำ หรือจำนวนบิต (bit) ใน 1 คำ เช่นเครื่องคอมพิวเตอร์ 32 บิต จะกำหนด M = 2147483647 การผลิตตัวเลขสุ่มของวิธีนี้ได้ผ่านการทดสอบแล้วอย่างมากและกำหนดค่า a เท่ากับ 7^5 = 16807 ซึ่งเป็นค่าคงที่ และค่า X_0 มีค่าเป็นเลขจำนวนเต็มบวกที่เป็นเลขคี่

ดังนั้นการผลิตเลขสุ่มที่การแจกแจงเอกรูปในช่วง (0,1) สามารถเขียนเป็นโปรแกรมย่อยฟังก์ชัน ARAND ดังรูปที่ 3.3

```
FUNCTION  ARAND(IX)
INTEGER  IX
IX = IX*16807
IF (IX.LT.0)  IX = 1+(IX+2147843647)
ARAND = IX
ARAND = ARAND*0.4656613E-9
RETURN
END
```

<u>รูปที่ 3.3</u> แสดงโปรแกรมย่อยฟังก์ชันที่ใช้ผลิตค่าเลขสุ่ม $U(0,1)$

คำอธิบาย

IX คือ ค่า Seed เริ่มต้น ค่าของ IX จะเป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ ก็ได้ แต่ต้องไม่เกินค่า 2147483647

ARAND คือ ค่าของตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปในช่วง (0,1)

3.3.2. <u>การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงเอกรูปในช่วง</u> $[a,b]$

การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงเอกรูปที่พารามิเตอร์ $[a,b]$ โดยใช้เทคนิคการแปลงผกผัน (Inverse Transform Technique) มีหลักการดังนี้

1. สร้างค่าตัวเลขสุ่ม (R) ดังโปรแกรมย่อยฟังก์ชัน ARAND ดังรูปที่ 3.3
2. การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงเอกรูปที่มีพารามิเตอร์ $[a,b]$ โดยการนำตัวเลขสุ่มที่ได้จากการสร้างในข้อ 1. มาแทนในสมการที่ 3.1 ดังนี้

$$X = a + (b-a)R \tag{3.1}$$

สามารถเขียนเป็นโปรแกรมย่อยฟังก์ชัน AUNI ดังรูปที่ 3.4

```
FUNCTION AUN(A,B,IX)
REAL A,B
IF (A.LE.B) THEN
AUN = A+ (B-A)*ARAND(IX)
ELSE
AUN = -99999
ENDIF
RETURN
END
```

<u>รูปที่ 3.4</u> แสดงโปรแกรมย่อยฟังก์ชันที่ใช้ผลิตตัวแปรสุ่มเอกรูปในช่วง $[a,b]$

คำอธิบาย

A,B คือ ค่าพารามิเตอร์ที่ต้องป้อนเข้าไปในโปรแกรมพร้อมค่าเริ่มต้น IX

AUN คือ ค่าของตัวแปรสุ่มเอกรูปที่มีพารามิเตอร์เป็น $[a,b]$ ที่ผลิตได้

3.3.3 <u>การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงโลจิสติค</u>

การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงโลจิสติคที่พารามิเตอร์ $[a,b]$ โดยใช้เทคนิคการแปลงผกผัน (Inverse Transform Technique) มีหลักการดังนี้

1. สร้างค่าตัวเลขสุ่ม (R) ดังโปรแกรมย่อยฟังก์ชัน ARAND ดังรูปที่ 3.3
2. การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงโลจิสติคที่มีพารามิเตอร์ a,b โดยการนำตัวเลขสุ่มที่ได้จากการสร้างในข้อ 1. มาแทนในสมการที่ 3.2 ดังนี้

$$X = -b[\ln(1-R) - \ln(R)] + a \tag{3.2}$$

สามารถเขียนเป็นโปรแกรมย่อยฟังก์ชัน ALOGIS ดังรูปที่ 3.5

```
      FUNCTION ALOGIS(A,B,IX)
      REAL A,B
111   R = ARAND(IX)
      IF ((R.LE.0).OR..(R.GE.1.0)) GO TO 111
      ALOGIS = -B*(ALOG(1-R) - ALOG(R)) + A
      RETURN
      END
```

<u>รูปที่ 3.5</u> แสดงโปรแกรมย่อยฟังก์ชันที่ใช้ผลิตตัวแปรสุ่มโลจิสติค

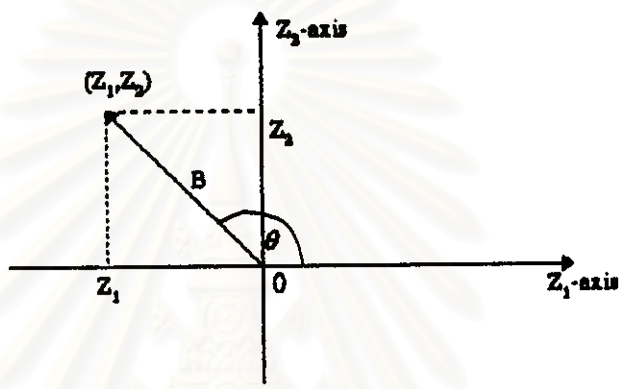
คำอธิบาย

A,B คือ ค่าพารามิเตอร์ที่ต้องป้อนเข้าไปในโปรแกรมพร้อมค่าเริ่มต้น IX

ALOGIS คือ ค่าของตัวแปรสุ่มโลจิสติคที่มีพารามิเตอร์เป็น a,b ที่ผลิตได้

3.3.4 <u>การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงปกติ</u>

การผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติใช้วิธีของบอกซ์ (Box) และ มุลเลอร์ (Muller) ซึ่งผลิตเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐานที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเป็น 1 พร้อมกัน 2 ค่า โดยใช้ตัวผลิต (generator) Z_1 และ Z_2 ดังรูปต่อไปนี้



จากรูปจะได้ว่า

$$Z_1 = B\cos(\theta) \quad (3.3)$$

$$Z_2 = B\sin(\theta) \quad (3.4)$$

เนื่องจาก $B^2 = Z_1^2 + Z_2^2$ มีการแจกแจงแบบไคกำลังสอง ด้วยระดับขั้นความเสรีเท่ากับ 2 ซึ่งเทียบเท่ากับการแจกแจงชี้กำลัง (Exponential distribution) ที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2 เราสามารถใช้วิธีการแปลงผกผัน (inverse transformation) สร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงดังต่อไปนี้

$$B = \left[-2\ln(R)\right]^{1/2} \quad (3.5)$$

โดยที่ R เป็นเลขสุ่มที่มีการแจกแจงเอกรูปในช่วง (0,1)

จากการสมมาตรของการแจกแจงปกติ เราจะได้ว่า θ มีการแจกแจงเอกรูประหว่าง 0 ถึง 2π เรเดียน และรัศมี B กับ θ เป็นอิสระกัน จากสมการ (3.3) ,(3.4) และ (3.5) สามารถสร้างเลขสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐานจากเลขสุ่ม 2 ชุดคือ R_1 และ R_2 กล่าวคือ

$$Z_1 = \left[-2\ln(R_1)\right]^{1/2} \cos(2\pi R_2)$$
$$Z_2 = \left[-2\ln(R_1)\right]^{1/2} \sin(2\pi R_2)$$

ซึ่ง R_1 และ R_2 เป็นค่าตัวเลขสุ่ม ดังโปรแกรมย่อยฟังก์ชัน ARAND และสามารถสร้างโปรแกรมย่อยฟังก์ชัน ASNORM สำหรับผลิตตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐาน ดังรูป 3.6

```
FUNCTION ASNORM(IX)
INTEGER*2 K1
REAL NOR1,NOR2,U1,U2,MPI
SAVE NOR1,NOR2,K1
MPI = 3.14159265
IF (K1.EQ.0) THEN
U1 = ARAND(IX)
U2 = ARAND(IX)
NOR1 = SQRT(-2*LOG(U1))*COS(2*MPI*U2)
NOR2 = SQRT(-2*LOG(U1))*SIN(2*MPI*U2)
K1 = 1
ASNORM = NOR1
ELSE
K1 = 0
ASNORM = NOR2
ENDIF
RETURN
END
```

รูปที่ 3.6 แสดงโปรแกรมย่อยฟังก์ชันที่ใช้ผลิตตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐาน

เมื่อได้ตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติมาตรฐานแล้ว เราสามารถสร้างตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวนเป็น σ^2 ได้โดยการแปลงค่าตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐาน โดยอาศัยสมการ

$$X_1 = \mu + \sigma Z_1$$
$$X_2 = \mu + \sigma Z_2$$

สามารถสร้างโปรแกรมย่อยฟังก์ชัน ANORM สำหรับผลิตตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงปกติ (μ,σ^2) ดังรูป 3.7

```
FUNCTION ANORM(AMEAN,SD,IX)
REAL AMEAN,SD
ANORM  = AMEAN + ASNORM(IX)*SD
RETURN
END
```

รูปที่ 3.7 แสดงโปรแกรมย่อยฟังก์ชันที่ใช้ผลิตตัวแปรสุ่มแบบปกติ (μ,σ^2)

คำอธิบาย

AMEAN,SD คือ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่ต้องป้อนเข้าไปในโปรแกรมพร้อมค่าเริ่มต้น IX

ASNORM คือ ค่าของตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐาน

ANORM คือ ค่าของตัวแปรสุ่มแบบปกติ (μ,σ^2) ที่ผลิตได้

3.3.5 การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงไคกำลังสอง

เนื่องจากการแจกแจงไค-กำลังสองมีความสัมพันธ์กับการแจกแจงปกติ คือ ถ้า $X_1, X_2, \ldots, X_n$ เป็นตัวแปรสุ่มที่การแจกแจงปกติมาตรฐาน $N(0,1)$ และ X_i เป็นตัวแปรที่ไม่ขึ้นต่อกัน (independent) แล้ว $Y = \sum_{i}^{n} X_i^2$ จะมีการแจกแจงไคกำลังสอง ที่ระดับขั้นความเสรีเท่ากับ n

ดังนั้นการผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงไคกำลังสอง ที่ระดับขั้นความเสรีเท่ากับ v มีหลักการดังนี้

1. ผลิตตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐาน ดังโปรแกรมย่อยฟังก์ชัน ASNORM ดังรูปที่ 3.7

2. นำค่าตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐานที่สร้างได้จากข้อ 1. ยกกำลังสอง

3 ผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงไคกำลังสอง ที่มีพารามิเตอร์ v โดยการสร้างตัวแปรสุ่มที่ได้จากข้อ 2. ทั้งหมด v ค่ามาบวกรวมกัน

สามารถสร้างโปรแกรมย่อยฟังก์ชัน ACHI สำหรับผลิตตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงไคกำลังสอง ที่ระดับความเสรี v ได้ดังรูป 3.8

```
      FUNCTION ACHI(V,IX)
      INTEGER V
      REAL A,B
      A = 0.0
      DO 10 I = 1,V
      B = ASNORM(IX)
10    A = A + B*B
      ACHI = A
      RETURN
      END
```

รูปที่ 3.8 แสดงโปรแกรมย่อยฟังก์ชันที่ใช้ผลิตตัวแปรสุ่มแบบไคกำลังสอง

คำอธิบาย

V คือ ค่าระดับขั้นความเสรี ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่ต้องป้อนเข้าไปในโปรแกรม พร้อมค่าเริ่มต้น IX

ACHI คือ ค่าของตัวแปรสุ่มแบบไคกำลังสอง

3.3.6 <u>การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงลอกนอร์มัล</u>

เนื่องจากการแจกแจงลอกนอร์มัลมีความสัมพันธ์กับการแจกแจงปกติ คือ ถ้า X เป็นตัวแปรสุ่มที่การแจกแจงปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 แล้ว $Y = \exp(X)$ จะมีการแจกแจงลอกนอร์มัล

ดังนั้นการผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงลอกนอร์มัล ที่พารามิเตอร์ μ และ σ^2 มีหลักการดังนี้

1. ผลิตตัวแปรสุ่มแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 ดังโปรแกรมย่อยฟังก์ชัน ANORM ดังรูปที่ 3.7

2. สร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงลอกนอร์มัลได้จากค่าชี้กำลัง (exponential) ของตัวแปรสุ่มแบบปกติ ที่ได้จากข้อ 1.

สามารถสร้างโปรแกรมย่อยฟังก์ชัน ALNORM สำหรับผลิตตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงลอกนอร์มัล ได้ดังรูป 3.9

```
FUNCTION ALNORM(AMEAN,SD,IX)
REAL AMEAN,SD,A
A = ANORM(AMEAN,SD,IX)
ALNORM = EXP(A)
RETURN
END
```

<u>รูปที่ 3.9</u> แสดงโปรแกรมย่อยฟังก์ชันที่ใช้ผลิตตัวแปรสุ่มแบบลอกนอร์มัล

คำอธิบาย

AMEAN ,SD คือ ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของการแจกแจงปกติ ที่ต้องป้อนเข้าไปในโปรแกรมพร้อมค่าเริ่มต้น IX

ALNORM คือ ค่าของตัวแปรสุ่มแบบลอกนอร์มัล

3.3.7 <u>การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงที</u>

เนื่องจากการแจกแจงทีมีความสัมพันธ์กับการแจกแจงปกติมาตรฐาน และการแจกแจงไค-กำลังสอง นั่นคือ ถ้า Z เป็นตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐาน และ Y เป็นตัวแปรสุ่มไค-กำลังสองด้วยระดับขั้นความเสรี ν แล้วการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวแปรสุ่ม T ซึ่ง $T = \dfrac{Z}{\sqrt{Y/\nu}}$ จะมีการแจกแจงที ด้วยระดับความเสรี ν

ดังนั้นการผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงที ด้วยระดับขั้นความเสรี ν มีหลักการดังนี้

1. ผลิตตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐาน ดังโปรแกรมย่อยฟังก์ชัน ASNORM ดังรูปที่ 3.11 และผลิตตัวแปรสุ่มแบบไคกำลังสอง ที่ระดับขั้นความเสรี ν ดังโปรแกรมย่อยฟังก์ชัน ACHI ดังรูปที่ 3.8

2. สร้างตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงที ได้จากค่าอัตราส่วนระหว่างค่าตัวแปรสุ่มแบบปกติมาตรฐาน กับค่ารากที่สองของตัวแปรสุ่มแบบไคกำลังสองหารด้วยระดับขั้นความเสรี

สามารถสร้างโปรแกรมย่อยฟังก์ชัน ASTUD สำหรับผลิตตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงที ได้ดังรูป 3.10

```
FUNCTION ASTUD(V,IX)
INTEGER V
REAL A,Z
A = ACHI(V,IX)
Z = ASNORM(IX)
ASTUD = Z/SQRT(A/V)
RETURN
END
```

รูปที่ 3.10 แสดงโปรแกรมย่อยฟังก์ชันที่ใช้ผลิตตัวแปรสุ่มแบบที

คำอธิบาย

V คือ ค่าระดับขั้นความเสรี ซึ่งเป็นพารามิเตอร์ที่ต้องป้อนเข้าไปในโปรแกรมพร้อมค่าเริ่มต้น IX

ASTUD คือ ค่าของตัวแปรสุ่มแบบที

3.3.8 การผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแลมดาของตูกีร์

การผลิตตัวแปรสุ่มแลมดาของตูกีร์ โดยการใช้ฟังก์ชันของ Ramberg และคณะ(1979: 201-214) ซึ่งเป็นการแปลงค่าเลขสุ่ม (Random number) ในหัวข้อ 3.3.1 ให้มีการแจกแจงแลมดาของตูกีร์ โดยกำหนดด้วยค่าความเบ้ (α_3) และความโด่ง (α_4) ตามสมการดังนี้

$$X = R(p) = \lambda_1 + \left[p^{\lambda_3} - (1-p)^{\lambda_4}\right]/\lambda_2 \tag{3.6}$$

เมื่อ p คือ ค่าเลขสุ่ม ซึ่งมีค่าระหว่าง 0 และ 1

λ_1 คือ พารามิเตอร์ที่กำหนดตำแหน่ง (location parameter)

λ_2 คือ พารามิเตอร์มาตราส่วน (scale parameter)

λ_3, λ_4 คือ พารามิเตอร์สัณฐาน (shape parameter)

ค่า $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ ได้จากตารางของ Ramberg ที่กำหนดตามความเบ้ (α_3) และความโด่ง (α_4)

จะได้ข้อมูลที่ค่าเฉลี่ยเป็น 0 และความแปรปรวนเท่ากับ 1 ถ้าต้องการทำให้ข้อมูลชุดนี้มีค่าเฉลี่ยเป็น μ และความแปรปรวนเป็น σ^2 ต้องแปลงค่า λ_1 และ λ_2 ในตารางของ Ramberg ก่อนที่จะแทนในสมการ (3.6) ดังนี้

$$\lambda_1(\mu,\sigma) = \lambda_1(0,1)\sigma + \mu \tag{3.7}$$

$$\lambda_2(\mu,\sigma) = \lambda_2(0,1)/\sigma \tag{3.8}$$

ส่วน λ_3 และ λ_4 จะกำหนดค่าต่าง ๆ กันตามความเบ้และความโด่งตามที่ต้องการ

ดังนั้นการผลิตตัวแปรสุ่มให้มีการแจกแจงแลมดาของตูกีร์ ที่ความเบ้ (α_3) และความโด่ง (α_4) มีหลักการดังนี้

1. สร้างค่าตัวเลขสุ่ม ดังโปรแกรมย่อยฟังก์ชัน ARAND ดังรูปที่ 3.3
2. สร้างตัวแปรสุ่มแลมดาของตูกีร์ โดยนำค่าตัวเลขสุ่มที่สร้างได้จากข้อ 1. ไปแทนในสมการ (3.6)

สามารถสร้างโปรแกรมย่อยฟังก์ชัน ALAMDA สำหรับผลิตตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแลมดาของตูกีร์ ได้ดังรูป 3.11

```
FUNCTION ALAMDA(EX,VA,A1,A2,A3,A4,IX)
REAL  EX,VA,A1,A2,A3,A4
A1 = A1*SQRT(VA)+EX
A2 = A2/SQRT(VA)
RN = ARAND(IX)
ALAMDA = A1+(RN**A3-(1-RN)**A4)/A2
RETURN
END
```

<u>รูปที่ 3.11</u> แสดงโปรแกรมย่อยฟังก์ชันที่ใช้ผลิตตัวแปรสุ่มแบบแลมดาของตูกีร์

คำอธิบาย

EX,VA คือ ค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน ที่ต้องป้อนเข้าไปในโปรแกรมพร้อมค่าเริ่มต้น IX

A1,A2,A3,A4 คือ ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ที่ได้จากตาราง Ramborg ที่ความเบ้ (α_3) และความโด่ง (α_4) ที่กำหนด โดยจะป้อนเข้าไปในโปรแกรม

ALAMDA คือ ค่าของตัวแปรสุ่มแบบแลมดาของตูกีร์