บทที่ 1

บทนำ

1.1. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

การอนุมานเชิงสถิติ (Statistical Inference) เป็นศาสตร์ที่ว่าด้วยการใช้ข้อมูล ซึ่งสุ่มมาเป็นตัวอย่างจากประชากรทั้งหมด ไปประมาณหรือทำนายเกี่ยวกับคุณลักษณะของประชากรทั้งหมด รวมทั้งการตัดสินใจเกี่ยวกับปัญหาบางอย่าง การวางแผนและการสร้างสูตรสำหรับพยากรณ์เหตุการณ์ เพื่อปรับปรุงงานในอนาคต ซึ่งการทดสอบสมมติฐานเป็นแขนงหนึ่งของการอนุมานเชิงสถิติ ที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อตัดสินใจว่าพารามิเตอร์ของประชากรที่กล่าวอ้างนั้นเป็นจริงหรือไม่ ซึ่งจะต้องอาศัยทฤษฎีความน่าจะเป็น หรือทฤษฎีการแจกแจง (Distribution Theory) เป็นเครื่องมือสำคัญ

ในการทดสอบสมมติฐานสำหรับงานวิจัยด้านต่าง ๆ นั้น นอกจากผู้วิจัยต้องมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องที่จะศึกษาเป็นอย่างดี เพื่อกำหนดแผนแบบการเลือกตัวอย่าง (sample design) รวมทั้งการกำหนดขนาดตัวอย่าง (sample size) ซึ่งถือว่าเป็นส่วนสำคัญในการที่จะให้ได้ข้อมูลที่ดี ที่ถูกต้องซึ่งจะใช้เป็นตัวแทนของประชากรทั้งหมด และทำให้ได้ผลสรุปการวิจัยที่เชื่อถือได้สูงแล้ว การทดสอบสมมติฐานก็ต้องอาศัยการแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวสถิติทดสอบเพื่อกำหนดเขตการปฏิเสธสมมติฐานว่าง นอกจากนี้การแจกแจงความน่าจะเป็นของตัวสถิติทดสอบ ยังใช้ในการหาคุณภาพของวิธีการทดสอบสมมติฐานต่าง ๆ ด้วย ซึ่งตัวสถิติทดสอบแต่ละตัวต่างก็มีข้อตกลงเบื้องต้น (assumption) เกี่ยวกับลักษณะของข้อมูลที่จะนำมาวิเคราะห์ ดังนั้นจึงควรเลือกตัวสถิติทดสอบที่เหมาะสม ซึ่งจะมีผลทำให้ได้การสรุปผลการวิจัยมีความถูกต้องและเชื่อถือได้มากขึ้น

โดยทั่วไปการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของหนึ่งประชากร ในทางปฏิบัติโดยทั่วไปเมื่อไม่ทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร (σ) ผู้วิจัยมักเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบที (Test statistic T) ซึ่งเป็นตัวสถิติที่ประมาณ σ ด้วยค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานตัวอย่าง แต่ตัวสถิติทดสอบทีนั้นมีข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับลักษณะของข้อมูลที่จะนำมาวิเคราะห์คือ

ประชากรของข้อมูลมีการแจกแจงปกติ และจะได้ว่าตัวสถิติทดสอบ $T = \frac{(\bar{X} - \mu)}{S/\sqrt{n}}$ มีการแจกแจงที ที่ระดับขั้นความเสรี (degress of freedom) เท่ากับ $n-1$ แต่ในสภาพการณ์โดยทั่วไปแล้วประชากรจะมีการแจกแจงอื่น ๆ ที่ไม่ใช่การแจกแจงแบบปกติ เช่น อาจจะเป็นการแจกแจงสมมาตรชนิดหางยาว หรือการแจกแจงที่มีความเบ้ เป็นต้น ซึ่งจะส่งผลให้ตัวสถิติทดสอบ T ไม่ลู่เข้าสู่การแจกแจงที แต่ถ้าทำการเพิ่มขนาดตัวอย่าง n ให้มากขึ้น โดยกระทำบนพื้นฐานของทฤษฎีบทลิมิตสู่ส่วนกลาง [(Central Limit Theorem) เป็นทฤษฎีที่ว่าด้วยการแจกแจงขีดจำกัด (limiting distribution) ของตัวแปรสุ่ม $\bar{X}$ หรือผลบวกของตัวอย่าง $\sum X$ โดยตัวอย่างสุ่มที่ใช้ไม่จำเป็นต้องมาจากการแจกแจงปกติ] จะได้ว่าเมื่อ n มีขนาดใหญ่ ทำให้ค่าเฉลี่ยของตัวอย่างมีการแจกแจงเข้าใกล้การแจกแจงแบบปกติ จึงส่งผลทำให้ตัวสถิติทดสอบ T ลู่เข้าสู่การแจกแจงทีได้ ก็จะทำให้วิธีการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากร กรณีไม่ทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร โดยใช้ตัวสถิติทดสอบทีนั้นมีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

ดังนั้นจึงเป็นที่น่าสนใจว่า ถ้าประชากรมีการแจกแจงใด ๆ ที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ เราจะสุ่มตัวอย่างขนาด n อย่างน้อยที่สุดเท่าใดที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบ $T = \frac{(\bar{X} - \mu)}{S/\sqrt{n}}$ เป็นการแจกแจงที สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากร กรณีไม่ทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร สำหรับในงานวิจัยฉบับนี้จะทำการศึกษาการแจกแจงของประชากร 4 ลักษณะ คือ ประชากรมีการแจกแจงเอกรูป , การแจกแจงสมมาตรชนิดหางยาว ,การแจกแจงที่มีความเบ้ และการแจกแจงแลมดาของตูกีร์ ซึ่งเป็นการแจกแจงที่กำหนดตามความเบ้ (skewness) และความโด่ง (kurtosis) ของข้อมูล และเนื่องจากไม่มีหลักการทางสถิติที่จะหาขนาดตัวอย่างที่แน่นอนในการประมาณการแจกแจง ดังนั้นผู้วิจัยจึงใช้เทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique) มาช่วยในการหาขนาดตัวอย่างที่เหมาะสมในสถานการณ์ต่าง ๆ เพื่อเป็นประโยชน์ต่อผู้ใช้งานต่อไป

1.2. วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อหาขนาดตัวอย่างน้อยสุดที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบ $T = \dfrac{(\bar{X} - \mu)}{S/\sqrt{n}}$ ซึ่งต่อไปนี้จะขอเรียกว่า "ตัวสถิติทดสอบที" เป็นการแจกแจงที่สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากร กรณีไม่ทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร และประชากรมีการแจกแจงที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ

1.3. ข้อตกลงเบื้องต้น

การวิจัยครั้งนี้ต้องการหาขนาดตัวอย่างสำหรับประมาณการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบที ที่ใช้สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากร กรณีไม่ทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร และกรณีที่ประชากรมีการแจกแจงใน 4 ลักษณะต่าง ๆ ดังนี้

1.3.1. การแจกแจงเอกรูป (Uniform Distribution)

ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงความน่าจะเป็นเอกรูป ด้วยพารามิเตอร์ a และ b ถ้า X มีฟังก์ชันความหนาแน่น

$$f(x;a,b) = \frac{1}{(b-a)} \qquad ; \ a \le x \le b$$

1.3.2 การแจกแจงสมมาตรชนิดหางยาว (Long-tail Distribution) ซึ่งจะพิจารณา 2 การแจกแจงคือ

1.3.2.1. การแจกแจงโลจิสติค (Logistic Distribution)

ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงความน่าจะเป็นโลจิสติคด้วยพารามิเตอร์ a และ b ถ้า X มีฟังก์ชันความหนาแน่น

$$f(x;a,b) = \frac{\exp[-(x-a)/b]}{b\{1+\exp[-(x-a)/b]\}^2} \qquad ; -\infty < x < \infty \ ,$$

$$b > 0 \ , -\infty < a < \infty$$

1.3.2.2 การแจกแจงที (t Distribution)

ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงความน่าจะเป็นทีด้วยพารามิเตอร์ ν ถ้า X มีฟังก์ชันความหนาแน่น

$$f(x;\nu)=\frac{\Gamma[(\nu+1)/2]}{(\pi\nu)^{1/2}\Gamma(\nu/2)[1+(x^2/\nu)]^{(\nu+1)/2}} \quad ; -\infty<x<\infty$$

$$\nu = 1,2,3,\ldots$$

1.3.3 การแจกแจงที่มีความเบ้ ซึ่งจะพิจารณา 2 การแจกแจงคือ

1.3.3.1 การแจกแจงไคกำลังสอง (Chi-Square Distribution)

ตัวแปรสุ่ม X มีการแจกแจงความน่าจะเป็นไคกำลังสองด้วยพารามิเตอร์ ν ถ้า X มีฟังก์ชันความหนาแน่น

$$f(x;\nu)=\frac{x^{(\nu-2)/2}\exp(-x/2)}{2^{\nu/2}\Gamma(\nu/2)} \quad ; \ 0\le x<\infty$$

$$\nu = 1,2,3,\ldots$$

1.3.3.2 การแจกแจงลอกนอร์มัล (Lognormal Distribution)

ตัวแปรสุ่มX มีการแจกแจงความน่าจะเป็นลอกนอร์มัลด้วยพารามิเตอร์ μ และ σ^2 ถ้า X มีฟังก์ชันความหนาแน่น

$$f(x;\mu,\sigma^2)=\frac{1}{x\sigma(2\pi)^{1/2}}\exp\left[\frac{-(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad ; \ 0\le x<\infty,\ \sigma>0$$

$$-\infty<\mu<\infty$$

1.3.4 การแจกแจงแลมดาของตูกีร์ (Tukey's Lambda Distribution)

ถ้าตัวแปรสุ่ม $X=R(p)=\lambda_1+[p^{\lambda_3}-(1-p)^{\lambda_4}]/\lambda_2$ มีการแจกแจงความน่าจะเป็นแลมดาของตูกีร์ ด้วยพารามิเตอร์ λ_2,λ_3 และλ_4 ถ้า X มีฟังก์ชันความหนาแน่น

$$f(x;p,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4)=f(R(p))=1/R'(p) \quad \text{โดยที่} \quad R'(p)=dR(p)/dp$$

ดังนั้น

$$f(x;p,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4)=\lambda_2\left[\lambda_3 p^{\lambda_3-1}+\lambda_4(1-p)^{\lambda_4-1}\right]^{-1} \; ; \; 0\le p\le 1$$

1.4. <u>ขอบเขตการวิจัย</u>

ในหาขนาดตัวอย่างสำหรับการประมาณการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบที ที่ใช้สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากร กรณีไม่ทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร และประชากรมีการแจกแจงที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ จะกำหนดขอบเขตการวิจัยดังนี้

1.4.1 กำหนดลักษณะการแจกแจงของประชากรที่ต้องการศึกษาตามหัวข้อ 1.3.1-1.3.4 โดยกำหนดพารามิเตอร์ของการแจกแจงต่าง ๆ โดยพิจารณาเกณฑ์สัมประสิทธิ์ความเบ้ และ/หรือสัมประสิทธิ์ความโด่ง ดังนี้

1.4.1.1 การแจกแจงเอกรูป มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0 และสัมประสิทธิ์ความโด่งเท่ากับ 1.8 ซึ่งเมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์เป็นค่าใด ๆ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่งจะคงที่ ดังนั้นกำหนดพารามิเตอร์ a และ b ดังนี้

a.	b.
0.0	1.0
0.0	2.0
1.0	2.0
1.0	4.0
-1.0	1.0
-2.0	1.0
-2.0	-1.0
-3.0	-1.0

1.4.1.2 การแจกแจงโลจิสติค มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0 และสัมประสิทธิ์ความโด่งเท่ากับ 4.2 ซึ่งเมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์เป็นค่าใด ๆ ค่าสัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่งจะคงที่ ดังนั้นกำหนดพารามิเตอร์ a และ b ดังนี้ a=1.0 และ b เป็นค่าต่าง ๆ ตั้งแต่ 0.10-2.0 เพิ่มขึ้นทีละ 0.10

1.4.1.3 การแจกแจงที มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เท่ากับ 0 และสัมประสิทธิ์ความโด่งเป็น $\alpha_4 = \frac{3(\nu-2)}{(\nu-4)}$, $\nu>4$ โดยที่ ν คือระดับขั้นความเสรี ดังนั้นจึงกำหนดสัมประสิทธิ์ความโด่ง ตามค่าพารามิเตอร์ ν ดังนี้

สัมประสิทธิ์ความโด่ง α_4	ระดับขั้นความเสรี ν
9.0	5
6.0	6
5.0	7
4.5	8
4.2	9
4.0	10
3.8	12
3.6	14
3.5	16
3.4	18
3.3	25
3.1	50
$\approx$ 3.0	มากกว่า 50

1.4.1.4 การแจกแจงไคกำลังสอง มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เป็น $\alpha_3 = 2^{3/2}\nu^{-1/2}$ และสัมประสิทธิ์ความโด่งเป็น $\alpha_4 = 3+12/\nu$ ดังนั้นจึงกำหนดสัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่ง เพื่อให้ครอบคลุมพารามิเตอร์ ν ดังนี้

สัมประสิทธิ์ความเบ้ α_3	สัมประสิทธิ์ความโด่ง α_4	ระดับขั้นความเสรี ν
1.4	6.0	4
1.3	5.4	5
1.2	5.0	6
1.1	4.7	7
1.0	4.5	8
0.9	4.3	9
0.9	4.2	10
0.9	4.1	11
0.8	4.0	12
0.8	3.9	13
0.7	3.8	15
0.7	3.7	17
0.6	3.6	19
0.5	3.4	27
0.5	3.3	37
0.4	3.3	40
0.4	3.2	53
0.3	3.2	66
0.3	3.1	84
0.2	3.1	มากกว่า 100

1.4.1.5 การแจกแจงลอกนอร์มัล มีสัมประสิทธิ์ความเบ้เป็น $\alpha_3 = (\omega+2)(\omega-1)^{1/2}$ และสัมประสิทธิ์ความโด่งเป็น $\alpha_4 = \omega^4 + 2\omega^3 + 3\omega^2 - 3$ โดยที่ $\omega = \exp(\sigma^2)$ ซึ่งสัมประสิทธิ์ความเบ้และความโด่งจะขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ σ^2 ดังนั้นจะกำหนดสัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่ง ตามพารามิเตอร์ σ^2 และกำหนดพารามิเตอร์ μ เท่ากับ 100 ดังนี้

สัมประสิทธิ์ความเบ้ α_3	สัมประสิทธิ์ความโด่ง α_4	ความแปรปรวน σ^2
0.1	3.0	0.001
0.2	3.1	0.005
0.3	3.2	0.010
0.4	3.3	0.020
0.5	3.5	0.030
0.6	3.7	0.040
0.7	3.9	0.050
0.8	4.0	0.060
0.8	4.2	0.070
0.9	4.4	0.080
0.9	4.6	0.090
1.0	4.9	0.100
1.1	5.1	0.110
1.1	5.3	0.120
1.2	5.5	0.130
1.2	5.8	0.140
1.3	6.0	0.150
1.3	6.3	0.160
1.4	6.5	0.170
1.4	6.8	0.180
1.5	7.1	0.190
1.5	7.3	0.200
1.6	7.6	0.210
1.6	7.9	0.220
1.7	8.2	0.230
1.7	8.6	0.240
1.8	8.9	0.250
1.8	9.2	0.260
1.8	9.6	0.270
1.9	9.9	0.280
1.9	10.3	0.290
2.0	10.7	0.300

1.4.1.6 การแจกแจงแลมดาของตูกีร์ ซึ่งเป็นการแจกแจงที่กำหนดพารามิเตอร์ $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ จากสัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่ง ในงานวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาเฉพาะการแจกแจงชนิดสมมาตร ซึ่งมีความเบ้เป็นศูนย์ และการแจกแจงชนิดเบ้ขวา โดยกำหนดสัมประสิทธิ์ความเบ้และสัมประสิทธิ์ความโด่งดังนี้

α_4 \ α_3	0.00	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	2.00
1.8	X															
2.0	X	X														
2.2	X	X	X													
2.4	X	X	X	X												
2.6	X	X	X	X												
2.8	X	X	X	X												
3.0	X	X	X	X	X											
3.2	X	X	X	X	X											
3.4	X	X	X	X	X	X										
3.6	X	X	X	X	X	X										
3.8	X	X	X	X	X	X	X									
4.0	X	X	X	X	X	X	X									
4.2	X	X	X	X	X	X	X	X								
4.4	X	X	X	X	X	X	X	X								
4.6	X	X	X	X	X	X	X	X	X							
4.8	X	X	X	X	X	X	X	X	X							
5.0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X						
5.2	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X						
5.4	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X					
5.6	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X					
5.8	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X					
6.0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
6.2	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
6.4	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X				
6.6	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			
6.8	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			
7.0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			

α_4 \ α_3	0.00	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	2.00
7.2	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
7.4	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
7.6	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
7.8	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		
8.0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
8.2	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
8.4	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
8.6	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
8.8	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
9.0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
9.2		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
9.4			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
9.6				X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
9.8					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
10.0					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
10.2					X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
10.4						X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
10.6						X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
10.8							X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
11.0							X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
11.2								X	X	X	X	X	X	X	X	X
11.4								X	X	X	X	X	X	X	X	X
11.6									X	X	X	X	X	X	X	X
11.8									X	X	X	X	X	X	X	X
12.0										X	X	X	X	X	X	X
12.2										X	X	X	X	X	X	X
12.4											X	X	X	X	X	X
12.6											X	X	X	X	X	X
12.8												X	X	X	X	X

α_4 \ α_3	0.00	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	1.60	1.70	1.80	1.90	2.00
13.0												X	X	X	X	X
13.2												X	X	X	X	X
13.4													X	X	X	X
13.6													X	X	X	X
13.8													X	X	X	X
14.0														X	X	X
14.2														X	X	X
14.4														X	X	X
14.6															X	X
14.8															X	X
15.0															X	X
15.2															X	X
15.4																X
15.6																X
15.8																X

1.4.2 การหาขนาดตัวอย่างน้อยสุดที่ควรใช้ในการประมาณการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบที สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากร กรณีไม่ทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร และประชากรมีการแจกแจงที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ มีขั้นตอนการทำงานตามลำดับดังนี้

1.4.2.1 สร้างข้อมูลให้มีการแจกแจงแบบต่าง ๆ ตามที่กำหนดในหัวข้อ 1.4.1 โดยกำหนดขนาดตัวอย่าง n เริ่มต้นให้มีค่าน้อย และคำนวณค่าตัวสถิติทดสอบที

1.4.2.2 หาสัดส่วนซึ่งเป็นค่าประมาณระดับนัยสำคัญของเกณฑ์การทดสอบ $\hat{\alpha}$

1.4.2.3 เปรียบเทียบค่าระดับนัยสำคัญของเกณฑ์การทดสอบที่แท้จริง α กับระดับนัยสำคัญที่ประมาณ $\hat{\alpha}$ ได้ในหัวข้อ 1.4.2.2 โดยใช้การทดสอบทวินาม (Binomial Test) ว่าค่าประมาณ $\hat{\alpha}$ มีค่าไม่เกินค่า α ที่กำหนด อย่างไม่มีนัยสำคัญหรือไม่ ถ้าค่าประมาณ $\hat{\alpha}$ มีค่ามากกว่า α อย่างมีนัยสำคัญ ให้เพิ่มขนาดตัวอย่าง n ขึ้นหนึ่งตัวอย่าง และกลับไปดำเนินการตามหัวข้อ 1.4.2.1 ต่อ จนกระทั่งผ่านการทดสอบ

1.4.2.4 เมื่อผ่านเกณฑ์ในหัวข้อ 1.4.2.3 แล้ว ทำการทดสอบเทียบความกลมกลืนกัน (Test of goodness of fit) โดยการใช้การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมิรนอฟ (Kolmogorov-Smirnov Test) เพื่อเป็นการยืนยันผลการวิจัย คือถ้าผ่านการทดสอบ จะได้ว่าค่าขนาดตัวอย่าง n ที่ได้ ณ สถานการณ์ที่กำหนดเหมาะสม

1.4.3 ระดับนัยสำคัญของเกณฑ์การทดสอบ (α) ที่แท้จริงกำหนดเป็น 0.10 , 0.05 และ 0.10

1.4.4 ระดับนัยสำคัญของการทดสอบทวินาม (Binomial Test) คือ 0.05

1.4.5 ขั้นตอนการประมาณค่าระดับนัยสำคัญ หรือค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จะจำลองให้มีสถานการณ์ต่าง ๆ โดยใช้เทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique) ทำซ้ำ 5,000 รอบ ($n^{*} = 5,000$)

1.4.6 การทดสอบเทียบความกลมกลืนกัน ใช้การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สมินอฟ ณ ระดับนัยสำคัญของการทดสอบ คือ 0.05

1.5. เกณฑ์การตัดสินใจ

ในการหาขนาดตัวอย่าง n สำหรับประมาณการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบที เป็นการแจกแจงที สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากร กรณีไม่ทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร และประชากรมีการแจกแจงที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ ใช้เกณฑ์การตัดสินใจ คือ ความสามารถในการควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลอง โดยมีวิธีการดังนี้

1.5.1 ประมาณค่าระดับนัยสำคัญของการทดสอบ หรือค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบที โดยทำการจำลองข้อมูลแล้วใช้หลักเกณฑ์ตามสมการดังนี้

$$P\left(\left|\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\right| \geq t_{(n-1),\alpha/2}\right) \approx \hat{\alpha}$$

โดยที่ $\overline{X}$ คือค่าเฉลี่ยตัวอย่าง

S คือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวอย่าง

$\hat{\alpha}$ คือค่าประมาณของระดับนัยสำคัญ หรือค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบที

α คือค่าระดับนัยสำคัญที่แท้จริงตามที่กำหนด

เมื่อได้ค่าประมาณของระดับนัยสำคัญ หรือค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองแล้ว จะทำการทดสอบความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบที ($\hat{\alpha}$) ควรมีค่าไม่มากกว่าระดับนัยสำคัญที่กำหนด (α) อย่างไม่มีนัยสำคัญ วิธีที่ใช้ในการทดสอบนี้ คือ การทดสอบทวินาม (Binomial test)

การทดสอบทวินาม (Binomial test)

การทดสอบว่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบที ($\hat{\alpha}$) มีค่าไม่เกิน α ที่กำหนด (α = 0.01, 0.05, 0.10) ที่ระดับนัยสำคัญของการทดสอบทวินาม α^{*} = 0.05 โดยมีบริเวณของการยอมรับเป็นแบบช่วงดังนี้

$$\left(0, \alpha + Z_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\alpha(1-\alpha)}{n^{*}}}\right)$$

- ถ้าค่าประมาณ $\hat{\alpha}$ เปรียบเทียบกับ α = 0.01 บริเวณของการยอมรับเป็น (0 , 0.012)
- ถ้าค่าประมาณ $\hat{\alpha}$ เปรียบเทียบกับ α = 0.05 บริเวณของการยอมรับเป็น (0 , 0.055)
- ถ้าค่าประมาณ $\hat{\alpha}$ เปรียบเทียบกับ α = 0.10 บริเวณของการยอมรับเป็น (0 , 0.107)

ถ้าค่าประมาณ $\hat{\alpha}$ หรือค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดสอบด้วยตัวสถิติทดสอบทีอยู่ในช่วงของการยอมรับ กล่าวได้ว่าค่าประมาณ $\hat{\alpha}$ มีค่าไม่เกิน α ที่กำหนดอย่างไม่มีนัยสำคัญ

เมื่อผ่านเกณฑ์การควบคุมความผิดพลาดประเภทที่ 1 จากการทดลองได้แล้ว ทำการทดสอบประสิทธิภาพของผลการวิจัยที่ได้ โดยใช้การทดสอบเทียบความกลมกลืนกัน โดยมีวิธีการดังนี้

1.5.2 การทดสอบเทียบความกลมกลืนกัน

เป็นการทดสอบเกี่ยวกับกลุ่มประชากรที่สนใจ ว่าจะมีลักษณะการแจกแจงของประชากรว่าเป็นไปตามที่คาดไว้หรือไม่ โดยใช้การทดสอบของโคลโมโกรอฟ-สมินอฟ (Kolmogorov-Smirnov) ซึ่งการทดสอบขึ้นอยู่กับการเปรียบเทียบค่าความถี่สัมพัทธ์สะสมที่ได้จากทฤษฎีกับความถี่สัมพัทธ์สะสมที่ได้จากตัวอย่าง การทดสอบจะนำค่าที่มากที่สุดของความแตกต่างระหว่างสองค่าไปเทียบค่าวิกฤตในตารางโคลโมโกรอฟ-สมินอฟ

ค่าสถิติทดสอบ

$$D = \max(D^{+}, D^{-})$$

โดยที่

$$D^{+} = \max\left[i/m, F(x_i)\right]$$

$$D^{-} = \max\left[F(x_i), (i-1)/m\right]$$

และ $F(x_i)$ คือ ความถี่สะสมสัมพัทธ์ที่ได้จากทฤษฎี $i = 1,2,\ldots,m$ (m คือ จำนวนข้อมูลที่นำมาทดสอบ) ในงานวิจัยนี้ $F(x_i)$ ก็คือฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของการแจกแจงที

i/m ,$(i-1)/m$ คือ ความถี่สัมพัทธ์สะสมที่ได้จากตัวอย่าง หรือความถี่สะสมที่สังเกตได้ในรูปของสัดส่วน (Empirical Distribution Function)

นำค่า D ที่คำนวณได้ไปเปรียบเทียบกับค่าวิกฤตในตารางโคลโมโกรอฟ-สมินอฟ ถ้า D ที่คำนวณได้มากกว่า $D^{*}_{\alpha,\beta,m}$ จะสรุปได้ว่า การแจกแจงค่าที่ได้จากการทดลองจะไม่เป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งไว้

1.6. ประโยชน์ของการวิจัย

เพื่อเป็นแนวทางให้ผู้ที่ต้องการใช้งานสามารถเลือกขนาดตัวอย่างที่เหมาะสมในสภาพการณ์ต่าง ๆ สำหรับการประมาณการแจกแจงของตัวสถิติทดสอบที ที่ใช้สำหรับการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยประชากร กรณีไม่ทราบค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน และประชากรมีการแจกแจงที่ไม่ใช่การแจกแจงปกติ